



Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Física Gleb Wataghin

“Estudo experimental de rotação, velocidade angular
e momento de inércia no segundo grau.”

Disciplina: F 609-Tópicos de Ensino de Física I
Professor: José J. Lunazzi
Professor orientador: Dirceu da Silva

Aluna: Tânia Cristina Massaro RA: 036092

Campinas, 6 de Outubro de 2008

“Meu orientador,o Prof. Dirceu da Silva concorda com os termos aqui estabelecidos e declara que poderá dispor de todos os elementos necessários a menos de exceções indicadas abaixo:

Exceções:Não há.
Sigilo:NÃO SOLICITA.”

1-Descrição:

Esse experimento aborda temas que muitas vezes são citados pelo professor do 2º grau,mas não são explorados experimentalmente.

O movimento de rotação é inserido juntamente com o conteúdo sobre velocidade angular,ou quando se estuda o movimento dos planetas.Já o momento de inércia é introduzido somente na Universidade.Dessa forma,ele deverá ser exposto simplificadamente ,adaptando-o à Física do 2º grau.

Assim,para que haja um melhor entendimento por parte dos alunos durante a explicação,deverá se utilizar o seguinte roteiro:

- introdução rápida ao movimento de rotação;
- exemplos de rotação em situações cotidianas;
- através desses exemplos de rotação,inserir o conceito de velocidade angular;
- após um sólido entendimento dos dois conceitos abordados,será introduzida uma explicação sobre o conceito de momento de inércia;
- salientar a variação desse momento quando se altera a figura geométrica objeto;
- se a exposição for realizada para alunos do Ensino Médio (2º grau),poderá haver uma simples formulação matemática;
- posteriormente,os alunos observarão e participarão do experimento.Ao entrar em contato com o aparato,poderão verificar as dimensões (geométricas e de massa)dos componentes;
- serão indagados sobre o possível resultado a ser obtido;
- finalmente,após o experimento ser realizado,o resultado será discutido através dos conceitos expostos inicialmente.

Uma abordagem experimental desse tipo de assunto é muito importante,pois os alunos apresentam grande dificuldade em associar rotação e velocidade angular com fatos do dia-a-dia.Como o momento de inércia não faz parte do conteúdo programado para o 2º grau,sua introdução deverá ser de forma gradual,principalmente através de exemplos e comparações.

2-Montagem Experimental:

❖ Materiais:

- bloco de madeira e isopor;
- placa de chumbo;
- porções de chumbo para derretimento;
- tábuas;
- torno mecânico para madeira e metal;

- tachas;
- martelo;
- lixas;
- recipiente metálico;
- faca;
- fogo.

Através dos materiais listados ,deverão ser produzidos três cilindros de mesmo raio R e mesma massa M .

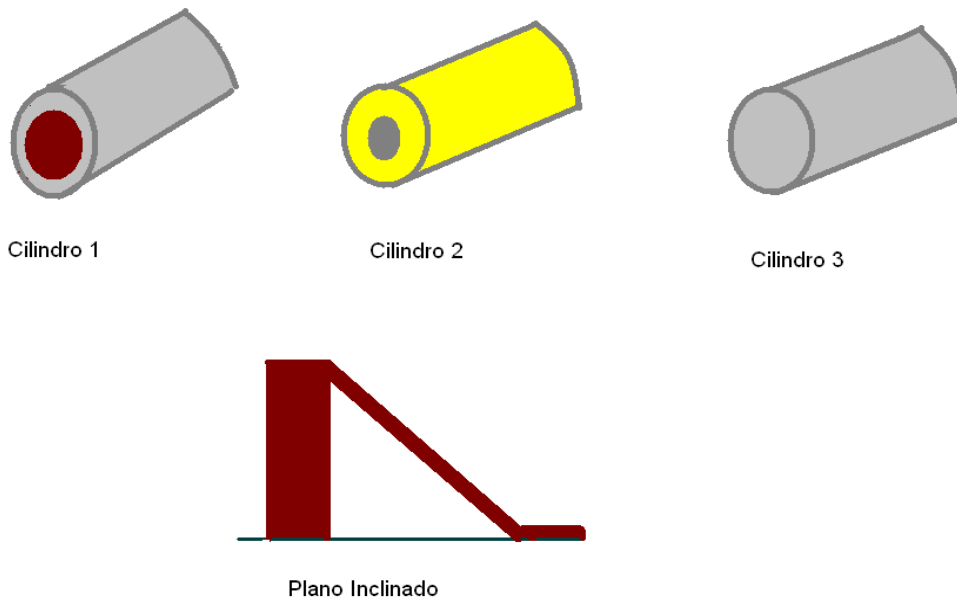


Figura 1:Representação dos cilindros e plano inclinado que serão construídos.

❖ Descrição dos cilindros:

• Cilindro 1:

Em uma marcenaria,o bloco de madeira será cortado pelo torno e se necessário lixado,formando um cilindro.Em seguida,uma placa de chumbo deverá cuidadosamente envolver esse cilindro ,de modo que não apareça espaços entre a placa e a madeira.A fixação será feita através de pequenas tachas.

• Cilindro 2:

O bloco de isopor será cortado pela faca e através do lixamento ,as suas dimensões serão definidas.

Após o cilindro pronto,utilizando-se a faca,um outro pequeno cilindro será aberto em seu centro,obtendo-se um acabamento através da lixa.

Em seguida,uma porção de chumbo deverá ser derretida e colocada no recipiente metálico.Após a solidificação,o bloco de chumbo será torneado e o pequeno cilindro formado se encaixará no centro do cilindro de isopor.

- Cilindro 3:

Uma outra porção de chumbo também será derretida e o outro bloco formado após torneamento, originará o último cilindro.

Finalmente, as tábuas serão presas pelas tachas, formando-se um plano inclinado.

Assim, os três cilindros serão soltos simultaneamente no plano inclinado, possibilitando a explicação dos fenômenos Físicos envolvidos no movimento, através da ordem de chegada na base do plano.

3-Considerações Finais:

Os temas abordados (rotação, velocidade angular e momento de inércia) não são facilmente compreendidos pelos alunos. Experimentos que relatam esses temas através do movimento de objetos (pêndulos, esferas e cilindros em calhas) não são difíceis de serem encontrados. Mas, a forma de abordar o aluno, instigando a curiosidade, investigação e levantamento de hipóteses, é responsável pelo nível de compreensão que será atingido.

Portanto, esse experimento tem como objetivo aproximar o aluno da Física experimental, já que na maioria das vezes, o conteúdo aprendido se baseia apenas na Física teórica, fazendo com que o aluno não perceba a grande quantidade de situações cotidianas que são explicadas pela Física.

Resumo

Esse experimento realiza um estudo sobre um movimento muito comum no cotidiano, a rotação.

O aparato utilizado para o entendimento se trata de pequenos cilindros que foram fabricados à partir de diferentes materiais, mas possuem mesmo raio e massa.

Eles serão lançados simultaneamente sobre um plano inclinado e ao realizarem o movimento de rotação, irão ratificar os conceitos de velocidade angular e momento de inércia.

Em seguida, esses conceitos serão abordados teoricamente, explicando não somente o resultado experimental, mas diversas situações do cotidiano que servirão de exemplos práticos.

1-Introdução

O movimento de rotação é estudado desde a época de Platão (429-348 a.C.). Ele surge quando um corpo gira em torno de seu próprio eixo, como por exemplo, o movimento do cilindro. [2]

Juntamente, surge uma velocidade angular (ω) que pode ser definida como sendo o quociente entre a variação angular ocorrida devido à rotação, durante um intervalo de tempo [1]:

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta T} \quad (1)$$

Onde:

ω = velocidade angular (rad/s);

$\Delta \theta$ = variação angular;

ΔT = variação de tempo.

Ao se descer o plano, os cilindros realizarão um movimento no sentido horário, onde para cada um, a velocidade angular possuirá uma direção perpendicular ao plano de rolamento, que poderá ser descoberta utilizando-se a mão direita, onde o polegar dará a direção e sentido dessa velocidade de rotação [1].

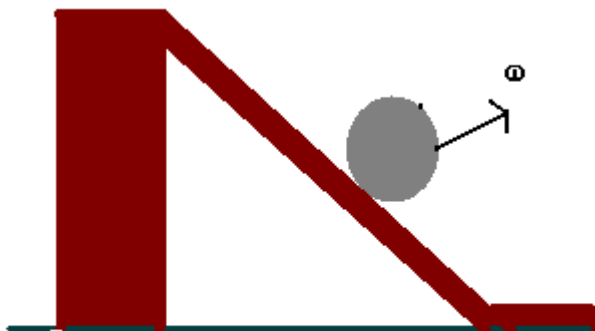


Figura 1: Cilindro realizando rotação no sentido horário possui velocidade angular direcionada para dentro da folha.

Assim, dois novos conceitos podem ser inseridos: momento de inércia (I) e conservação do momento angular (L) .

-Momento de Inércia (I) :

Quando um cilindro realiza uma rotação, a velocidade angular pode sofrer alterações na intensidade devido à distribuição de massa, ou seja, alterando a inércia rotacional do objeto.

Quanto maior for essa inércia, maior será a dificuldade em se atingir uma grande velocidade angular. A essa inércia rotacional, dá-se o nome *de momento de inércia I* [3].

Através de uma analogia, tem-se que a importância do momento de inércia para a rotação é igual à da massa para a translação, mas aqui a distribuição dessa massa sob forma cilíndrica se torna fundamental.

Considerando-se os cilindros experimentais, o momento de inércia pode ser obtido através da expressão :

$$I = \frac{M \cdot R^2}{2} \quad (2)$$

Onde:

I = momento de inércia;

M = massa do cilindro (Kg);

R = raio do cilindro (m).

- Conservação do Momento Angular (L):

O momento angular pode ser entendido como a interação entre o momento de inércia I do cilindro e a velocidade angular ω em que ele rola sobre o plano inclinado:

$$L = I \cdot \omega \quad (3)$$

Onde:

L = momento angular (Kg .m²/s);

Para que esse movimento seja constante, I e ω são inversamente proporcionais, pois quanto maior for o momento de inércia do cilindro, menor será a sua velocidade angular.

Deve-se salientar que a direção e sentido do momento angular coincide com as coordenadas da velocidade angular, sendo portanto também perpendicular ao plano inclinado [3].

Em suma, quando um cilindro realiza o movimento de rotação, há uma variação angular em função do tempo, a chamada velocidade angular ω . Mas, segundo o momento de inércia I, a distribuição da massa nesse cilindro interfere nessa velocidade, de forma que I e ω são inversamente proporcionais, possibilitando a conservação do momento angular total.

Procedimento Experimental:

- **Materiais:**

- 0,195 Kg de ferro densidade = 7900 Kg/m^3 ;
- 0,800 Kg de madeira tipo "Imbuia" densidade = 650 Kg/m^3 ;
- 0,005 Kg de isopor densidade = 100 Kg/m^3 ;
- uma folha de zinco de 0,200 Kg densidade= 7100 Kg/m^3 ;
- torno mecânico para madeira e metal;
- lixa;
- estilete;
- tachas;
- martelo.

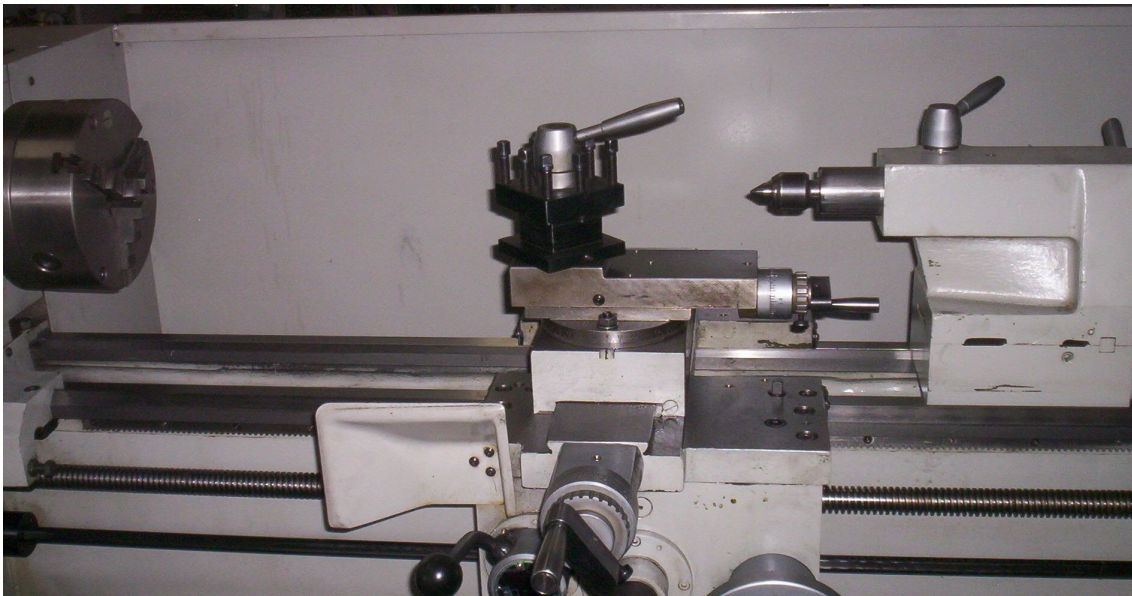


Figura 2 :Torno mecânico utilizado para o torneamento das peças de ferro.

Inicialmente,fixou-se a massa de cada cilindro em 0,100 Kg e o raio em 0,02 m. Em seguida,utilizando-se as densidades das substâncias envolvidas na fabricação,calculou-se o comprimento de cada cilindro,para que assim pudessem ser fabricados.

- **Cilindro 1 :**

Comparando-se o comprimento desse cilindro com os demais,ele possui um valor maior,devido à sua baixa densidade da madeira se comparada à do ferro.

Em uma marcenaria,um bloco de madeira foi torneado,produzindo o cilindro.Deve-se lembrar que ele será revestido pela folha de zinco e que portanto ainda possui raio e massa inferiores a 0,02 m e 0,100 Kg respectivamente.

Posteriormente,uma folha de zinco revestiu esse cilindro,tomando-se o cuidado de não se deixar espaços entre os materiais,e através das tachas ela pôde ser fixada.

- **Cilindro 2:**

Uma barra de ferro foi torneada, resultando em um cilindro de 0,095 Kg, com raio de 0,01 m. Posteriormente, ele foi introduzido no bloco de isopor, que foi cortado e lixado de modo a formar o cilindro de interesse, agora com massa e raio de 0,100 Kg e 0,02m respectivamente.

- **Cilindro 3:**

Finalmente, o último cilindro foi construído. Uma outra barra de ferro também necessitou de torneamento, resultando em um cilindro de ferro maciço. Como ele possui apenas ferro, um material de alta densidade se comparado aos outros utilizados, esse cilindro é o que possui menor comprimento, para que as condições iniciais de massa 0,100 Kg e raio 0,02 m fossem satisfeitas.

O plano inclinado que será utilizado para o lançamento dos cilindros está em fase final de construção. Ele possui catetos de 0,50 m e hipotenusa de 0,70m possuindo um ângulo reto e dois ângulos de 45 °.

Resultados:



Figura 3 :Cilindros experimentais:madeira revestido de zinco,ferro e isopor e somente ferro.

A construção dos cilindros foi de fácil execução, devido à suas dimensões e ao baixo custo dos materiais.

Alguns cuidados exigiram maior observação, como por exemplo o cálculo das dimensões. O passo inicial foi fixar os valores de massa e raio para que assim, através das densidades, os comprimentos pudessem ser obtidos.

O cilindro de número dois necessitou de uma atenção especial, pois o isopor foi lixado de forma a se conseguir as dimensões exatas, tomando-se o cuidado de não desmanchá-lo.

- Cilindro 1 :

Raio : 0,02 m Massa : 0,100 Kg Comprimento : 0,35 m

- Cilindro 2:

Raio : 0,02 m Massa : 0,100 Kg Comprimento : 0,16 m

- Cilindro 3:

Raio : 0,02 m Massa : 0,100 Kg Comprimento : 0,04 m

- Representação do plano inclinado em construção:

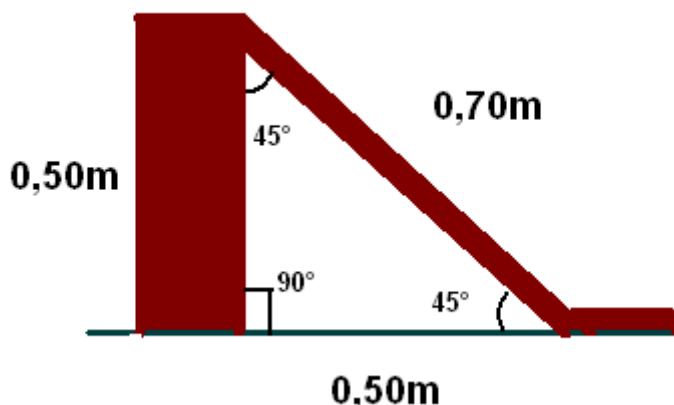


Figura 4 :Plano inclinado e suas dimensões.

Dessa forma, para que o aparato experimental seja concluído, resta apenas a finalização da construção do plano inclinado.

Em seguida, testes serão realizados para que a execução do experimento seja a mais satisfatória possível, podendo assim auxiliar no entendimento dos conceitos envolvidos.

Considerações Finais

Esse experimento visa a abordagem de um assunto que está muito presente no cotidiano dos alunos, mas que geralmente não é introduzido de forma experimental em sala de aula. Os temas velocidade angular e momento angular são conteúdos do segundo grau, portanto não requerem grandes adaptações para a explicação. Já o momento de inércia, não faz parte do conteúdo proposto nesse nível de ensino, e com isso a sua explicação foi simplificada para que haja um maior entendimento por parte dos alunos.

Com relação aos objetos experimentais, a construção foi de fácil realização, pois o material utilizado apresenta baixo custo, e se houver um interesse maior por parte do aluno, isso irá possibilitar a construção de algo semelhante.

Declaração do Orientador:

Meu orientador, o Prof. Dirceu da Silva concorda com o expressado neste relatório parcial e me deu a seguinte opinião:

“O trabalho realizado é de extrema importância para o entendimento de fenômenos físicos que estão relacionados com situações cotidianas. Esse experimento visa a aproximação do aluno com a Física experimental, que muitas vezes deixa de ser abordada, mas que não é de menor importância. O levantamento de hipóteses experimentais faz com que o aluno, ao ser submetido a um conjunto de novas situações, busque o equilíbrio, realizando a construção de um novo conceito.”

Data para apresentação: 12 de Novembro de 2008, quarta-feira, das 17 às 20hs.

Referências:

(1) *Paul A. Tipler – Física Volume 1- Capítulo 9*

(2) *Silva, Dirceu-O ensino construtivista da velocidade angular, São Paulo-Faculdade de Educação, 1990. Apêndice A*

(3) *Grupos de estudos em tecnologia em ensino de Física-Física: auto instrutivo: texto programado para o segundo grau, São Paulo, Saraiva, 1975*

Pesquisas realizadas na internet:

Palavras-chave:

- **Momento de inércia;**
- **Velocidade angular;**
- **Momento angular.**

Momento de inércia

Origem: Wikipédia, a enciclopédia livre.

Em [Mecânica](#), o **momento de inércia** mede a distribuição da massa de um corpo em torno de um [eixo de rotação](#). Quanto maior for o momento de inércia de um corpo, mais difícil será fazê-lo girar. Contribui mais para a elevação do momento de inércia a porção de massa que está afastada do eixo de giro. Um eixo girante fino e comprido, com a mesma massa de um disco que gira em relação ao seu centro, terá um momento de inércia menor que este. Sua [unidade de medida](#), no [SI](#), é quilograma vezes metro ao quadrado ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$).

Cálculo

Por definição, o momento de inércia J de uma partícula de massa m e que gira em torno de um eixo, a uma distância r dele, é

$$J = mr^2$$

Se um corpo é constituído de n massas pontuais (partículas), seu momento de inércia total é igual à soma dos momentos de inércia de cada massa:

$$J = \sum_{k=1}^n m_k r_k^2$$

onde m_i é a massa de cada partícula, e r_i é a sua distância ao eixo de rotação.

Para um corpo rígido, podemos transformar essa somatória numa integral, integrando para todo o corpo o produto da massa m em cada ponto pelo quadrado da distância r até o eixo de rotação:

$$J = \int_C r^2 dm$$

Há vários valores conhecidos para o momento de inércia de certos tipos de corpos rígidos. Alguns exemplos (assumindo distribuição uniforme de massa):

- Para um cilindro maciço de massa M e raio da base R , em torno de um eixo paralelo à geratriz e passando por seu centro:

$$J = \frac{1}{2}MR^2$$

- Para uma esfera maciça de massa M e raio R , em torno de seu centro:

$$J = \frac{2}{5}MR^2$$

- Para um anel cilíndrico de massa M e raio R , em torno de um eixo paralelo à geratriz e passando por seu centro:

$$J = \frac{1}{2}MR^2$$

- Para uma barra DELGADA, com largura tendendo a 0 e comprimento L , em torno de um paralelo à geratriz e passando por seu centro:

$$J = \frac{1}{12}MR^2$$

 Este artigo é um *esboço* sobre **Física**. Você pode ajudar a Wikipédia *expandindo-o*.

Obtido em "http://pt.wikipedia.org/wiki/Momento_de_in%C3%A9rcia"

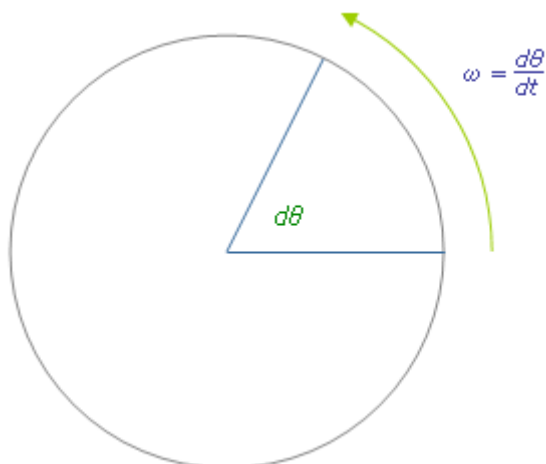
Categoria: [Mecânica clássica](#)

Categoria oculta: [!Esboços sobre física](#)

Velocidade angular

Origem: Wikipédia, a enciclopédia livre.

Ir para: [navegação](#), [pesquisa](#)



A velocidade angular descreve a velocidade de uma [rotação](#). A direção do vetor velocidade angular será ao redor do [eixo de rotação](#) neste caso, em [sentido anti-horário](#).

A **velocidade angular** de uma partícula ou de um [corpo rígido](#) descreve a taxa com que a sua [orientação](#) muda. Ela é análoga à [velocidade translatorial](#), e é definida nos termos da [derivação](#) da orientação com respeito ao [tempo](#), assim como a velocidade translatorial é a derivação da posição em função do tempo. Costuma-se introduzir o conceito de velocidade se definindo primeiramente a [velocidade média](#) como sendo o [deslocamento dividido](#) pelo tempo. Neste ponto a analogia com a velocidade angular não é de grande utilidade pois, por exemplo, caso um corpo esteja rodando a uma velocidade angular constante de uma [revolução](#) por [minuto](#), ao fim de um período de um minuto a 'velocidade angular média' do corpo seria de zero, pois a orientação é exatamente a mesma que a do início do [período](#) de tempo ao final de uma rotação.

Mais precisamente, se $A(t)$ é a [transformação ortogonal linear especial](#) que descreve a

orientação, a *velocidade angular* é definida como $A(t)^{-1} \frac{d}{dt} A(t)$. Disso segue que a velocidade angular é uma [transformação skew-adjoint linear](#). É útil restringir a atenção a duas ou três [dimensões](#) e representar a [álgebra de Lie](#) tridimensional das transformações lineares skew-adjoint para $V_3(\mathbf{R})$ por \mathbf{R}^3 . O [comutador](#), que é o produto da álgebra de Lie, é representado pelo [produto vetorial](#) em \mathbf{R}^3 . O resto deste artigo possui sua discussão utilizando este estilo.

Vetor Velocidade Angular

A **velocidade angular média** é um [vetor](#) com uma [quantidade física](#) que representa o processo de [rotação](#) (mudança de [orientação](#)) que ocorre em um instante de tempo. Para um [corpo rígido](#) se suplementa a [velocidade](#) translatorial do [centro de massa](#) para se descrever seu movimento completo. Ela é comumente representada pelo símbolo [ômega](#) (Ω ou ω). A [magnitude](#) da velocidade angular é a [frequência angular](#), representada por ω . A linha de direção da velocidade angular é dada pelo [eixo de rotação](#), e a [regra da mão direita](#) indica a direção positiva, da seguinte forma:

Se você enrolar os [dedos](#) de sua [mão](#) direita seguindo a direção da rotação, então a direção da velocidade angular é indicada pelo seu [polegar](#) direito.

Nas unidades do [SI](#), a velocidade angular é medida em [radianos](#) por [segundo](#) (rad/s), apesar de uma direção ter que ser especificada. As dimensões da velocidade angular são T^{-1} , pois os radianos são [adimensionais](#).

Para qualquer [partícula](#) de um corpo em movimento ou rotação temos:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_t + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}_c)$$

onde

- \mathbf{v} é a velocidade total da partícula
- \mathbf{v}_t é a velocidade translacional
- \mathbf{r} é a posição da partícula
- \mathbf{r}_c é a posição do centro do corpo.

Para descrever o movimento, o "centro" pode ser qualquer partícula ou ponto imaginário do corpo que esteja rigidamente conectado ao mesmo (o vetor de translação depende desta escolha), porém tipicamente o [centro de massa](#) é utilizado, pois esta escolha simplifica algumas fórmulas.

Quando o [produto vetorial](#) é escrito sobre a forma de uma [matriz](#), nós temos um [matriz anti-simétrica](#) com [zeros](#) na diagonal principal e componentes positivos e negativos da velocidade angular como os outros elementos.

Com uma [aceleração angular](#) constante, a velocidade angular obedece às [equações de movimento](#) rotacional, equivalentes às equações de movimento sobre uma [aceleração](#) linear constante.

A [frequência angular](#) é também utilizada no lugar da frequência comum em situações que não envolvem rotação, especialmente na [eletrônica](#), pois elas geram [senóides](#) e varias equações que são obtidas através de cálculos em senóides simples. (ωt ao invés de $2\pi ft$).

- Peter M. Neumann; Gabrielle A. Stoy; Edward C. Thompson. *Groups and Geometry*, Oxford 1994, ISBN 01798534515. See pp. 108-110, 163-165 .

Obtido em "http://pt.wikipedia.org/wiki/Velocidade_angular"
Categoria: [Grandezas físicas](#)

http://efisica.if.usp.br/mecanica/universitario/momento_angular/mom_angular/



Momento angular

O momento angular, L , é uma grandeza física muito importante, especialmente em se tratando de rotações, mas cuja definição é um tanto quanto abstrata. Ela é definida como o produto vetorial do vetor posição e do vetor quantidade de movimento.

$$L = r \times p$$

Vê-se que L é um vetor perpendicular a r e a p e, por isso, na maioria das vezes, ela acaba levando a dificuldades de visualização. No entanto, é uma quantidade física fundamental e importante no estudo da rotação de um corpo.

A quantidade de movimento de um corpo pode ser nula (o que significa que ele não está em movimento de translação) e ainda assim ter momento angular total diferente de zero.

O momento angular total está para o movimento de rotação assim como a quantidade de movimento total está para o movimento de translação.

Como $p = mv$, e usando expressão $V = \omega \times r$ podemos escrever o momento angular em termos de velocidade angular, como

$$L = r \times (\omega) \times r.$$

Para um sistema de partículas, definimos o momento angular total como a soma dos momentos angulares de cada uma das partículas. Para um sistema de N partículas, temos:

$$L_{\text{total}} = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

$$L_{\text{total}} = r_1 \times p_1 + r_2 \times p_2 + \dots + r_n \times p_n$$

Um corpo em rotação tem um valor definido para o momento angular.

Pode-se, portanto, dizer que, se o corpo está em rotação, ele tem momento angular e vice-versa.

•