

# Universidade Estadual de Campinas



UNICAMP

Instituto de Física Gleb Wataghin

## Circuitos Eletrônicos lineares com papel e grafite

01/11/2008

Relatório Final – Versão 1

Disciplina f609 - Tópicos de ensino de física I

Coordenador: Prof. José J. Lunazzi

Orientador: Prof. Marcos César de Oliveira -  
Departamento de Física da Matéria Condensada

Aluno: Renato Cruz Neves, RA: 064083



# Relatório Final

## Agradecimentos:

Meu orientador, Marcos César de Oliveira, por ter sido paciente em diversos momentos do nosso experimento;

A importante ajuda no laboratório do prof. Costa;

Ao coordenador desta disciplina, José J. Lunazzi.

## **1) Resultados encontrados:**

Aqui, colocaremos a maioria dos resultados encontramos durante o experimento, incluindo algumas fotos, que estão essencialmente vinculadas com o texto próximo. Deixaremos claro aqui que há certas fotos que parecem que não há preenchimento total de grafite, isto é causado por reflexões da luz do ambiente, nos dando assim a impressão que há partes sem depósito de grafite.

Também vale lembrar que colocamos os resultados da base teórica. O método para as medições foi feito como encontrado na teoria, e também empregamos medições diferentes, pois este experimento foi suscetível a erros, que detalharemos na seção 2, por qual motivo dotamos de medições distintas.

Iniciando com a resistência, capacitor, indutor e circuito RLC, respectivamente.

### 1.1) Resistência:

Pela teoria, notamos que a resistência é proporcional ao comprimento  $L$  e inversamente proporcional a área (seção reta)  $A$  da figura desenhada no papel por meio do grafite. Desenharemos a figura, por exemplo, um retângulo, este que possuirá um comprimento  $L$  e uma área  $A$ , porém, esta área possui uma largura  $l$  e uma altura  $h$ , esta altura  $h$  é bem menor que a espessura de uma folha de papel branco comum. Verificaremos primeiro a relação de proporcionalidades entre  $L$  e  $A$  para a resistência  $R$  e posteriormente, calcularemos a altura  $h$  da fina camada de grafite sobre a folha.

Iremos medir as resistências criadas a partir de papel e grafite. Para medirmos estas, tomaremos o *ohmímetro* para o cálculo desta. Para a verificação do ohmímetro se este funciona corretamente e apresenta erro pequeno, tomamos uma resistência de  $470 \Omega$  e conseguimos medir pelo ohmímetro  $469 \Omega$ , como está na foto abaixo:



Também fizemos outras medições, tomando uma resistência de  $4,7 \Omega$  foi medido  $4,9 \Omega$ . E com uma resistência de  $840 \Omega$  foi medido  $829 \Omega$ .

Para notarmos as relações de proporcionalidades, a teoria nos fundamenta que a medida que diminuimos  $L$ , também diminuimos a resistência  $R$ , e a medida que aumenta a área  $A$  há uma diminuição da resistência  $R$ . Isso de fato é realmente verificado, pois observando as figuras abaixo notamos estas relações:





O valor que aparece no ohmímetro está na ordem de  $K\Omega$ . Observe que a medida que diminuimos o valor de  $L$ , também há o decréscimo da resistência  $R$ .

Note agora que, com a diminuição da área  $A$  há o aumento da resistência:



Observe que o crescimento para o maior comprimento  $L$ , há um valor registrado pelo ohmímetro muito maior do que da figura anterior, onde tínhamos uma largura maior. Ou seja, a área é inversamente proporcional a resistência (observe as medições posteriores).

Vamos agora calcular a resistividade  $\rho$  do nosso material (grafite).

Tomamos um grafite de lapiseira de  $0,07mm$ . Medimos sua resistência por meio do ohmímetro coletando vários dados que são mostrados abaixo:

$$R = (2,5; 2,3; 2,2; 2,6; 2,7; 2,4) \Omega.$$



Fazendo uma média dos valores acima obtemos que  $R(\text{média}) = 2,45 \Omega$ .

Agora, pela equação  $R = \rho \frac{L}{A}$ , temos que calcular as dimensões  $A$  e  $L$  do grafite, usando o paquímetro encontramos que:

$$A = \pi \cdot (0,35 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 = 3,85 \cdot 10^{-7} \text{ m} \quad \text{e} \quad L = 6 \text{ cm}$$

Isolando a resistividade  $\rho$  na equação  $R = \rho \frac{L}{A}$  temos o valor de  $\rho$  dado por:

$$\rho = 1,57 \cdot 10^{-5} \Omega \text{ m}$$

Com este valor de resistividade podemos então desenhar no papel as nossas resistências, medi-las e encontrar o valor da altura da pintura de grafite que será feita no papel. Este é um processo interessante, pois, notaremos depois que a altura é da ordem de nanômetros, ou seja, algumas moléculas de grafite.

Para uma pintura feita no papel, temos com a ajuda do ohmímetro o valor da sua resistência, e com a ajuda do paquímetro temos o comprimento  $L$  da resistência. Porém ao calcular a área (seção reta da figura desenhada, ou seja,  $h \cdot l$ ) temos que esta é facilmente calculada em  $l$ , porém a altura é extremamente pequena, impossível de ser medida pelo paquímetro. Logo, queremos determinar a altura, com esta altura, posteriormente poderemos por meio do papel e grafite e das medições deste, calcular a resistência (teoricamente) de qualquer figura. Vamos ao caso.

Tomamos quatro figuras distintas desenhadas no papel com grafite. Estão abaixo:

Resistência 1:

*Largura  $l = 0,4 \text{ cm}$ , comprimento  $L = 2 \text{ cm}$ .*



Os valores encontrados pelo ohmímetro são:

$$R = (60,6K; 61,30K; 56,80K; 70,60K; 69,3K; 68,5K; 62,80K; 69,41K; 67,60K; 64,9K) \Omega.$$

Tomando uma média destes valores temos  $R(\text{média}) = 65,18K \Omega$ .

Calculando a altura  $h$  do grafite em relação ao papel para a  $R(\text{média})$  dada acima temos que:

$$h = \frac{\rho L}{lR} = 1,2 \cdot 10^{-9} m = 1,2 nm.$$

Resistência 2:

Largura  $l = 0,4 \text{ cm}$ , comprimento  $L = 1,0 \text{ cm}$ .



Os valores encontrados pelo ohmímetro são:

$$R = (34,20K; 40,6K; 31,8K; 32,3K; 32,71K; 32,7K; 29,4K; 36,65K; 35,0K; 36,45K) \Omega.$$

Para este caso,  $R(\text{média}) = 34,18K\Omega$ . Calculando  $h$  para a  $p, L, l$  e  $R(\text{média})$  propostos temos que:

$$h = 1,14 \cdot 10^{-9} m = 1,14 nm.$$

Resistência 3:

Largura  $l = 0,1 \text{ cm}$ , comprimento  $L = 1,0 \text{ cm}$ .

$R = (89,4K; 80,7K; 84,87K; 92,30K; 94,8K; 91,15K; 90,0K; 89,7K; 96,7K; 95,8K) \Omega$ .

$R(\text{média}) = 90,5K \Omega$ . Logo o valor encontrado para a altura  $h$  é:  $h = 1,73 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 1,73 \text{ nm}$

Resistência 4:

Largura  $l = 0,1 \text{ cm}$ , comprimento  $L = 2 \text{ cm}$ .

$R = (165,0K; 174,6K; 167,8K; 167,8K; 156,9K; 175,0K; 170,94K; 168,66K; 167,01K; 170,02K) \Omega$ . Daí  $R(\text{média}) = 168,40K \Omega$ . E por fim:

$$h = 1,86 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 1,86 \text{ nm}$$

Portanto, encontramos que a altura do grafite em relação ao papel, ou seja, onde foi pintado no papel, é da ordem de nanômetros. Por fim, fazendo uma média destas medidas, vemos que  $h_{(\text{média})} = 1,48 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 1,48 \text{ nm}$ . Este valor será *utilizado* para todos os cálculos necessário neste experimento.

1.2) Capacitor:

Antes de começar a medir os capacitores feitos de papel e grafite, verificamos que o capacitômetro funciona corretamente. Para isto, tomamos um capacitor no laboratório e notamos que o capacitômetro mediu aproximadamente o valor teórico do capacitor. Portanto é válida a utilização deste capacitômetro.

Agora, iremos detalhar sobre como conseguimos encontrar o valor da medida da distância  $d$  entre as placas paralelas pintadas. Observe abaixo um capacitor de placas paralelas pintado com grafite em um papel branco:



Na figura acima, esquematizamos como será pintado um capacitor de placas paralelas. Temos nesta figura, uma parte tracejada (correspondente a figura de trás de folha) e a parte não tracejada, correspondente a parte da frente da folha, pintaremos todos os locais do retângulo formado por estas

(frente e verso da folha). Os bastões azul e vermelho representam os pinos do capacitímetro, usado para medir a capacitância.

Vamos ao cálculo da distância entre as placas do capacitor, temos em mente que como somente temos uma folha, esta distância entre as placas será extremamente pequena, talvez da ordem de micro-metros.

Fizemos o cálculo pra três distintos capacitores de placas paralelas, então:

Capacitor 1:

Observe a foto do capacitor, e a medição do capacitímetro:



Na foto acima, vemos que a pinça esquerda está em contato com a parte detrás da placa que está pintada atrás da folha.

$$\text{Área } A = (0,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}) = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Os valores encontrados para a capacitância são:

$C = (86,4 \text{ p}; 85,8; 87,9 \text{ p}; 86,6 \text{ p}; 80,1 \text{ p}; 80,9 \text{ p}; 84,9 \text{ p}; 80,7 \text{ p}; 85,6 \text{ p}; 82,5 \text{ p}) \text{ F}$ . Calculando a capacitância média, temos que  $C(\text{média}) = 84,1 \text{ pF}$ .

Isolando  $d$  na equação de capacitância para o nosso caso, temos:

$$d = 1,84 \cdot 10^{-5} \text{ m}.$$

Observamos já, que a distância entre as placas realmente é pequeno, duas ordens de grandeza menos que o milímetro.

Capacitor 2:

$$\text{Área } A = (0,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}) = 0,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

$$C = (50,4 \text{ p}; 47,0 \text{ p}; 48,90 \text{ p}; 47,19 \text{ p}; 49,20 \text{ p}; 48,5 \text{ p}; 49,5 \text{ p}; 47,4 \text{ p}; 50,15; 49,50 \text{ p}) \text{ F}.$$

$$C(\text{média}) = 48,70 \text{ pF}.$$



Daí, encontramos que:

$$d = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}.$$

Capacitor 3:

$$\text{Área } A = (1 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}) = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

$$C = (180,4 \text{ p}; 179,1 \text{ p}; 180,2 \text{ p}; 178,9 \text{ p}; 180,4 \text{ p}; 179,3 \text{ p}; 181,0 \text{ p}; 178,72 \text{ p}; 180,2 \text{ p}; 180,4 \text{ p}) \text{ F}.$$

$$\text{Encontramos então que } C(\text{média}) = 179,8 \text{ pF}.$$

Então:

$$d = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ m}.$$

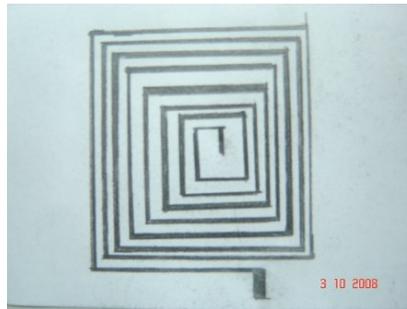
Vemos essencialmente que conseguimos calcular as distâncias entre as duas placas paralelas. Este que era nosso objetivo para um capacitor. Tomaremos a média dentre estes três como sendo  $d(\text{médio}) = 1,71 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ . Este valor era aproximadamente o esperado, pois notamos que uma folha de

papel tem uma espessura de aproximadamente menor que 1mm, encontramos um valor menor que este, ou seja, este valor é portanto válido.

Tomaremos o valor encontrado acima  $d(\text{médio})$ , como sendo o esperado para todos os cálculos do nosso experimento.

### 1.3) Indutor:

Para o caso do indutor, comentarei brevemente o que aconteceu para o cálculo de sua indutância. Inicialmente, tomamos o indutor abaixo para a medição da indutância:

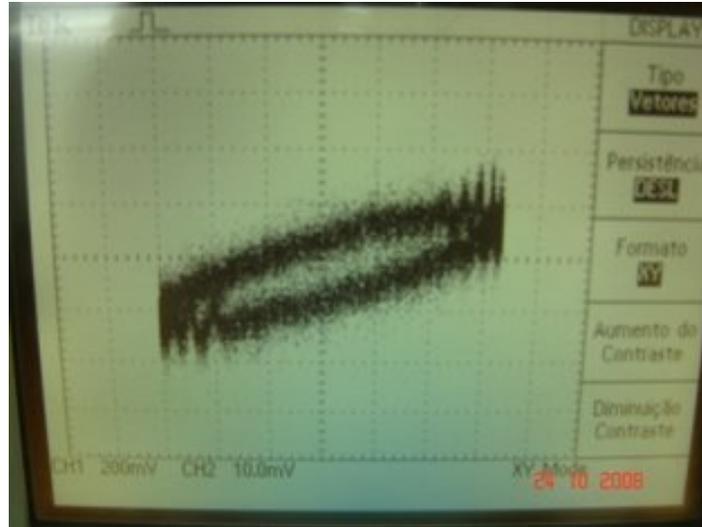


Notamos que, com a ajuda do instrumento capaz de medir indutância nos deu o valor de aproximadamente 400H, este um valor muito alto para um pequeno dispositivo apresentado acima, observe a foto:



Meu orientador sugeriu e montar um circuito RLC para o cálculo da indutância (para maiores detalhes, olhar seção 2.3). Mesmo assim, não obtivemos algo viável devido ao encontrarmos o limite

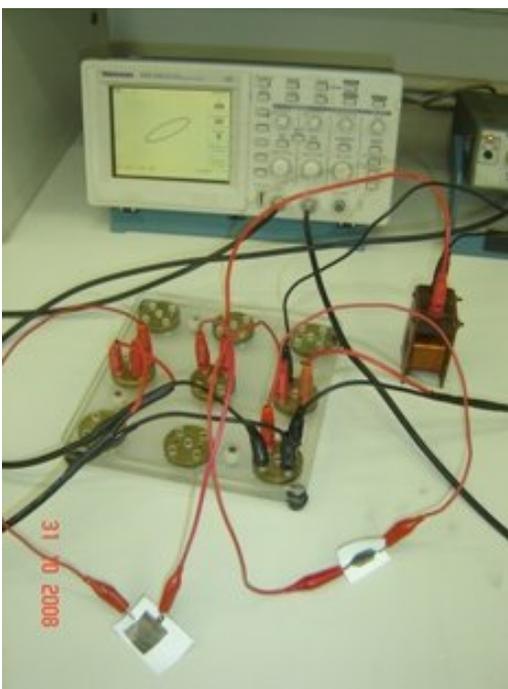
do gerador de áudio, que ao passo que a ressonância começa a torna-se próxima, chegamos ao limite do gerador, que é de  $2\text{Mhz}$ . Caso abaixo:



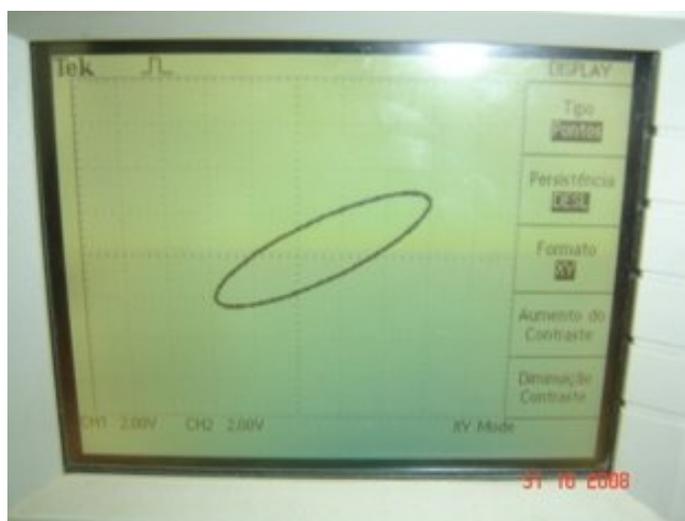
Utilizamos todos os recursos necessários, onde foi detalhado na seção 2.3. Por consequência, chegamos a conclusão que não é possível criar um indutor com grafite e papel que esteja ao nosso alcance para medi-lo.

#### 1.4) Circuito RLC

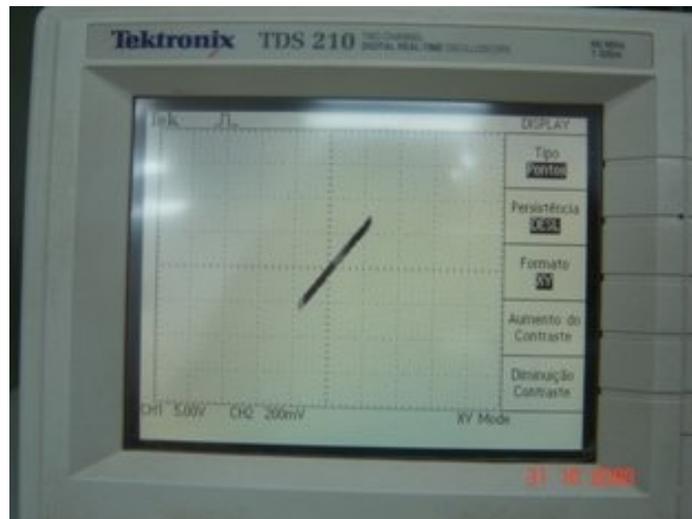
Montamos um circuito  $RLC$ , com a resistência e o capacitor feito por nós, tomamos um indutor comum de valor teórico de  $3,1\text{mH}$ , e qual valor experimental foi de  $3,67\text{mH}$  (método anterior utilizado para calcular a indutância de um indutor comum). Abaixo, encontra-se a foto do circuito  $RLC$  já em quase ressonância com uma frequência alta, mas que suportado pelo gerador:



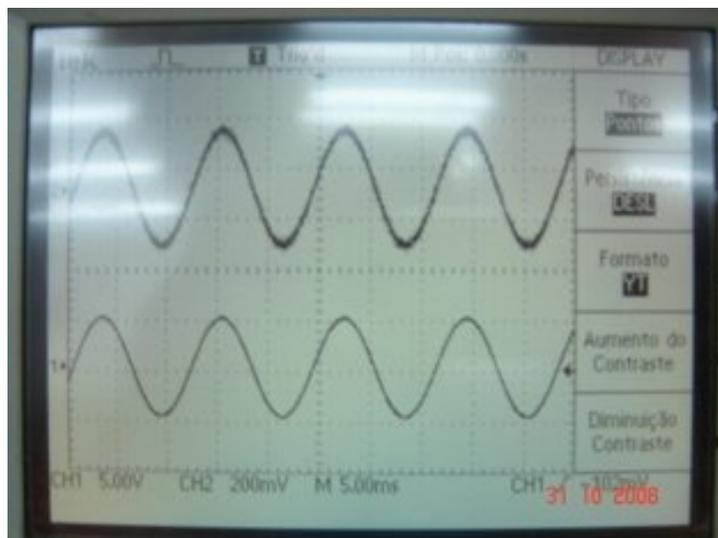
Visualizando-se pelo osciloscópio:



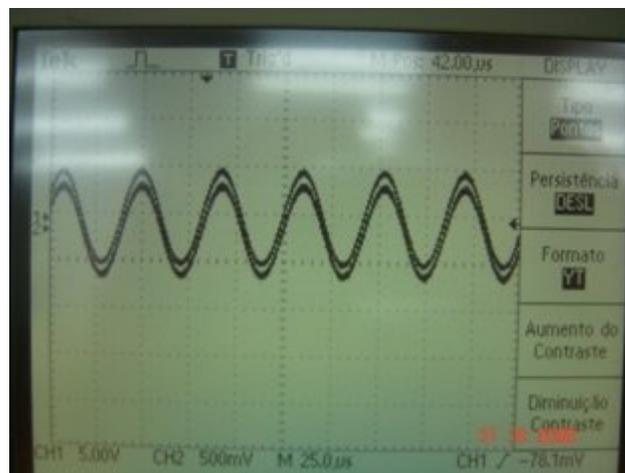
Aumentando a frequência, conseguimos a ressonância:



Em relação às ondas, nota-se que estão em fase:



Tomamos então, outro capacitor e um valor diferente de resistência, observe:



### 1.5) Transformador:

Como não obtivemos sucesso no cálculo da indutância, a questão do transformador não será realizada, pois um transformador é composto por dois indutores, e esses que em nosso caso, não se comportam segundo as principais propriedades de um indutor.

## 2) Erros, observações do experimento e dificuldade encontradas:

### 2.1) Para o resistor:

No início do experimento tomamos a resistência desenhada no papel, conforme ilustrada nas figuras, porém com uma largura do desenho maior que as pinças do ohmímetro. Notamos então que, a medição realizada pelo ohmímetro estava um pouco fora de acordo com o que esperávamos, pois não estava em acordo com as proporcionalidades de comprimento  $L$ , e área  $A$ . Meu orientador disse que um provável erro era que como as pinças do ohmímetro não tomavam toda a largura  $l$  do resistor, ocorria por meio de um modo caótico, resistência em séries e/ou paralelas, o qual não poderíamos identificar quantitativamente. Logo, posteriormente ao erro identificado, foi realizada novamente todas as medições, que são apresentadas neste experimento. Tomamos cuidados para que o resistor estivesse de tal forma que toda a pinça do ohmímetro tomasse por completo a largura do resistor de grafite e assim não ocorresse novamente o erro descrito aqui.

Para o caso da resistência, encontramos valores próximos da altura  $h$  do depósito de grafite sobre o papel, porém com certos valores aproximados, mesmo com estes erros vale a aproximação. Notamos também que as relação de  $L$  e  $A$  influenciam o valor da resistência  $R$ .

### 2.2) Para o capacitor:

Inicialmente tomamos os capacitores maiores do que os apresentados neste experimento, notamos que a variação dos dados coletados era grande, mas mesmo assim os valores eram bons. Porém, para uma maior acuracidade dos dados, fizemos novamente todas as medições em relação a capacitâncias e encontramos dados mais confiáveis, como os colocados neste experimento. Observamos que a distância entre as placas ficaram com valores bem próximos para os três capacitores analisados, evidenciando assim que os dados coletados foram bons.

### 2.3) Para o indutor:

A medição da indutância foi a que nos trouxe o maior problema, pelo fato que narraremos abaixo.

De início, tomamos um indutor e medimos sua indutância pelo instrumento que a mede. O mesmo instrumento usado para o cálculo de capacitância também mede indutância, tomando os devidos cuidados. Medimos a indutância de um indutor pequeno, como abaixo (claro que mais fixo):



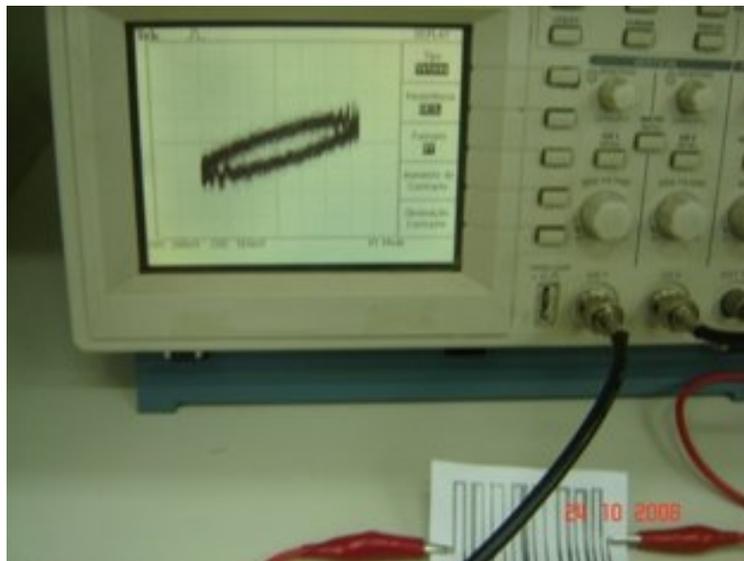
Observe que a medida da indutância é muito alta, dos valores de 200H. Este valor é completamente inacessível para um indutor como desenhado de grafite e de pequenas proporções. Esperaríamos uma indutância muito pequena, talvez da ordem de picometro. Logo, fomos forçados a pensar o porquê disto estar acontecendo.

Meu orientador comunicou que um possível erro era por causa do indutor ser feito de grafite (ter resistência alta) e a parte interna do instrumento de medição ser feito de cobre (resistência baixa). Causando assim uma leitura de dados incorretos dos indutores, devido principalmente a composição da indutância medida e do medidor apresentados.

Novamente tomamos outro método para o cálculo da indutância, como descrito na teoria apresentada na seção 3.3. Porém notamos que a medida que aumentamos a frequência do circuito  $RLC$ , para então conseguirmos o cálculo de  $L$  através da associação de equivalência entre reatância indutiva e reatância capacitiva dada por:

$$L = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 C}$$

Esta equação nos daria o valor aproximado da indutância  $L$  do nosso indutor de grafite e papel. Porém, a medida que estamos quase para encontrarmos a frequência de ressonância  $f_0$  o gerador de áudio chega ao limite de emissão de frequências, ou seja, o gerador de áudio limita-se ao máximo de emissão em  $2\text{Mhz}$ . Vemos na figura abaixo quando estamos em aproximadamente  $2\text{Mhz}$  a figura de Lissajour está quase entrando em ressonância (formando uma reta), mas este não forma uma reta, devido a frequência do gerador estar no limite de  $2\text{Mhz}$ . Nota-se que precisaríamos de uma frequência mais alta para o cálculo da indutância  $L$ . Deixo claro aqui que também variei a capacitância  $C$ , para podermos alterar a frequência, mas mesmo assim o gerador de áudio entra no seu limite.



O indutor acima é diferente do qual pretendíamos na teoria, porém continua sendo um composto pelas propriedades intrínsecas de indutor.

Após a tentativa de medição descrita acima, fomos forçados a tentar outro método para o cálculo da indutância. Então, utilizamos um circuito  $LC$  ( $C$  conhecido), tentamos calcular a indutância  $L$  através do coeficiente angular da reta plotada em um gráfico  $\text{tg}\phi$  vs  $L$  ( $\phi$  é a diferença de fase entre a onda do indutor e do capacitor) onde o coeficiente angular estaria em função da frequência de ressonância. Mas outro imprevisto aconteceu, quando começamos a formar uma onda para o cálculo da diferença de fase, a frequência emitida pelo gerador de áudio novamente chega ao seu limite de  $2\text{Mhz}$ . Tivemos então que pensar em outro método.

Decidimos então, fazermos um indutor bem grande, tamanho de uma folha A4.



Após a introdução deste indutor no circuito  $RLC$ , tentamos encontrar a frequência de ressonância do circuito, mais uma vez não deu certo. Porém, ao se medir a corrente que estava passando no indutor, esta era extremamente pequena, isto nos leva a crer que a resistência do indutor é muito alta da ordem de  $10M \Omega$ , o que rapidamente foi constatada praticamente nula para a corrente que o atravessava. Nosso indutor grande, com uma grande resistência nos levou a colocar uma resistência baixa em paralelo, para assim diminuir a resistência equivalente entre indutor e resistência. Mesmo assim não obtivemos sucesso, pois com a resistência em série, alteraríamos a formato do circuito  $RLC$  em série, e por consequência não conseguiríamos calcular a ressonância do circuito. Foi o que aconteceu na prática.

Ficamos então com um indutor que pode provocar a ressonância do circuito  $RLC$ , porém como sua resistência é muito alta, precisamos de frequência muito alta, acima do limite do gerador. Também, associado a tudo isto, temos que a impedância do gerador oscila para os casos que tomamos o extremo da escala de frequência do gerador.

Após eu e meu orientador conversarmos sobre esta questão, deixamos implícito de que um indutor feito de papel e grafite (como descrito neste experimento) nos proporciona erros, que são dados resumidamente por: se criarmos um indutor com grande indutância, teremos uma resistência muito alta. Por consequência, uma corrente extremamente baixa, e portanto, a não comprovação do valor experimental da indutância e ressonância do circuito  $RLC$  (devido ao indutor).

Por fim, concluímos que a indutância com grafite e papel não é algo viável experimentalmente por meio das nossas medições apresentadas.

Uma das idéias que seria necessária para contornarmos esta situação são tais que:

-gerador de áudio com emissões de frequências mais altas;

-utilizarmos algum circuito de tal forma que abaixamos a frequência de ressonância e assim poderíamos calcular a indutância e frequência de ressonância do circuito, o qual era nosso objetivo.

#### 2.4) Circuito *RLC*:

Mesmo com os erros apresentados na seção anterior, fizemos um circuito *RLC* com todos os componentes feitos de grafite e papel. Novamente isto não foi viável, devido à pequena indutância e capacitância apresentadas nos nossos resultados (e também do gerador de áudio). Com isto em mente, eu e meu orientador resolvemos criar um circuito em que tomamos um indutor real (solenóide) e a resistência e o capacitor feito por nós. Vemos que isto nos trouxe resultados experimentais de acordo com o que esperávamos para a ressonância do circuito *RLC*, ou seja, o nosso capacitor e a resistência realmente são válidos.

#### 2.5) Transformador:

Tínhamos em mente fazer um indutor de um lado da folha, com uma indutância maior, este que colocaríamos uma diferença de potencial  $V$ . E do outro lado da folha, fazer um indutor, com uma indutância menor. Mediríamos que a voltagem cairia para o segundo indutor. Comprovando assim a eficácia do nosso transformador. Porém, não houve possibilidade para a realização deste, devido ao indutor praticamente não passar corrente, e além disso, ter indutância extremamente baixa.

#### 2.5) Discussão geral:

Em geral, nosso experimento conteve certos erros que não esperávamos acolher durante a realização. Um dos fatos que nos trouxe maiores complicações foi o caso da resistência não ser inversamente proporcional a área.

O capacitor não nos trouxe grandes problemas.

No caso do indutor, este que foi evidenciado acima, nos tomou um bom tempo para as suas medições e o seu entendimento em relação à impedância do gerador de áudio, seu limite de frequências e a grande resistência do grafite para o caso do indutor.

Nota-se que os principais erros obtidos e observações realizadas no experimento até são:

- i) Um fato importante a comentar é a medição da resistividade por meio do grafite. Para este, tomamos um grafite em um estado sólido, e o cálculo das resistências são realizadas por meio do grafite depositado sobre o papel. Meu orientador relatou que há variação da medição da resistividade do grafite sólido e do filme de grafite depositado sobre o papel. Estes dois valores são distintos, porém próximo, no qual podemos adotar como verdadeiro o cálculo da resistividade para todo o experimento;
- ii) Há variação de depósito de grafite no papel, de fato é extremamente difícil que haja depósito de grafite em todos os lugares do papel de um modo, digamos, ideal. Por isso, na própria medição, há variação entre uma medida e outra, e também como tomamos estas medições por meio dos pinos, pinças, entre outros.
- iii) As medidas geométricas (com o paquímetro) são acopladas à erros e também em relação a pintura, pois moléculas de grafites são pequenas;
- iv) A forma como pintamos no papel, dependendo da pressão sobre o papel por meio do grafite causa uma deformação no próprio papel (espessura), este que está relacionada com a distância  $d$  entre as placas, causando assim a diferença de ordem para o cálculo da distância;
- v) Para o caso da resistência, precisamos de um contato com toda a lateral em relação às pinças do ohmímetro com a resistência no papel. Às vezes, o contato não se acopla corretamente e causa oscilações de resistência captadas pelo ohmímetro;
- vi) A própria medição da capacitância por meio do capacitmetro, e da resistência por meio do ohmímetro fica em oscilação, devido aos erros apresentados acima;
- vii) Todo cálculo medido, seja pelo capacitmetro ou pelo ohmímetro, foi feito sempre com os primeiros dados apresentados por meio destes. Pois é notada uma variação com a temperatura do resistor, do capacitor (neste caso, extremamente pequena) e também do indutor (pela sua alta resistência), a medida que deixamos os instrumentos em medições, entre outros fatores;
- viii) Todos os valores encontrados até então, contém erros, seja por eles, geométricos e/ou instrumentais, ou de outras grandezas.

Podemos declarar que é extremamente sutil o método de precisão para os valores medidos, deixaremos claro aqui que por perfeição nossa conseguimos alcançar valores aproximados correspondendo aos valores teóricos. A grande dificuldade é em conseguir que os instrumentos leiam os depósitos de grafite, originando assim, valores talvez desconhecidos de capacitâncias, resistências e

indutâncias. Portanto, devemos um cuidado extremo para que não haja enganos durante o nosso experimento, motivo este que foi tomado um bom tempo com os componentes do circuito *RLC*.

Um parêntese aqui é que poderíamos também ter feito o circuito integrador ou diferenciador, ou mais, termos feito um filtro passa baixo ou alto com as medições conseguidas até o momento. Porém, devido a extrema dificuldade com o manuseio do indutor, não obtivemos sucesso para as consequências destas medições.

### 3) **Teoria:**

Introduziremos nesta seção, a teoria e somente esta apresentada nos resultados, como descrito para este relatório final.

#### 3.1) Resistência $R$ e resistividade $\rho$ :

Quando aplicamos a mesma diferença de potencial às extremidades de barras de mesmas dimensões feitas de cobre, grafite ou vidro, os resultados são muito diferentes. A característica do material que determina esta diferença é a resistência elétrica. Medimos a resistência elétrica entre dois pontos de um condutor aplicando uma diferença de potencial  $V$  entre esses pontos e medindo a corrente  $i$  resultante. A resistência  $R$  é dada por:

$$R = \frac{V}{i} \quad (\text{definição de resistência})$$

A unidade de resistência é *volt por ampère*. Esta combinação ocorre com tanta frequência que tem uma unidade especial, o *ohm* ( $\Omega$ ) é usada para representá-la. Assim,

$$1 \text{ ohm} = 1 \Omega = 1 \text{ volt por ampère} = 1 \frac{V}{A}$$

Um condutor cuja função é introduzir certa resistência é chamado de resistor. Quando isolamos  $i$  na equação de definição de  $R$ , vemos que o próprio nome resistência é adequado.

Abaixo estão alguns resistores elétricos:



Observe que existem diferentes tipos de resistores e há resistores que possuem faixas coloridas que indicam o valor da resistência por meio de um código.

Concentrando nossa atenção não na diferença de potencial  $V$  entre as extremidades do resistor, mas no campo elétrico  $\vec{E}$  que existe em um ponto de um material resistivo. Em vez de ligar com a corrente  $i$  no resistor, lidamos com a densidade de corrente  $\vec{J}$  no ponto em questão. Em vez da resistência  $R$  de um dispositivo, falamos da resistividade  $\rho$  de um material qualquer:

$$\rho = (\text{definição de } \rho)$$

Combinando as unidades de  $E$  e  $J$  no Sistema Internacional, obtemos que para a unidade de  $\rho$  será dada por

$$\frac{E}{J} = \frac{V/m}{A/m^2} = (V/A)m = \Omega m$$

A tabela abaixo mostra a resistividade  $\rho$  de alguns materiais:

Tabela de Resistividade e Coeficiente de Variação da Resistividade com a Temperatura (20°C)

Material	Resistividade $\rho$ [ $10^{-8} \Omega \cdot m$ ]	Coef. Temper. $\alpha$ [ $^{\circ}C^{-1}$ ]
Prata	1,6	0,0038
Cobre	1,7	0,0040
Ouro	2,4	0,0039
Alumínio	2,8	0,0039
Tungstênio	5,6	0,0048
Zinco	5,9	0,0038
Bronze	6,7	0,0020
Latão	8,0	0,0015
Níquel	8,7	0,0047
Platina	10,8	0,0049
Estanho	11,5	0,0042
Ferro	12,0	0,0050
Constantan (60%Cu, 40%Ni)	50,0	0,00023
Merúrio	96,0	0,0009
Nicromo (15-25%Cr, 15-60%Ni)	110,0	0,00017
Carvão	1500	-
Água	2500	-
Grafite	4000 a 8000	-2 a $-8 \cdot 10^{-4}$
Vidro	$10^{10}$ a $10^{13}$	-
Porcelana	$3 \cdot 10^{12}$	-
Mica	$10^{13}$ a $10^{15}$	-
Baquelite	$2 \cdot 10^{14}$	-
Borracha	$10^{15}$ a $10^{16}$	-
Âmbar	$10^{16}$ a $10^{17}$	-

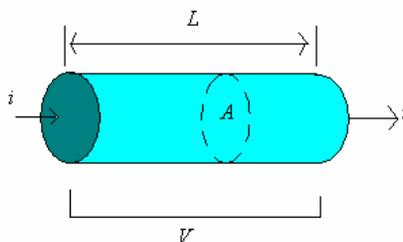
Observe na tabela que também podemos falar de condutividade  $\sigma$  de um material, que é simplesmente o recíproco da resistividade:

$$\sigma = 1/\rho$$

A unidade de condutividade no SI é  $(\Omega m)^{-1}$ .

Lembramos, que a *resistência* é uma propriedade de um dispositivo, a *resistividade* é uma propriedade do material.

Quando conhecemos a resistividade de um material, como o grafite, por exemplo, não é difícil calcular a resistência de um fio feito deste material. Seja  $A$  a área da seção reta,  $L$  o comprimento e  $V$  a diferença de potencial entre as extremidades do fio, conforme a figura abaixo:



Se as linhas de corrente que representam a densidade de corrente forem uniformes ao longo de toda a seção reta, o campo elétrico e a densidade de corrente serão iguais em todo os pontos do fio e, de acordo com as equações dadas até agora teremos:

$$E = V/L \quad e \quad J = i/A$$

E combinando estas equações temos que:

$$p = E/J = (V/L)/(i/A) \text{ portanto:}$$

$$\mathbf{R = pL/A}$$

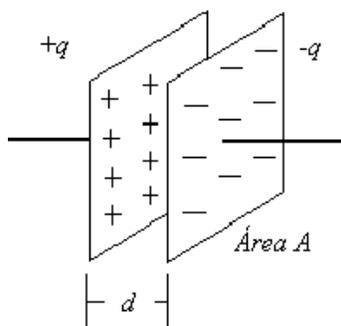
Esta equação nos dá o valor da resistência  $R$  por meio de  $p$ ,  $L$  e  $A$ .

Para o nosso caso do grafite no papel, precisaremos encontrar  $L$  através do paquímetro,  $p$  por algum método utilizado e a área  $A$ , para então encontrar a resistência  $R$ . Porém para o caso da área  $A$ , esta que é a área da seção reta, e como pintaremos as resistências no papel, a área  $A$  será dada por  $A = h.l$ , sendo  $l$  a largura do desenho e  $h$  a altura da pintura em relação ao papel. Notamos antecipadamente que a altura do grafite que será depositado no papel é um comprimento muito pequeno, podendo até ser da ordem de nanômetros. Neste caso, não há modo de calcular com o paquímetro ou o micrômetro, logo utilizaremos o ohmímetro para calcular a resistência  $R$ , o paquímetro para calcular  $L, l$  e a resistividade  $p$  será indeterminada. Falta encontrar a resistividade  $p$  para finalmente encontrar a altura  $h$  do grafite depositado no papel.

Para encontrarmos o valor de  $p$ , tomamos um grafite de lapiseira onde conhecemos exatamente seus valores de  $A$ ,  $L$  e  $R$ (por meio do ohmímetro). Daí isolando  $p$  na equação de resistência, podemos encontrá-lo. Este será o método utilizado para encontrarmos a resistividade neste experimento.

### 3.2) Capacitor e capacitância:

Os elementos básicos de *qualquer* capacitor são: dois condutores isolados entre si. Seja qual for a forma destes condutores, eles recebem o nome de placas. A figura abaixo ilustra um capacitor de placas paralelas, formado por duas placas paralelas condutoras de área  $A$  separadas por uma distância  $d$ . Vamos supor que o interior do capacitor não existe nenhum material.



Quando um capacitor está carregado, suas placas contêm cargas de mesmo valor absoluto e sinais opostos,  $-q$  e  $+q$ . A carga  $q$  e a diferença de potencial  $V$  de um capacitor são proporcionais, ou seja,

$$q = CV$$

A constante de proporcionalidade  $C$  é chamada de capacitância do capacitor, seu valor depende de geometria das placas, mas não da carga ou da diferença de potencial. A capacitância é uma medida da quantidade de carga que precisa ser acumulada nas placas para produzir certa diferença de potencial entre elas. Quanto maior a capacitância, maior a carga necessária.

A unidade para a equação acima no SI é o *coulomb* por *volt*. Esta unidade recebe o nome de *farad* ( $F$ ). Como vemos, a unidade *farad* é muito grande. Submúltiplos deste, como o microfarad e o picofarad são unidades muito mais convenientes na prática.

Vamos agora discutir o cálculo da capacitância de um capacitor a partir da sua geometria. Como será utilizada somente uma geometria neste experimento, a de placas retangulares paralelas, supomos que as placas do capacitor estão carregadas com uma carga  $q$ . Calcularemos então o campo elétrico  $\vec{E}$  entre as placas em função da carga, usando *Lei de Gauss*. E partir de  $\vec{E}$ , calcularemos a diferença de potencial  $V$  entre as placas e finalmente conseguiremos o valor da capacitância  $C$ .

Como, já foi evidenciado que só trataremos de capacitores com placas paralelas, vamos encontrar então a equação que descreve o comportamento da capacitância  $C$  para geometria, conforme o desenho acima.

Para relacionar o campo elétrico  $\vec{E}$  entre as placas de um capacitor à carga  $q$  de uma das placas, usamos a *Lei de Gauss*:

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$$

Onde  $\epsilon_0$  é a *constante de permissividade do vácuo* e vale  $8,85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$ , e  $q$  é a carga envolvida por uma superfície gaussiana  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$  é o fluxo elétrico que atravessa a superfícies. Neste

caso, vamos examinar a superfícies gaussianas será tal que, sempre ouve um fluxo,  $\vec{E}$  terá um módulo constante  $E$  e os vetores  $\vec{E}$  e  $d\vec{A}$  serão paralelos. Neste caso nos reduz a:

$$q = \epsilon_0 EA$$

Onde  $A$  é a área da parte da superfície gaussiana através da qual existe um fluxo.

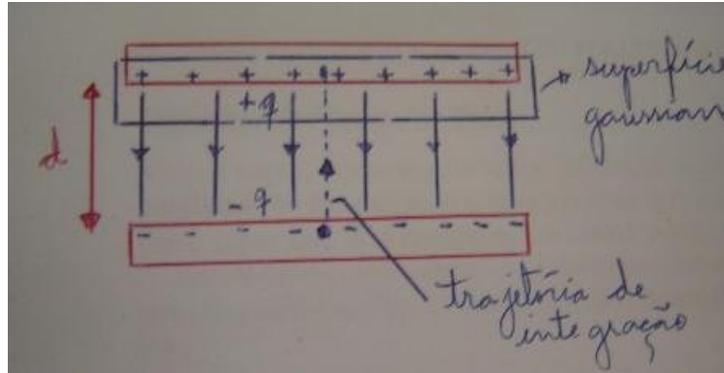
Para o cálculo da diferença de potencial  $V$  entre as placas de um capacitor estará relacionada com o campo  $\vec{E}$  por meio da equação:

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Onde a integral deve ser calculada ao longo de uma trajetória que começa em uma das placas e termina na outra. Vamos escolher sempre a trajetória que coincida com o campo elétrico (olhar figura abaixo). Para esta relação  $\vec{E} \cdot d\vec{s}$  têm sentidos opostos, logo é igual a  $-E \cdot ds$ . Tomando  $V_f - V_i = V$  a equação se torna:

$$V = \int_-^+ E \cdot ds$$

Onde os sinais  $-$  e  $+$  indicam que a trajetória de integração começa na placa negativa e termina na placa positiva. Observe a figura abaixo.



Com esta introdução, poderemos então encontrar uma equação que seja válida para capacitores de placas paralelas, o nosso caso neste experimento. Então a partir da *Lei de Gauss* podemos escrever que:

$$q = \epsilon_0 EA$$

Onde  $A$  é a área da placa, e calculando o potencial  $V$  temos:

$$V = \int_-^+ E \cdot ds = E \int_0^d ds = Ed$$

Como sabemos que  $q = CV$  substituindo os dados temos finalmente que a capacitância de um capacitor de placas paralelas é dada pelas grandezas geométricas:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (\text{Capacitor de placas paralelas})$$

Observe que  $C$  é diretamente proporcional a área e inversamente proporcional a distância entre as placas.

Em nosso caso, pintaremos um lado do papel e do outro lado também, este desenho se comporta como uma placa, uma de cada lado do papel, e há algo entre as placas neste caso, o papel. O papel é um dielétrico do capacitor. O cientista inglês Michael Faraday, o principal responsável pelo conceito de capacitância (a unidade de capacitância no SI recebeu nome de *farad* em sua homenagem), foi o primeiro a investigar o assunto em 1837. Faraday constatou que ao inserirmos algo entre as placas, notou que a capacitância esta multiplicada por um fator  $k$ , que chamou de *constante dielétrica* do material isolante. A tabela abaixo mostra alguns materiais dielétricos e suas constantes dielétricas do material isolante.

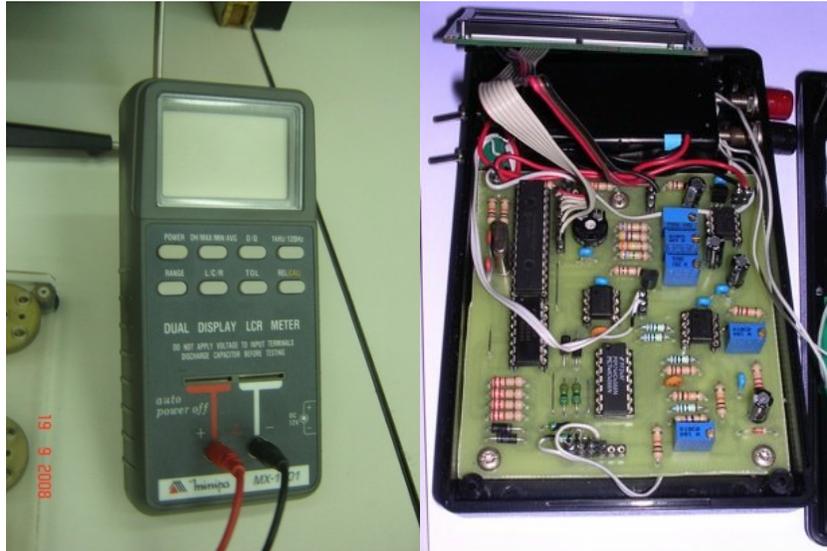
Material	Constante dielétrica k
Ar (1 atm)	1,00054
Papel	3,5
Porcelana	6,5
Silício	12
Etanol	25
Água (20°C)	80,4
Vácuo	1

Notamos que para o papel, a constante dielétrica vale  $k = 3,5$ . Tomamos este valor como sendo verdadeiro para este experimento, pois em toda as tabelas de constantes dielétricas para o papel, sempre encontramos em torno de 3 a 4.

Faraday descobriu que, no caso do dielétrico preenchendo totalmente o espaço entre as placas, a equação da capacitância é simplesmente multiplicada pela constante dielétrica, ou seja, em nosso caso teremos:

$$C = k \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

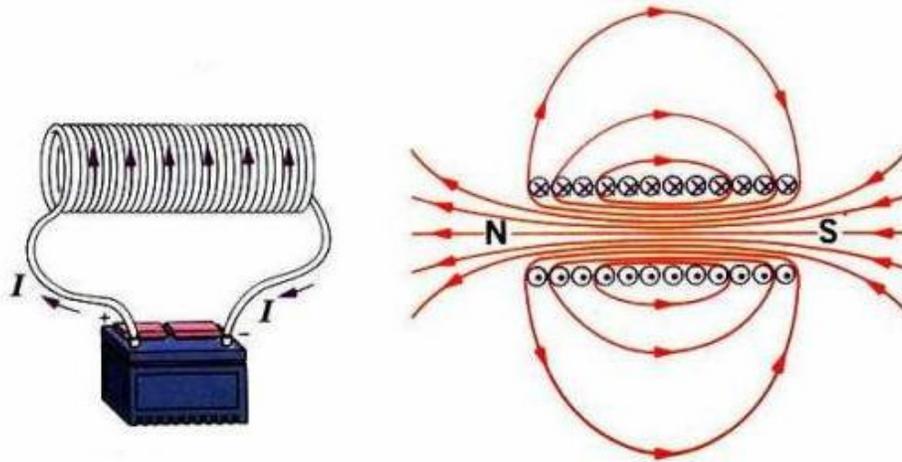
Agora como sabemos a equação que descreve o comportamento da capacitância, podemos então isolar a distância  $d$  entre as placas, e sabendo o valor da área  $A$ , constante dielétrica  $k = 3,5$  e da capacitância  $C$  (medida através de um capacitômetro, instrumento que mede capacitância, vide figura abaixo) poderemos então calcular a distância que separa as duas placas, ou seja, a largura da folha aproximadamente.



Acima está um capacitômetro visto de frente, e a segunda foto está um capacitômetro com visualização de seu interior.

### 3.3) Indutor e indutância:

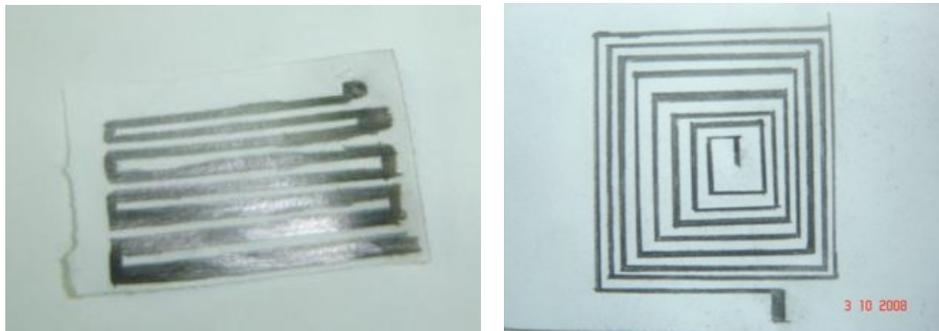
Há particularmente, diversas formas de se formar um indutor. Este é basicamente formado por fios condutores tais que em algum lugar cria-se um campo magnético por meio da passagem da corrente por este fio. Em nosso caso este fio será o grafite no papel desenhado no plano ou em um formato de solenóide, que descreveremos melhor a seguir. Um indutor comum é um solenóide, abaixo está uma figura:



Particularmente, faremos um indutor conforme a figura a seguir:



Trabalharemos particularmente com o indutor acima (solenóide), onde seu campo magnético está direcionado no interior do nosso indutor. Pois este é que mais se assemelha com um solenóide comum. Mas também podemos criar outros formatos de indutores, como o desenhado abaixo com grafite e papel:

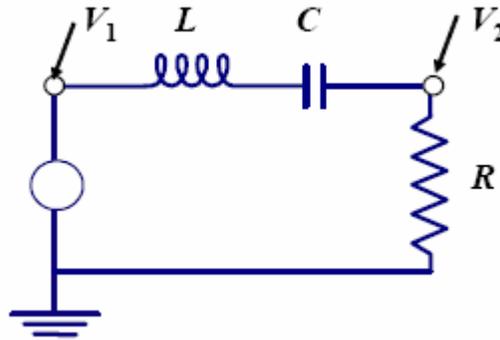


Deixamos claro que a nossa indutância será pequena, talvez da ordem de picometros, devido ao fato de nosso indutor ser proporcional ao tamanho de uma folha A4.

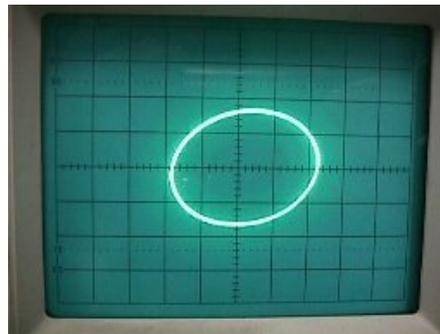
Introduziremos aqui, a teoria na qual conseguimos calcular a indutância  $L$ , dos nossos indutores.

Devido aos inúmeros casos de tentativas realizadas para o cálculo de  $L$ , colocaremos aqui a teoria da tentativa correta para encontrar o valor da indutância por meio das figuras de Lissajours, o método encontra-se abaixo.

Montamos um circuito  $RLC$  ( $R$  e  $C$  conhecidos), colocando um canal do osciloscópio no gerador de áudio (onda senoidal)  $V_1$  e outro canal na resistência  $V_2$ . Conforme o circuito abaixo:



Colocamos o osciloscópio de forma que X-Y, e com o aumento da frequência do gerador de áudio observa-se uma elipse se formando (figura abaixo):



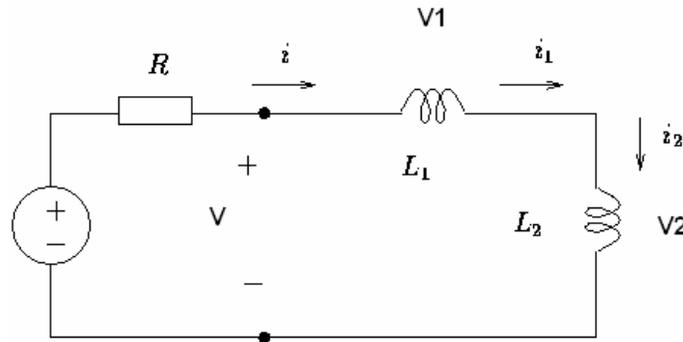
Neste caso, temos que a frequência ainda não é a frequência de ressonância do circuito  $RLC$ . Só conseguiremos a frequência de ressonância quando a elipse começar a formar uma reta aproximada por  $y = x$ . Quando encontrarmos esta reta, voltamos aos canais 1 e/ou 2 do osciloscópio e notaremos que as ondas dos dois canais terão a mesma fase, ou seja, as ondas estarão em ressonância.

Quando estas ondas estão em ressonância dizemos que a reatância capacitiva e a reatância indutiva são iguais, ou seja:

$$X_L = X_C \mapsto 2\pi f_0 L = \frac{1}{2\pi f_0 C}, \text{ portanto: } L = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 C}$$

Onde  $f_0$  é a frequência de ressonância do circuito. Então, conseguiremos calcular o valor da indutância  $L$ . Este é o método utilizado neste experimento no qual obtivemos êxito, pois anteriormente, tomamos vários métodos para o cálculo da indutância, este que continha alguma forma de erro associado.

Mas agora, voltamos ao fato que o gerador de áudio é limitado em  $2\text{Mhz}$ . Logo, como evidenciado anteriormente, para driblar este fato, colocamos um indutor conhecido e nosso indutor de grafite em série, pois de dois indutores em podemos encontrar a relação e então calcular a indutância normalmente (a frequência de ressonância não será tão alta), logo, a figura com dois indutores em série está abaixo:



Pela *Lei de Kirchhoff* e Regra dos Nós, temos que:

$$i_1 = i_2 = i \text{ e } V = V1 + V2$$

Pela equação de bipolos temos:

$$V = L_1 \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} = (L_1 + L_2) \frac{di}{dt} = L_{eq} \frac{di}{dt}$$

Sob o ponto de vista do resto do circuito, a associação série dos indutores pode ser substituída por um indutor equivalente. A indutância resultante de uma associação série de indutores lineares é a soma das indutâncias dos componentes.

Utilizaremos o método acima, visto que o limite de gerador de áudio não suporta frequências acima de  $2\text{Mhz}$ .

O método resumidamente será: mediremos um indutor real pela teoria acima, e acoplado um indutor de grafite em série a este, calcularemos sua indutância equivalente, posteriormente teremos em mão sua indutância.

Não utilizamos os indutores em paralelo, pois assim, teríamos uma indutância equivalente menor do que a menor das indutâncias (neste caso a do indutor criado por nós).

### 3.4) Circuito RLC.

Para o estudo de circuito *RLC*, será medida sua frequência de ressonância  $f_0$  pelo mesmo método utilizado no item 3.3. Somente claro, uma modificação será feita, trocaremos todos os

componente pelos formados de grafite e papel estudados até então, exceto o indutor, pelo qual o motivo já foi discutido.

Meu orientador, o Prof. Marcos César de Oliveira concorda com os termos aqui estabelecidos para o projeto e declara que poderá dispor de todos os elementos necessários a menos de exceções indicadas abaixo:

Exceções: Não há.

Sigilo: Não solicita.

Meu orientador, o professor Marcos César de Oliveira concorda com o expressado neste relatório final e deu a seguinte opinião:

O relatório expõe os resultados finais do aluno. A meu ver os objetivos iniciais foram obtidos com sucesso. A dificuldade de implementar filmes uniformes de grafite impõe uma severa restrição aos procedimentos e estimativas realizadas. Observe que foram obtidas por intermédio de relações de capacitância e resistividade, medidas indiretas aproximadas da espessura de uma folha de papel e da espessura do filme de grafite depositado, respectivamente. Foi ainda implementado um circuito RLC série com elementos de grafite apenas. No entanto a baixa indutância neste caso impediu uma apreciação melhor da ressonância. Assim decidiu-se empregar um indutor comercial para fins de demonstração. Acredito que o grande objetivo de implementar um experimento interessante que pudesse ser exposto a estudantes do segundo e terceiro grau foi obtido plenamente.

#### 4) Bibliografia e referência:

[1] <http://www.mspc.eng.br/elettrn/cap110.shtml> o que encontra-se nesta página é:

Capacitor básico e capacitância:

O capacitor mais simples e mais fácil de estudar, que será denominado **capacitor básico**, é dado na Figura 01: duas placas metálicas retangulares planas e paralelas, de espessura desprezível, de dimensões  $a$  e  $b$ , separadas de uma distância  $d$ .

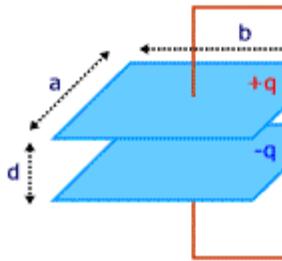


Fig 01

A igualdade fundamental do capacitor (para qualquer forma geométrica. Não somente o básico mencionado) é a proporcionalidade entre a carga elétrica armazenada  $q$  e a tensão aplicada  $v$ :

$$q = CV$$

A constante de proporcionalidade  $C$  é denominada **capacitância** do capacitor. No Sistema Internacional, a unidade de carga elétrica é o coulomb (C) e a de tensão elétrica o volt (V).

Portanto, a unidade de capacitância é o coulomb por volt (C/V), que é denominada **farad** (F). O farad é uma unidade muito grande para a maioria dos valores usuais e quase sempre são usados os submúltiplos microfarad ( $\mu\text{F}$ ), nanofarad (nF) e picofarad (pF). Pode ser demonstrado que a energia armazenada no capacitor é dada por:

$$W = (1/2) C V^2, \text{ onde } W \text{ é a energia em joules.}$$

De acordo com fórmulas da eletricidade, para o capacitor básico da Figura 01 e **no vácuo**, a capacitância é dada por:

$$C = \epsilon_0 \frac{a b}{d}$$

Onde  $\epsilon_0$  é a **constante de permissividade** (ou **constante elétrica**) do vácuo e os demais fatores conforme figura.

Desde que  $\epsilon_0$  é uma constante, a capacitância depende apenas das dimensões geométricas, isto é, da área das placas (produto  $a \cdot b$ ) e da distância  $d$  entre elas.

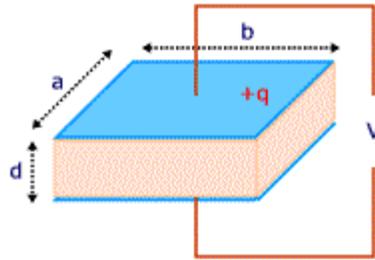


Fig 02

No lugar do vácuo, um material isolante elétrico pode preencher o espaço entre placas conforme Figura 02. No caso de capacitores, esse material é denominado **dielétrico**. O físico Michael Faraday verificou que a capacitância aumenta e, para o capacitor básico, é dada por:

$$C = \epsilon_0 \frac{a \cdot b}{d}$$

Ou seja, é a igualdade anterior multiplicada por um fator  $k$ . Foi verificado na prática que o fator  $k$  *não depende* da forma geométrica do capacitor. É uma propriedade do material isolante e é denominada **constante dielétrica** do mesmo. É evidente que, para o vácuo,  $k = 1$ .

Assim, para um capacitor genérico, a capacitância pode ser resumida pela igualdade:

$$C = k \cdot \epsilon_0 \cdot X$$

Onde  $X$  é uma grandeza com dimensão de comprimento e depende da geometria do capacitor (no caso de placas retangulares e paralelas,  $X = a \cdot b / d$ , conforme já visto). Exemplo: pode-se demonstrar que, para um capacitor formado por dois cilindros concêntricos de raios  $R$  e  $r$  (sendo  $R$  o externo) e comprimento  $L$  tal que  $L \gg R$ , vale:

$$X = \frac{2 \pi L}{\ln (R/r)}$$

A tabela abaixo dá os valores aproximados da constante dielétrica para alguns materiais.

Material	k	kV / mm	Material	k	kV / mm
Água	78	-	Polietileno	2,3	50
Âmbar	2,7	90	Poliestireno	2,6	25
Ar	1,00054	0,8	Porcelana	6,5	4
Baquelita	4,8	12	Quartzo	3,8	8
Celulose	3,7	-	Teflon	2,1	60
Dióxido de titânio	100	6	Vácuo	1	$\infty$
Mica	5,4	160	Vidro comum	7,75	-
Neoprene	6,9	12	Vidro pirex	4,5	13
Papel	3,5	14			

Observações:

- Alguns valores podem variar um pouco, pois materiais industrializados podem ter composições diferentes de acordo com o fabricante.
- Onde disponível, o fator kV/mm dá a **rigidez dielétrica** do material. Indica o maior gradiente de potencial ao qual o material pode ser submetido sem produzir uma descarga elétrica.

*Um pouco de história:* o primeiro capacitor, a garrafa de Leyden, foi construído pelo físico holandês Pieter van Musschenbroek em 1746. Assim chamada em razão do local da invenção, a Universidade de Leyden. Também há registro de ter sido descoberta de forma independente pelo inventor alemão Ewald Georg von Kleist em 1745. Eram usadas em experiências com eletricidade estática.

As primeiras eram simples garrafas de vidro parcialmente cheias de água ou outro líquido e um condutor central atravessando a rolha fazia o contato com o líquido. A outra placa era provavelmente a mão de quem segurava. Depois recebeu melhoramentos, como revestimento metálico externo e enchimento metálico interno.

Também foram chamadas de condensadores porque se acreditava que a eletricidade era algo parecido com um fluido e, por isso, se condensava.

Geometrias práticas:

No tópico anterior, foram dadas apenas as equações de capacitância para os tipos de placas retangulares e paralelas e cilindros concêntricos. Das equações, pode-se notar que a capacitância aumenta com (vale também para outras formas geométricas):

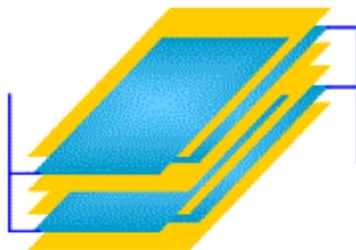


Fig 01

- um dielétrico de maior constante dielétrica.
- aumento da área das placas.
- redução da distância entre as placas, isto é, menor espessura do dielétrico.

Entretanto, a redução da espessura do dielétrico é limitada pela tensão de operação do capacitor, que deve produzir um gradiente de potencial inferior à rigidez dielétrica do material. Na prática, os capacitores são construídos de forma a maximizar a área das placas no menor espaço físico possível.

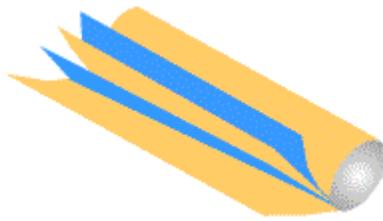


Fig 02

Uma construção comum é dada na Figura 01: placas planas empilhadas, eletricamente ligadas de forma alternada e filmes de dielétrico entre elas. O tipo de filmes de metal e de dielétrico enrolados em forma de bobina conforme Figura 02 é também bastante usado. Por apresentar constante e rigidez dielétrica baixas, o ar é pouco usado como dielétrico. Mas foi usado em **capacitores variáveis** conforme Figura 03.



Fig 03

Há um conjunto de placas fixas intercalado com um de placas móveis que podem girar em torno de um eixo comum. Assim, a área efetiva do capacitor varia e, por consequência, a capacitância.

Foi bastante empregado na sintonia dos receptores de rádio com válvulas. Com o advento dos transistores, surgiu a necessidade de reduzir o tamanho, o que foi obtido pelo uso de filme plástico como dielétrico e não ar.

Na atualidade, sintonia é feita com diodos de capacitância variável (varicap) e capacitores variáveis deste tipo só devem ser encontrados em alguns equipamentos de radiofrequência de aplicação industrial.

Construção similar (mas com apenas duas placas) pode ser usada em pequenos capacitores

ajustáveis (trimmer, padder).

Existem outras construções especiais de capacitores. Exemplos: para tensões muito altas, para montagem superficial (SMD), etc.

### Carga e descarga:

A equação  $q = C V$ , pressupõe uma condição estacionária, isto é, o capacitor completamente carregado. É claro que na prática o capacitor não é carregado de forma instantânea.

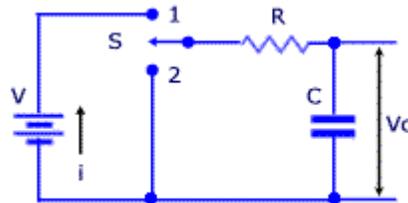


Fig 01

No circuito da Figura 01, é suposto que inicialmente o capacitor se encontra descarregado e a chave S está na posição central conforme figura. O desenvolvimento matemático não é dado aqui.

Se, no instante  $t = 0$ , a chave é comutada para 1, a corrente no circuito é dada por  $i = (V/R) e^{-t/RC}$ . E a tensão no capacitor é  $V_c = V (1 - e^{-t/RC})$ .

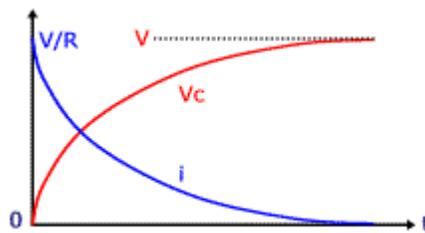


Fig 02

O gráfico da Figura 02 mostra as curvas aproximadas dessas igualdades. A tensão no capacitor cresce exponencialmente até se estabilizar em  $V$  (quando está completamente carregado). E a corrente no circuito decresce exponencialmente de  $V/R$  até zero.

Esse comportamento pode ser bem observado ao se medir a resistência de um capacitor descarregado com um multímetro (de preferência analógico).

Pode-se também demonstrar que na descarga, isto é, comutando a chave de 1 para 2, a tensão no capacitor decresce exponencialmente de  $V$  até zero e a corrente no circuito, de  $V/R$  até zero.

Se  $R$  é dado em ohms e  $C$  em farads, o produto  $RC$  (das equações anteriores) tem dimensão de segundo. É chamado **constante de tempo** do circuito. Indica a rapidez da carga ou descarga.

Nota-se que, pelas equações dadas, em teoria o capacitor só é carregado (ou descarregado) após

um tempo infinito. Na prática, considera-se carregado após 5 constantes de tempo, quando deverá estar com cerca de 99,2% de V.

[2] <http://pt.wikipedia.org/wiki/Indutor>, e o que encontra-se nesta página é:

### *Física do indutor:*



- 1- Construção: Um indutor é geralmente construído como uma bobina de material condutor, por exemplo, fio de cobre. Um núcleo de material ferromagnético aumenta a indutância concentrando as linhas de força de campo magnético que fluem pelo interior das espiras. Indutores podem ser construídos em circuitos integrados utilizando o mesmo processo que é usado em chips de computador. Nesses casos, normalmente o alumínio é utilizado como material condutor. Porém, é raro a construção de indutores em CIs; eles são volumosos em uma pequena escala, e praticamente restritos, sendo muito mais comum o uso de um circuito chamado "gyrator", que utiliza um capacitor comportando-se como se fosse um indutor. Pequenos indutores usados para frequências muito altas são algumas vezes feitos com um fio passando através de um cilindro de ferrite.
- 2- Indutância: Indutância é a grandeza física associada aos indutores, é simbolizada pela letra L, medida em Henry (H), e representada graficamente por um fio helicoidal. Em outras palavras é um parâmetro dos circuitos lineares que relaciona a tensão induzida por um campo magnético variável à corrente responsável pelo campo. A tensão entre os terminais de um indutor é proporcional à taxa de variação da corrente que o atravessa. Matematicamente temos:

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

Onde  $u(t)$  é a tensão instântanea, sua unidade de medida é o volt (V), L é a indutância, sua unidade de medida é o Henry (H), i é a corrente, sua unidade de medida é o ampere (A) e t o tempo (s).

- 3- Energia: A energia (medida em joules, no SI) armazenada num indutor é igual à quantidade de trabalho necessária para estabelecer o fluxo de corrente através do indutor e, conseqüentemente, o campo magnético. É dada por:

$$E_{\text{armazenada}} = \frac{1}{2}LI^2$$

Onde  $I$  é a corrente que circula pelo indutor.

4- Em circuitos elétricos: Um indutor resiste somente a mudanças de corrente. Um indutor ideal não oferece resistência para corrente contínua, exceto quando a corrente é ligada e desligada, caso em que faz a mudança de modo mais gradual. Porém, a maioria dos indutores do mundo real são construídos a partir de materiais com resistência elétrica finita, que se opõe até mesmo à corrente direta. Materiais supercondutores não oferecem resistência a passagem de correntes elétricas contínuas, e suas aplicações implicam em propriedades distintas para os indutores feitos deste tipo de material.

No geral, a relação entre a variação da tensão de acordo com o tempo  $u(t)$  através de um indutor com indutância  $L$  e a variação da corrente de acordo com o tempo  $i(t)$  que passa por ele é descrita pela equação diferencial:

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

Quando uma corrente alternada (CA) senoidal flui por um indutor, uma tensão alternada senoidal (ou força eletromotriz, Fem) é induzida. A amplitude da Fem está relacionada com a amplitude da corrente e com a frequência da senóide pela seguinte equação:

$$U = I \times \omega L$$

Onde  $\omega$  é a frequência angular da senóide definida em termos da frequência  $f$  por:

$$\omega = 2\pi f$$

A reatância indutiva é definida por:

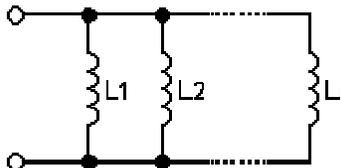
$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

Onde  $X_L$  é a reatância indutiva medida em Ohms (medida de resistência),  $\omega$  é a frequência angular,  $f$  é a frequência em hertz, e  $L$  é a indutância. A reatância indutiva é o componente positivo imaginário da impedância. A impedância complexa de um indutor é dada por:

$$Z = j\omega L = j2\pi fL = jX_L,$$

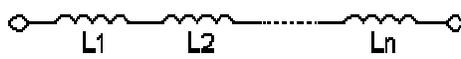
Onde  $j$  é a unidade imaginária.

5- Redes de indutores: Cada indutor de uma configuração em paralelo possui a mesma diferença de potencial (tensão) que os demais. Para encontrar a indutância equivalente total ( $L_{eq}$ ):



$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n} \Rightarrow L_{eq} = \frac{\prod_{i=1}^n L_i}{\sum_{j=1}^n \prod_{k \neq j} L_k}$$

A corrente através de indutores em série permanece a mesma, mas a tensão de cada indutor pode ser diferente. A soma das diferenças de potencial é igual à tensão total. Para encontrar a indutância total:



$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

**Aplicações:** Os indutores estão relacionados aos eletromagnetos em estrutura, mas são usados para um propósito diferente: armazenar energia em um campo magnético.

Por sua habilidade de alterar sinais CA, os indutores são usados extensivamente em circuitos analógicos e processamento de sinais, incluindo recepções e transmissões de rádio. Como a reatância indutiva  $X_L$  muda com a frequência, um filtro eletrônico pode usar indutores em conjunto com capacitores e outros componentes para filtrar partes específicas da frequência do espectro.

Dois (ou mais) indutores acoplados formam um transformador, que é um componente fundamental de qualquer rede elétrica nacional.

Um indutor é normalmente usado como saída de uma fonte chaveada de alimentação. O indutor é carregado para uma fração específica da frequência de troca do regulador e descarregado pelo restante do ciclo. Esta relação de carga/descarga é o que reduz (ou impulsiona) a tensão de entrada para seu novo nível.

[3] Fundamentos de Física: Eletromagnetismo - vol. 3, ed. 7, autores: David Halliday, Roberto Resnick e Jearl Walker. Capítulos principais abordados: 25, 26, 27 e 28.

[4] F – 429: Física experimental IV. Guia para as disciplinas de laboratório Básico. Instituto de Física, UNICAMP. Metodologia proposta por: René Brenzikofer. Guia preparado com a colaboração de: Mario Bica de Moraes. IFGW – UNICAMP, 1998.

[5]

[http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530\\_F590\\_F690\\_F809\\_F895/F809/F809\\_sem1\\_2007/ClaudecirR-Fernando\\_F609\\_RF1.pdf](http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem1_2007/ClaudecirR-Fernando_F609_RF1.pdf)

[6] <http://www.fsc.ufsc.br/ccef/port/20-2/artpdf/a4.pdf>, onde este encontra-se em anexo em outro arquivo pdf.