Fowles 1.6) Demonstre as fórmulas:

$$u_g = u - l\ \frac{du}{dl} \qquad \text{e:} \qquad \frac{1}{u_g} = \frac{1}{u} - \frac{l_o}{c}\frac{dn}{dl_o}$$

Rta.:

a)

$$u_g = \frac{dw}{dk} \quad ;\ por(F1.34)\ w = ku \quad \therefore$$

$$u_g = \frac{d\left(ku(k)\right)}{dk} = u + k\ \frac{du(k)}{dk} = u + \frac{k}{2p}\frac{du}{d(1/\ l)} = u + \frac{k}{2p}\frac{du}{dl}\frac{dl}{d(1/\ l)} =$$

$$= u + \frac{k}{2p}\frac{du}{dl}\frac{d\left(l^{-1}\right)^{-1}}{d(l^{-1})} = u - \frac{k}{2p}\left(l^{-1}\right)^{-2}\frac{du}{dl} = u - l\,\frac{du}{dl} \quad c.q.d.$$

b) Partindo de F1.33:

$$\frac{1}{u_g} = \frac{dk}{dw} \quad sendo\!: k = \frac{nw}{c} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{u_g} = \frac{n}{c} + \frac{w}{c}\frac{dn}{dw} \quad como\!:\ u = \frac{c}{n} \quad temos\!: \quad \frac{1}{u_g} = \frac{1}{u} + \frac{w}{c}\frac{dn}{dw}$$

$$como\ no\ vácuo\!:\ l_o = \frac{2pc}{w} \quad \longrightarrow \frac{dn}{dw} = \frac{dn}{dl_o}\frac{dl_o}{dw} = \frac{-2pc}{w^2}\frac{dn}{dl_o}$$

$$\frac{1}{u_g} = \frac{1}{u} - \frac{w2pc}{cw^2}\frac{dn}{dl_0} = \frac{1}{u} - \frac{l_0}{c}\frac{dn}{dl_0} \quad c.q.d.$$

Fowles 1.7) A variação do índice de refração com o comprimento de onda, no caso de um vidro, pode ser representada aproximadamente como uma equação empírica da forma: $n = A + B\ l_o^{-2}$ onde **A** e **B** são constantes empíricas, e **λ_0** é o comprimento de onda no vácuo. Encontre a velocidade de grupo para **λ_0** = 500nm para um vidro onde **A** = 1,50 e **B** = 3.10^4 $(nm)^2$**.**

Rta.:

Pelo exercicio F1.6:

$$\frac{1}{u_g} = \frac{1}{u} - \frac{l_0}{c}\frac{dn}{dl_0}; \quad por\ F1.34\!: \quad \frac{1}{u} = \frac{n}{c} = \frac{A + B\,l_0^{-2}}{c} \quad ; \quad agora$$

$$\frac{dn}{dl_0} = \frac{d\left(A + Bl_0^{-2}\right)}{dl_0} = -2Bl_0^{-3} \quad \therefore \quad \frac{1}{u_g} = \frac{A + Bl_0^{-2}}{2} - \frac{l_0}{c}\left(-2Bl_0^{-3}\right) =$$

$$= \frac{A}{c} + \frac{3B}{c}\ l_0^{-2} \quad \longrightarrow \quad u_g = \left(\frac{A}{c} + \frac{3B}{c}\ l_0^{-2}\right)^{-1} = \left[\frac{1,5}{3.10^8 ms^{-1}} + 3.\frac{3.10^4}{3.10^8 ms^{-1}}\frac{\left(10^{-9}m\right)^2}{\left(500.10^{-9}m\right)^2}\right]^{-1} =$$