F 641 **L1 RESPONDIDA** **Prof. Lunazzi 2º sem. 2001**

L1.1) Quanto deverá aumentar o tempo de exposição de uma radiografia quando a fonte é afastada 1,5 vezes respeito de sua distância original?. Quanto será assim reduzido o diâmetro do círculo de nitidez?. Obs.: considere que a energia recebida **I** x **t** deve resultar sempre igual, onde **I** = intensidade luminosa e **t** = tempo de exposição.

Rta.: (1p) (JJL 2)

$$\mathbf{I_1} = \mathbf{I_o/d}^2 \quad ; \quad \mathbf{I_2} = \mathbf{I_o/d}^2+(1+1,5)^2 = \mathbf{I_1}/6,25 \text{ ---> } \mathbf{t_2} = 6,25\ \mathbf{t_1}$$

$$\mathbf{c_1} = (\mathbf{i\text{-}o})\ \mathbf{\Delta F/o} = \mathbf{d\ \Delta F/o} \quad ; \quad \mathbf{c_2} = \mathbf{d\ \Delta F}/2,5\ \mathbf{o} \text{ ---> } \mathbf{c_2} = \mathbf{c_1}/2,5 = 0,4\,\mathbf{c_1}$$

L1.2) Explique como funciona a mágica de fazer sumir a sombra de um alfinete sendo projetada por uma lâmpada de filamento reto.

Rta.: **(1p)** Para mostrar o alfinete deve-se colocar o filamento paralelo a ele, porque assim a extensão menor da fonte dará mais nitidez na direção que é necessária, a de detalhes mais pequenos (largura do alfinete). Para não ver a sombra do alfinete, giramos ao filamento de 90^0, dando pouca nitidez na direção que antes tinha nitidez. A mão que segura, por ter largura considerável nas duas direções transversais, poderá ser reconhecida na sombra nos dois casos.

L1.3)

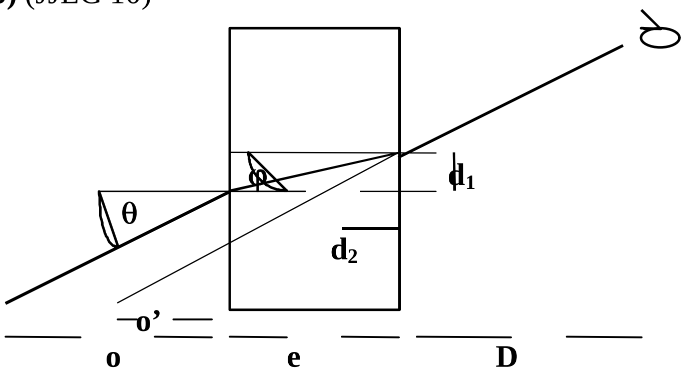
a) Obtenha a fórmula que da a posição **o'** do ponto imagen (virtual) de um objeto posicionado à distância **o** de uma lámina de faces plano-paralelas de espessura **e** . Não utilize aproximações senão na fórmula final. Chame **D** a distância entre o olho e a lâmina.

b) Faca um gráfico em papel milimetrado ou por computador mostrando a posição da imagen paraxial e uma posição de imagen não paraxial diferenciada da anterior.

c) Coloque dois pontos objeto transversalmente a 1mm de distância e calcule o aumento lateral da imagem.

Rta.: (1,5p) (JJLG 10)

a)



$\mathbf{d_1}/\mathbf{e}$= tgφ = tg{arcsen[(senθ) / **n**]} ; $\mathbf{d_1}/\mathbf{d_2}$=tgθ

o- o' = **e-**$\mathbf{d_2}$ = e - $\mathbf{d_1}$/tgθ = **e** - **e** tgφ/ tgθ =

e (1- {tg arcsen[(senθ) / **n**]}/ tgθ) ≈ **e** {1- [tg arcsen(θ / **n**)]/ tgθ)} ≈

≈ **e** {1- [tg (θ / **n**)]/ tgθ)} ≈ **e** {1- (θ / **n**)/ θ)} ≈ $\boxed{\mathbf{e}\,(1\text{-}1/\mathbf{n})}$;

b)

c) O aumento longitudinal é 1, já o transversal, pelo fato de a posição ter mudado para mais perto do observador, é maior que 1 e vale: ....(CALCULAR)

L1.4 Localize a imagem de um objeto posicionado:
a) a 1,2m do vertice de uma bola de cristal de 20cm de diâmetro e n = 1,5.
b) a 2 cm do mesmo vertice.
Faça um esquema dos raios.
POSSIBILIDADES:
1) Adendo: Use a equação dos dióptricos conservando os símbolos, somente coloque os valores numéricos no fim do cálculo. Calcule o aumento. Sugiro usar a notação seguinte: o_1 = distância objeto , i_1= distância da primeira imagem
2) Adendo: calcule o aumento.
Obs.: Pode ser feito por alguma das duas maneiras: determinando a posição dos planos principais, como no exercício 10.2 do Fowles ou usando a equação dos dióptricos. Escolha uma ou, melhor, faça pelas duas para poder verificar.
Rta.: (1,5p) (H-Z 5.4) para planos principais:

$$\mathbf{f}^{-1} = (\mathbf{n}-1)\left[\frac{1}{\mathbf{R_1}} - \frac{1}{\mathbf{R_2}} + \frac{(\mathbf{n}-1)\,\mathbf{d}}{\mathbf{n\,R_1\,R_2}}\right] \quad ; \quad \mathbf{h_{1,2}} = -\frac{\mathbf{f\,(n-1)\,d}}{\mathbf{n\,R_{2,1}}}$$

Os planos estão no centro, como corresponde para que o raio que passa pelo centro salga sem desvio, e focos a cm dos vértices, a cada lado. **O mesmo, pelas eqs. dos planos pricipais daria: f=15**

Rta.: (por dióptricos)
Pela equação das imágens de um dióptrico temos:

$$\frac{1}{o_1}+\frac{1,5}{i_1}=\frac{0,5}{R} \;\rightarrow\; \frac{1,5}{i_1}=\frac{1}{2R}-\frac{1}{o_1}=\frac{o_1-2R}{2\,o_1\,R} \;\rightarrow\; i_1=\frac{3\,o_1 R}{o_1-2\,R}$$

Tomando esta imágem como objeto teremos:

$$\frac{1,5}{i_1-2R}+\frac{1}{i_2}=\frac{-0,5}{-R} \quad \textit{ou seja}: \quad \frac{1,5}{\frac{3\,o_1 R}{o_1-2\,R}-2R}-\frac{0,5}{R}=\frac{-1}{i_2}$$

$$\therefore \frac{1}{i_2}=\frac{+1}{2R}-\frac{1,5(o_1-2R)}{3Ro_1-2Ro_1+4R^2}=\frac{-1}{2R}-\frac{1,5(2R-o_1)}{Ro_1+4R^2}=$$

$$=\frac{-Ro_1+4R^2-3R(2R-o_1)}{2R(Ro_1+4R^2)}=\frac{-Ro_1+4R^2-6R^2+3o_1}{2R^2o_1+8R^3}=$$

$$=\frac{-2R+4o_1}{2Ro_1+8R^2}=\frac{-R+2o_1}{R(o_1+4R)}\rightarrow \boxed{i_2=\frac{R(o_1+4R)}{2o_1-R}}$$

Vemos que para acontecer $i_2 < 0$ devemos ter $o_1 < R/2$. Temos é um polo nesse valor que envía a imagem para o infinito, mudando de sinal ao sair dele para um lado ou o outro.

e que para $o_1 = 0$ resulta $i_2 = -4R$.

Para R = 10 , $o_1 = 120$ temos $i_2 = 6{,}96$

dando $M_1 = i_1/o_1 = 0{,}3$; $M_2 = i_2/o_2 = -0{,}43 \rightarrow M_T = M_1.M_2 = -0{,}13$

Para R = 10 , $o_1 = 2$ temos $i_2 = -70$

e $M_1 = -1{,}66...$; $M_2 = -3 \rightarrow M_T = 5$

L1.5) Escreva uma expressão para a espessura e de uma lente duplamente convexa de maneira que sua distância focal resulte infinita. Suponha $|r_1| = |r_2| = r$. Tente explicar seu funcionamento pelo esquema de traçado dos três raios principais.
Rta.: (1,5p) (H-Z 6.3)
A expressão da distância focal de uma lente resulta (F10.11corregida) (H-Z 6.2):

$$f = (n-1)^{-1}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{(n-1)\,t}{n r_1 r_2}\right)^{-1} = 0$$

assumido n = 1,5

$$\infty = (0{,}5)^{-1}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{0{,}5\,t}{1{,}5 r_1 r_2}\right)^{-1} = 2\left(\frac{1}{|r_1|} + \frac{1}{|r_2|} - \frac{0{,}5\,t}{1{,}5|r_1 r_2|}\right)^{-1} \rightarrow 0 = \frac{2}{r} - \frac{0{,}5\,t}{1{,}5\,r^2} \rightarrow 2 = \frac{t}{3r} \rightarrow t = 6r$$

Onde usamos o caso $r_1 = r_2 = r$. Utilizando as expressões para dióptricos vemos que a distância focal imagem da primeira interface e a focal objeto da segunda valem $3r$, o que indica que para um objeto no infinito, a primeira imagem cairá no foco da segunda superfície, dando imagem final no infinito (sistema telescópico). Faltaria verificar o traçado de raios para objetos a distância finita. O aumento da imagem deveria ser sempre 1 na simetria do caso $r_1 = r_2 = r$, e podemos esperar encontrar uma inversão de imagem, e um deslocamento igual à distância entre planos principais.

L1.6) Determine a distância focal e as posições dos planos principais para uma lente feita de uma esfera de vidro de radio **r** e indice **n**. Adendo: Comente o resultado.
Rta.: (1p) (F10.2)
Os planos principais caem sempre no centro da esfera, o que seria uma conseqüência, mais do que das fórmulas, da simetria do problema, pois todo raio que apontar ao centro passa sem desvio, o que é uma das condições a serem cumpridas pelos dois planos principais.

$$f = (n-1)^{-1}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{(n-1)\,t}{n r_1 r_2}\right)^{-1} = (n-1)^{-1}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} - \frac{(n-1)t}{nR^2}\right)^{-1} =$$

$$= (n-1)^{-1}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R}-\frac{(n-1)t}{nR^2}\right)^{-1} = \text{(para n=1,5)}= \ 2\left(\frac{2}{R}-\frac{2R}{3R^2}\right)^{-1} = R\left(1-\frac{1}{3}\right)^{-1} = 1{,}5\ R$$

L1.7) Use o método da matriz dos raios para provar a eq.10.7 .

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

Rta.: (1p) (F 10.4)

L1.8) Use o método da matriz dos raios para obter a distância focal de uma lente espessa, equação 10.11.
Rta.: (1,5p)(F10.5)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{r_2} & \dfrac{n_2}{n_1}-1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{1}{r_1}\left(\dfrac{n_1}{n_2}-1\right) & \dfrac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{r_2} & \dfrac{n_2}{n_1}-1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1+\dfrac{t}{r_1}\left(\dfrac{n_1}{n_2}-1\right) & t\dfrac{n_1}{n_2} \\ \dfrac{1}{r_1}\left(\dfrac{n_1}{n_2}-1\right) & \dfrac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix} 1+\dfrac{t}{r_1}\left(\dfrac{n_1}{n_2}-1\right) & t\dfrac{n_1}{n_2} \\ \dfrac{1}{r_2}\left(\dfrac{n_2}{n_1}-1\right)\left[1+\dfrac{t}{r_1}\left(\dfrac{n_1}{n_2}-1\right)\right] & 1+\dfrac{t}{r_2}\left(\dfrac{n_1}{n_2}-1\right) \end{bmatrix} \quad \text{tendo que: } \begin{pmatrix} r_2 \\ q_2 \end{pmatrix} = M\begin{pmatrix} r_1 \\ q_1 \end{pmatrix}$$

$$q_2 \approx \frac{f_2}{f} \approx \frac{r_1}{f} \qquad q_2 = (1-n)\left[-\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_1}+\frac{t(1-n)}{n r_1\ r_2}\right] r_1 + \left[1-\frac{t(1-n)}{n\ r_2}\right] q_1$$

para raios que vem do infinito, $\theta_1 = 0$;

$$q_2 \approx \frac{r_1}{f} = (1-n)\left[-\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_1}+\frac{t(1-n)}{n r_1\ r_2}\right] r_1 \ \rightarrow\ \frac{1}{f} = (1-n)\ [c.q.d]$$