F-315 (Mecânica Geral I)
Aula 1

Prof. Mário Noboru Tamashiro
Departamento de Física Aplicada, prédio A-5, sala 7

ramal 3521-5339
e-mail: mtamash@ifi.unicamp.br
http://www.ifi.unicamp.br/~mtamash/f315_mecgeral_i

Slides do prof. Antonio Vidiella Barranco:
http://www.ifi.unicamp.br/~vidiella/aulas.html

F-315 D - Mecânica Geral I
2º semestre de 2023 (noturno)

Tópicos a serem abordados – três blocos

- Mecânica newtoniana para partícula única; forças dependentes do tempo e da velocidade; noções de cálculo vetorial e sistemas de coordenadas (revisão); teoremas de conservação e forças conservativas; oscilador harmônico simples, amortecido e forçado; princípio de superposição e forças impulsivas.
- Dinâmica de um sistema de partículas; teoremas de conservação para um sistema de partículas; rotações de um corpo rígido em torno de um eixo fixo; pêndulo simples e composto; gravitação universal; efeito das marés.
- Introdução ao cálculo variacional; princípio de Hamilton; dinâmica lagrangiana e hamiltoniana.

Mecânica

- Importância da Física como ciência natural
  - Aborda praticamente todos os fenômenos da natureza em diversas escalas.

- Importância da Mecânica para a Física
  - Primeira Teoria Física.
  - Base para outras teorias:

    e.g., Mecânica Quântica

Operador Hamiltoniano

Equação de Schrödinger $$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi$$

Mecânica Newtoniana

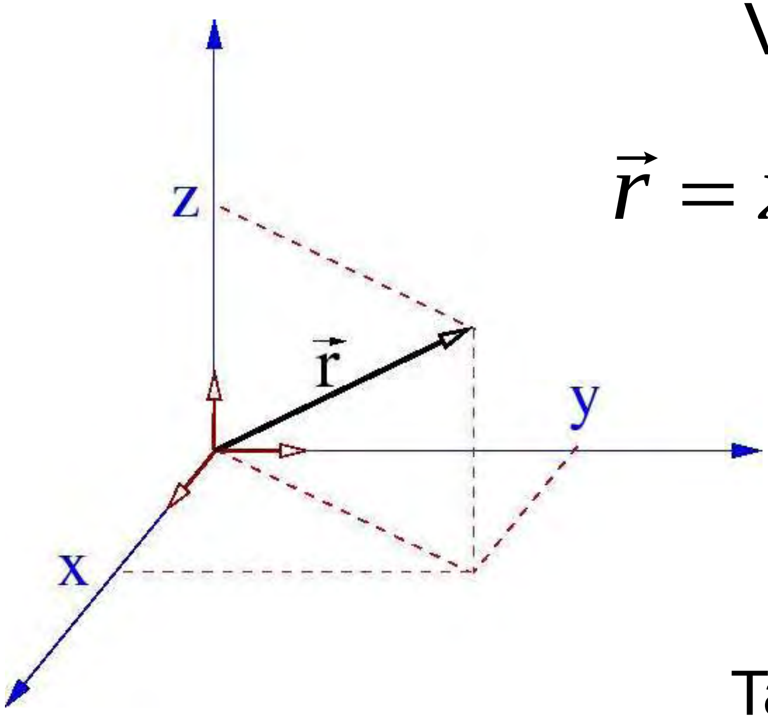
I. Sistema axiomático
   I. Estabelecimento de um sistema de referência (e.g., sistema de coordenadas cartesiano)
   II. Grandezas mensuráveis: posição, tempo massa e força

II. Axiomas – Leis do movimento de Newton Proposições a serem verificadas pela experimentação

III. Limitação: válida para velocidades << c (velocidade da luz no vácuo $c = 3 \times 10^8$ m/s)

Mecânica Newtoniana

Sistema de coordenadas <u>cartesiano</u>



Vetor posição $\vec{r}$

$$\vec{r} = x\,\hat{x} + y\,\hat{y} + z\,\hat{z} = (x, y, z)$$

Vetores unitários (versores)

$$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$$

Também representados por

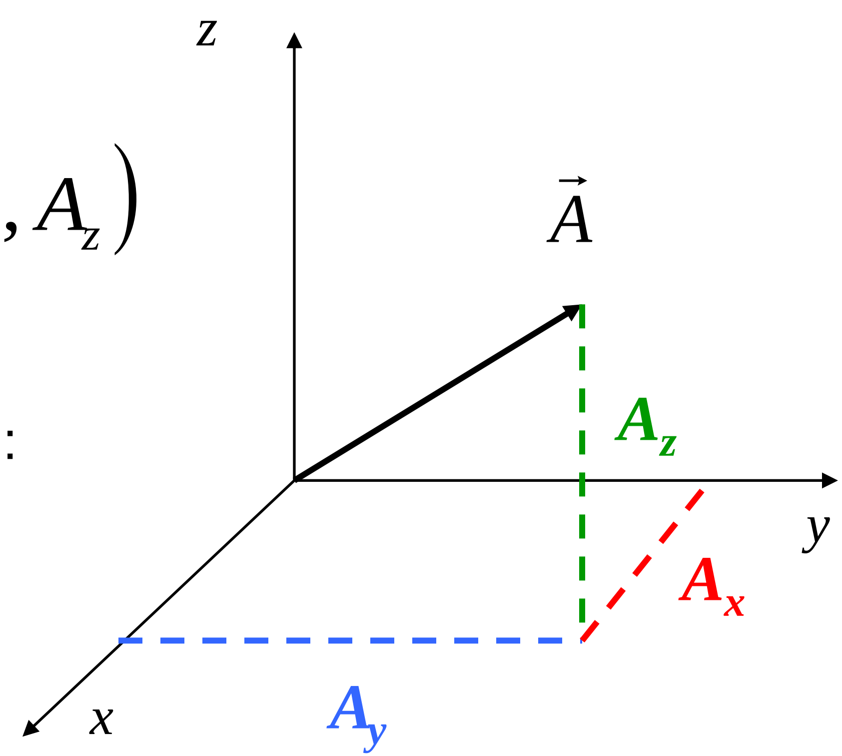
$$i, j, k \quad \text{ou} \quad \hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3$$

Álgebra vetorial

Representação algébrica de vetores: componentes

Coordenadas Cartesianas

$$\vec{A} = A_x\hat{x} + A_y\hat{y} + A_z\hat{z} = \left(A_x, A_y, A_z\right)$$



Algumas propriedades dos vetores:

$i)\; c\vec{A} = \left(cA_x, cA_y, cA_z\right)$

$ii)\; \vec{A} + \vec{B} = \left(A_x + B_x, A_y + B_y, A_z + B_z\right)$

$iii)\; \vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B}) = \left(A_x - B_x, A_y - B_y, A_z - B_z\right)$

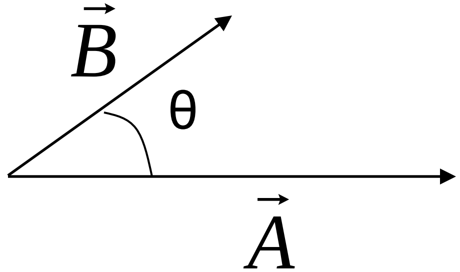
módulo de $\vec{A}$

$$\left|\vec{A}\right| = \sqrt{A_x^{\,2} + A_y^{\,2} + A_z^{\,2}}$$

Álgebra vetorial

Produtos:

Produto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B}$



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right| \cos\theta = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

Propriedades:

i) $\vec{A} \cdot \left(\vec{B} + \vec{C}\right) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$

ii) $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$

iii) $\vec{A} \cdot \vec{A} = \left|\vec{A}\right|^2$

Álgebra vetorial

Produto vetorial $\vec{A}\times\vec{B}$

$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{pmatrix}\hat{x} & \hat{y} & \hat{z}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{pmatrix}$$

$$\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|=\left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right|\operatorname{sen}\theta$$

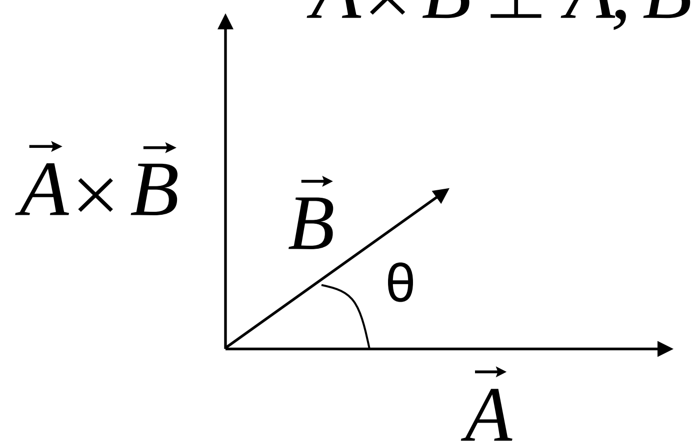
Propriedades:

$$\vec{A}\times\vec{B}\perp\vec{A},\vec{B}$$

i) $\vec{A}\times\left(\vec{B}+\vec{C}\right)=\vec{A}\times\vec{B}+\vec{A}\times\vec{C}$

ii) $\vec{A}\times\vec{B}=-\vec{B}\times\vec{A}$

iii) $\vec{A}\times\vec{A}=0$

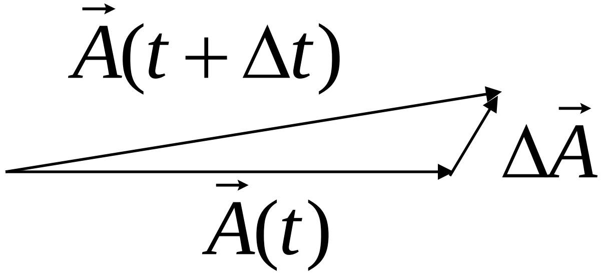


Análise vetorial

Diferenciação de vetores:

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{A}(t+\Delta t) - \vec{A}(t)}{\Delta t} = \frac{dA_x}{dt}\hat{x} + \frac{dA_y}{dt}\hat{y} + \frac{dA_z}{dt}\hat{z}$$

Propriedades:



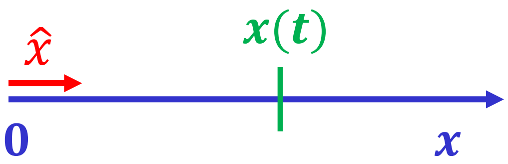
i) $\dfrac{d}{dt}\left(\vec{A}+\vec{B}\right) = \dfrac{d\vec{A}}{dt} + \dfrac{d\vec{B}}{dt}$

ii) $\dfrac{d}{dt}\left(f\vec{A}\right) = \dfrac{df}{dt}\vec{A} + f\,\dfrac{d\vec{A}}{dt}$

iii) $\dfrac{d}{dt}\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right) = \dfrac{d\vec{A}}{dt}\cdot\vec{B} + \dfrac{d\vec{B}}{dt}\cdot\vec{A}$ $\qquad$ $\dfrac{d}{dt}\left(\vec{A}\times\vec{B}\right) = \dfrac{d\vec{A}}{dt}\times\vec{B} + \vec{A}\times\dfrac{d\vec{B}}{dt}$

Mecânica Newtoniana

Sistema de coordenadas cartesiano (1D)



$$\vec{r}(t) = x(t)\ \hat{x}$$

$x(t)$
posição como função do tempo

Velocidade (taxa de variação da posição)

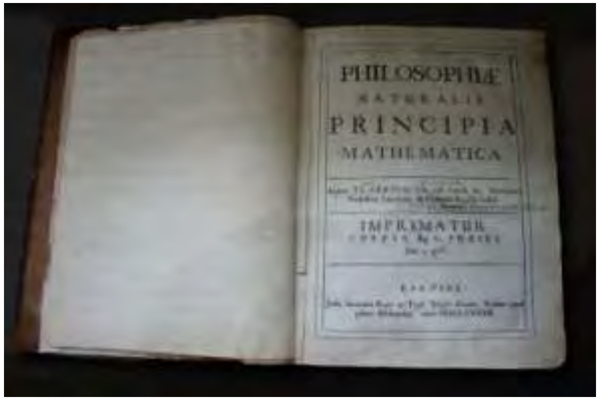
$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t) \qquad \vec{v}(t) = v_x(t)\ \hat{x}$$

Aceleração (taxa de variação da velocidade)

$$a_x = \frac{dv_x(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{dx}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \dot{v}_x(t) = \ddot{x}(t)$$

Mecânica Newtoniana

Leis do movimento



Publicado em 1687

[12]

AXIOMATA
SIVE
LEGES MOTUS

Lex. I.

Corpus omne perſeverare in ſtatu ſuo quieſcendi vel movendi uniformiter in directum, niſi quatenus a viribus impreſſis cogitur ſtatum illum mutare.

Projectilia perſeverant in motibus ſuis niſi quatenus a reſiſtentia aeris retardantur & vi gravitatis impelluntur deorſum. Trochus, cujus partes cohærendo perpetuo retrahunt ſeſe a motibus rectilineis, non ceſſat rotari niſi quatenus ab aere retardatur. Majora autem Planetarum & Cometarum corpora motus ſuos & progreſſivos & circulares in ſpatiis minus reſiſtentibus factos conſervant diutius.

Lex. II.

Mutationem motus proportionalem eſſe vi motrici impreſſæ, & fieri ſecundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Si vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplum generabit, ſive ſimul & ſemel, ſive gradatim & ſucceſſive impreſſa fuerit. Et hic motus quoniam in eandem ſemper plagam cum vi generatrice determinatur, ſi corpus antea movebatur, motui ejus vel conſpiranti additur, vel contrario ſubducitur, vel oblique obliquo adjicitur, & cum eo ſecundum utriuſq; determinationem componitur.

Lex. III.

Mecânica Newtoniana

Leis do movimento:

I. Um corpo material permanece em repouso ou em movimento retilíneo uniforme a menos que uma força resultante atue sobre o mesmo; v cte.

II. A aceleração de um corpo é proporcional (massa inercial m) e tem a mesma direção da força resultante.

III. Se um corpo A exercer uma força F_{BA} sobre outro corpo B, o corpo B exercerá uma força F_{AB} sobre A. Essas forças terão mesmo módulo e direção, mas sentidos opostos (ação e reação).

Mecânica Newtoniana

2ª Lei requer conceitos de massa e força

Massa inercial *m*: conceito associado à resistência, de um corpo material, à mudança do seu "estado de movimento" (velocidade) causada por alguma interação (força). Quanto maior a massa, menor a taxa de variação da velocidade do corpo (aceleração, quantidade vetorial) para uma dada força. A massa é uma quantidade escalar.

Força *F*: Interação que modifica, o "estado de movimento" (velocidade) de corpos materiais. Quanto maior a força, maior a taxa de variação da velocidade do corpo (aceleração). A força é uma quantidade vetorial.

ação

$$\frac{\boxed{\vec{F}}}{\boxed{m}} = \boxed{\vec{a}}$$

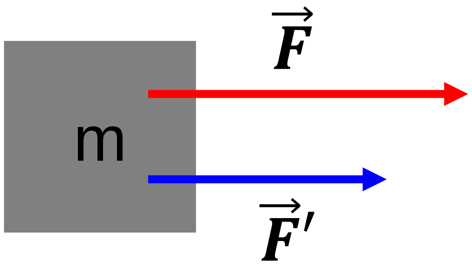
resistência

Mudança de velocidade

Mecânica Newtoniana

2ª Lei de Newton

Forças aceleram corpos com massa



$$\vec{F} + \vec{F}' = m\vec{a}$$

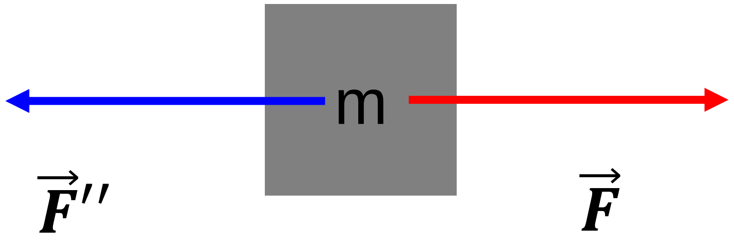
Natureza vetorial da Força

Mecânica Newtoniana

2ª Lei de Newton

Forças aceleram corpos com massa

Se $\vec{F} = -\vec{F}''$ então $\vec{a} = 0$



Natureza <u>vetorial</u> da Força

O que importa é a <u>Força Resultante</u>

Mecânica Newtoniana

2ª Lei de Newton

$$\boxed{\vec{F}_R = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}}$$

Força resultante $\vec{F}_R = \sum_i \vec{F}_i$

$$\vec{F}_R = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

Grandeza importante: momento linear $\vec{p} = m\vec{v}$

Mecânica Newtoniana

2ª Lei de Newton

Se $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$, por quê, sob a força da gravidade, corpos com massas diferentes caem com a mesma aceleração?

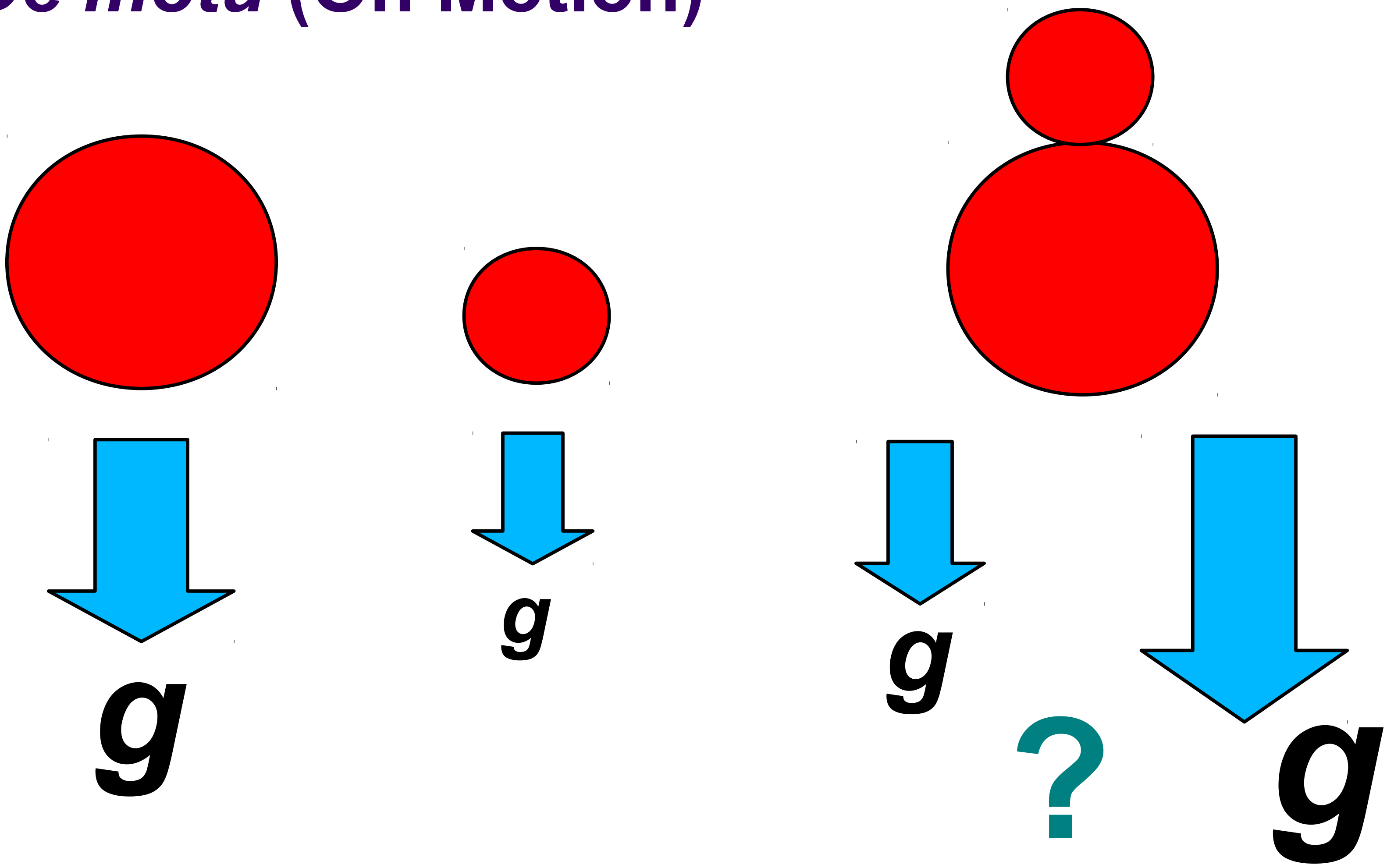
<u>massa gravitacional</u>

O motivo é que $m \equiv m_g$ e portanto, como

$$F_G = G\frac{M_T m_g}{R_T^{\ 2}} = mg \quad \Rightarrow \quad g = G\frac{M_T}{R_T^{\ 2}}$$

Não depende da massa do corpo!

Galileu Galilei, Torre de Pisa (fake news), experimento de pensamento: Duas Novas Ciências, *De motu* (On Motion)



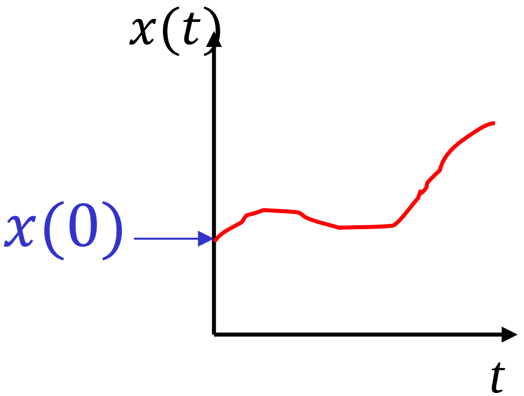
Queda livre de penas e bola de boliche em vácuo

Caso já tenha carregado o vídeo aqui, salve-o com o nome *freefall.mp4* no mesmo diretório deste arquivo pdf. Da próxima vez, basta clicar na foto acima.

Movimento unidimensional

Em geral, a força pode ser função de x, v_x e t

$$F_x(x, v_x, t) = m\frac{d^2x}{dt^2}$$



A resolução de problemas típicos de mecânica (1D) consiste em encontrar a solução $x(t)$ (única) da equação diferencial acima dadas as <u>condições iniciais</u> $x(t=0) \equiv x_0$ e $v_x(t=0) \equiv v_0$.

Problema

Calcular, a partir da 2ª lei de Newton, a posição de uma partícula como função do tempo, $x(t)$, para o caso em que a força resultante sobre um corpo de massa m seja nula. Condições iniciais: $x(t=0)=x_0$, $v(t=0)=v_0$.

Problema

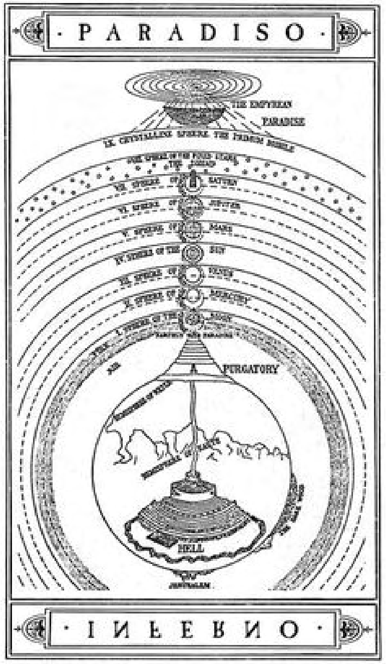
Calcular, a partir da 2ª lei de Newton, a posição de uma partícula como função do tempo, $x(t)$, para o caso em que a força resultante sobre um corpo de massa m seja nula. Condições iniciais: $x(t=0)=x_0,\ v(t=0)=v_0.$

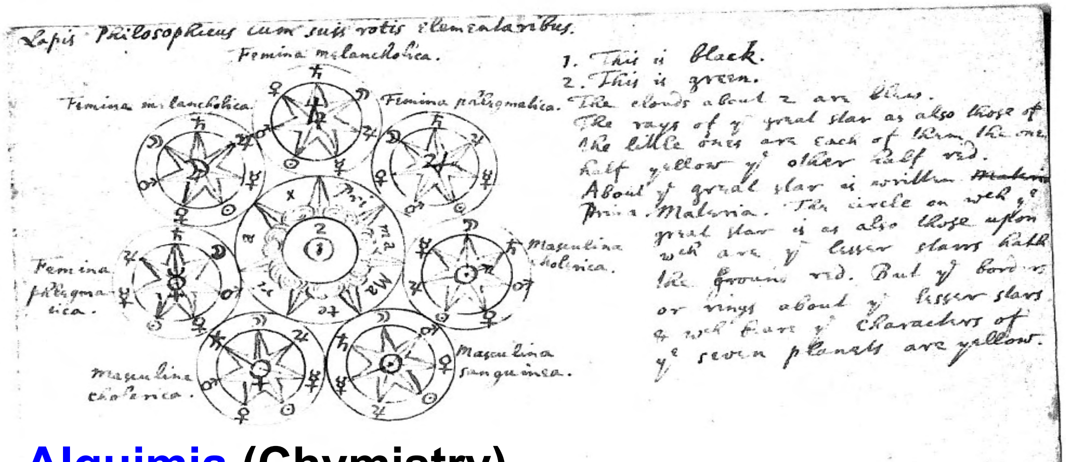
$$mv(t)=mv_0+\int_0^t F(t')\,\mathrm{d}t'=mv_0.$$

$$x(t)=x_0+\int_0^t v(t')\,\mathrm{d}t'=x_0+v_0 t.$$

Ou seja, o movimento é retilíneo uniforme.

Curiosidades sobre Isaac Newton 25/12/1642 – 20/03/1727†





Alquimia (Chymistry)

Royal Mint
Warden (1696-1700)
Master (1700-1727)

Ocultismo
Two Notable Corruptions of Scripture (1690-1691)
Observations upon the Prophecies of Daniel, and the Apocalypse of St. John (1733)
Treatise on the Topography of Hell