F-315 (Mecânica Geral I)
Aula 3

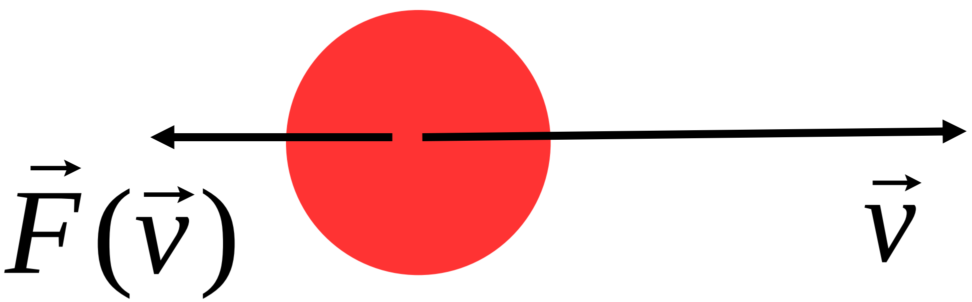
Prof. Mário Noboru Tamashiro
Departamento de Física Aplicada, prédio A-5, sala 7

ramal 3521-5339
e-mail: mtamash@ifi.unicamp.br
http://www.ifi.unicamp.br/~mtamash/f315_mecgeral_i

Slides do prof. Antonio Vidiella Barranco:
http://www.ifi.unicamp.br/~vidiella/aulas.html

Força dependente da velocidade $\vec{F}(\vec{v})$

Forças de resistência sobre um corpo em movimento através de um meio viscoso



Problema – força dependente da velocidade

TM exemplo 2.4, pg.60

Um barco de massa m movimentando-se com velocidade v_0 em $t = 0$ tem os motores desligados, ficando então sob a ação de uma força viscosa (devido à água) proporcional à sua velocidade, $F(v) = -bv$, sendo b uma constante positiva.

a) Calcule $v(t)$ e $x(t)$ para o barco.

b) Discuta o movimento.

TM exemplo 2.4, pg. 60

$$F_R = ma = m\dot{v} = m\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \quad \text{(2ª lei de Newton)}$$

$$F(v) = -bv \equiv -kmv$$

$$m\,\frac{\mathrm{d}v}{v} = -km\,\mathrm{d}t$$

$$\ln\frac{v(t)}{v_0} = -kt,\ v_0 \equiv v(t=0) \ \rightarrow$$

TM eq. (2.24)

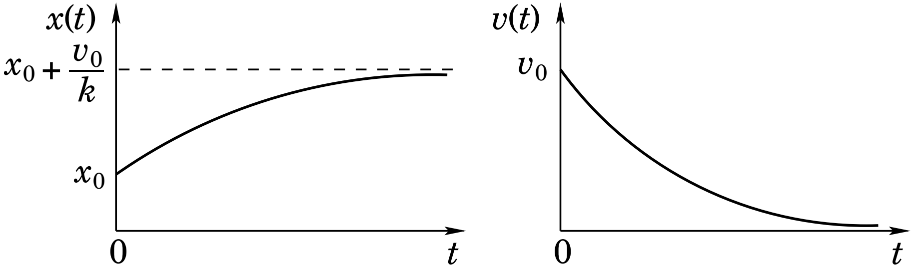
$$v(t) = v_0 \mathrm{e}^{-kt}$$

$$x(t) = x_0 + \int_0^t \mathrm{d}t'\, v(t') = x_0 + v_0 \int_0^t \mathrm{d}t'\, \mathrm{e}^{-kt'}$$

TM eq. (2.25b)

$$x(t) = x_0 + \frac{v_0}{k}\left(1 - \mathrm{e}^{-kt}\right)$$

TM exemplo 2.4, pg. 60



$$\bar{x}(t) \equiv x(t) - x_0 = \frac{v_0}{k}(1 - \mathrm{e}^{-kt}) \;\rightarrow\; \mathrm{e}^{-kt} = 1 - \frac{k\bar{x}(t)}{v_0}$$

$$v(t) = v_0 \mathrm{e}^{-kt} = v_0 \left(1 - \frac{k\bar{x}(t)}{v_0}\right) \;\rightarrow$$

TM eq. (2.26)

$$v(\bar{x}) = v_0 - k\bar{x}$$

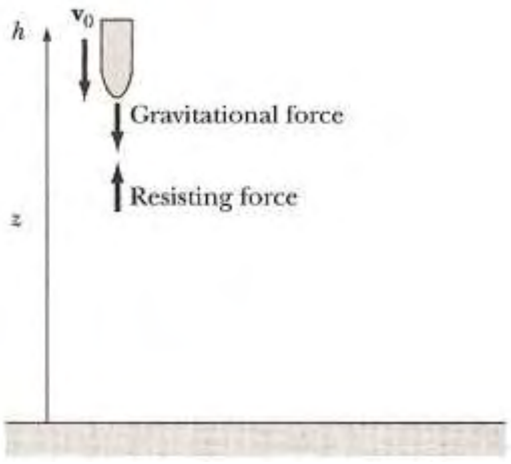
Tiro em uma piscina

Caso já tenha carregado o vídeo aqui, salve-o com o nome *shotgun_underwater.mp4* no mesmo diretório deste arquivo pdf. Da próxima vez, basta clicar na foto acima.

Problema – força dependente da velocidade

TM exemplo 2.5, pg. 62

Um corpo de massa *m* é solto na atmosfera, a partir do repouso, de uma altura *h* próximo da superfície da Terra. Calcule *v(t)* supondo que a força de resistência do ar seja proporcional à velocidade do corpo.



TM exemplo 2.5, pg. 62

$$F_R = F_g + F(v) = m\dot{v} = m\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

$$F_g = -mg, \quad F(v) = -bv \equiv -kmv$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -g - kv \;\rightarrow\; \frac{\mathrm{d}v}{g+kv} = -\mathrm{d}t \;\rightarrow\; \int_{v(t=0)}^{v(t)} \frac{\mathrm{d}v'}{g+kv'} = -\int_0^t \mathrm{d}t'$$

$$-kt = \ln[g + kv(t)] - \ln(g + kv_0), \quad v_0 \equiv v(t=0)$$

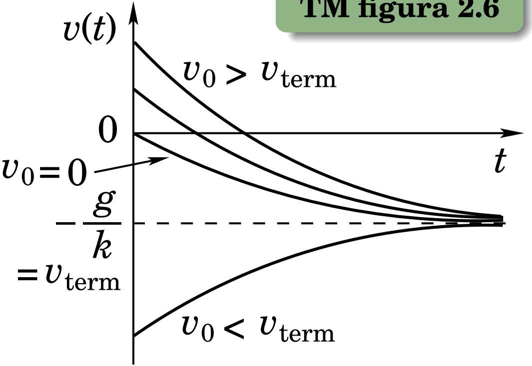
$$\frac{g+kv(t)}{g+kv_0} = \mathrm{e}^{-kt} \;\rightarrow$$

TM eq. (2.29)

$$v(t) = v_0\mathrm{e}^{-kt} + \frac{g}{k}\left(\mathrm{e}^{-kt} - 1\right)$$

TM exemplo 2.5, pg. 62

TM figura 2.6



velocidade terminal: $v_{\text{term}} \equiv v(t \to \infty) = -g/k < 0,\ \forall v_0$, *não importa* o seu sinal.

$$z(t) = h + \int_0^t \mathrm{d}t'\, v(t') \;\longrightarrow$$

TM eq. (2.30)

$$z(t) = h - \frac{gt}{k} + \frac{g + kv_0}{k^2}\left(1 - \mathrm{e}^{-kt}\right)$$

Lançamento de projéteis

TM exemplo 2.7, pg. 65

Incluindo a resistência do ar:

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -mg\,\hat{y} - b\frac{d\vec{r}}{dt} \qquad \begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} + \dfrac{b}{m}v_x = 0 \\ \dfrac{dv_y}{dt} + \dfrac{b}{m}v_y + g = 0 \end{cases}$$

Trajetória

$$y(x) = \left(\frac{mg}{bv_{0x}} + \frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right)x + \frac{m^2 g}{b^2}\ln\left(1 - \frac{bx}{mv_{x0}}\right)$$

TM exemplo 2.7, pg. 65

$$\boldsymbol{F}_R = m\ddot{\boldsymbol{r}} = m\dot{\boldsymbol{v}} = -mg\hat{\boldsymbol{y}} - km\boldsymbol{v} \qquad \begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} + kv_x = 0 \\ \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} + g + kv_y = 0 \end{cases}$$

Considerando $x_0 \equiv x(t=0) = 0$, $y_0 \equiv y(t=0) = 0$

TM eq. (2.43)

$$x(t) = \frac{v_{0x}}{k}(1 - \mathrm{e}^{-kt}) \quad \rightarrow \quad t = -\frac{1}{k}\ln\left(1 - \frac{kx(t)}{v_{0x}}\right)$$

Substituindo em

TM eq. (2.44)

$$y(t) = -\frac{gt}{k} + \frac{g + kv_{0y}}{k^2}\left(1 - \mathrm{e}^{-kt}\right)$$

TM exemplo 2.7, pg. 65

Trajetória com $k \neq 0$

$$y(x) = \frac{g}{k^2} \ln\left(1 - \frac{kx}{v_{0x}}\right) + \left(\frac{g}{k} + v_{0y}\right) \frac{x}{v_{0x}}$$

Tempo de voo T obtido para $y(t = T) = 0$

Tempo de voo, TM eq. (2.45)

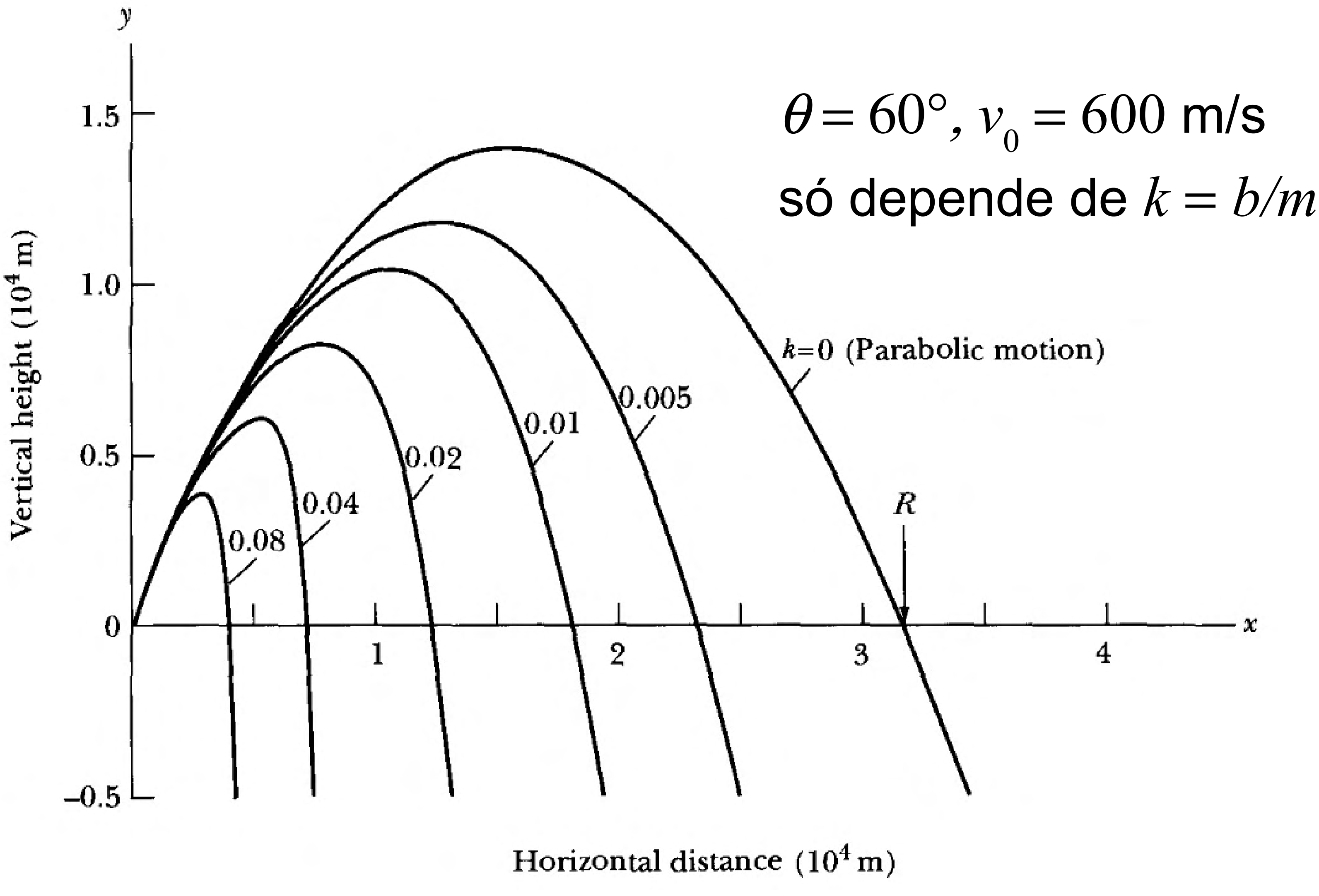
$$kT = \left(1 + \frac{kv_{0y}}{g}\right)\left(1 - \mathrm{e}^{-kT}\right)$$

Alcance R obtido para $y(x = R) = 0$

Alcance

$$\frac{kR}{v_{0x}} = 1 - \exp\left[-\left(1 + \frac{kv_{0y}}{g}\right)\frac{kR}{v_{0x}}\right]$$

Lançamento de projéteis
TM figura 2.8, pg. 66



Lançamento de projéteis
TM exemplo 2.6, pg. 65

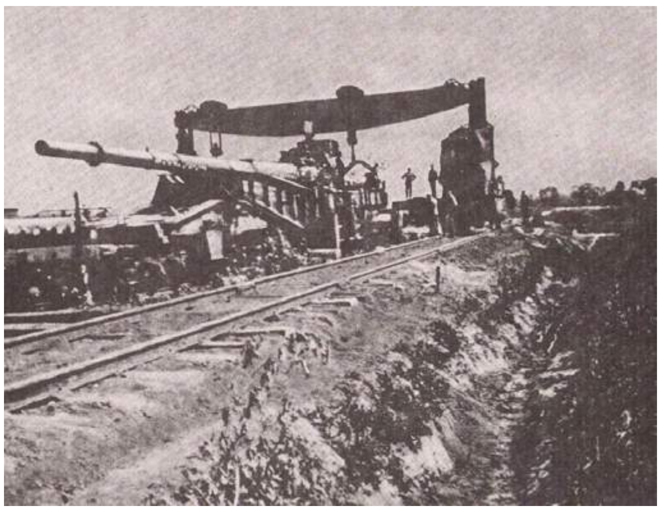
Paris Geschütz (1918): $m \sim 106$ kg

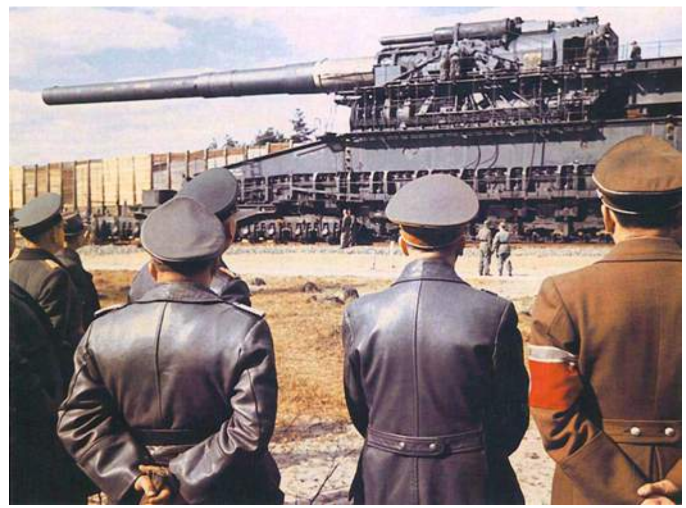
Dicke Bertha

https://en.wikipedia.org/wiki/Paris_Gun

Schwerer Gustav (1941)

https://en.wikipedia.org/wiki/Schwerer_Gustav





$\theta = 55°$, $v_0 = 1450$ m/s, x_{alcance} sem resist. do ar $\rightarrow R_0 \sim 202$ km

$y_{\text{máx}} \sim 72$ km, $T \sim 242$ s, alcance real $R \sim 120$ km (com resist. ar)

$k \sim 0{,}00393\ \text{s}^{-1}$, $y_{\text{máx}} \sim 55$ km (real 42,3 km), $T \sim 213$ s

Efeito Magnus

Caso já tenha carregado os vídeos aqui, ou aqui, salve-os com os nomes *magnus1.mp4* e *magnus2.mp4* no mesmo diretório deste arquivo pdf. Da próxima vez, basta clicar nas fotos acima.