UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA GLEB WATAGHIN

DRCC-IFGW

QUAL SERIA A EQUAÇÃO NO LIMITE NÃO-RELATIVÍSTICO DA EQ. DE DIRAC?

REFERÊNCIA
AITCHISON SEÇÃO 4.6, P. 98
(OBSERVE QUE TEM UMA ERRATA
COM CORREÇÕES NESTA PÁGINA).

SABEMOS QUE

$$i\partial_t \psi = H\psi$$

COM $H = \vec{\alpha}\cdot(-i\vec{\nabla} + e\vec{A}) + \beta m - eA^0$

É O HAMILTONIANO COM INTERAÇÃO ELETROMAGNÉTICA.

NO CASO NÃO-RELATIVÍSTICO, TEMOS UM SISTEMA 2x2, QUE NÃO É O CASO DO ESPINOR. ENTÃO DEVEMOS TER UMA SEPARAÇÃO ENTRE AS COMPONENTES DO ESPINOR DE DIRAC: $\psi = \begin{pmatrix} \psi_{large} \\ \psi_{small} \end{pmatrix}$.

NO CASO NÃO-RELATIVÍSTICO, $\phi \ll m$. ENTÃO ASSUMIREMOS

$$H = H_1 + m \Rightarrow H_1 = H - m = \vec{\alpha}\cdot(-i\vec{\nabla} + e\vec{A}) + \underbrace{\beta m - eA^0 - m}_{}$$

APLICANDO ESTE ESTADO A $\psi = \begin{pmatrix} \varphi \\ \Phi \end{pmatrix}$ TEMOS $\begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & -m \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2m \end{pmatrix}$

$$H_1 \begin{pmatrix} \varphi \\ \Phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma}\cdot(-i\vec{\nabla} + e\vec{A}) \\ \vec{\sigma}\cdot(-i\vec{\nabla} + e\vec{A}) & \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi \\ \Phi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix}$$

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

$$-eA^0\begin{pmatrix}\varphi\\ \phi\end{pmatrix}$$

FAZER $H_1 = H - m$ E ESCREVER A ADOTAR

$$\psi = e^{-imt}\begin{pmatrix}\varphi\\ \chi\end{pmatrix}$$

~~POR~~

$$\begin{cases} H_1\varphi = \vec{\sigma}.(-i\vec{\nabla}+e\vec{A})\,\Phi - eA^0\varphi \\ H_1\Phi = \vec{\sigma}(-i\vec{\nabla}+e\vec{A})\,\varphi - eA^0\Phi - 2m\Phi \end{cases}$$

DA 2ª EQUAÇÃO TEMOS

$$(H_1 + eA^0 + 2m)\,\Phi = \vec{\sigma}.(-i\vec{\nabla}+e\vec{A})\,\varphi$$

EM OUTRAS PALAVRAS QUE A ENERGIA $H_1 << m$ E SE $A_0 << m/e$ ENTÃO

TEMOS QUE

$$2m\,\Phi \simeq \vec{\sigma}(-i\vec{\nabla}+e\vec{A})\,\varphi \simeq v\,\varphi \quad << 1$$

ISOLANDO Φ TEMOS

$$\boxed{\Phi = \frac{\vec{\sigma}.(-i\vec{\nabla}+e\vec{A})\,\varphi}{2m}}$$

SUBSTITUINDO NA 1ª EQUAÇÃO.

TEMOS

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA
GLEB WATAGHIN

DRCC - IFGW

$$H_1 \psi = \vec{\sigma}(-i\vec{\nabla} + e\vec{A})\,\Phi - eA^0\psi$$

$$\Phi = \frac{\vec{\sigma}(-i\vec{\nabla} + e\vec{A})\psi}{2m}$$

$$H_1\psi = \underbrace{[\vec{\sigma}\cdot(-i\nabla + e\vec{A})][\sigma(-i\nabla + e\vec{A})]\psi}_{2m} - eA^0\psi$$

PRECISAMOS CUIDAR QUE ESTA EXPRESSÃO TEM TERMOS COM PROBLEMAS DE ORDENAMENTO.

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad\qquad\qquad \sigma_i \quad \nabla_i \quad A_i \quad \sigma_j \quad \nabla_j \quad A_j \\ [\vec{\sigma}\cdot(-i\vec{\nabla} + e\vec{A})]^2\psi = [\vec{\sigma}\cdot(-i\vec{\nabla} + e\vec{A})][\vec{\sigma}\cdot(-i\vec{\nabla} + e\vec{A})]\psi \end{array}$$

$$= [\sigma_i\sigma_j(-i)^2\nabla_i\nabla_j - ie\,\sigma_i\sigma_j\,\vec{\nabla}_i(A_j) + -ie\,\sigma_i\sigma_j\,A_i\,\vec{\nabla}_j + \sigma_i\sigma_j e^2 A_i A_j]\psi$$

$$= \{[\sigma\cdot(-i\vec{\nabla})]^2 - ie(\vec{\sigma}\cdot\vec{\nabla})(\sigma_j\cdot\vec{A}) - ie(\vec{\sigma}\cdot\vec{A})(\vec{\sigma}\cdot\vec{\nabla}) + (\vec{\sigma}\cdot\vec{A})(\vec{\sigma}\cdot\vec{A})]\psi$$

SABEMOS

$$(\vec{\sigma}\cdot\vec{a})(\vec{\sigma}\cdot\vec{b}) = a\cdot b\,I + i\vec{\sigma}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})$$

$\vec{a} = -i\vec{\nabla}$
$\vec{b} = -i\vec{\nabla}\psi)$

$$(\vec{\sigma}\cdot(-i\nabla))^2\psi = (-i)^2\,\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}\psi = -\nabla^2\psi$$
$$+ i\vec{\sigma}\cdot(-i\nabla)\times(-i\vec{\nabla}\psi)$$

ENTÃO $\vec{a} = -ie\vec{\nabla}$ $\quad \vec{b} = \vec{A}\psi$ ~~VECTORIA~~

$$-ie(\vec{\sigma}\cdot\vec{\nabla})(\vec{\sigma}\cdot\vec{A})\psi = -ie[\vec{\nabla}\cdot(\vec{A}\psi) + i\sigma(\vec{\nabla}\times(\vec{A}\psi))]$$

E TAMBÉM $\quad \vec{a} = -ie\vec{A} \quad \vec{b} = \vec{\nabla}\psi$

$$-ie(\vec{\sigma}\cdot\vec{A})(\vec{\sigma}\cdot\vec{\nabla})\psi = -ie[\vec{A}\cdot\vec{\nabla}\psi + i\vec{\sigma}\cdot(\vec{A}\times\vec{\nabla}\psi)]$$

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin-UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

PORTANTO TEREMOS QUE

$$[\vec{\sigma}\cdot(-i\vec{\nabla}+e\vec{A})]^2\psi = -\vec{\nabla}^2\psi + e^2A^2\psi$$

$$-ie\{\vec{\nabla}\cdot(\vec{A}\psi) + i\vec{\sigma}\cdot\vec{\nabla}\times(\vec{A}\psi)$$

$$+(\vec{A}\cdot\vec{\nabla})\psi + i\vec{\sigma}\cdot(\vec{A}\times\vec{\nabla}\psi)\}$$

$$\vec{\nabla}\cdot(\vec{A}\psi) = (\vec{\nabla}\cdot\vec{A})\psi + \vec{A}\cdot\vec{\nabla}\psi$$

$$\left.\begin{array}{l}\underline{\nabla\times(\vec{A}\psi)} + \vec{A}\times\vec{\nabla}\psi \\ (\nabla\times\vec{A})\psi - (\vec{A}\times\vec{\nabla})\psi\end{array}\right\} \quad (\vec{\nabla}\times\vec{A})\psi = \vec{B}\psi$$

$$-(-ie)^2A^2$$

$$[\vec{\sigma}\cdot(-i\nabla+e\vec{A})]^2\psi = -\nabla^2\psi + e^2A^2\psi - ie\{\vec{\nabla}\cdot(\vec{A}\psi) + (\vec{A}\cdot\vec{\nabla})\psi$$

$$i\vec{\sigma}\cdot\vec{B}\psi] = -\vec{\nabla}\cdot\{\vec{\nabla}\psi + ie\vec{A}]\psi + \cancel{-ie\vec{A}}$$

$$-ie\vec{A}\cdot(\nabla - ie\vec{A})\psi$$

$$[\vec{\sigma}\cdot(-i\nabla+e\vec{A})]^2\psi = (-i\nabla+e\vec{A})^2\psi + e\,\vec{\sigma}\cdot\vec{B}$$

PORTANTO

$$H\psi = \frac{(-i\nabla+e\vec{A})^2}{2m}\psi + \frac{e}{2m}\vec{\sigma}\cdot\vec{B}$$

$$+\frac{e}{m}\vec{S}\cdot\vec{B} \qquad \text{com } \vec{S} = \frac{\vec{\sigma}}{2}$$

A EQUAÇÃO DE SCHRODINGER DE UMA PARTÍCULA DE CARGA $-e$ NUM CAMPO MAGNÉTICO $\vec{B}$ É DADO POR,

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi = -\frac{\nabla^2}{2m}\psi + \frac{e^2}{2m}A^2\psi + \frac{e}{2m}\vec{B}\cdot\vec{L}\psi$$

ESTE LAGRANGIANO IRÁ FAZER O ESTADO DE $l_z = l$ TER UMA DEGENERESCÊNCIA $2l+1$. O ESTADO FUNDAMENTAL TEM $l=0$ E PORTANTO NÃO É DEGENERADO.

MAS EXPERIMENTALMENTE UMA DEGENERESCÊNCIA DUPLA DO ESTADO FUNDAMENTAL.

UHLENBECK E GOUDSMITH SUGERIRAM QUE PODEMOS EXPLICAR A DEGENERESCÊNCIA SE ADICIONARMOS UM OBSERVÁVEL DE MOMENTO ANGULAR EXTRA ALÉM DO USUAL. COMO A DEGENERESCÊNCIA É DUPLA ENTÃO $2l^*+1 = 2 \Rightarrow \boxed{l^* = 1/2}$

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin-UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

PORTANTO SE ASSOCIARMOS O SPIN A ESTE MOMENTO ANGULAR

ENTRARIA TERMOS

$$\frac{+e}{2m}\vec{B}\cdot\vec{S}$$

E O SPLITING SERIA $\frac{qB}{2m}$ PARA $S_z = \pm 1/2$.

MAS O SPLITING É $2 \times \frac{qB}{2m}$. PORTANTO PRECISAMOS

COLOCAR A MÃO QUE O TERMO DE SPIN É

$$\frac{+eg}{2m}\vec{B}\cdot\vec{S}$$ ONDE g É UM FATOR GIROMAGNÉTICO

OU FATOR DE LANDE.

COMPARANDO COM A EQ DE DIRAC TEMOS QUE

$g=2$ DA EQUAÇÃO DE DIRAC.

O MOMENTO MAGNÉTICO μ DO ELETRON É DEFINIDO COMO,

$$\vec{\mu}\cdot\vec{B} \equiv \left(\frac{eg}{2m}\vec{S}\right)\cdot\vec{B}$$

CLASSICAMENTE QUE $\vec{\mu} = \frac{q}{2m}\vec{L}$

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA
GLEB WATAGHIN

DRCC - IFGW

EXPERIMENTALMENTE O VALOR MEDIDO É

$$\frac{g_e}{2} = 1,00115965271085(76) \quad (0,7 \ ppb)$$

ERRO DE $2,6 \; 10^{-13}$!!

$$\frac{g_\mu}{2} = 2,0023318414 \quad (12 \ ppb)$$

PARA PARTÍCULAS COMPOSTAS PROTON E NEUTRON,

$$\begin{cases} g_n = 3,826 \\ g_p \doteq 5.585 \end{cases}$$

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA
GLEB WATAGHIN

119

DRCC - IFGW

~~PARTÍCULA LIVRE~~

ELETRODINÂMICA DE PARTÍCULAS DE SPIN 1/2

CAPÍTULO 6 DO HALZEN

SABEMOS QUE A SOLUÇÃO

$$\psi = u(\vec{p})\, e^{-ip\cdot x} \qquad (\gamma^\mu p_\mu - m)\psi = 0$$

A INCLUSÃO DO CAMPO ELETROMAGNÉTICO É

$$p^\mu \rightarrow p^\mu + eA^\mu$$

ENTÃO

$$[\gamma^\mu(p_\mu + eA_\mu) - m]\psi = (\gamma^\mu p_\mu - m)\psi + e\gamma^\mu A_\mu \psi$$

O HAMILTONIANO DE DIRAC É

$$H = \vec{\alpha}\cdot\vec{p} + \beta m = \beta(\vec{\gamma}\cdot\vec{p} + m) = \gamma^0(\vec{\gamma}\cdot\vec{p} + \beta m)$$

↳ COMO O TEMOS $\gamma^0 = \beta$

PORTANTO IREMOS ESCREVER

$$(\gamma^\mu p_\mu - m)\psi = -e\gamma^\mu A_\mu \psi \equiv \gamma^0 V \psi \qquad \boxed{\gamma^0 V = -e\gamma^\mu A_\mu}$$

PARA SER COMPATÍVEL COM O HAMILTONIANO.

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127
Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

~~PORTANTO~~ A AMPLITUDE DE ESPALHAMENTO T_{fi} É OBTIDA DA SEGUINTE FORMA,

$$T_{fi} = -i\int \psi_f^\dagger V(x)\, \psi_i \, d^4x$$

NESTE CASO $\gamma^0 V = -e\gamma^\mu A_\mu \Rightarrow V = -e\gamma^0\gamma^\mu A_\mu$

PORTANTO

$$T_{fi} = ie\int \psi_f^\dagger \gamma^0\gamma^\mu A_\mu \psi_i \, d^4x = ie\int \bar{\psi}_f \gamma^\mu A_\mu \psi_i \, d^4x$$

O TERMO $-e\bar{\psi}_f \gamma_\mu \psi_i$ É A CORRENTE ELETROMAGNÉTICA DO ELETRON, COM UM ESTADO INICIAL ψ_i E UM FINAL ψ_f.

$$\boxed{T_{fi} = -i\int j_\mu^{fi} A^\mu \, d^4x}$$

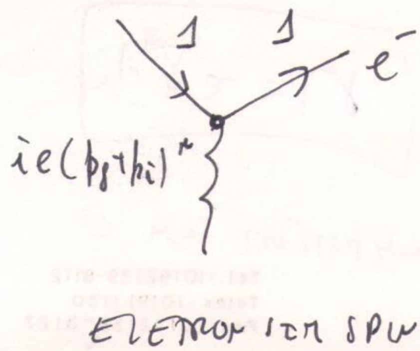
EM ANALOGIA COM A EQUAÇÃO DE KLEIN-GORDON

SE SUBSTITUIRMOS $\psi_i = u_i(p)e^{-ip_i x}$ TEMOS $j_\mu^{fi} = -e\,\bar{u}_f \gamma_\mu u_i e^{i(p_f-p_i)x}$

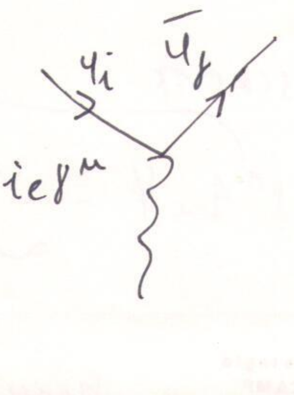
NO CASO ANTERIOR DE PARTÍCULAS SEM SPIN

OBTEMOS $j_\mu^{fi} = -e(p_f+p_i)_\mu e^{i(p_f-p_i)x}$. ENTÃO A CORRENTE É DIFERENTE EM CADA CASO E TERÁ CONSEQUÊNCIAS DIFERENTES.

COMPARANDO



ELETRON SEM SPIN



O VÉRTICE É

$-i\,[\quad]$ COEFICIENTE DE j_μ^{fi}

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA
GLEB WATAGHIN

DRCC-IFGW

PODEMOS ENTENDER A DIFERENÇA ENTRE OS DOIS DA SEGUINTE FORMA

$\boxed{\bar{u}_f \gamma^\mu u_i}$ PODE SER ESCRITO EM TERMOS DE SOMA E DIFERENÇA DE MOMENTOS. SEJA

TEMOS DA EQ. DE DIRAC,

$$(\gamma^\mu p_\mu^i - m) u_i = 0 \qquad \bar{u}_i (\gamma^\mu p_\mu^i - m) = 0$$

$$(\gamma^\mu p_\mu^f - m) u_f = 0 \qquad \bar{u}_f (\gamma^\mu p_\mu^f - m) = 0$$

PODEMOS REESCREVER $\gamma^\mu p_\mu^i u - m u_i = 0 \Rightarrow \boxed{u_i = \frac{\gamma^\mu p_\mu^i u_i}{m}}$

E $\bar{u}_f \gamma^\mu p_\mu^f - m \bar{u}_f = 0 \quad \boxed{\bar{u}_f = \frac{\bar{u}_f \gamma^\mu p_\mu^f}{m}}$

$$\bar{u}_f \gamma^\mu u_i = \frac{\bar{u}_f \gamma^\mu u_i}{2} + \frac{\bar{u}_f \gamma^\mu u_i}{2} = \frac{\bar{u}_f \gamma^\nu p_\nu^f \gamma^\mu u_i}{2m} + \frac{\bar{u}_f \gamma^\mu \gamma^\nu p_\nu^i u_i}{2m}$$

PODEMOS ESCREVER

$$\gamma^\mu \gamma^\nu = \frac{[\gamma^\mu, \gamma^\nu]}{2} + \underbrace{\frac{\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\}}{2}}_{2 g^{\mu\nu}} = g^{\mu\nu} + \frac{[\gamma^\mu, \gamma^\nu]}{2}$$

$$[\gamma^\mu, \gamma^\nu] = -2i\sigma^{\mu\nu}$$

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

ENTÃO

$$\boxed{\gamma^\mu\gamma^\nu = g^{\mu\nu} - i\,\sigma^{\mu\nu}}$$

SUBSTITUINDO NA EXPRESSÃO

TEMOS

$$\cancel{\bar{u}_f \gamma^\mu u_i = \bar{u}_f \frac{(p_\nu^f + p_\nu^i)}{2m}\left[g^{\mu\nu} - i\sigma^{\mu\nu}\right] u_i}$$

~~TEMOS ENTÃO~~

$$\cancel{\bar{u}_f \gamma^\mu u_i = \bar{u}_f \frac{(p_f^\mu + p_i^\mu)}{m} u_i - i\,\bar{u}_f}$$

$$\bar{u}_f \gamma^\mu u_i = \frac{\bar{u}_f}{2m}\left\{(g^{\nu\mu} - i\sigma^{\nu\mu}) p_\nu^f + (g^{\mu\nu} - i\sigma^{\mu\nu}) p_\nu^i\right\} u_i$$

$$= \frac{\bar{u}_f}{2m}\left[(p^f)^\mu + (p^i)^\mu\right] u_i - \frac{i\,\bar{u}_f}{2m}\sigma^{\mu\nu}(p_\nu^i - p_\nu^f) u_i$$

$$\boxed{\bar{u}_f \gamma^\mu u_i = \frac{\bar{u}_f}{2m}\left[(p^f)^\mu + (p^i)^\mu\right] u_i + i\,\frac{\bar{u}_f\,\sigma^{\mu\nu}(p_\nu^f - p_\nu^i) u_i}{2m}}$$

DECOMPOSIÇÃO DE GORDON DA CORRENTE

UNICAMP

A EXPRESSÃO DA PROBABILIDADE DE TRANSIÇÃO É

$$T_{fi} = +ie \int \overline{\Psi}_f \gamma^\mu A_\mu \Psi_i \, d^4x$$

ASSUMINDO QUE A^μ INDEPENDA DO TEMPO, ENTÃO

A SOLUÇÃO

$$\Psi_{i,f} = a\, u_{i,f}(p)\, e^{+i p_{i,f} \cdot x}$$

~~PORTANTO~~ PORTANTO

$$T_{fi} = ie \int \overline{u}_f \gamma^\mu A_\mu u_i e^{i(p_f - p_i)\cdot x} d^4x = ie\, 2\pi\delta(E_f - E_i) \int \overline{u}_f \gamma^\mu A_\mu u_i e^{-i(\vec{p}_f - \vec{p}_i)\cdot\vec{x}} d^3x$$

NESTE LIMITE $E_f = E_i$, E NO CASO NÃO RELATIVÍSTICO,

$$|p_f^0| = (p_i^0) \cong m \qquad |\vec{p}_f| \ll m \quad |\vec{p}_i| \ll m,$$

DA EXPRESSÃO DE DECOMPOSIÇÃO DE GORDON TEMOS

$$\overline{u}_f \gamma^\mu A_\mu u_i\, e^{-i(\vec{p}_f - \vec{p}_i)\cdot\vec{x}} = \frac{A_\mu \overline{u}_f}{2m} \left((p^f)^\mu + (p^i)^\mu \right) u_i e^{-i(\,)} + \frac{A_\mu \overline{u}_f}{2m} \sigma^{\mu\nu} (p_\nu^f - p_\nu^i) u_i e^{-i(\,)}$$

NO LIMITE NÃO RELATIVÍSTICO

$$(p^f)^\mu + (p^i)^\mu \cong 2m\, \delta_0^\mu \qquad (p^f - p^i)_\nu \cong -(\vec{p}_f - \vec{p}_i)_i\, \delta_{\nu i}$$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

DO 1º TERMO TEMOS

$$\frac{A_0}{2m} \bar{u}_j\, 2m\, u^i e^{-i()}$$

E DO 2º TERMO TEMOS

$$A_\mu i \sigma^{\mu\nu} - (p_f - p_i)_\nu \delta_{\nu i} u_i e^{-i()}$$

DEFINIMOS $q^i = p_f^i - p_i^i$ ENTÃO

$$A_\mu i \sigma^{\mu 0 i}(-\vec{q}^{\,i}) u_i e^{-i \vec{q}^{\,i}\vec{x}} = A_0 \bar{u}_i\, \sigma^{0i}(-\vec{q}^{\,i}) u_i e^{-iq_i x}$$

$$+ A_j i \sigma^{ji}(-q_i) u_i e^{-i \vec{q}^{\,i}\cdot\vec{x}}$$

DA FORMA DAS MATRIZES σ^{0i} E σ^{ij} TEMOS

$$\sigma^{0i} = \frac{i}{2}\begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ \sigma^i & 0\end{pmatrix} \qquad \sigma^{ij} = \frac{1}{2}\varepsilon^{ijk}\begin{pmatrix} \sigma^k & 0 \\ 0 & \sigma^k\end{pmatrix} = \frac{\varepsilon^{ijk}\Sigma^k}{2}$$

A GRANDE DIFERENÇA É QUE UMA MATRIZ É NA DIAGONAL PRINCIPAL E A OUTRA É FORA DA DIAGONAL PRINCIPAL.

DA EQ. ACIMA TEMOS O 1º TERMO

$$\frac{iA_0 \bar{u}_i}{2}\begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ \sigma^i & 0\end{pmatrix}(-\vec{q}^{\,i}) u_i e^{-iq_i x} = -\frac{A_0}{2}\bar{u}_f \begin{pmatrix} 0 & -\vec{\sigma}\cdot\vec{q} \\ -\vec{\sigma}\cdot\vec{q} & 0\end{pmatrix} u_i e^{-iq_i x}$$

ESTE TERMO MISTURA TERMOS SUPERIORES E INFERIORES

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_A \\ \varphi_B \end{pmatrix}$$

$$(\bar{\varphi}_A^f\ \bar{\varphi}_B^f)\begin{pmatrix} 0 & -\vec{\sigma}\cdot\vec{p}^{\,i} \\ -\vec{\sigma}\cdot\vec{p} & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\varphi_A^i \\ \varphi_B^i\end{pmatrix} = -\bar{\varphi}_A^f \vec{\sigma}\cdot\vec{p}\,\varphi_B^i - \bar{\varphi}_B^f \vec{\sigma}\cdot\vec{p}\,\varphi_A^i$$

UNICAMP

COMO $\psi_B << \psi_A$, TEMOS QUE O PRIMEIRO TERMO SE ANULA.

DO 2º TERMO TEMOS,

$$\frac{i A_j}{2} \bar{\psi}_j \, \varepsilon^{jik} \Sigma^k_q u_i \, e^{-iq_i x} = \frac{i A_j}{2} \bar{\psi}_j \Sigma^k u_i \, \varepsilon^{jik} \, i \partial^i e^{-iq_i x}$$

$$q^i e^{-iq_i x} \equiv i\partial^i (e^{-iq_i x})$$

O TERMO TERMO MATRICIAL

$$\bar{\psi}_j \Sigma^k \psi_i = (\bar{\psi}_j^A, \bar{\psi}_j^B) \begin{pmatrix} \sigma^k & \phi \\ \phi & \sigma^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_i^A \\ \psi_i^B \end{pmatrix} = \bar{\psi}_j^A \sigma^k \psi_i^A + \bar{\psi}_j^B \sigma^k \psi_i^B$$

DO 2º TERMO

$$= \frac{i}{2} \bar{\psi}_j^A \sigma^k \psi_i^A \, \underset{\sim}{\varepsilon^{jik}} A_j \, i\partial^i q^i = -\frac{i}{2} \bar{\psi}_j^A \sigma^k \psi_i^A \, \varepsilon^{kij} q^i A_j$$

$$\underbrace{\varepsilon^{kij} q^i A^j}_{(\vec{q} \times \vec{A})_k}$$

$$\varepsilon^{jik} = \varepsilon^{kji} = -\varepsilon^{kij}$$

$$= \frac{i}{2} \bar{\psi}_j^A \Sigma^k \cdot (\underset{\substack{\downarrow \\ i\vec{\partial}}}{\vec{q}} \times \vec{A})$$

$$\psi_A = \frac{\cdot}{J} \bar{\psi}_j^A \Sigma^k \cdot \underbrace{(\nabla \times \vec{A})}_{\vec{B}} \psi_A^j$$

$$\vec{S} = \vec{\Sigma}_j = \vec{\sigma}$$

$$= \frac{\cdot}{2m} \bar{\psi}_j^A \vec{\sigma} \cdot \vec{B} \psi_A^A \longrightarrow 0$$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

ENTÃO NO LIMITE NÃO RELATIVISTICO TEMOS DOIS TERMOS

$$T_{fi} = 2\pi i e\, \delta(E_f - E_i) \left[+ \frac{1}{2m} \bar{\psi}_f\, 2m\, \psi^i e^{-i()} A_0 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{-e}{2m} \right) \bar{\psi}_f^A\, \vec{\sigma} \cdot \vec{B}\, \psi_i^A \right]$$

ACOPLAMENTO COM O CAMPO ~~ELE~~ ESTÁTICO A^0. CARGA ELÉTRICA

ACOPLAMENTO SPIN - CAMPO MAGNÉTICO, ESTE TERMO NÃO PRESENTE ANTES.

NO CASO RELATIVÍSTICO USAREMOS A EXPRESSÃO COMPLETA

$$T_{fi} = -i \int j_\mu^{fi} A^\mu d^4x$$

DA MESMA FORMA COMO FEITO ANTES, O CAMPO ELETROMAGNÉTICO A^μ PODE SER CALCULADO EM TERMOS DA CORRENTE ELETROMAGNÉTICA,

$$A^\mu = -\frac{1}{q^2} j^\mu_{(2)}$$

E PORTANTO TEMOS A MESMA FORMA DA AMPLITUDE DE ESPALHAMENTO

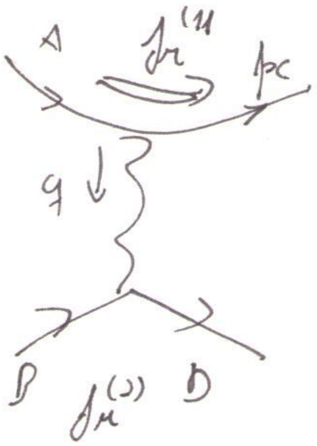
$$T_{fi} = -i \int j_\mu^{(1)} \left(\frac{-g^{\mu\nu}}{q^2} \right) j_\nu^{(2)} d^4x$$

UNICAMP

A ÚNICA DIFERENÇA É A FORMA DA CORRENTE

$$j_\mu^{(2)} = -e\,\bar{u}_f\,\gamma_\mu\,u_i\,e^{i(p_f-p_i)\cdot x} \qquad AB \to CD$$

PARA O ESPALHAMENTO e^-e^- TEMOS QUE É PORTANTO



$$T_{fi} = -i\left(-e\,\bar{u}_C\,\gamma_\mu\,u_A\right)\left(\frac{-1}{q^2}\right)\left(-e\,\bar{u}_D\,\gamma^\mu\,u_B\right)(2\pi)^4\,\delta^{(4)}(p_A+p_B-p_C-p_D)$$

com $q = p_A - p_C = p_D - p_B$,

ESTA AMPLITUDE PODE SER FATORIZADA EM

$$T_{fi} = -i(2\pi)^4\,\delta^{(4)}(\Sigma p)\,\mathcal{M}$$

↳ AMPLITUDE DE ESPALHAMENTO

$$\boxed{-i\mathcal{M} = \left(ie\,\bar{u}_C\,\gamma^\mu\,u_A\right)\left(\frac{-i g_{\mu\nu}}{q^2}\right)\left(ie\,\bar{u}_D\,\gamma^\nu\,u_B\right)}$$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

MAIS PARA ESTE PROCESSO TEMOS UM OUTRO DIAGRAMA, TROCANDO OS FÉRMIONS FINAIS

ANTISSIMETRIA

$$\mathcal{M} = -e^2 \frac{\left(\bar{u}_C^{(s)} \gamma^\mu u_A^{(s')}\right)\left(\bar{u}_D^{(s'')} \gamma_\mu u_B^{(s''')}\right)}{(p_A-p_C)^2} + e^2 \frac{\left(\bar{u}_D^{(s'')} \gamma^\mu u_A^{(s)}\right)\left(\bar{u}_C^{(s')} \gamma_\mu u_D^{(s''')}\right)}{(p_A-p_D)^2}$$

O ESPALHAMENTO $e^-e^- \to e^-e^-$ É CHAMADO ESPALHAMENTO MØLLER

EM GERAL, PRECISAMOS USAR AS SOLUÇÕES DA EQ. DE DIRAC FEITAS ANTERIORMENTE E PRECISAMOS CALCULAR $|\mathcal{M}|^2$.

MAS EM GERAL O QUE MEDIMOS É UM PROCESSO EM QUE OS ESTADOS INICIAIS NÃO ESTÃO POLARIZADOS (I.E. NÃO TEM UMA DIREÇÃO PREFERENCIAL) E TAMBÉM NÃO MEDIMOS OS ESTADOS DE SPIN DA SOLUÇÃO DO ESTADO FINAL.

$$\frac{1}{(2s_A+1)} \frac{1}{(2s_B+1)} \sum_{\text{iniciais}} \sum_{\text{finais}} \mathcal{M}$$

$$\mathcal{M}(s_A, s_B, s_C, s_D) \longrightarrow |\mathcal{M}|^2$$

CADA ESTADO DE SPIN É FISICAMENTE DISTINTO DO OUTRO, ENTÃO, 129

UNICAMP

DEVEMOS

~~$|M(\lambda_A, \lambda_B, \lambda_C, \lambda_D)|^2$~~

~~$\frac{1}{2\lambda_A+1} \sum_{\lambda_A} \frac{1}{2\lambda_B+1} \sum_{\lambda_C} \sum_{\lambda_D} M(\lambda_A, \lambda_B, \lambda_C, \lambda_D)$~~

COMO NÃO PREPARAMOS O ESTADO INICIAL NUMA CERTA POLARIZAÇÃO, ENTÃO DEVEMOS FAZERMOS A MEDIA SOBRE AS POLARIZAÇÕES.

COMO NÃO MEDIMOS AS POLARIZAÇÕES FINAIS, DEVEMOS SOMAR SOBRE ELAS.

$$\overline{|M|^2} = \frac{1}{2\lambda_A+1} \sum_{\lambda_A} \frac{1}{2\lambda_B+1} \sum_{\lambda_B} \sum_{\lambda_C} \sum_{\lambda_D} |M(\lambda_A, \lambda_B, \lambda_C, \lambda_D)|^2$$

OS ESTADOS FINAIS TEM AS PROJEÇÕES DE SPIN COM ESTADOS ORTOGONAIS ENTRE SI, O ESTADO INICIAL É UMA MISTURA ESTATÍSTICA.

SEMPRE CREMOS CALCULAR ESTAS COISAS COM FEIXES DE GRANDE NÃO-POLARIZADAS.

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

TEMOS AQUI PARA $e^- e^- \to e^- e^-$

$$\mathcal{M} = -e^2 \frac{\bar{u}_C \gamma^\mu u_A \; \bar{u}_D \gamma_\mu u_B}{(p_A - p_C)^2} + e^2 \frac{\bar{u}_D \gamma^\mu u_A \; \bar{u}_C \gamma_\mu u_B}{(p_A - p_D)^2}$$

ANTES DE CALCULAR A SEÇÃO DE CHOQUE NO CASO GERAL,

IREMOS CALCULÁ-LA NO LIMITE NÃO RELATIVÍSTICO.

NO LIMITE NÃO RELATIVÍSTICO $\frac{|\vec{p}|}{m} \ll 1$. NESTE CASO

OS ESTADOS SÃO NO REFERENCIAL DE REPOUSO, PARA

SOLUÇÕES DE PARTÍCULA u,

e^- INICIAL $u^{(s)} = \sqrt{2m} \begin{pmatrix} \chi^{(s)} \\ 0 \end{pmatrix}$ COM $s = 1, 2$

e^- FINAL $\bar{u}^{(s)} = \sqrt{2m} \begin{pmatrix} \chi_s^\dagger & 0 \end{pmatrix}$

USANDO A REPRESENTAÇÃO

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \qquad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

NESTE CASO IREMOS CALCULAR $\mathcal{M}$ EXPLICITAMENTE,

$$\bar{u}^{(s)} \gamma^\mu u^{(s)} = \left(\sqrt{2m}\right)^2 \begin{pmatrix} \chi_s^\dagger & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \chi^{(s)} \\ 0 \end{pmatrix} = 2m\, \delta_{\mu 0}$$

PARA $\mu = 0$, $(2m)\, \chi_s^\dagger \chi_s = 2m$

$\mu = i$ $\quad (\chi_s^\dagger \;\; 0) \begin{pmatrix} 0 \\ -\vec{\sigma}\chi \end{pmatrix} = 0$

UNICAMP

E

$$\bar{u}^{(s)} \gamma^\mu u^{(s')} = (\sqrt{2m})^2 \chi_s^\dagger \chi_{s'} = 0 \quad \text{SE } s \neq s'.$$

ISTO SIGNIFICA QUE A DIREÇÃO DO SPIN NÃO MUDA NO ESPALHAMENTO NÃO RELATIVÍSTICO,

ENTÃO

$$\mathcal{M} = -\frac{e^2 \bar{u}_C^{(s)} \gamma^\mu u_A^{(s')} \bar{u}_D^{(s'')} \gamma_\mu u_B^{(s''')}}{t} + \frac{e^2}{u} \bar{u}_D^{(s'')} \gamma^\mu u_A^{(s')} \bar{u}_C^{(s)} \gamma_\mu u_B^{(s''')}$$

$$\mathcal{M} = -\frac{e^2 (2m)^2 \delta_{\mu 0} \delta_{ss'} \delta_{\mu 0} \delta_{s'' s'''}}{t} + \frac{e^2}{u} \delta_{s'' s'} \delta_{\mu 0} \delta_{\mu 0} \delta_{s s'''} (2m)^2$$

SOMANDO NOS DIFERENTES CASOS

$$\mathcal{M}(\uparrow\uparrow \to \uparrow\uparrow) = +e^2 4m^2 \left(-\frac{1}{t} + \frac{1}{u} \right)$$
$$\downarrow\downarrow \to \downarrow\downarrow$$

$$\mathcal{M}\begin{pmatrix} \uparrow\downarrow \to \uparrow\downarrow \\ \downarrow\uparrow \to \downarrow\uparrow \end{pmatrix} = e^2 4m^2 \left(-\frac{1}{t} \right) \qquad \mathcal{M}(\uparrow\downarrow \to \downarrow\uparrow) = \frac{e^2 4m^2}{u} = \mathcal{M}(\downarrow\uparrow \to \uparrow\downarrow)$$

ENTÃO $$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{2} \frac{1}{2} (e^2 4m^2)^2 \left[2\left(-\frac{1}{t} + \frac{1}{u} \right)^2 + 2\left(\frac{1}{t} \right)^2 + \frac{2}{u^2} \right]$$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{1}{4}(4m^2e^2)^2\, 2\left\{\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{u}\right)^2 + \frac{1}{t^2}+\frac{1}{u^2}\right\}$$

↳ É ADIMENSIONAL.

OUTRO PROCESSO QUE PODERÍAMOS ~~FAZER~~ CALCULAR A SECÇÃO DE CHOQUE.

TEMOS QUE

$$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{CM} = \frac{1}{64\pi^2 s}\frac{p_f}{p_i}|\mathcal{M}|^2$$

NO LIMITE NÃO-RELATIVISTICO $s \simeq 4m^2$ $p_f = p_i$

$$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{CM} = \frac{1}{64\pi^2 4m^2}\, 8m^4e^4\left\{\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{u}\right)^2+\frac{1}{t^2}+\frac{1}{u^2}\right\}$$

$2\times32 = 4\times16 = 8\times8$

$$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{CM} = \frac{m^2e^4}{32\pi^2}\left\{\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{u}\right)^2+\frac{1}{t^2}+\frac{1}{u^2}\right\}$$

NO REFERENCIAL CM,
$$t = -2p^2(1-\cos\theta) = -4p^2\sin^2\theta/2$$
$$u = -2p^2(1+\cos\theta) = -4p^2\cos^2\theta/2$$

$\alpha = e^2/4\pi$

$$\frac{1}{\sin^2\theta/2} - \frac{1}{\cos^2\theta/2} = \frac{\cos^2\theta/2-\sin^2\theta/2}{\cos^2\theta/2\,\sin^2\theta/2}$$

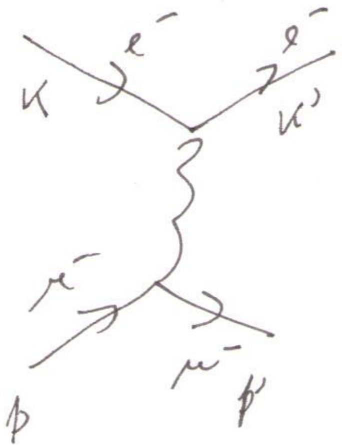
~~$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{CM} = \frac{m^2e^2}{}$~~

$$\frac{e^4}{32\pi^2}\frac{1}{16} = \frac{\alpha^2}{32}$$

$$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{CM} = \frac{2m^2\alpha^2}{32p^4}\left\{\frac{1}{\sin^4\theta/2}+\frac{1}{\cos^4\theta/2} - \frac{2}{\sin^2\theta/2\,\cos^2\theta/2}\right\}$$

↑ TERMO DE RUTHERFORD DE PARTÍCULAS IDÊNTICAS

O PROCESSO $e^-\mu^- \to e^-\mu^-$



$$\mathcal{M} = -e^2\, \bar{u}(k')\gamma^\mu u(k)\, \frac{1}{q^2}\, \bar{u}(p')\gamma_\mu u(p)$$

$$q = k - k'$$

A AMPLITUDE NÃO-POLARIZADA É,

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{2}\frac{1}{2} \sum_{\substack{\text{todas}\\ \text{as}\\ \text{helicidades}}} |\mathcal{M}|^2$$

PARA OBTER O RESULTADO TEMOS

$$|\mathcal{M}|^2 = \mathcal{M}\mathcal{M}^\dagger = \Big[-e^2\, \overbrace{\bar{u}(k')\gamma^\mu u(k)}^{j^\mu_{(e)}}\, \frac{1}{q^2}\, \overbrace{\bar{u}(p')\gamma_\mu u(p)}^{j_\mu^{(\mu)}}\Big] \times$$

$$\Big[-e^2\, \overbrace{u(k')\gamma^\nu u(k)}^{j^\nu_{(e)}}\, \frac{1}{q^2}\, \overbrace{u(p')\gamma_\nu u(p)}^{j^\nu_{(\mu)}}\Big]^\dagger$$

USANDO A PROPRIEDADE DE CADA UM DOS COLCHETES É UM NÚMERO.

ENTÃO TEMOS

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{1}{q^4} \underbrace{j^{\mu}_{(e)} j^{\nu *}_{(e)}}_{} \underbrace{j^{(\mu)}_{\mu} j^{(\mu)*}_{\nu}}_{}$$

SOMENTE RELACIONADO COM O MUON

SOMENTE RELACIONADO COM O ELETRON

UMMO

$$\cancel{|\mathcal{M}|^2 = \frac{1}{q^4} L^{\mu\nu}_{(e)} \ldots}$$

$$L^{\mu\nu}_{(e)} \equiv j^{\mu}_{(e)} j^{\nu *}_{(e)}$$

$$L^{\mu\nu}_{(e)} = e^2 \bar{u}(k') \gamma^{\mu} u(k) [(\bar{u}(k') \gamma^{\nu} u(k)]^{\dagger}$$

$$u^{\dagger}(k) \gamma^{\nu\dagger} \bar{u}^{\dagger}(k') = \underline{u^{\dagger}(k)\gamma^0} \gamma^0\gamma^{\nu}\gamma^0\gamma^{0\dagger} u(k')$$

$$\bar{u}(k) \gamma^{\nu} u(k')$$

ENTÃO

$$L^{\mu\nu}_{(e)} = e^2 \bar{u}_R(k') \gamma^{\mu} u_s(k) \bar{u}_s(k) \gamma^{\nu} u_R(k')$$

R

ESCREVENDO EM TERMOS DOS COMPONENTES

$$L^{\mu\nu}_{(e)} = \sum_{i,j,k,l} e^2 \bar{u}_{R_i}(k') (\gamma^{\mu})_{ij} u_{s_j}(k) \bar{u}_{s_k}(k) (\gamma^{\nu})_{kl} u_{R_l}(k')$$

REORGANIZANDO

$$L^{\mu\nu}_{(e)} = \sum_{i,j,k,l} e^2 \overbrace{u_{R_l}(k') \bar{u}_{R_i}(k') (\gamma^{\mu})_{ij} u_{s_j}(k) \bar{u}_{s_k}(k) (\gamma^{\nu})_{kl}}^{\text{TRAÇO}}$$

UNICAMP

ENTÃO

$$\boxed{L^{\mu\nu}_{(e)} = e^2 \, Tr\left[u_{s'}(k') \bar{u}_{s'}(k') \gamma^\mu u_s(k) \bar{u}_s(k) \gamma^\nu \right]}$$

PODEMOS CALCULAR COMO ANTES VIA LIMITE NÃO-RELATIVÍSTICO.

OU USAR O CASO RELATIVÍSTICO, SEM POLARIZAÇÃO

$$\overline{|M|^2} = \frac{1}{q^4} \sum_{R,S,R',S'} L^{\mu\nu}_{(e)\,SS'} \, M_{(\mu)\,\mu\nu\,RR'}$$

$$L^{(\mu\nu)}_{e} = \sum_{SS'} L^{\mu\nu}_{(e)\,SS'} = e^2 \, Tr\Big[\underbrace{\sum_{s'} u_{s'}(k') \bar{u}_{s'}(k')}_{(\not k' + m)} \gamma^\mu \underbrace{\sum_{s} u_s(k) \bar{u}_s(k)}_{\not k + m} \gamma^\nu \Big]$$

ENTÃO

$$\boxed{L^{(\mu\nu)}_{e} = e^2 \, Tr\left[(\not k' + m) \gamma^\mu (\not k + m) \gamma^\nu \right]}$$

SE REDUZIU AO CÁLCULO DE TRAÇOS DE MATRIZES DE DIRAC.

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

AGORA IREMOS TRATAR DO QUE CHAMAMOS DE DIRACOLOGIA, I. E. COMO CALCULAR O TRAÇO DE MÚLTIPLAS MATRIZES DE DIRAC.

TEOREMAS DO TRAÇO E PROPRIEDADES DAS MATRIZES γ.

$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv 2 g^{\mu\nu} \longrightarrow \gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2 g^{\mu\nu}$ KAIZON 6.4

USAREMOS A NOTAÇÃO $\not{a} = a^\mu \gamma_\mu$.

$Tr\, I_{4\times4} = 4$

$tr\, \gamma^\mu = 0$

$Tr\, \gamma^\mu\gamma^\nu = Tr\left(\frac{\gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\mu\gamma^\nu}{2} \right) = \frac{1}{2}\left[Tr\, \gamma^\mu\gamma^\nu + tr\, \gamma^\mu\gamma^\nu \right]$

$tr\, AB = tr\, BA$

$tr\, \gamma^\mu\gamma^\nu = \frac{1}{2}\left\{ tr\, \gamma^\mu\gamma^\nu + tr\, \gamma^\nu\gamma^\mu \right\}$

USO $\gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} - \gamma^\mu\gamma^\nu$

$tr\, \gamma^\mu\gamma^\nu = \frac{1}{2} tr \left(\gamma^\mu\gamma^\nu + \underbrace{\frac{1}{2} tr\, 2 g^{\mu\nu} I}_{g^{\mu\nu} tr\, I = 4 g^{\mu\nu}} - \frac{1}{2} tr\, \gamma^\mu\gamma^\nu \right)$

$\boxed{tr\, \gamma^\mu\gamma^\nu = 4 g^{\mu\nu}} \rightarrow \boxed{tr\, \not{a}\not{b} = 4\, a.b}$

UNICAMP

$$\mathrm{tr}\,\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho = \mathrm{tr}\,\gamma^\mu(2g^{\nu\rho} - \gamma^\rho\gamma^\nu) = 2g^{\nu\rho}\,\mathrm{tr}\,\gamma^\mu - \mathrm{tr}\,(\underbrace{\gamma^\mu\gamma^\rho}_{2g^{\mu\rho} - \gamma^\rho\gamma^\mu}\gamma^\nu)$$

$$\mathrm{tr}\,\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho = 2g^{\nu\rho}\,\mathrm{tr}\,\gamma^\mu - 2g^{\mu\rho}\,\mathrm{tr}\,\gamma^\nu + \mathrm{tr}(\gamma^\rho\gamma^\mu\gamma^\nu)$$

↳ TRAÇO CÍCLICO,

ONDE $\{\gamma_5, \gamma^\mu\} = 0$

$$\mathrm{tr}(\gamma^\rho\gamma^\mu\gamma^\nu) = \mathrm{tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho)$$

$$\mathrm{tr}\,\gamma^\mu = \mathrm{tr}\,\gamma^\mu(\gamma_5)^2 = \mathrm{tr}(\gamma_5\gamma^\mu\gamma_5) = -\mathrm{tr}\,\gamma^\mu(\gamma_5)^2 = -\mathrm{tr}\,\gamma^\mu$$

↳ TRAÇO CÍCLICO ANTICOMUTAÇÃO

$$\boxed{\mathrm{tr}\,\gamma^\mu = 0}$$

$$\mathrm{tr}\,\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho(\gamma_5)^2 = \mathrm{tr}(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^5) = \mathrm{tr}(\underset{-1}{\gamma^\mu}\,\underset{-1}{\gamma^\nu}\,\underset{-1}{\gamma^\rho}(\gamma_5)^2) = -\mathrm{tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho)$$

TRAÇO CÍCLICO ANTICOMUTAÇÃO

$$\boxed{\mathrm{tr}\,\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho = 0}$$

$$\mathrm{tr}\,\underbrace{\gamma^\mu\cdots\gamma^\nu}_{2n+1} = \mathrm{tr}(\underbrace{\gamma^\mu\cdots\gamma^\nu}_{2n+1})(\gamma_5)^2 = \mathrm{tr}(\gamma^5\underbrace{\gamma^\mu\cdots\gamma^\nu}_{2n+1}\gamma^5) = \underbrace{(-1)^{2n+1}}_{-1}\mathrm{tr}\,\gamma^\mu\cdots\gamma^\nu(\gamma_5)^2$$

$$\boxed{\mathrm{tr}\,\underbrace{\gamma^\mu\cdots\gamma^\nu}_{2n+1} = 0}$$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

SE O PRODUTO É PAR, ENTÃO NÃO SABEMOS E PRECISAMOS CALCULAR PRODUTO A PRODUTO

$\cancel{tr\, \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\eta \gamma^5 = tr\, \gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\eta \gamma^5 \gamma^0}$

$$tr\, \gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\eta = tr\left(\left(2g^{\mu\nu} - \gamma^\nu\gamma^\mu\right)\gamma^\rho\gamma^\eta\right) = 2g^{\mu\nu}\, \underbrace{tr\, \gamma^\rho\gamma^\eta}_{4g^{\rho\eta}}$$

$$- tr(\gamma^\nu \underbrace{\gamma^\mu\gamma^\rho}_{2g^{\mu\rho} - \gamma^\rho\gamma^\mu} \gamma^\eta = 8g^{\mu\nu}g^{\rho\eta} - 2g^{\mu\rho}\, 4g^{\nu\eta} + tr(\gamma^\nu\gamma^\rho \underbrace{\gamma^\mu\gamma^\eta}_{2g^{\mu\eta} - \gamma^\eta\gamma^\mu})$$

$$tr(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\eta) = 8g^{\mu\nu}g^{\rho\eta} - 8g^{\mu\rho}g^{\nu\eta} + 8g^{\mu\eta}g^{\nu\rho} - tr(\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\eta\gamma^\mu)$$

TRAÇO CÍCLICO

$$\boxed{tr(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\eta) = 4(g^{\mu\nu}g^{\rho\eta} - g^{\mu\rho}g^{\nu\eta} + g^{\mu\eta}g^{\nu\rho})}$$

E PORTANTO

$$\boxed{tr(\not a \not b \not c \not d) = 4(a.b\ c.d - a.c\ b.d + a.d\ b.c)}$$

OUTRAS PROPRIEDADES

$$tr\,\gamma_5 = tr\,\gamma_5\gamma_0^2 = tr(\gamma_0\gamma_5\gamma_0) = -tr\,\gamma_5\gamma_0^2 = -tr\,\gamma_5$$

$\boxed{tr\,\gamma_5 = 0}$

$$\text{OUTRAS}\quad tr(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu) = tr(\gamma^5(2g^{\mu\nu} - \gamma^\nu\gamma^\mu)) = 2g^{\mu\nu}\, tr\,\gamma_5$$

$$-tr(\gamma^5\gamma^\nu\gamma^\mu) = -tr(\gamma^\mu\gamma^5\gamma^\nu)$$

UNICAMP

OUTRAS PROPRIEDADES,

$\boxed{\gamma^\mu \gamma_\mu = 4}$?

DA PROPRIEDADES DA MATRIZES γ,

$g_{\rho\nu}$ $\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2 g^{\mu\nu}$

$$\gamma^\mu \gamma_\rho + \gamma_\rho \gamma^\mu = 2\, g_{\rho\nu} g^{\mu\nu} = 2\, \delta_\rho{}^\mu$$

SOMANDO SOBRE $\rho=\mu$ E SOMANDO

$$\sum_\mu \gamma^\mu \gamma_\mu + \sum \gamma_\mu \gamma^\mu = 2 \sum_\mu \underbrace{\delta_\mu{}^\mu}_{4} = 8$$

$$\boxed{\gamma^\mu \gamma_\mu = 4}$$

TEMOS TAMBÉM QUE

$$\gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_\mu = \gamma^\mu (2 g_{\nu\mu} - \gamma_\mu \gamma_\nu) = 2\gamma_\nu - \gamma^\mu \gamma_\mu \gamma_\nu = -2\gamma_\nu$$

$$\boxed{\gamma^\mu \not{a} \gamma_\mu = -2\not{a}}$$

$$\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma^\mu = \gamma_\mu \gamma_\nu (2 g_\rho{}^\mu - \gamma^\mu \gamma_\rho)$$

$$= 2\gamma_\rho \gamma_\nu - \gamma_\mu (2 g_\nu{}^\mu - \gamma^\mu \gamma_\nu) \gamma_\rho$$

$$= 2\gamma_\rho \gamma_\nu - 2\gamma_\nu \gamma_\rho + \gamma^\mu \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho$$

$4 \gamma_\nu \gamma_\rho$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

$$\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma^\mu = 4\, g_{\rho\nu}$$

$\gamma_\mu \not{a} \not{b} \gamma^\mu = 4\, a \cdot b$

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

COM ESTAS PROPRIEDADES POSSO CALCULAR A SEÇÃO DE CHOQUE $e^- \mu \to e^- \mu$,

$$\overline{|M|^2} = \frac{e^4}{q^4} L^{\mu\nu}_{(e)} L^{(\mu)}_{\mu\nu}$$

COM

$$L^{\mu\nu}_{(e)} = \frac{1}{2} \, tr\underbrace{[(\not{k}'+m)\gamma^\mu(\not{k}+m)\gamma^\nu]}_{\text{PRODUTOS DE 4, 3, 2, 1, 0 MATRIZES DE DIRAC.}}$$

USANDO A PROPRIEDADE

$$L^{\mu\nu}_{(e)} = \frac{1}{2} \, tr((\not{k}'+m)\gamma^\mu(\not{k}+m)\gamma^\nu) = \frac{1}{2} \, tr\underbrace{(\not{k}'\gamma^\mu\not{k}\gamma^\nu)}_{\text{PROPRIEDADE DE 4 MATRIZES}}$$

$$+ \frac{1}{2} \, tr(\underbrace{m^2\gamma^\mu\gamma^\nu}_{\text{2 MATRIZES}}) = \frac{4}{2}\left[k'^\mu k^\nu - (k'\cdot k) g^{\mu\nu} + k'^\nu k^\mu\right]$$

$$+ \frac{4}{2} m^2 g^{\mu\nu} = 2\left\{k'^\mu k^\nu + k'^\nu k^\mu - g^{\mu\nu}(k'\cdot k - m^2)\right]$$

O OUTRO TERMO É COMPLETAMENTE ANÁLOGO,

$$L^{\mu\nu}_{(\mu)} = 2\,(p'^\mu p^\nu + p'^\nu p^\mu - g^{\mu\nu}(p'\cdot p - M^2))]$$

UNICAMP

E PORTATO TEMOS QUE,

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{4e^4}{q^4}\Big[2(k'\cdot p')(k\cdot p) + 2(k'\cdot p)(k\cdot p') +$$

$$-2(k\cdot k'-m^2)(p'\cdot p) - 2(p\cdot p'-M^2)(k'\cdot k)$$

$$+\,4(k'\cdot k-m^2)(p\cdot p'-M^2)\Big]$$

$$\to -2(k\cdot k'-m^2)[\cancel{p'\cdot p} - \cancel{p\cdot p'}+M^2]$$

$$-2(p\cdot p'-M^2)[k'\cdot k - k'\cdot k + m^2]$$

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{8e^4}{q^4}\Big[(k'\cdot p')(k\cdot p) + (k'\cdot p)(k\cdot p')$$

$$\cancel{-(k\cdot k')(p\cdot p') - (k'\cdot k)(p\cdot p') + 2(k\cdot k')(p\cdot p')}$$

$$\cancel{+m^2\, p\cdot p' + M^2\, k'\cdot k - 2m^2\, p\cdot p' - 2M^2\, k\cdot k' + 2m^2M^2}$$

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{8e^4}{q^4}\Big[(k'\cdot p')(k\cdot p) + (k'\cdot p)(k\cdot p') - (k\cdot k'-m^2)(+M^2) - (p\cdot p'-M^2)(m^2)\Big]$$

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{8e^4}{q^4}\Big[(k'\cdot p')(k\cdot p) + (k'\cdot p)(k\cdot p') - M^2\, k\cdot k' - m^2\, p\cdot p' + 2m^2M^2\Big]$$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

PODEMOS REESCREVER EM TERMOS DAS VARIÁVEIS DE MANDELSTAM. PARA O LIMITE SUPER-RELATIVÍSTICO NÓS PODEMOS NEGLIGENCIAR A MASSA DAS PARTÍCULAS.

AS VARIÁVEIS DE MANDELSTAM SÃO

$s = (k+p)^2 = (k'+p')^2$ NO LIMITE ERRATICAMENTE RELATIVÍSTICO

$k^2 \approx k'^2 \approx p^2 \approx p'^2 = 0$

$t = (k-k')^2 = (p-p')^2$

$u = (k-p')^2 = (k'-p)^2$

PORTANTO

$$\begin{cases} s = k^2 + p^2 + 2p.k \simeq 2p.k \\ t = (k-k')^2 = k^2 + k'^2 - 2k.k' \simeq -2k.k' \\ u = (k-p')^2 = k^2 + p'^2 - 2p'.k \simeq -2p'.k \end{cases}$$

ENTÃO A AMPLITUDE QUADRADA É

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} \cong \frac{8e^4}{t^2}\left\{\frac{s}{2}\frac{s}{2} + \left(\frac{-u}{2}\right)\left(\frac{-u}{2}\right)\right\}$$

$$\boxed{\overline{|\mathcal{M}|^2}_{e\bar{n}\to e\bar{n}} = \frac{2e^4}{t^2}\left[s^2+u^2\right]} \to$$

PROCESSO NO CANAL t

UNICAMP

UTILIZANDO A SIMETRIA DE CROSSING TEMOS

QUE $e^- e^+ \to \mu^- \mu^-$ CORRESPONDE À

$$\mathcal{M}_{e^-e^+\to\mu^-\mu^+}(s,t,u) = \mathcal{M}_{e^-\mu^-\to e^-\mu^-}(t,s,u)$$

$$\frac{e^2}{4\pi} = \alpha \qquad \frac{e^4}{16\pi^2} = \alpha^2$$

PORTANTO

$$\overline{\left|\mathcal{M}_{e^-e^+\to\mu^-\mu^-}(s,t,u)\right|^2} = \frac{2e^2}{s^2}\left[t^2+u^2\right]$$

↳ PROCESSO NO CANAL S

TEMOS QUE

$$t = -2p^2(1-\cos\theta)$$
$$u = -2p^2(1+\cos\theta)$$
$$s = 4p^2$$

PORTANTO

$$\frac{t^2+u^2}{s^2} = \frac{(2p^2)^2}{(4p^2)^2}\left\{(1-\cos\theta)^2+(1+\cos\theta)^2\right\}$$

$$(1-\cos\theta)^2 = 1-2\cos\theta+\cos^2\theta$$
$$(1+\cos\theta)^2 = 1+2\cos\theta+\cos^2\theta$$

A SEÇÃO DE CHOQUE É,

$$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{CM} = \frac{1}{64\pi^2 s}\, 2e^4 \frac{1}{4}\left(1+\cos^2\theta\right)$$

$$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{CM} = \frac{\alpha^2}{4s}\left(1+\cos^2\theta\right)$$

↳ INVARIANTE POR PARIDADE

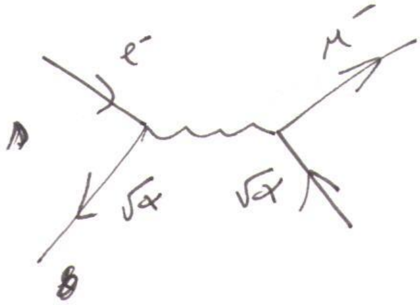
A SEÇÃO DE TOTAL, É

$$\sigma(e^-e^+\to\mu^-\mu^+) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}$$

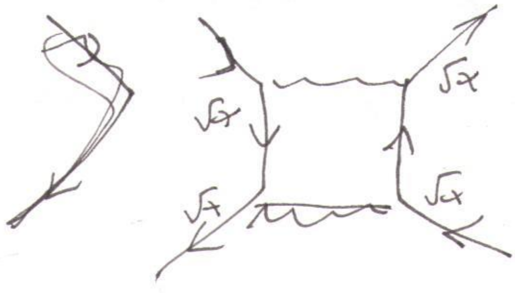
Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

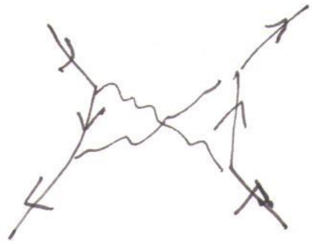
PODERÍAMOS CALCULAR OUTRAS ~~PROCESSO~~ ORDENS DOS DIAGRAMAS DE FEYNMAN



OUTRA POSSIBILIDADE SERIA



$$\mathcal{M}_{e^-e^+\to\mu^-\mu^+} \propto \alpha_{EM}$$



$$\mathcal{M}_{e^-e^+\to\mu^-\mu^+} \propto \alpha_{EM}^2$$

PODEMOS VER TAMBÉM O LIMITE DE ALTAS ENERGIAS DO PROCESSO E OBSERVAR QUE A HELICIDADE SE CONSERVA EM ALTAS ENERGIAS.

DA EXPRESSÃO DO $u(p)$ TEMOS

$$u^{(1)} = N \begin{pmatrix} \chi^{(1)} \\ \dfrac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\chi^{(1)} \end{pmatrix} \qquad E>0$$

141

UNICAMP

QUANDO APLICAMOS γ_5 NESTE SPINOR

$$\cancel{\gamma_5 u(p) = \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} u(p) = \begin{pmatrix} I & \phi \\ \phi & I \end{pmatrix} N \begin{pmatrix} \chi^1 \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\chi^1 \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} -\chi^1 \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\chi^1 \end{pmatrix}}$$

$\phi \; 0 \; I$

$N = \sqrt{E+m}$

E TAMBÉM

$$\Sigma\cdot\hat{p} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma}\cdot\hat{p} & \phi \\ \phi & \vec{\sigma}\cdot\hat{p} \end{pmatrix} \qquad \Sigma\cdot\hat{p}\, u_1 = N \begin{pmatrix} \vec{\sigma}\cdot\hat{p}\,\chi^1 \\ \frac{(\vec{\sigma}\cdot\hat{p})(\vec{\sigma}\cdot\vec{p})\chi^1}{E+m} \end{pmatrix}$$

$$\gamma_5 u(p) = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} u(p) = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} N \begin{pmatrix} \chi^1 \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\chi^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\chi^1 \\ \chi^1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{\sigma}\cdot\vec{p}\,\vec{\sigma}\cdot\hat{p} = \sigma^i\sigma^j p^i \hat{p}^j = (\delta^{ij} + i\epsilon^{ijk}\sigma^k) p^i \hat{p}^j = \vec{p}\cdot\hat{p}$$

$$\vec{\Sigma}\cdot\hat{p} = N \begin{pmatrix} \vec{\sigma}\cdot\hat{p}\,\chi^1 \\ \frac{\vec{p}\cdot\hat{p}\,\chi^1}{E+m} \end{pmatrix}$$

NO LIMITE DE ALTAS-ENERGIAS

$E+m \simeq E \simeq |\vec{p}|$

$$\simeq N \begin{pmatrix} \vec{\sigma}\cdot\hat{p}\,\chi^1 \\ \hat{p}\cdot\hat{p}\,\chi^1 \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} \vec{\sigma}\cdot\vec{p}\,\chi^1 \\ \chi^1 \end{pmatrix}$$

IDÊNTICOS.

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

PORTANTO A ALTAS ENERGIAS O OPERADOR

HELICIDADE $h = \frac{\vec{\Sigma}\cdot\hat{p}}{2}$ SE CONFUNDE COM O OPERADOR

QUIRALIDADE.

PORTANTO

$$\frac{1+\vec{\Sigma}\cdot\hat{p}}{2} = \frac{1+\gamma_5}{2} = P_R$$

$$\frac{1-\vec{\Sigma}\cdot\hat{p}}{2} = \frac{1-\gamma_5}{2} = P_L$$

ENTÃO

$$u_L \equiv \frac{(1-\gamma_5)}{2}u \cong \left(\frac{1-\vec{\Sigma}\cdot\hat{p}}{2}\right)u \cong u_{-1/2}$$

$$u_R \equiv \frac{(1+\gamma_5)}{2}u \cong \left(\frac{1+\vec{\Sigma}\cdot\hat{p}}{2}\right)u \cong u_{+1/2}$$

UNICAMP

ALÉM DISTO OBSERVAMOS QUE PODEMOS EXPRESSAR A CORRENTE

DA EQUAÇÃO DE DIRAC,

$$\bar{u}\gamma^\mu u = (\bar{u}_L + \bar{u}_R)\,\gamma^\mu (u_L + u_R)$$

ONDE O ~~•~~ NOVO OBJETO $\bar{u}_L$ É DADO POR

$$u_L = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)u$$

$$u_L^+ = u^+ \frac{1}{2}(1-\gamma_5^+)$$

$$u_L^+ = u^+ \frac{1}{2}(1-\gamma_5)$$

$$\overline{u_L} = u_L^+ \gamma^0 =$$

$$u^{+\gamma^0\gamma^0} \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\gamma^0 = \bar{u}\,\gamma^0 \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\gamma^0$$

COMO γ_5 ANTICOMUTA COM TODAS MATRIZES γ^μ TEMOS QUE

$$\overline{u_L} = \bar{u}\,\frac{1}{2}(1+\gamma_5)$$

E DA MESMA FORMA

$$\overline{u_R} = \bar{u}\,\frac{1}{2}(1-\gamma_5)$$

COMO OS OPERADORES ~~PROJETORES~~ P_L e P_R SÃO PROJETORES TEMOS QUE

$$\bar{u}\gamma^\mu u = (\overline{u_L} + \overline{u_R})\,\gamma^\mu(u_L + u_R) = \overline{u_L}\gamma^\mu u_L + \overline{u_R}\gamma^\mu u_R + \overline{u_L}\gamma^\mu u_R + \overline{u_R}\gamma^\mu u_L$$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

O TERMO

$$\bar{u}_R \gamma^\mu u_L \equiv \bar{u}\, \underbrace{\frac{1}{2}(1-\gamma_5)\gamma^\mu}_{(1+\gamma_5)\gamma^\mu}\frac{1}{2}(1-\gamma_5)u = \bar{u}\left(\frac{1}{2}\right)^2 \underbrace{(1-\gamma_5)(1+\gamma_5)}_{0}\gamma^\mu u =$$

E DA MESMA FORMA $\bar{u}_L \gamma^\mu u_R$.

PORTANTO

$$\bar{u}\gamma^\mu u = \bar{u}_L \gamma^\mu u_L + \bar{u}_R \gamma^\mu u_R$$

COMO $u_L = u_{+1/2}$ E $u_R = u_{-1/2}$ TEMOS

$$\bar{u}\gamma^\mu u \approx \bar{u}_{+1/2}\gamma^\mu u_{+1/2} + \bar{u}_{-1/2}\gamma^\mu u_{-1/2}$$

A HELICIDADE É CONSERVADA NA INTERAÇÃO. ISTO SÓ OCORRE EM ALTAS ENERGIAS

SE TIVESSEMOS UMA INTERAÇÃO VETOR-AXIAL

$$\bar{u}\gamma^\mu\gamma^5 u = \bar{u}_L \gamma^\mu\gamma^5 u_L + \bar{u}_R \gamma^\mu\gamma^5 u_R + \bar{u}_L \gamma^\mu\gamma^5 u_R + \bar{u}_R \gamma^\mu\gamma^5 u_R$$

OS TERMOS CRUZADOS

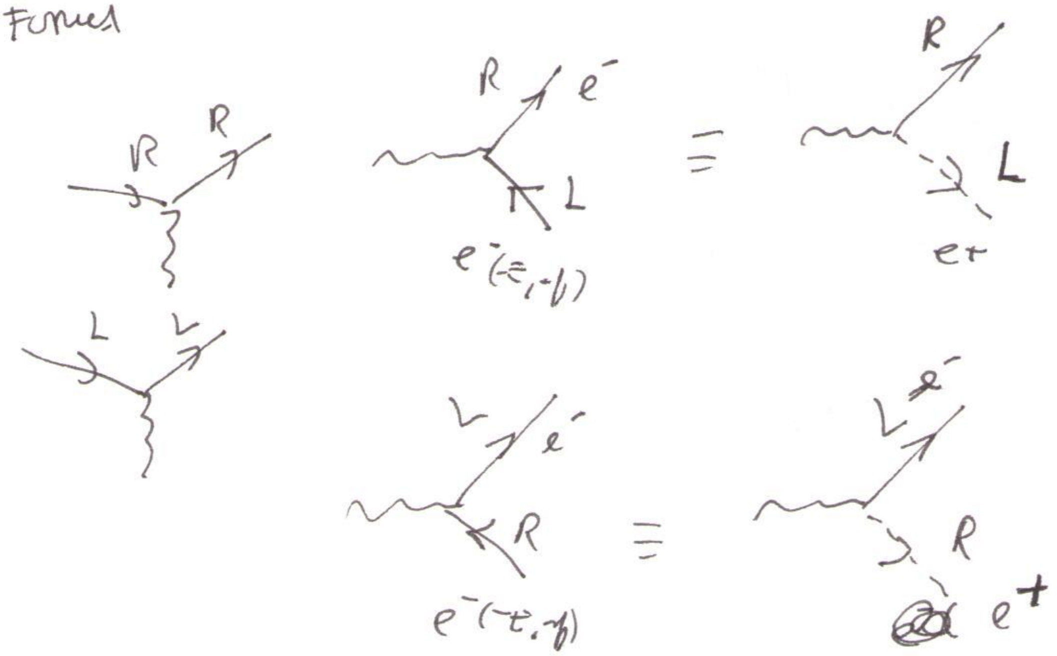
$$\bar{u}_R \gamma^\mu\gamma^5 u_L = \bar{u}\,\frac{1}{2}(1-\gamma_5)\gamma^\mu\gamma^5\frac{(1-\gamma_5)}{2}u = 0$$

$$\frac{\cancel{(1+\gamma_5)}}{2}\;\widetilde{\gamma_5\frac{(1-\gamma_5)}{2}} = \frac{\gamma_5 - 1}{2} = -(1-\gamma_5)$$

$$\gamma_\mu(1-\gamma_5) = (1+\gamma_5)\gamma_\mu$$

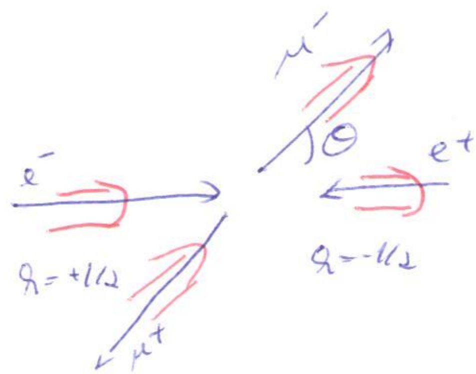
UNICAMP

POR ESTE MOTIVO OS VÉRTICES EM ALTA ENERGIA SÃO DA FORMA



A ALTAS ENERGIAS A HELICIDADE É CONSERVADA, PORTANTO PODEMOS USAR O PROCESSO DE ESPALHAMENTO COMO SE SEGUE, SE O ESTADO INICIAL TIVER NUMA CONFIGURAÇÃO

IR PARA 149a



$J_z = 1$

$J_z' = -1$

MAS PODEMOS TER

$J_z = -1$ OU

$J_z' = +1$.

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

ENTÃO O PROBLEMA SE REDUZ A UM ESTADO INICIAL

$|J\, m_J\rangle$ INDO PARA UM ESTADO FINAL $|J'\, m_{J'}\rangle$.

É POSSÍVEL MOSTRAR QUE

$$e^{-i\Theta J_2}|j\,m\rangle = \sum_{m} d^{j}_{m'm}(\Theta)\,|j\,m'\rangle$$

ROTAÇÃO DE UM ÂNGULO Θ NO EIXO Y

$m' = -j, -j+1, \ldots, j-1, j$

SE MULTIPLICARMOS POR $\langle j\, m''|$

$$\langle j\, m''|e^{-i\Theta J_2}|j\,m\rangle = \sum_{m} d^{j}_{m'm}(\Theta)\, \underbrace{\langle j\, m''|j\, m'\rangle}_{\delta_{m''m'}}$$

$$d^{j}_{m''m}(\Theta) = \langle j\, m''|e^{-i\Theta J_2}|j\,m\rangle$$

$$-iJ_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$J_+ = J_1 + iJ_2$ $\qquad J_2 = \frac{}{i}(J_+ - J_-)$

$J_- = J_1 - iJ_2$

$$e^{-i\Theta J_2} = e^{-i\Theta[-i(J_+ - J_-)]} = e^{-\Theta(J_+ - J_-)}$$

TEMOS $[J_+, J_-] = [J_1 + iJ_2, J_1 - iJ_2]$

$$= \underbrace{[J_1, -iJ_2]}_{J_3} + [iJ_2, J_1] = 2J_3$$

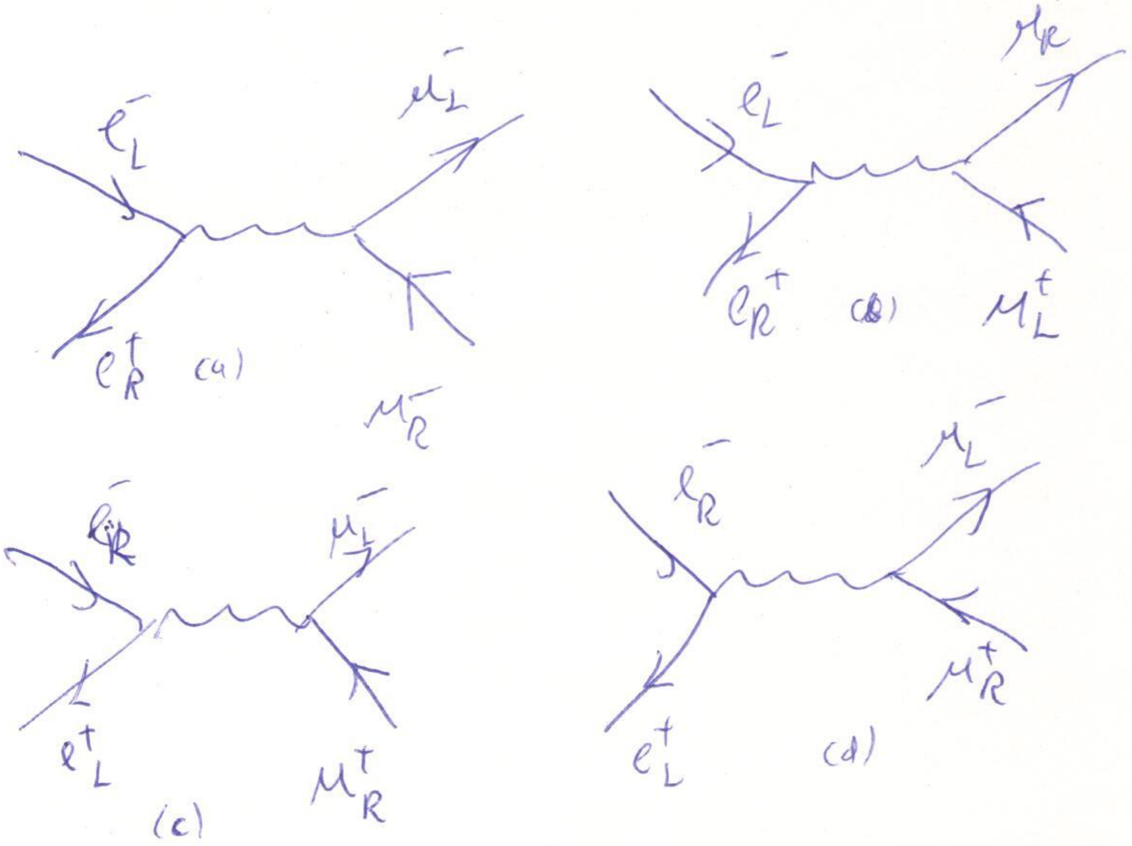
$i(-iJ_3) =$

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA
GLEB WATAGHIN

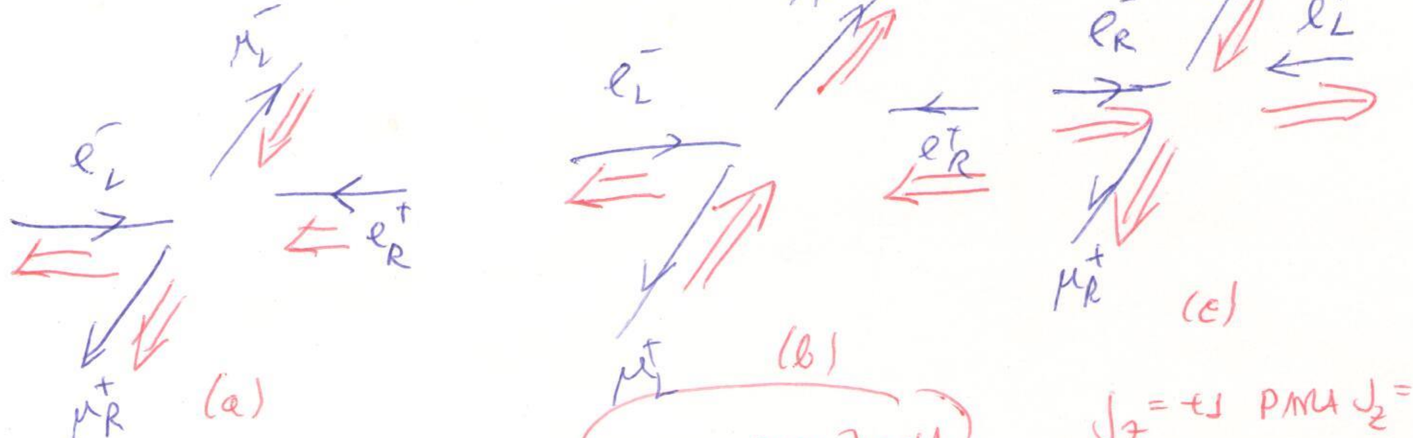
DRCC - IFGW

ADICIONAR FEITO EM SALA DE AULA.

NO PROCESSO $e^-e^+ \to \mu^-\mu^+$ TEMOS AS POSSIBILIDADES



NO LIMITE DE ALTAS ENERGIAS TEMOS.



$J_z = +1$ PARA $J_z = -1$

$J_z = -1$ PARA $J_z = +1$

$J_z = +1$ PARA $J_z = -1$

VOLTAR A 149a

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

OS ELEMENTOS $d^j_{m'm}(\theta)$ SÃO OBTIDOS A PARTIR DOS ELEMENTOS DA MATRIZ. TEMOS PARA $j=1$

$$d^1_{01}(\theta) = -d^1_{01} = -d_{0,-1} = d_{-1,0} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta$$

$$d^1_{11}(\theta) = d_{-1,-1} = \frac{1}{2}(1+\cos\theta) \qquad d^1_{00} = \cos\theta$$

$$d^1_{-11}(\theta) = d^1_{1-1} = \frac{1}{2}(1-\cos\theta)$$

PORTANTO OS ESTADOS POSSÍVEIS SÃO

(1) $e^-_R e^+_L \to \mu^-_L \mu^+_R$ $\quad d^1_{1,1}$

(2) $e^-_L e^+_R \to \mu^-_R \mu^+_L$ $\quad d^1_{-1,1}$

$e^-_L e^+_R \to \mu^-_L \mu^+_R$ $\quad d^1_{1,-1}$

$e^-_R e^-_L \to \mu^-_R \mu^+_L$ $\quad d^1_{-1,+1}$

$e^-_L e^-_R \to \mu^-_R \mu^+_L$ $\quad d^1_{-1,-1}$

$e^-_R e^+_L \to \mu^-_L \mu^+_R \quad d^1_{1,1} = \frac{1}{2}(1+\cos\theta) = \frac{-u}{s}$

$e^-_L e^+_R \to \mu^-_R \mu^+_L \quad d^1_{-1,1} = \frac{1}{2}(1+\cos\theta) = -\frac{u}{s}$

$e^-_L e^+_R \to \mu^-_L \mu^+_R \quad d^1_{1,-1} = \frac{1}{2}(1-\cos\theta) = -\frac{t}{s}$

$$d^1_{-1,+1} = \frac{1}{2}(1\times\cos\theta) = \frac{-t}{s}$$

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

$$|M|^2 \propto \left(\frac{s}{t}\right)^2 + \left(\frac{t}{s}\right)^2 + \left(\frac{u}{s}\right)^2 + \left(\frac{u}{t}\right)^2 = 2\left(\frac{s^2+u^2}{t^2}\right)$$

NO CASO DE ELETRONS/MUONS SEM SPIN, NESTE CASO É

O CASO

$$\frac{u-t}{s} = \cos\theta$$

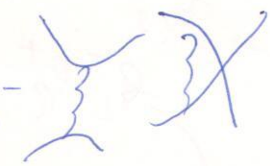
$$d^1_{00}(\cos\theta) = \cos\theta$$

↳ PROJEÇÃO ZERO

$$\boxed{|M|^2 \propto |d^1_{00}|^2 = \frac{(u-t)^2}{s^2}}$$

DIFERENTES ESPALHAMENTOS

· MØLLER $e^-e^- \to e^-e^-$



$$\frac{s^2+u^2}{t^2} + \frac{2s^2}{tu} + \frac{s^2+t^2}{u^2}$$

$e^-e^+ \to e^-e^+$

$$\frac{s^2+u^2}{t^2} + \frac{2u^2}{ts} + \frac{u^2+t^2}{s^2}$$

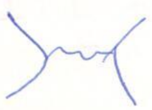
· BHABHA

(SIMETRIA 1EM)

$e^-\mu^- \to e^-\mu^-$

$$\frac{s^2+u^2}{t^2}$$

$e^-e^+ \to \mu^-\mu^+$



$$\frac{u^2+t^2}{s^2}$$

FÓTONS, VETORES POLARIZAÇÃO, HALZEN 6.9

QUANDO TEMOS UMA CORRENTE J^μ ISTO CAUSA UM CAMPO A^μ, CONFORME

$$\Box A^\mu = J^\mu$$

OBSERVAÇÃO: USANDO SI / O HALZEN USA GAUSSIANO.

PODEMOS ENTENDER A ORIGEM DESTA EQUAÇÃO VIA EQUAÇÕES DE MAXWELL:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$

PODEMOS ESCREVER ESTAS EQUAÇÕES PELO TENSOR $F^{\mu\nu}$

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & E_x/c & E_y/c & E_z/c \\ -E_x/c & 0 & B_z & -B_y \\ E_y/c & -B_z & 0 & B_x \\ E_z/c & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix}$$

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin-UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

E A EQUAÇÃO É

$$\boxed{\partial_\mu F^{\mu\nu} = J^\nu}$$

$$\longrightarrow \frac{\partial F^{0\nu}}{\partial x^\nu} = \frac{1}{c} \quad \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \mu_0 J^0 \quad c\rho$$

$$\partial_\nu F^{1\nu} = \mu_0 J^1 \quad -\frac{1}{c^2}\frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} = -\frac{1}{c^2}\partial_t \vec{E} + \vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0 J_x$$

AS OUTRAS DUAS EQS MAXWELL SÃO CONSTITUTIVAS,

SEM DINÂMICA.

$$A^\mu = \left(\frac{V}{c}, A_x, A_y, A_z\right)$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}$$

$$\boxed{F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu}$$

$$\partial_\mu (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) = \mu_0 J^\nu$$

$$\boxed{\Box A^\nu - \partial^\nu(\partial_\mu A^\mu) = \mu_0 J^\nu}$$

ESTA EQUAÇÃO POSSUE A LIBERDADE DE CALIBRE

$$A_\mu \to A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \chi$$ NÃO MUDA OS CAMPOS ELÉTRICO E MAGNÉTICOS

GAUGES

1º $\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = 0$ COULOMB

$\partial^\nu A_\mu = 0$ LORENZ $\quad \boxed{\partial^\mu A_\mu = 0}$

É ÚNICA?

$$A_\mu \to A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \chi$$

$$\boxed{\Box \chi = 0}$$

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA
GLEB WATAGHIN

DRCC - IFGW

A EQUAÇÃO DE MOVIMENTO NO GAUGE DE LORENTZ É

$\Box A^\mu = J^\mu$ E PARA O VÁCUO É

$\boxed{\Box A^\mu = 0}$ SOLUÇÃO TENTATIVA

$A^\mu = \varepsilon^\mu(q) e^{-iqx}$

$\Box A^\mu = \varepsilon^\mu q^2 e^{-iqx} = 0$ $\boxed{\cancel{\varepsilon A = 0}}$

$\Downarrow$

$q^2 = 0 \Rightarrow m_\gamma = 0$

A CONDIÇÃO DE LORENTZ $\partial^\mu A_\mu = 0$ VERIFICA QUE

$\partial^\mu \varepsilon_\mu(q) e^{-iqx} = (\varepsilon_\mu \cdot q^\mu) e^{-iqx} = 0$ $\boxed{\varepsilon \cdot q = 0}$

ESCOLHENDO $\chi = ia e^{-iqx}$ $\Box \chi = ia(-iq)^2 e^{-iqx}$

$A_\mu \to A'_\mu = \varepsilon^\mu(q) e^{-iqx} + (-iq^\mu) ia e^{-iq}$

$(\varepsilon^\mu(q) + aq^\mu) e^{-iqx}$

SE PUDER REDEFINIR $\varepsilon^{\mu\prime}(q) = \varepsilon^\mu(q) + aq^\mu$ E AINDA É

INVARIANTE

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin-UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

COM ESTA LIBERDADE TEMOS

PODEMOS ESCOLHER a DE TAL FORMA QUE $\varepsilon'^{0}=0$. ENTÃO

$$\left\{\begin{array}{l}\varepsilon^{\mu} q_{\mu}=0\\ \varepsilon'^{\mu}=\varepsilon^{\mu}+a q^{\mu}\end{array}\right.$$

$$\boxed{\varepsilon'^{\mu} q_{\mu}=0}$$

SE $q^2=0$.

$$\vec{\varepsilon}\cdot\vec{q}=0$$

PODEMOS ESCOLHER

$$\varepsilon^{(1)}=(1,0,0) \qquad \vec{\varepsilon}^{(1)}\cdot\vec{q}=0$$

$$\varepsilon^{(2)}=(0,1,0) \qquad \vec{q}=(0,0,q_z)$$

PODEMOS USAR AS COMBINAÇÕES

$$\varepsilon_R=-\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\varepsilon_1+i\varepsilon_2\right)$$

$$\varepsilon_L=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\varepsilon_1-i\varepsilon_2\right)$$

$$\begin{pmatrix}\varepsilon_R\\ \varepsilon_L\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1/\sqrt{2} & -i/\sqrt{2}\\ 1/\sqrt{2} & -i/\sqrt{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\end{pmatrix}$$

UMA ROTAÇÃO DE UM ÂNGULO θ EM TORNO DO EIXO z É DADA POR

$$U_\theta=\begin{pmatrix}c_\theta & s_\theta\\ -s_\theta & c_\theta\end{pmatrix}$$

$$U_\theta\begin{pmatrix}\varepsilon_R\\ \varepsilon_L\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}c_\theta & s_\theta\\ -s_\theta & c_\theta\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}-1 & -i\\ 1 & -i\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\end{pmatrix}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}-c_\theta+s_\theta & -i(c_\theta+s_\theta)\\ -s_\theta+c_\theta & \end{pmatrix}$$

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA GLEB WATAGHIN

DRCC - IFGW

15

PROPAGADORES

ANTERIORMENTE DISCUTIMOS OS PROPAGADORES COMO OBJETOS OBTIDOS DA EXPANSÃO DE ORDEM SUPERIOR

$$T_{fi} = -2\pi \delta(E_f - E_i)\left[\langle f|V|i\rangle + \sum_{n\neq i} \langle f|V|n\rangle \frac{1}{E_i-E_n}\langle n|V|i\rangle \right]$$

PODEMOS ESCREVER ESTA EQUAÇÃO USANDO O FATO

DE $H_0|n\rangle = E_n|n\rangle$

$$T_{fi} = 2\pi\delta(E_f-E_i)\cancel{\{\langle f|(-iV)|i\rangle + \dots iV}$$

$$\langle f| -iV + -iV \frac{i}{E_i - H_0}(-iV) + \dots |i\rangle$$

O PROPAGADOR É O OPERADOR INVERSO DE $E_i - H_0$

ENTÃO TEREMOS

$$-i(E_i - H_0)|\psi\rangle = -iV|\psi\rangle$$

O PROPAGADOR É O OPERADOR INVERSO DE $E_i - H_0$.

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

NO CASO DE UMA PARTÍCULA ESCALAR

$$(\Box + m^2)\phi = -V\phi$$

REESCREVENDO COMO

$$\underbrace{i(\Box + m^2)}\phi = -iV\phi$$

$$-(E_i - H_0) = \Box + m^2 \Rightarrow E_i - H_0 = -(\Box + m^2)$$

~~$\cancel{(E_i - H_0) = -1}$~~

$$\frac{i}{E_i - H_0} = \frac{-i}{\Box + m^2} = +\frac{i}{p^2 - m^2}$$

$$\Box \to (-ip)^2 = -p^2$$

PROPAGADOR DO ELETRON

$$(\not p - m)\psi = -e\gamma^\mu A_\mu \psi$$

$$-i(E_i - H_0) = \not p - m \qquad E_i - H_0 = i(\not p - m)$$

SOMA SOBRE POLARIZAÇÕES

$$\frac{i}{E_i - H_0} = \frac{i^2}{i(\not p - m)} = \frac{i(\not p + m)}{p^2 - m^2} = \frac{i\sum u\bar{u}}{p^2 - m^2}$$

UNICAMP

PROPAGADOR DO FÓTON, MANDL 6.11

SABEMOS QUE DEVIDO À INVARIANCIA DE GAUGE

QUE O CAMPO

A^μ NÃO É ÚNICO, PODEMOS SER REDEFINIDO

POR

$$A^\mu \to A^\mu + \partial^\mu \chi$$

A EQUAÇÃO ~~DE~~ DE PROCA É

$$\overbrace{\left(g^{\nu\lambda}\Box^2 - \partial^\nu\partial^\lambda\right)}^{C^{\nu\lambda}} A_\lambda = j^\nu$$

O PROPAGADOR DESTA EQUAÇÃO SERÁ O OPERADOR

INVERSO

$$C^{\nu\lambda} A_\lambda = j^\nu$$

$$(C^{-1})^\alpha{}_\nu\, C^{\nu\lambda} A_\lambda = (C^{-1})^\alpha{}_\nu\, j^\nu$$

$$g^\alpha{}_\lambda A_\lambda = \boxed{A^\alpha = (C^{-1})^\alpha{}_\nu\, j^\nu}$$

NESTE PODEMOS ESCREVER O CAMPO A^α EM TERMOS DE j^ν.

PRECISAMOS ACHAR O OPERADOR INVERSO.

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA
GLEB WATAGHIN

161

DRCC - IFGW

NÚCLEO DOS FÓTONS

$$C^{\nu\lambda}$$

$$\left(g^{\nu\lambda}\partial^2 - \partial^\nu\partial^\lambda\right)A_\lambda = j^\nu$$

NO ESPAÇO DOS MOMENTA $\partial^\nu = -i p^\nu$ $\partial^2 = (-ip)^2 = -p^2$

ENTÃO

$$C^{\nu\lambda} = g^{\nu\lambda}(-p^2) - (-ip^\nu)(-ip^\lambda) = -p^2 g^{\nu\lambda} + p^\nu p^\lambda$$

O OPERADOR INVERSO DEVEMOS TER

$$C^{\nu\lambda} D_{\lambda\rho} = \delta^\nu{}_\rho$$

QUAL É A FORMA DO OPERADOR $D_{\lambda\rho} = Aq^2 g_{\lambda\rho} + B q_\lambda q_\rho$

ENTÃO

$$\left((-q^2)g^{\nu\lambda} + q^\nu q^\lambda\right)\left(Aq^2 g_{\lambda\rho} + B q_\lambda q_\rho\right) = g^\nu{}_\rho$$

$$-Aq^4 g^\nu{}_\rho - \cancel{q^2 q^2 B} + Aq^2 q^\nu q_\rho + Bq^2 q^\nu q_\rho = g^\nu{}_\rho$$

$$-q^2 B q^\nu q_\rho$$

B É INDETERMINADO

A NÃO TEM SOLUÇÃO.

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

SE USARMOS QUE $\partial^\mu A_\mu = 0$ ENTÃO

$$g^{\nu\lambda}\,\Box^2 A_\lambda = J^\nu$$

NESTE CASO A EQUAÇÃO DO TERMO CINÉTICO É

$$C^{\nu\lambda}(q) = -q^2 g^{\nu\lambda}$$

E A INVERSA

$$\left(-q^2 g^{\nu\lambda}\right)\left(A q^2 g_{\lambda\rho} + B q_\lambda q_\rho\right) = \delta^\nu_\rho$$

$$-A q^4 g^\nu_\rho + B(-q^2)\, q^\nu q_\rho = \delta^\nu_\rho$$

SOLUÇÃO $\quad A = -\frac{1}{q^4}$

$B = 0$

ENTÃO

$$\boxed{D_{\lambda\rho} = -\frac{g_{\lambda\rho}}{q^2}}$$

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA
GLEB WATAGHIN

DRCC - IFGW

SE FIZESSEMOS, COM ADIÇÃO DE TERMO ARBITRÁRIO DE $\frac{1}{\xi}\partial^\nu\partial^\lambda A_\lambda$

$$\left(g^{\nu\lambda}\Box - \left(1-\frac{1}{\xi}\right)\partial^\nu\partial^\lambda\right)A_\lambda = j^\nu$$

$$\left[g^{\nu\lambda}(-q^2) - \left(1-\frac{1}{\xi}\right)(-iq^\nu)(-iq^\lambda)\right]\left[A q^2 g_{\lambda\rho} + B q_\lambda q_\rho\right] = \delta^\nu_\rho$$

$$C^{\nu\lambda} = \frac{i}{q^2}\left(-g^{\nu\lambda} + (1-\xi)\frac{q^\nu q^\lambda}{q^2}\right)$$

A PARTE DEP. DE q^λ APARECE

PARTÍCULAS MASSIVAS

$$\left[g^{\nu\lambda}(\Box + M^2) - \partial^\nu\partial^\lambda\right]B_\lambda = 0$$

$$C^{\nu\lambda} = \frac{i\left(-g^{\nu\lambda} + p^\nu p^\lambda/M^2\right)}{p^2 - M^2}$$

→ CONTRIBUIÇÃO DEVIDO À MASSA: ESTADOS LONGITUDINAIS.

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil
Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

~~PAR~~ DA EQUAÇÃO

$$\left[g^{\nu\lambda}(\Box + M^2) - \partial^\nu \partial^\lambda \right] B_\lambda = 0$$

SE TOMARMOS ∂_ν ENTÃO

$$\left[\underbrace{\partial_\nu g^{\nu\lambda}}_{\partial^\lambda}(\Box + M^2) - \Box \partial^\lambda \right] B_\lambda = 0 \implies M^2 \partial^\lambda B_\lambda = 0$$

COMO $M^2 \neq 0$,

$$\boxed{\partial^\lambda B_\lambda = 0}$$

ENTÃO A EQUAÇÃO DE PROCA SE REDUZ À

$$g^{\nu\lambda}(\Box + M^2) B_\lambda = (\Box + M^2) B^\nu = 0$$

A SOLUÇÃO É $B^\nu = \varepsilon^\nu e^{-ipx}$

~~QUE IMPLICA~~ DA CONDIÇÃO $\partial^\lambda B_\lambda = 0 \implies \boxed{\varepsilon^\lambda p_\lambda = 0}$

PODEMOS ELIMINAR UM VETOR, E TEMOS TRÊS VETORES UNITÁRIOS

NO CASO $\quad \varepsilon^{(\lambda)}$

$M^2 = 0 \quad \lambda = 2$

$M^2 \neq 0 \quad \lambda = 3$

SEGUNDO PARA UM SPIN s TEM $2s+1 = 3$ ESTADOS, NO CASO DE $M^2 = 0$, O ESTADO $S_z = 0$ NÃO EXISTE.

UNICAMP

FÓTONS REAIS E VIRTUAIS

HALZEN 6.13

PARA FÓTONS REAIS TEMOS

FOTONS REAIS $q^2 = 0$ 2 POLARIZAÇÕES

FOTONS VIRTUAIS $q^2 \neq 0$ 4 POLARIZAÇÕES

PODE-SE MOSTRAR QUE OS VETORES POLARIZAÇÃO OBEDECEM

$$\sum_{\lambda = R, L} (\varepsilon_\lambda^*)_i (\varepsilon_\lambda)_j = \delta_{ij} - \hat{q}_i \hat{q}_j$$

DE FORMA ANÁLOGA COM OS ~~CE~~ FÓTONS, O ~~PROPAGA~~ O PROPAGADOR PODE SER ESCRITO COMO A SOMA DOS VETORES POLARIZAÇÃO

$$-g_{\mu\nu} = \sum_{\lambda=1}^{4} \varepsilon_\mu^{(\lambda)*} \varepsilon_\nu^{(\lambda)}$$

$$= \sum_T \varepsilon_\mu^{T*} \varepsilon_\nu^{T} + \varepsilon_\mu^{L} \varepsilon_\nu^{L} + \varepsilon_\mu^{S} \varepsilon_\nu^{S}$$

$$\delta_{ij} - \hat{q}_i \hat{q}_j \quad + \hat{q}_i \hat{q}_j \qquad -g_{\mu 0}\delta_{\nu 0}$$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

$$T_{fi} = -i\int J_\mu^A(x)\left(\frac{-g^{\mu\nu}}{q^2}\right) J_\nu^B(x)\, d^4x$$

$$T_{fi} = -i\int\left\{\frac{J_1^A J_1^B + J_2^A J_2^B}{q^2} + \frac{J_3^A J_3^B - J_0^A J_0^B}{q^2}\right\} d^4x$$

A EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE NOS DIZ

ASSUMINDO $q = (q^0, 0, 0, |\vec{q}|)$

$$\partial^\mu J_\mu = 0 \;\propto\; q^\mu J_\mu = q^0 J_0 - |\vec{q}| J_3 = 0$$

PORTANTO EXISTE UMA RELAÇÃO ENTRE AS CORRENTES

$$J_3 = \frac{q^0 J_0}{|\vec{q}|}$$

SUBSTITUINDO TEMOS

$$\frac{J_3^A J_3^B - J_0^A J_0^B}{q^2} = \frac{\frac{q^0 J_0^A q^0 J_0^B}{|\vec{q}|^2} - J_0^A J_0^B}{q^2} = \frac{J_0^A J_0^B \overbrace{\left[(q^0)^2 - |\vec{q}|^2\right]}^{q^2}}{|\vec{q}|^2 q^2}$$

ENTÃO

$$T_{fi} = -i\int\left\{\frac{J_1^A J_1^B + J_2^A J_2^B}{q^2} + \frac{J_0^A J_0^B}{|\vec{q}|^2}\right\} d^4x$$

UNICAMP

O PRIMEIRO TERMO É A INTERAÇÃO APENAS DA CORRENTE TRANSVERSAL AO MOVIMENTO.

O ÚLTIMO TERMO É DA FORMA

$$\int \frac{j_0^A j_0^D}{|\vec{q}|^2} d^4x$$

j_0^A e j_0^D SÃO AS CARGAS DA PARTÍCULAS A e D.

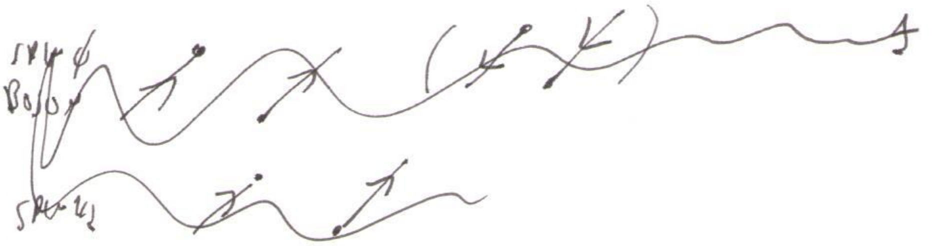
ESTA INTERAÇÃO É A COULOMBIANA.

AGORA PODEMOS TRATAR DE QUALQUER PROCESSO, COMO EXEMPLO PROCESSOS ENVOLVENDO FÓTONS NO ESTADO INICIAL/FINAL:

$e^-\gamma \to e^-\gamma$

$e^-e^+ \to \gamma\gamma$

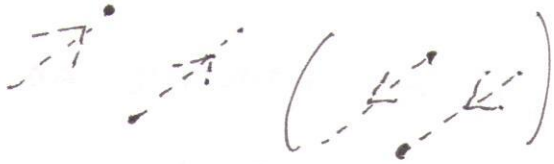
PARA ISTO ~~DEEP~~ ESCREVEMOS AS REGRAS DE FEYNMAN DA ELETRODINÂMICA QUÂNTICA



Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

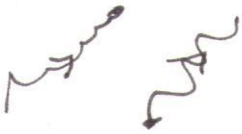
Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

LINHAS EXTERNAS

SPIN 0 BOSON  1

SPIN 1/2 FERMION  $u, \bar{u}$

ANTIFERMION  $\bar{v}, v$

SPIN 1 BOSON  $\varepsilon_\mu, \varepsilon_\mu^*$

DEVIDO $A^\mu = \varepsilon^\mu e^{-ipx}$

LINHAS INTERNAS

SPIN 0 BOSON  $\dfrac{i}{p^2-m^2}$

SPIN 1/2 FERMION  $\dfrac{i(\not p+m)}{p^2-m^2}$

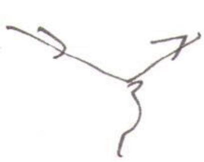
SPIN 1 BOSON COM MASSA  $\dfrac{-i(g_{\mu\nu}-p_\mu p_\nu/M^2)}{p^2-M^2}$

SPIN 1 BOSON SEM MASSA  $\dfrac{-i g^{\mu\nu}}{p^2}$

VÉRTICES

FÓTON-SPIN 0 CARGA $-e$ 

$ie(p+p')$

FÓTON-FERMION CARGA $-e$  $ie\gamma^\mu$

UNICAMP

LOOPS $\int d^4k/(2\pi)^4$

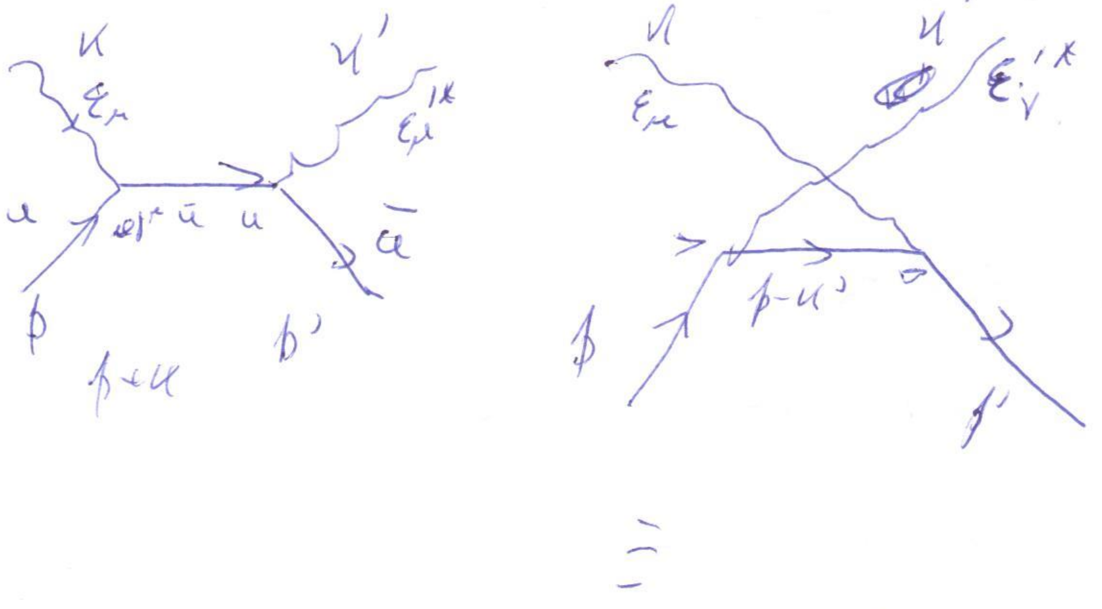
LOOP FÉRMIONS -1 TRAÇO(γ_μ)

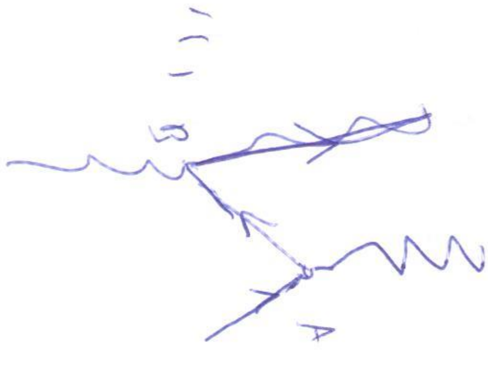
~~[illegible]~~

FÉRMIONS IDÊNTICOS $-1 \begin{cases} e^- \mapsto e^- \\ \text{INICIAL } e^- \to \text{FINAL } e^+ \end{cases}$

UM EXEMPLO DE CÁLCULO É O ESPALHAMENTO COMPTON

$\gamma e^- \to \gamma e^-$





Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

$$-i\mathcal{M}_1 = \bar{u}^{s'}(p') \left[\varepsilon'^{*}_{\nu}\, ie\gamma^{\nu} \frac{i(\not{p}+\not{k}+m)}{(p+k)^2-m^2}\, ie\gamma^{\mu} \varepsilon_{\mu} \right] u^{(s)}(p)$$

$$-i\mathcal{M}_2 = \bar{u}^{s'}(p') \left[\varepsilon_{\mu}\, ie\gamma^{\mu} \frac{i(\not{p}-\not{k}'+m)}{(p-k')^2-m^2}\, ie\gamma^{\nu} \varepsilon'^{*}_{\nu} \right] u^{(s)}(p)$$

O PROCESSO TOTAL É DADO POR

$$+i\mathcal{M} = +i\mathcal{M}_1 + i\mathcal{M}_2$$

ESTE PROCESSO É DIFERENTE DOS DEMAIS PORQUE APARECE EXPLICITAMENTE O VETOR DE POLARIZAÇÃO ε^{μ}.

DA DISCUSSÃO ANTERIOR SABEMOS QUE A INVARIÂNCIA DE GAUGE IMPÕS A CONDIÇÃO QUE

$$\varepsilon_{\mu} \to \varepsilon_{\mu} + a k_{\mu}$$

NÃO MUDA A FÍSICA DO PROCESSO.

A AMPLITUDE DO ESPALHAMENTO COMPTON PODE SER ESCRITA NUMA FORMA COMPACTA

$$\mathcal{M} = \varepsilon'^{*}_{\nu}\, \varepsilon_{\mu}\, T^{\nu\mu}$$

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA
GLEB WATAGHIN

DRCC - IFGW

173

PELA SIMETRIA DE GAUGE DEVEMOS TER

$$\varepsilon_\mu \to \varepsilon_\mu + a k_\mu \qquad \varepsilon'_\nu \to \varepsilon'_\nu + a k'_\nu$$

NÃO DEVE MUDAR A AMPLITUDE, ISTO É UMA OUTRA AMPLITUDE?

SE TROCARMOS $\varepsilon_\mu \to \varepsilon_\mu + a k_\mu$, $\varepsilon'_\nu \to \varepsilon'_\nu + a k'_\nu$

ENTÃO

$$\mathcal{M} = \varepsilon'^*_\nu \varepsilon_\mu T^{\nu\mu} \to \mathcal{M}' = (\varepsilon'_\nu + a k'_\nu)(\varepsilon_\mu + a k_\mu) T^{\nu\mu} =$$

$$= \underbrace{\varepsilon_\mu \varepsilon'_\nu T^{\nu\mu}}_{\mathcal{M}} + a \varepsilon_\mu k'_\nu T^{\nu\mu} + \varepsilon'_\nu a k_\mu T^{\nu\mu} + a^2 k'_\nu k_\mu T^{\nu\mu}$$

QUE SE REDUZ A $\mathcal{M}$ SE

$$\boxed{k_\mu T^{\nu\mu} = k'_\nu T^{\nu\mu} = 0}$$

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

ISTO SE PODE MOSTRAR

$$T^{\mu\nu} = \bar{u}(p')\, ie\gamma^\nu \frac{(\not p + \not k - m)}{(p+k)^2 - m^2}\, ie\gamma^\mu u(p)$$

$$+ \bar{u}(p')\, ie\gamma^\mu \frac{(\not p - \not k' - m)}{(p-k')^2 - m^2}\, ie\gamma^\nu u(p)$$

APLICANDO

$$k^{*}_\mu T^{\mu\nu} = \underset{\uparrow\ \text{como}\ p+k=k'+p'}{k_\mu} T^{\mu\nu} = (k'+p'-p)_\mu T^{\mu\nu}$$

$$= \bar{u}(p')\, ie\gamma^\nu \overbrace{\frac{(\not p + \not k + m)}{(p+k)^2 - m^2}\, ie(k'+p'-p)_\mu\, \gamma^\mu u(p)}^{= ie}$$

$$(\not k' + \not p' - \not p)\, u(p) = (\not k' + \not p' - m)\, u(p)$$

$$= (\not k + \not p - m)\, u(p)$$

$$k'+p' = k+p$$

$$\frac{(\not p + \not k + m)(\not p + \not k - m)}{(p+k)^2 - m^2} = \frac{(p+k)^2 - m^2}{(p+k)^2 - m^2} = 1$$

$$+ \underset{\substack{k'+p'-p}}{k_\mu} \left[\bar{u}(p')\, ie\gamma^\mu \frac{(\not p - \not k' + m)}{(p-k')^2 - m^2}\, ie\gamma^\nu \right] u(p)$$

$$\bar{u}(p')(\not k' + \not p' - \not p)$$

$$\bar{u}(p')(\not k' + m - \not p)$$

$$\frac{(m + \not k' - \not p)(m - (\not k' - \not p))}{(p-k')^2 - m^2} = -1$$

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA GLEB WATAGHIN

173

DRCC-IFGW

PORTANTO

$$\boxed{K^\mu T_{\mu\nu} = 0}$$

PODEMOS MOSTRAR QUE

$K'_\nu T^{\mu\nu} = 0$ TAMBÉM.

SÓ É POSSÍVEL COM AS DUAS AMPLITUDES $\mathcal{M}_1$ e $\mathcal{M}_2$.

ANALOGAMENTE PARA O PROCESSO

$$\mathcal{M} = \varepsilon_\mu \varepsilon_\nu \varepsilon^\alpha_\rho \varepsilon^\alpha_\sigma \mathcal{M}_{\mu\nu\rho\sigma}$$

E POR CONSIDERAÇÃO DA INVARIÂNCIA DE GAUGE

$$\boxed{K^\mu \mathcal{M}_{\mu\nu\rho\sigma} = K'^\nu \mathcal{M}_{\mu\nu\rho\sigma} = K''^\rho \mathcal{M}_{\mu\nu\rho\sigma} = K'''^\sigma \mathcal{M}_{\mu\nu\rho\sigma} = 0}$$

$\cancel{\mathcal{M}_{\mu\nu\rho\sigma}}$

~~ASSIM~~

$$\cancel{\mathcal{M}_{\mu\nu\rho\sigma} = A K_\mu K'_\nu K''_\rho K'''_\sigma}$$

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin-UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil
Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

A EXPRESSÃO EM GERAL É POSSÍVEL DE SER CALCULADA MAS PODEMOS OBTER UMA EXPRESSÃO NO LIMITE DE ALTAS ENERGIAS

$$s = (k+p)^2 \approx 2k.p = 2k'.p' \qquad p^2 = p'^2 \approx 0$$

$$k^2 = k'^2 = 0$$

$$t = (k-k')^2 = -2k.k' = -2p.p'$$

$$u = (k-p')^2 = -2k.p = -2p.k'$$

NO CASO MAIS

$$-i\mathcal{M}_1 = \bar{u}(p')\, \varepsilon'^*_\nu\, ie\gamma^\nu \frac{i(\not p + \not k)}{(p+k)^2 = s}\, ie\gamma^\mu \varepsilon_\mu\, u^{(s)}(p)$$

$$-i\mathcal{M}_2 = \bar{u}(p')\, \varepsilon_\mu\, ie\gamma^\mu \frac{i(\not p - \not k')}{(p-k')^2 = u}\, ie\gamma^\nu \varepsilon'^*_\nu\, u^{(s)}(p)$$

$$-i\mathcal{M}_1 = \varepsilon'^*_\nu \varepsilon_\mu (-e^2) \frac{\bar{u}(p')\gamma^\nu(\not p + \not k)\gamma^\mu u(p)}{s}$$

$$-i\mathcal{M}_2 = \varepsilon'^*_\nu \varepsilon_\mu (-e^2) \frac{\bar{u}(p')\gamma^\mu(\not p - \not k')}{u} \gamma^\nu u(p)$$

EM GERAL DEPENDE DAS POLARIZAÇÕES

$$\sum_T (\varepsilon'^*_\nu)^T (\varepsilon_\mu)^T = -g_{\mu\nu}$$

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA GLEB WATAGHIN

173

DRCC - IFGW

ENTÃO TEMOS

$$\overline{|\mathcal{M}_1|^2} = \left| \frac{-g_{\mu\nu}(-e^2)}{s} \bar{u}(p')\gamma^\nu(\not p + \not k)\gamma^\mu u(p) \right|^2$$

$$\overline{|\mathcal{M}_1|^2} = \left(\frac{1}{2s_i+1}\right) \overset{\text{FOTOS}}{\left(\frac{1}{2}\right)} \sum_{s_i} \sum_{s_f} |\mathcal{M}|^2 = \frac{e^2}{s^2}\frac{1}{4}\sum_{s_i, s_f} [\bar{u}^{s_f}(p')\gamma^\nu(\not p + \not k)\gamma^\mu u^{s_i}(p)$$

$s_i = s_2$

$$\times\ \bar{u}^{(s_i)}\gamma_\mu(\not p + \not k)\gamma_\nu u^{s_f}(p')$$

$$= \frac{e^2}{4s^2} \mathrm{Tr}[(\not p' + m)\gamma^\nu(\not p + \not k)\gamma^\mu(\not p + m)\gamma_\mu(\not p + \not k)\gamma_\nu]$$

$$\overline{|\mathcal{M}_1|^2} = \frac{e^2}{4s^2} \mathrm{Tr}[\not p'\gamma^\nu(\not p + \not k)\gamma^\mu \not p\gamma_\mu(\not p + \not k)\gamma_\nu]$$

PARA ~~ACHARMOS~~ CALCULARMOS OS TRAÇOS USAREMOS ALGUMAS PROPRIEDADES PARA SIMPLIFICAR O CÁLCULO.

$$|\mathcal{M}_1|^2 = \frac{e^2}{4s^2} \mathrm{Tr}[\underbrace{\gamma^\nu \not p'\gamma_\nu}_{-2\not p'}(\not p + \not k)\underbrace{\gamma^\mu \not p\gamma_\mu}_{-2\not p}(\not p + \not k)]$$

$$|\mathcal{M}_1|^2 = \left(\frac{e^2}{s^2}\right) \mathrm{Tr}[\not p'(\not p + \not k)\not p(\not p + \not k)]$$

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

$$|\mathcal{M}_1|^2 = \frac{e^2}{s^2}\Big\{ Tr(\not p' \not p \underbrace{\not p \not p}_{p^2=m^2\simeq 0}) + Tr(\not p' \not k \underbrace{\not p \not p}_{p^2=m^2\simeq 0})$$

$$+ Tr(\underbrace{\not p' \not p'}_{p^2=m^2\simeq 0} \not p \not k) + Tr(\not p' \not k \not p \not k)\Big\}$$

$$\not p^2 = p^\mu p^\nu \gamma_\mu \gamma_\nu = p^\mu p_\nu g^{\mu\nu} = p^2 = m^2$$

$$|\mathcal{M}_1|^2 = \frac{e^2}{s^2} Tr(\not p' \not k \not p \not k)$$

- USANDO A PROPRIEDADE DE TRAÇO DE 4 γ,

$$Tr\, \not a \not b \not c \not d = 4\,[a.b\, c.d - a.c\, b.d + a.d\, b.c]$$

ENTÃO TEMOS

$$|\mathcal{M}_1|^2 = \frac{e^2}{s^2}\Big\{ (p'.k)(p.k) - p'.p\, k^2 + p'.k\,(k.p)\Big\}$$

ESCREVENDO EM TERMOS DAS VARIÁVEIS s, t e u,

$$|\mathcal{M}_1|^2 = \frac{e^2 4}{s^2}\Big\{ -\frac{u}{2}\frac{s}{2} + \frac{t}{2}\cancel{k^2} - \frac{u}{2}\frac{s}{2}\Big\}$$

$$\boxed{|\mathcal{M}_1|^2 = \frac{-4e^2 2us}{4s^2} = -\frac{2e^2 u}{s}}$$

$$\bar{u}(p')\gamma^\mu(\not{p}-\not{k}')\gamma^\nu u(p)\,\bar{u}(p)\gamma^\nu(\not{p}-\not{k}')\gamma^\mu u(p')$$

UNICAMP

PARA O OUTRO TERMO

$$|M_2|^2 = \frac{e^2}{4u^2} Tr\Big[\overbrace{\not{k}\,\gamma^\nu(\not{p}'+m)}^{-2\not{p}'}\gamma^\mu(\not{p}-\not{k}')\underbrace{\gamma^\nu(\not{p}+m)\gamma^\nu}_{-2\not{p}}(\not{p}-\not{k}')\Big]$$

~~4 Tr [$\not{p}'(\not{p}-\not{k}')\gamma^\nu(\not{p}$~~

$$|M_2|^2 = \frac{e^2}{4u^2}\,4\,Tr[\not{p}'(\not{p}-\not{k}')\not{p}(\not{p}-\not{k}')]$$

$p^2 = m^2 \simeq 0$

$$|M_2|^2 = \frac{e^2}{4u^2} Tr[\not{p}'\underbrace{(\not{p}-\not{k}')(-\not{p}\not{k}')}_{p^2=m^2\simeq 0}] = \frac{e^2}{4u^2}Tr[\not{p}'\not{k}'\not{p}\not{k}']$$

PORTANTO

$$|M_2|^2 = \frac{e^4}{u^2}4\Big[\,p'\cdot k'\,p\cdot k' - p'\cdot p\,k'^2 + p'\cdot k'\,k'\cdot p\Big]$$

$$|M_2|^2 = \frac{e^2 4}{u^2}\Big\{2\frac{s}{2}\Big(\frac{-u}{2}\Big)\Big\} = -2e^2\frac{s}{u}$$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

O TERMO DE INTERFERÊNCIA É

$$\overline{\mathcal{M}_1\mathcal{M}_2^*} = \frac{e^4}{4\,\omega\,\omega} \mathrm{Tr}\left((\not p' + m)\,\gamma^\nu(\not p + \not k)\,\gamma^\mu(\not p + m)\,\gamma_\nu\,(\not p - \not k')\,\gamma_\mu \right]$$

$\not p^\mu$

$2\not p\,\gamma^\nu$

$$\overline{\mathcal{M}_1\mathcal{M}_2^*} = \frac{e^2}{4\,\omega\,\omega}\Big\{ \mathrm{Tr}\,[\not p'\,\gamma^\nu\,\not p\,\gamma^\mu\,\not p\,\gamma^\nu\,(\not p - \not k')\,\gamma^\mu]$$

$$+ \mathrm{Tr}\,[\not p'\,\gamma^\nu\,\not k\,\gamma^\mu\,\not p\,\gamma^\nu(\not p - \not k')\,\gamma^\mu] \Big]$$

$\not k\,\gamma^\mu\,\not p = -\not p^2\,\gamma^\mu$

$\not p\,\gamma^\nu\,\not k'\,\gamma^\mu]$

$$\overline{\mathcal{M}_1\mathcal{M}_2^*} = \frac{e^2}{4\,\omega\,\omega}\Big[- \mathrm{Tr}\,[\not p'\,\gamma^\nu\,\not p\,\gamma^\mu\,\not p\,\gamma^\nu\,\not k'\,\gamma^\mu]$$

$$- \mathrm{Tr}\,(\not p'\,\gamma^\nu\,\not k\,\gamma_\mu\,\not k\,\gamma_\nu\,\not k'\,\gamma^\mu \Big)$$

$\not p\,\gamma^\mu\,\not p$

$$\mathcal{M}_1\mathcal{M}_2^* \propto \bar u_{p'}\,\gamma^\nu(\not p + \not k)\,\gamma^\mu\,u \quad \bar u_p\,\gamma^\nu\,(\not p - \not k')\,\gamma^\mu\,u(p')$$

$$[(\not p' + m)\,\gamma^\nu\,(\not p + \not k)\,\gamma^\mu\,(\not p + m)\,\gamma^\nu\,(\not p - \not k')\,\gamma^\mu]$$

$$\not p\,\gamma^\nu\,\not p = p^\alpha\,p^\beta\,\gamma^\alpha\,\boxed{\gamma^\nu\,\not p\,\gamma^\beta} = 2\not p\,\gamma^\nu - \not p\,\not p\,\gamma^\nu = 2\not p\,\gamma^\nu$$

$$(2g^{\nu\beta} - \gamma^\beta\,\gamma^\nu) \qquad p^2 = m^2$$

$$\overline{\mathcal{M}_1\mathcal{M}_2^*} = \frac{e^2}{4\,\omega\,\omega}\Big\{ \mathrm{Tr}\,[\not p'\,\gamma^\nu\,\not p\,\gamma^\mu\,2\not p\,\gamma^\nu\,\gamma^\mu] \qquad 2p^\alpha\,p^\nu\,\gamma^\alpha$$

$$\mathrm{Tr}\,[\not p'\,\gamma^\nu\,\not p\,\gamma^\mu\,\not p\,\gamma^\nu\,\not k'\,\gamma^\mu] \qquad 2\not p\,p^\nu$$

$$+\mathrm{Tr}\,(\not p'\,\gamma^\nu\,\not k\,\gamma^\mu\,\not p$$

UNICAMP

OLHAR A PROPRIEDADE

$\cancel{p}\gamma^\nu\cancel{p} = 2\cancel{p}\gamma^\nu - p^2\gamma^\nu \approx 2\cancel{p}\gamma^\nu$

$$\overline{M_1 M_2^*} = \frac{e^4}{4\pi} Tr\left[(\cancel{p}'+m)\gamma^\nu(\cancel{p}-\cancel{k}')\gamma^\mu(\cancel{p}+m)\gamma_\nu(\cancel{p}-\cancel{k}')\gamma_\mu\right]$$

TEMOS QUATRO TERMOS

$Tr[\cancel{p}'\gamma^\nu \underbrace{\cancel{p}\gamma^\mu(\cancel{p}}_{2\cancel{p}p^\mu}\gamma^\nu\cancel{p}\gamma_\mu) = 2Tr(\cancel{p}'\cancel{p}p^\mu\gamma^\nu\cancel{p}\gamma^\mu) = 0$

$Tr(\cancel{p}'\gamma^\nu\cancel{k}\gamma^\mu[\cancel{p}\gamma_\nu(-\cancel{k}')]\gamma_\mu] = 2Tr[\cancel{p}'\gamma^\nu\cancel{k}\cancel{k}'\gamma_\nu\cancel{p}]$

$Tr(\cancel{p}'\gamma^\nu \overbrace{\cancel{p}\gamma^\mu\cancel{p}}^{2\cancel{p}p^\mu}\gamma^\nu(-\cancel{k}')\gamma_\mu] = Tr[\cancel{p}'\gamma^\nu 2\cancel{p}\gamma^\nu(-\cancel{k}')\cancel{p}]$

$Tr(\cancel{p}'\gamma^\nu\cancel{k}\gamma^\mu \underbrace{\cancel{p}\gamma_\nu\cancel{p}}_{2\cancel{p}p^\nu}\gamma_\mu] = Tr(\cancel{p}'\gamma^\nu\cancel{k}2\gamma^\mu\cancel{p}p_\nu\gamma_\mu)$

$Tr[\cancel{p}'\cancel{p}\cancel{k}\gamma^\mu\cancel{p}\gamma_\mu]$

$$\overline{M_1 M_2^*} = \frac{e^4}{4\pi} Tr[\cancel{p}'\boxed{\gamma^\nu(\cancel{p}+\cancel{k})(-2)(\cancel{p}-\cancel{k}')\gamma_\nu}\cancel{p}]$$

$k.p = 1/2$

$k'.p = -t/2 \quad -t/2$

$$\frac{-2e^4}{4\pi}Tr[\cancel{p}'\,4\,(p+k).(p-k')\cancel{p}] \approx 0$$

$1+t+u=0$

$(p+k).(p-k') = \cancel{p^2 - p.k' + k.p - k.k'}$

$p^2 - k'.p + k.p - k.k'$

$\cancel{p^2 - 2p.k}$

$\frac{u}{2} + \frac{1}{2} + \frac{t}{2} \approx 0$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

UNICAMP

NÃO EXISTE UMA EXPRESSÃO ANALÍTICA PARA A SEÇÃO DE CHOQUE COMPTON.

$$\begin{cases} \text{PARA } E \to 0 & \sigma = \dfrac{8\pi\alpha^2}{3m} \\ E \to \infty & \sigma = \dfrac{\pi\alpha^2}{mE} \ln\left(2E/m\right) \end{cases}$$

PROPAGADORES E A PRESCRIÇÃO $+i\varepsilon$

FUNÇÕES DE GREEN

SEJA A EQ. POISSON

$$\nabla^2 \phi(x) = -\rho(x)$$

VAMOS DEFINIR UMA EQUAÇÃO COM A FONTE SIMULANDO CARGA NO PONTO

$$\nabla^2 G = -\delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{x}')$$

↳ POTENCIAL

$$\boxed{\phi(x) = \int G(x, x') \rho(x') d^3x'}$$

ANÁLOGO RELATIVÍSTICO

EQ. DE DIRAC

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = -e\gamma_\mu A^\mu \psi$$

O PROBLEMA DE UMA FONTE → INVARIÂNCIA TRANSLAÇÃO

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) G_F(x, x') = \delta^{(4)}(x - x')$$

EQUAÇÃO ACOPLADA

A SOLUÇÃO

$$\boxed{\psi(x) = -e\int d^4x' \, G_F(x, x') \, \gamma^\mu A_\mu(x') \psi(x')}$$

$$G_F(x, x') = G_F(x - x') = \frac{1}{(2\pi)^4} \int S_F(p) e^{-ip(x-x')} d^4p$$

↓

FOURIER

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

SE SUBSTITUIRMOS ESTA FORMA DE $G_F(x-x')$ NA EQUAÇÃO

$$\frac{1}{(2\pi)^4}\int (\not{p}-m)\, S_F(p)\, e^{-ip(x-x')}\, d^4p = \frac{1}{(2\pi)^4}\int e^{-ip(x-x')}\, d^4p$$

ENTÃO

$$(\not{p}-m)\, S_F(p) = 1 \implies S_F(p) = \frac{1}{\not{p}-m} = (\not{p}-m)^{-1} = \frac{\not{p}+m}{p^2-m^2}$$

ENTÃO

$$G_F(x-x') = \frac{1}{(2\pi)^4}\int \frac{(\not{p}+m)}{p^2-m^2}\, e^{-ip(x-x')}\, d^4p$$

COMO TRATAR OS POLOS?

$$p^2-m^2 = p_0^2 - (\vec{p}^{\,2}+m^2) = p_0^2 - E^2 = (p_0-E)(p_0+E) - 0$$

$$G_F(x-x') = \frac{1}{(2\pi)^4}\int \frac{(\not{p}+m)}{(p_0-E)(p_0+E)}\, e^{-ip(x-x')}\, d^4p$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^3p\, e^{i\vec{p}\cdot(\vec{x}-\vec{x}')}\int_{-\infty}^{\infty} dp_0\, \frac{(\gamma_0 p_0 - \vec{\gamma}\cdot\vec{p}+m)}{(p_0-E)(p_0+E)}\, e^{-ip_0(t-t')}$$

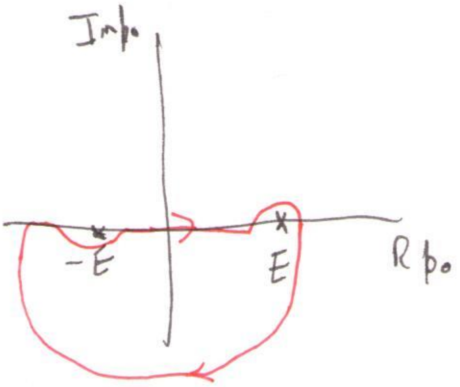
DEPENDENDO DO VALOR DE $t-t'$, DEVEMOS UTILIZAR DIFERENTES

CONTORNOS

UNICAMP

pp1

PARA $t>t'$,



NESTE CONTORNO E PARA $t>t'$, ENTÃO DEVEMOS INCLUIR O POLO EM $p_0=E$.

$$G_F(x-x') = \frac{-2\pi i}{(2\pi)^4}\int d^3p\, e^{-i\vec{p}\cdot(\vec{x}-\vec{x}')}\int_{-\infty}^{\infty} dp_0\, \frac{(\gamma_0 p_0 - \vec{\gamma}\cdot\vec{p}+m)}{(p_0+E)\big|_{p_0=E}}\, e^{-ip_0(t-t')}$$

$$G_F(x-x') = \frac{-i}{(2\pi)^3}\int \frac{d^3p}{2E}\, e^{-ip(x-x')}(\not{p}+m)$$

$p_0 = Rp_0 + i\,Im\,p_0$

$e^{-ip_0(t-t')} = e^{Im\,p_0(t-t')} \Rightarrow \boxed{Im\,p_0<0}$

FECHAMOS O CONTORNO POR BAIXO

COMO $\not{p}+m$ É O PROJETOR DE ESTADOS DE ELÉTRON COM ENERGIA POSITIVA $E>0$, ENTÃO $G_F(x-x')$ REPRESENTA A PROPAGAÇÃO DE ELÉTRONS ~~PARA $t>t'$~~. PARA FRENTE NO TEMPO $t>t'$.

PARA $t<t'$, ENTÃO FECHAMOS O CONTORNO POR CIMA $e^{Im\,p_0(t-t')}$ $Im\,p_0>0$

Caixa Postal 1170
Telex: (019) 1150

PARA FAZER ISTO PRECISAMOS ENCONTRAR A DESCRIÇÃO DA INTERAÇÃO ELETROMAGNÉTICA COM HADRONS, I.E, ACHAR A FUNÇÃO DE ONDA DOS PRÓTONS EM TERMOS DAS PROPRIEDADES DOS QUARKS. AO FINAL, ISTO SERÁ ÚTIL PARA ENTENDERMOS COMO O PRÓTON É DESCRITO.

TESTANDO UMA DISTRIBUIÇÃO DE CARGAS COM ELÉTRONS: FATORES DE FORMA

SEJA UM ELÉTRON QUE ESPALHAMOS COM A NUVEM, PODEMOS SABER PROPRIEDADES DA NUVEM POR OBSERVAR O ESPALHAMENTO DOS ELÉTRONS.

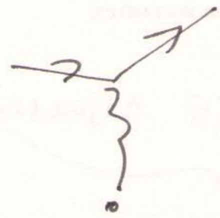
É O ANÁLOGO DO EXPERIMENTO DE RUTHERFORD COM O NÚCLEO ATÔMICO.

PARA FAZER ISTO ASSUMIMOS QUE A NUVEM PRODUZ UM CAMPO ELETROSTÁTICO, SABEMOS QUE

$$A^\mu = (V, 0) \qquad \rho_{\text{TOTAL}} = Ze\rho(x) \qquad \nabla^2 V = -\rho_{\text{TOTAL}} = -Ze\rho(x)$$

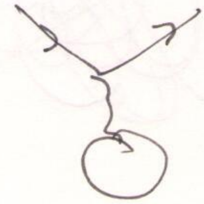
POSSÍVEIS COMPORTAMENTOS DO ESPALHAMENTO $e^- p \to e^- p$,

SE $\lambda >> \Lambda_p$ (ENERGIAS MUITO BAIXAS $E \propto \frac{1}{\lambda}$)

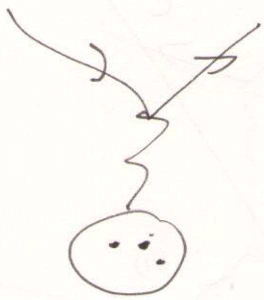


O ESPALHAMENTO É COMO SE FOSSE UM OBJETO PONTUAL SEM SPIN

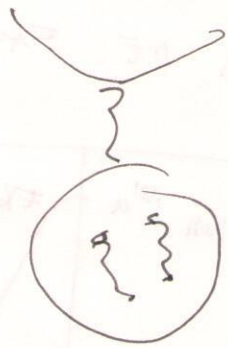
SE $\lambda \simeq \Lambda_p$, O ESPALHAMENTO É EQUIVALENTE À DE OBJETO CARREGADO EXTENSO



A ENERGIAS MAIORES, $\lambda < \Lambda_p$, O COMPRIMENTO DE ONDA É SUFICIENTE PARA RESOLVER SUB-ESTRUTURAS/QUARKS.



SE $\lambda << \Lambda_p$, O ELÉTRON INTERAGE COM UM MAR DE QUARKS E GLUONS



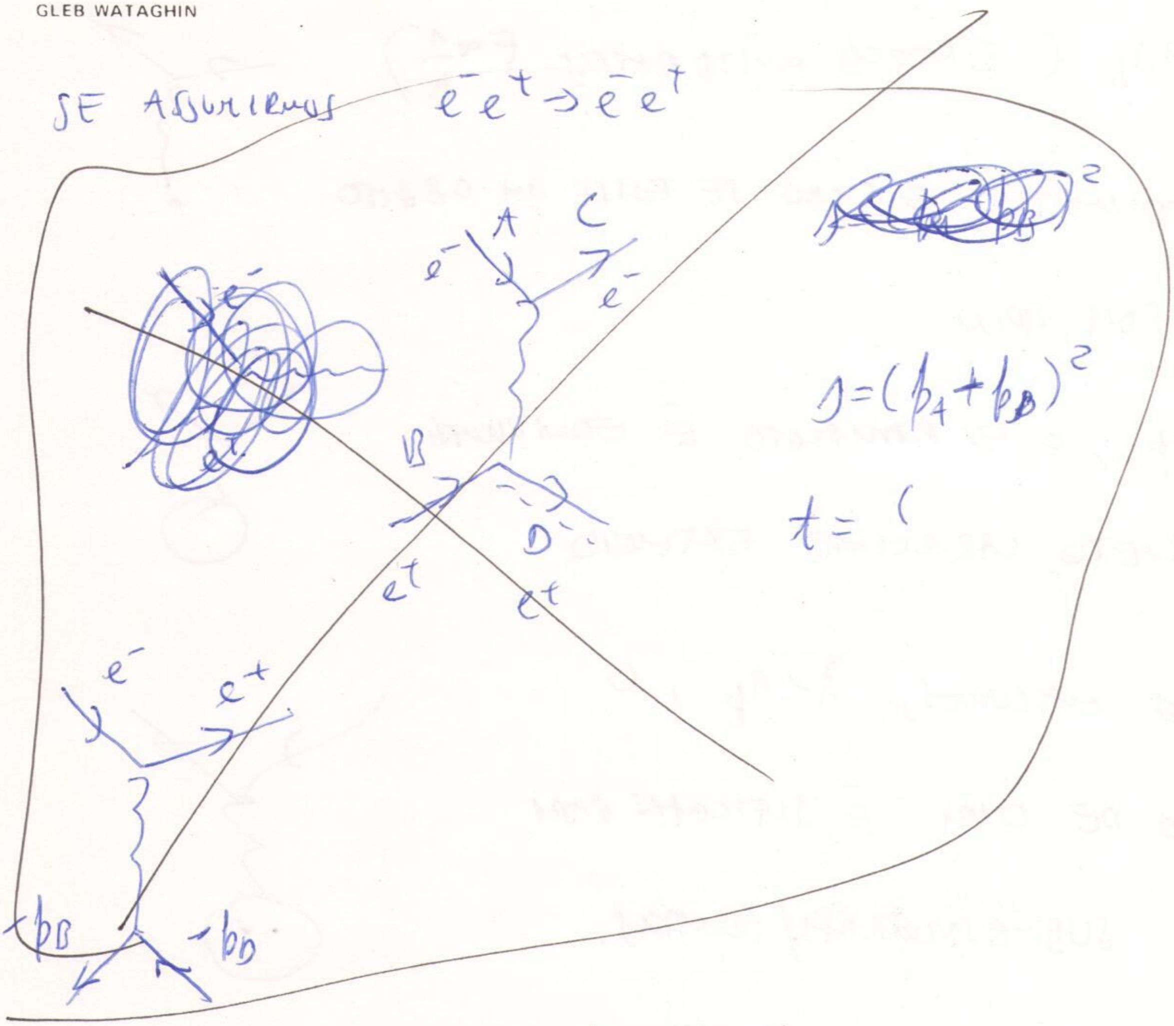
O FATOR DE FORMA É DEVIDO À DIFERENÇA DE FASE DEVIDO AO TAMANHO FINITO DO CENTRO ESPALHADOR.

SE $\lambda >> R_p$ TODOS OS PONTOS SÃO EM FASE TEMOS $F(\vec{q}^{\,2}) \to 1$

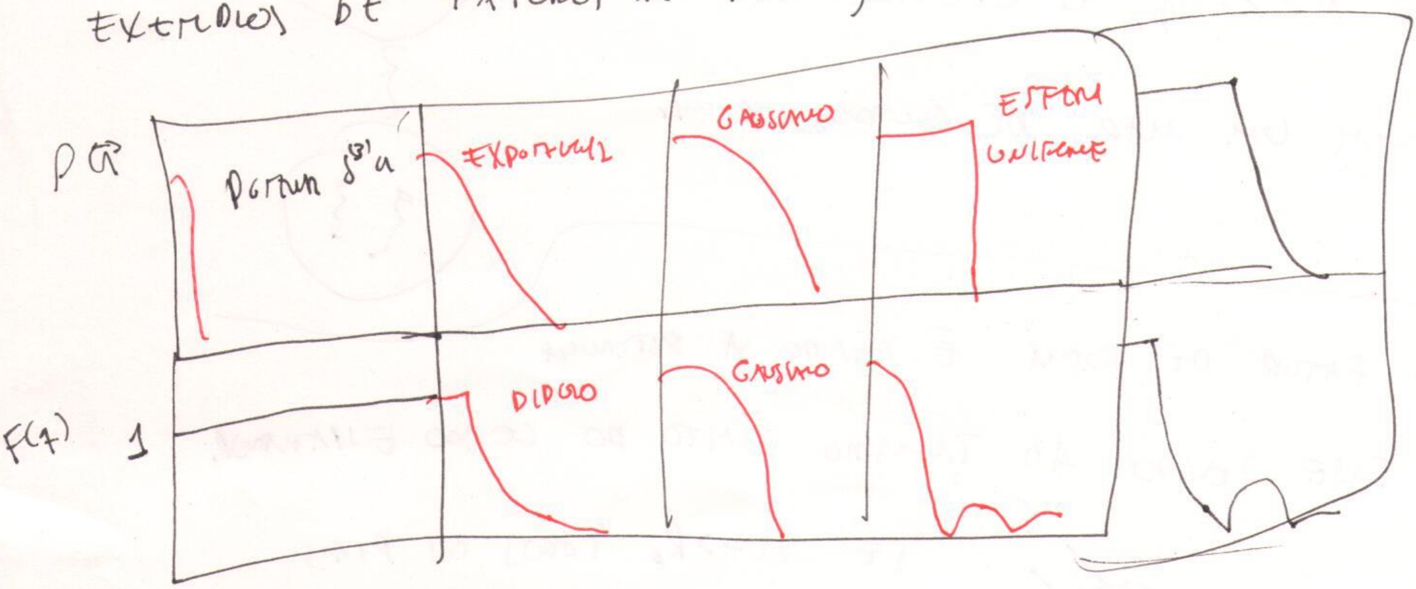
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA GLEB WATAGHIN

DRCC-IFGW

SE ASSUMIRMOS $e^-e^+ \to e^-e^+$



EXEMPLOS DE FATORES DE FORMA,



Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin-UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.:(0192)39-8112
Telex:(019) 1150
Fax:(0192)39-3127

COMO É UM CAMPO ESTÁTICO, $\vec{A}$ NÃO DEPENDE DO TEMPO.

USANDO A EXPRESSÃO PARA CAMPOS IND. DO TEMPO.

$$T_{fi} = -i 2\pi \delta(E_f - E_i) \int j_\mu^{fi} A^\mu d^3x$$

COMO $A^\mu = V\delta^{\mu 0}$

$$T_{fi} = -i 2\pi \delta(E_f - E_i) \int j_0^{fi} V d^3x$$

SABEMOS QUE

$$j_0^{fi} = -e \bar{u}_f \gamma_0 u_i e^{-i(p_f - p_i)x} \Big|_{E_f = E_i}$$

$$= -e \bar{u}_f \gamma^0 u_i e^{+i(\vec{p}_f - \vec{p}_i)\vec{x}}$$

DEFINIMOS $\vec{q} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$

$$\boxed{j_0^{fi} = -e \bar{u}_f \gamma^0 u_i e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}}}$$

ENTÃO

$$T_{fi} = -i 2\pi \delta(E_f - E_i) \int (-e) \bar{u}_f \gamma^0 u_i e^{i\vec{q}x} \phi(x) d^3x$$

USANDO O TEOREMA DE GREEN,

$$\int dV [\varphi \nabla^2 \phi - \phi \nabla^2 \varphi] = \int dS \left[\varphi \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial \varphi}{\partial n}\right]$$

COM $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \vec{\nabla}\varphi \cdot \hat{n}$

USANDO $\varphi = e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}}$ $\phi = \phi$

$$\int dV [e^{i\vec{q}\cdot x} \nabla^2 \phi - \phi \nabla^2 (e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}})] = \int d\vec{S} \cdot [e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \vec{\nabla}\phi - \phi \nabla (e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}})$$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

COMO φ E $\vec{\nabla}\varphi = \vec{E}$ SE ANULAM NO INFINITO, ENTÃO

$$\boxed{\int dV\, e^{i\vec{q}\vec{x}} \nabla^2\phi - \phi \nabla^2 (e^{i\vec{q}\vec{x}}) = 0}$$

$$\nabla^2(e^{i\vec{q}\vec{x}}) = -q^2 e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}}$$

$$\int dV\, e^{i\vec{q}\vec{x}} \nabla^2\phi = \int dV\, \phi\, (-q^2)\, e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} = -\vec{q}^2 \underbrace{\int dV\, \phi\, e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}}}$$

ENTÃO

$$\int dV\, \phi\, e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} = -\frac{1}{\vec{q}^2}\int dV\, e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \underbrace{\nabla^2\phi}_{-Ze\rho(x)} = \frac{Ze}{q^2}\int dV \rho(x) e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}}$$

PORTANTO SUBSTITUINDO EM T_{fi}

$$T_{fi} = ie\, 2\pi\, \delta(E_f - E_i)\, \bar{u}_f \gamma^0 u_i \underbrace{\int e^{i\vec{q}\vec{x}} \phi(x)\, d^3x}_{\frac{Ze}{\vec{q}^2}\int d^3x\, \rho(x)\, e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}}}$$

$$\boxed{T_{fi} = ie\, 2\pi\, \delta(E_f - E_i)\, \bar{u}_f \gamma^0 u_i \left(\frac{Ze}{\vec{q}^2}\right) F(\vec{q})}$$

↳ T. FOURIER DA DISTRIBUIÇÃO DE CARGAS, É O CHAMADO FATOR DE FORMA.

A AMPLITUDE É

$$T_{fi} = -i\, 2\pi\, \delta(E_f - E_i)\, \mathcal{M}$$

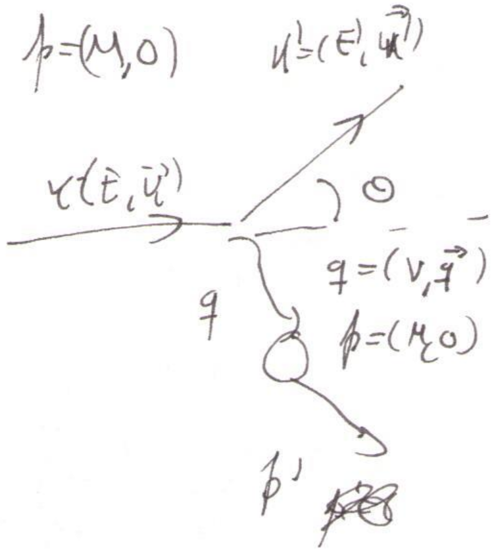
PORTANTO $$\boxed{\mathcal{M} = -\frac{Ze^2}{\vec{q}^2}\, \bar{u}_f \gamma^0 u_i\, F(\vec{q})}$$

UNICAMP

IREMOS MANTER OS TERMOS M^2, E DESPREZAR OS TERMOS m^2,

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{8e^4}{q^4}\left\{ k'\cdot p'\; k\cdot p + k'\cdot p\; k\cdot p' - M^2\, k'\cdot k \right\}$$

NO REFERENCIAL LAB, QUE É ADEQUADO POIS O PROTON ESTÁ PARADO.



~~SUBSTITUINDO~~

PODEMOS ELIMINAR TODA REFERENCIA A p',

$$p' = k - k' + p$$

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{8e^4}{q^4}\left\{ [k'\cdot(k-k'+p)](k\cdot p) + (k'\cdot p)[k\cdot(k-k'+p)] - M^2\, k'\cdot k \right\}$$

COMO $k^2 = k'^2 \simeq 0$

COMO $q = k - k'$

$$q^2 = k^2 + k'^2 - 2k\cdot k' = -2k\cdot k'$$

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{8e^4}{q^4}\left\{ [\overset{-q^2/2}{k'\cdot k} + k\cdot p]\, k\cdot p + (k'\cdot p)[\overset{q^2/2}{k\cdot -k'}] + (k'\cdot p)(k\cdot p) - M^2\, \overset{-q^2/2}{k'\cdot k} \right\}$$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{8e^4}{q^4}\left\{ -\frac{q^2}{2} k\cdot p + (k\cdot p)^2 + (k'\cdot p)\frac{q^2}{2} + (k'\cdot p)(k\cdot p) + M^2 q^2/2 \right]$$

SUBSTITUINDO OS PRODUTOS ESCALARES.

$k\cdot p = EM$

$k'\cdot p = E'M$

ENTÃO

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{8e^4}{q^4} 2M^2E'E \left[1 + \frac{q^2}{4EE'} - \frac{q^2}{2M^2}\frac{M(E-E')}{2EE'} \right\}$$

COMO $q^2 = -2k\cdot k' \underset{\substack{\uparrow \\ m=0}}{=} -2EE'(1-\cos\theta) = -4EE'\sin^2(\theta/2)$

$E - E' \underset{\substack{\uparrow \\ \text{cinemática}}}{=} \nu = -\frac{q^2}{2M}$

USANDO QUE

$q + p = p'$

$q^2 + \cancel{p^2} + 2q\cdot p = \cancel{p'^2}$

$\boxed{q^2 = -2q\cdot p = -2\nu M}$

$\nu = -\frac{q^2}{2M}$

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{8e^4}{q^4} 2M^2EE' \left\{ \cos^2\theta/2 + \frac{4EE'\sin^2\theta/2}{2M^2}\frac{M(-q^2/2M)}{2EE'} \right]$$

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{8e^4}{q^4} 2M^2EE' \left\{ \cos^2\theta/2 \boxed{-\frac{q^2}{2M^2}\sin^2\theta/2} \right]$$

~~COMPARANDO COM O CASO ANTERIOR~~ O

~~RECOO É ESTE TERMO~~

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA
GLEB WATAGHIN

DRCC-IFGW

A SEÇÃO DE CHOQUE É NO REFERENCIAL LAB,

$$d\sigma = \frac{1}{2E}\frac{1}{2M}\frac{|M|^2}{4\pi^2}\frac{1}{2}E'dE'\,d\Omega\left[\int\frac{d^3p'}{2p'_0}\,\delta^{(4)}(p+q-p')\right]$$

INTEGRANDO NAS COORDENADAS p' TEMOS QUE

$$\int\frac{dp'_0}{p'_0}\,\delta^{(0)}(p_0+q_0-p'_0) = \frac{1}{2M}\,\delta(\nu+q^2/2M)$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$$

PORTANTO A SEÇÃO DE CHOQUE FICA

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{1}{\cancel{4}ME}\,\frac{\frac{8e^4}{q^4}\cancel{2M}^2E'E\{\ \}}{(4\pi)^2}\,\frac{1}{\cancel{2}}\,\frac{E'}{\cancel{2M}}\,\delta(\nu+q^2/2M)$$

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{(4\pi)^2\alpha^2E'^2}{\pi^2}\,\frac{\alpha^2}{q^4}\{\ \}\,\delta(\nu+q^2/2M)$$

$$\frac{16\pi^2}{4\pi^2} = 4$$

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{(2\alpha E')^2}{q^4}\{\ \}\,\delta(\nu+q^2/2M)$$

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin-UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil
Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

UNICAMP

A SEÇÃO DE CHOQUE É

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{(2\alpha E')^2}{q^4}\left\{\cos^2\theta/2 - \frac{q^2}{2M^2}\sin^2\theta/2\right\}\delta(\nu + q^2/2M)$$

$$\frac{E'^2}{q^4} = \frac{E'^2}{16E^2E'^2\sin^4\theta/2} = \frac{1}{16E^2\sin^4\theta/2}$$

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E^2\sin^4\theta/2}\left\{\cos^2\theta/2 - \frac{q^2}{2M^2}\sin^2\theta/2\right\}\delta(\nu + q^2/2M)$$

O TERMO $\nu + \frac{q^2}{2M} = 0$ PODE SER ESCRITO

$$E - E' + \frac{4EE'\sin^2\theta/2}{2M} = 0 \quad \boxed{E - E'\underbrace{\left(1 + \frac{2E\sin^2\theta/2}{M}\right)}_{\text{DEFINO COMO A}} = 0}$$

$$\delta(\nu + q^2/2M) = \delta(E - E'A) = \frac{1}{A}\,\delta\left(E' - \frac{E}{A}\right)$$

COM ISTO PODEMOS INTEGRAR NA ENERG.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \underbrace{\frac{\alpha^2}{4E^2\sin^4\theta/2}}_{\text{RUTHERFORD}}\underbrace{\left(\frac{E'}{E}\right)}_{\text{PRÓTON RECUO}}\left\{\cos^2\theta/2 - \frac{q^2}{2M^2}\sin^2\theta/2\right\}$$

TERM. ELETROMAGNÉTICO

TERMO DEVIDO AO SPIN

SE CALCULARMOS O MUON COMO ESCALAR ESTE SEGUNDO TERMO NÃO APARECE ~~PARA PARTÍCULA D~~

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

ESTA EXPRESSÃO É A FORMA MAIS GERAL DE ESPALHAMENTO DE

ELETRON POR OUTRA PARTÍCULA DE MASSA GRANDE.

MAS CONFORME JÁ FALAMOS O PROTON NÃO É ELEMENTAR.

PRECISAMOS INCLUIR AS CARACTERISTICAS DA NÃO-ELEMENTARIDADE

DO PROTON ASSUMINDO QUE A INTERAÇÃO ELETROMAGNÉTICA É

TROCADA POR UMA QUADRICORRENTE J^{μ}.

198

UNICAMP

AGORA PARA O PROTON IREMOS FAZER

$$T_{fi} = -i\int j_\mu \left(\frac{-1}{q^2}\right) J^\mu d^4x$$

↳ CORRENTE DO PROTON

↳ CORRENTE ELETRÔNICA

A CORRENTE ELETRÔNICA SABEMOS ESCREVER

$$j^\mu = -e\,\bar u(k')\gamma^\mu u(k)\, e^{i(k'-k).x}$$

A DO PROTON

$$J^\mu = e\,\bar u(p')\,[\qquad]\, u(p)\, e^{i(p'-p)x}$$

↑ COMO ESCREVER A CORRENTE DO PROTON?

[ ] NÃO PODE SER γ^μ, QUE É A RESPOSTA DE UMA PARTÍCULA DE SPIN 1/2 ELEMENTAR.

SABEMOS ENTANTO QUE J^μ É 4-VETOR, NÓS TEMOS OS MOMENTOS p, p' e q.

$$J^\mu = F_1(q^2)\gamma^\mu + \underbrace{\frac{\kappa}{2M} F_2(q^2)\, i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}_{}$$

TERMO TIPO MOMENTO MAGNÉTICO

PARA UMA PARTÍCULA PONTUAL K=2, MAS NÃO SABEMOS PARA O PROTON.

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

PODEREMOS TER

γ^μ

$\sigma^{\mu\nu} q_\nu$

$(p-p')^\mu$

DEVEMOS TER CONSERVAÇÃO DE QUADRICORRENTE

$\partial_\mu J^\mu = 0 \qquad (p-p')^\mu J_\mu = 0$

$\cancel{J^\mu = A\, q^\mu}$

$(p-p')(p+p') = p^2 - p'^2 = 0$

$q = k_1 - k_2 = k - k' = p' - p$

$k + p = k' + p' \qquad p = p' - q$

$p \cdot q = \cancel{p'p}$

$\cancel{p \cdot q = (p'-q) \cdot q = p' \cdot q - q^2} \qquad p' = p + q$

$q = p' - p \qquad q^2 = p'^2 + p^2 - 2p' \cdot p = 2M^2 - 2p' \cdot p$

$q^2 = 2M^2 \cancel{- 2p \cdot q - 2q^2} - 2p \cdot q - 2q^2$

$3q^2 = 2M^2 - 2p \cdot q \qquad q + p = p' \qquad q^2 + 2q \cdot p + \cancel{p^2} = \cancel{p'^2} = M^2$

$\boxed{q^2 = -2p \cdot q}$ ENTÃO $p = p' - q$

$\boxed{p' \cdot q = -q^2/2}$

$p^2 = p'^2 - 2p' \cdot q + q^2$

$\boxed{p^2 = p'^2 = M^2}$

ENTÃO TODOS OS ~~PRODUTOS~~ PRODUTOS ESCALARES PODEM SER ESCRITOS EM FUNÇÃO DE q^2.

A CORRENTE J^μ

$$J^\mu = F_1(q^2)\gamma^\mu + \frac{K}{2M} F_2(q^2)\sigma^{\mu\nu}q_\nu$$

CORRESPONDE A INTERAÇÃO DE UMA PARTÍCULA DE CARGA e, O TERMO $F_1(q^2)\gamma^\mu$. ESTE TERMO PODE SER DECOMPOSTO POR GORDON E OBTEMOS

$$J^\mu = e\,\bar u(p')\left[F_1(q^2)\gamma^\mu + \frac{K}{2M} F_2(q^2)\, i\sigma^{\mu\nu}q_\nu\right]u(p)$$

$$\boxed{\frac{e}{2M}\,\bar u_f\,(p'+p_0)_\mu\, F(q^2)\, u_i(p) \quad (I)} + \frac{\bar u_f(p')\, i\sigma^{\mu\nu}(p'-p)_\nu\, u(p)}{2M}$$

(IIa)

$$+ \frac{\bar u_f(p')\, i\sigma^{\mu\nu} q_\nu\, u(p)}{2M}$$

$$+ \frac{F_2(q^2)\,K}{2M}\,\bar u(p')\, i\sigma^{\mu\nu}q_\nu\, u(p)$$

IIb

~~PORTANTO [ ] REPRESENTA~~

~~A INTERAÇÃO DE UMA CARGA $eF(q^2)$~~

~~MOMENTO MAGNÉTICO~~

NO LIMITE $q^2 \to 0$, PODEMOS CHAMAR ESTES TERMOS COMO (I), O ACOPLAMENTO DE UMA PARTÍCULA DE CARGA +e, E NO OUTRO TERMO COM MOMENTO MAGNÉTICO $\frac{ge}{2M}(1+K)$!

NESTE LIMITE, $q^2 \to 0$ PODEMOS TER

$$F_1^p(0)=1 \qquad F_2^p(0)=1$$

~~PARA O ESPALHAMENTO~~ PARA O NEUTRON DEVEMOS TER

$$F_1^n(0)=0 \qquad F_2^n(0)=1$$

O VALOR EXPERIMENTAL DE $K_p = 1,79\,e$

$K_n = -1.91$.

AGORA PODEMOS CALCULAR O ESPALHAMENTO ELETRON COM PROTON, PARA ISTO USAMOS

$$T_{fi} = -i\int j_\mu \left(-\frac{1}{q^2}\right) J^\mu \, d^4x$$

COM $J^\mu = e\bar{u}(p')\left[F_1(q^2)\gamma^\mu + \frac{K}{2M}F_2(q^2)\, i\sigma^{\mu\nu}q_\nu\right]u(p)$

ISTO IMPLICA QUE

$$\overline{|M|^2}_{e\mu} = \frac{e^4}{q^4} L_{e\,\mu\nu} L^{\mu\nu}_{muon}$$ DEVE SER SUBSTITUIDO POR $$\overline{|M|^2}_{ep} = \frac{e^4}{q^4} L_e^{\mu\nu} P^{proton}_{\mu\nu}$$

$$L^{\mu\nu}_{muon} = \frac{1}{2} Tr[(\not{p}' + M)\gamma^\mu(\not{p} + M)\gamma^\nu] \Rightarrow P^{proton}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} Tr[(\not{p}'+M)\gamma^\mu(\not{p}-M)\gamma^\nu] F_1(q^2) + \frac{1}{2} Tr[\ldots(\not{p}+M)\left(\frac{K F_2(q^2)}{2M} i\sigma^{\mu\nu}\right)]$$

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA GLEB WATAGHIN

DRCC-IFGW

$$P^{PROTON}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} Tr\left((\not p + M)[\ \ ](\not p + M)\overline{[\ \ ]} \right)$$

ONDE

$$[\ \ ] = F_1(q^2)\gamma^\mu + \frac{K}{2M} F_2(q^2)\, i\sigma^{\mu\sigma} q_\sigma$$

PODEMOS ACHAR QUE

$$\overline{\gamma^\mu} = \gamma^\mu$$

$$\overline{\sigma^{\mu\nu}} = \sigma^{\mu\nu}$$

$$\overline{[\ \ ]}^\nu = F_1(q^2)\overline{\gamma^\mu} + \frac{K}{2M}\left(F_2(q^2)\right)\left(-i\overline{\sigma^{\mu\sigma}}\right)q_\sigma = F_1(q^2)\gamma^\mu - \frac{K}{2M} F_2(q^2)\, i\sigma^{\mu\sigma} q_\sigma$$

DE GORDON

$$\gamma^\mu = \frac{(p+p')^\mu}{2M} + \frac{i\sigma^{\mu\nu}}{2M} q_\nu \quad \text{OU} \quad \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2M} = \gamma^\mu - \frac{(p+p')^\mu}{2M}$$

$$J^\mu = e\,\bar u(p')\left[F_1(q^2)\gamma^\mu + K F_2(q^2)\gamma^\mu - \frac{K(p+p')^\mu F_2(q^2)}{2M} \right] u(p)$$

$$J^\mu = e\,\bar u(p')\left[\left[F_1(q^2) + K F_2(q^2)\right]\gamma^\mu - \frac{K(p+p')^\mu F_2(q^2)}{2M} \right] u(p)$$

O RESULTADO É

O RESULTADO É $\quad F_1^2 + \kappa\tau F_2^2$

$$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{LAB} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4\theta/2}\left(\frac{E'}{E}\right)\left\{\left(F_1^2 - \frac{\kappa q^2}{4M^2}F_2^2\right)\cos^2\theta/2\right.$$

$$\left.\underbrace{-\frac{q^2}{2M^2}(F_1+\kappa F_2)^2 \sin^2\theta/2}_{+2\tau(F_1+\kappa F_2)^2}\right\}$$

SE $\kappa \to 0$, RECUPERAMOS O ANTERIOR

E $F_1(q^2)=1\ \forall q^2$

ESTA EQUAÇÃO É CHAMADA FÓRMULA ROSENBLUTH

NÃO SABEMOS NADA DE $F_1(q^2)$ E $F_2(q^2)$, PODEMOS OBTER

~~POR MEDIR~~ A SEÇÃO DE CHOQUE.

DEFINIMOS $\quad G_E = F_1 + \frac{\kappa q^2}{4M^2}F_2 \quad G_M = F_1 + \kappa F_2$

$\tau = -q^2/4M^2 \quad\quad G_E = F_1 - \kappa\tau F_2 \quad G_M = F_1 + \kappa F_2$

$$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{LAB} = \frac{\alpha^2}{4E^2\sin^4\theta/2}\frac{E'}{E}\left\{\frac{(G_E^2+\tau G_M^2)\cos^2\theta/2}{1+\tau} + 2\tau G_M^2\sin^2\theta/2\right\}$$

PODEMOS

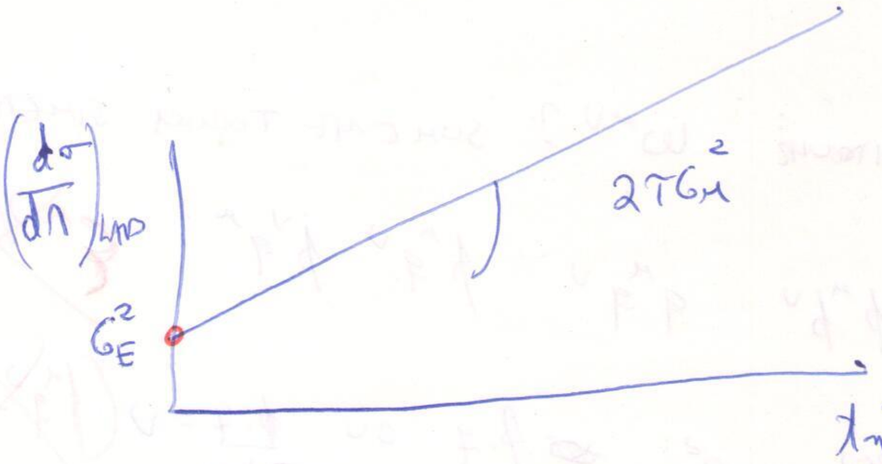
$$\begin{pmatrix} G_E \\ G_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\kappa\tau \\ 1 & \kappa \end{pmatrix}\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix}$$

DEFINIMOS $\quad \boxed{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = \frac{\alpha^2}{4E^2\sin^4\theta/2}\frac{E'}{E}\cos^2\theta/2}$

ENTÃO

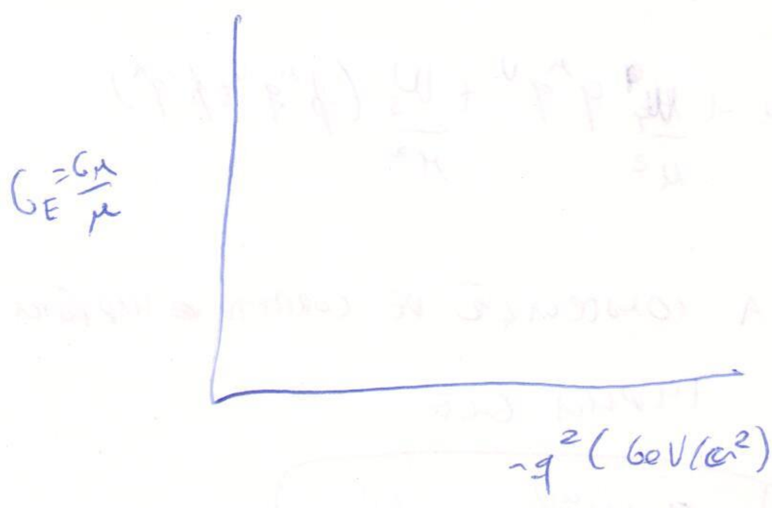
$$\frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{LAB}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0} = \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1+\tau} + 2\tau G_M^2 \tan^2 \theta/2$$

PORTANTO



EXPERIMENTALMENTE TEMOS

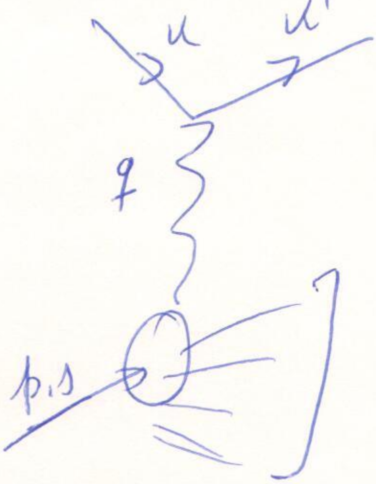
$$G = \left(1 - \frac{q^2}{0.71}\right)^{-2}$$



Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

ESPALHAMENTO INELÁSTICO $ep \to eX$



$$d\sigma = L^{e}_{\mu\nu} (L^{p})^{\mu\nu}$$

$$d\sigma = L^{e}_{\mu\nu} W^{\mu\nu}$$

COMO CONSTRUIR $W^{\mu\nu}$? SOMENTE TERMOS SIMÉTRICOS

$$g^{\mu\nu},\ p^{\mu}p^{\nu} \quad q^{\mu}q^{\nu} \quad p^{\mu}q^{\nu} \quad p^{\nu}q^{\mu} \quad \cancel{\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho q_\sigma}$$ → VIOLA PARIDADE

$\cancel{(p^{\mu}q^{\nu} - p^{\nu}q^{\mu})}$ ANTISSIMÉTRICO

VARIÁVEIS ESCALARES $\quad q^2 \quad p\cdot q$ OU $\frac{p\cdot q}{M} = \nu$

$$W^2 = (p+q)^2 = M^2 + 2M\nu + q^2$$

A FORMA MAIS GERAL É

$$W^{\mu\nu} = -W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{M^2} p^{\mu}p^{\nu} + \frac{W_4}{M^2} q^{\mu}q^{\nu} + \frac{W_5}{M^2}(p^{\mu}q^{\nu} + p^{\nu}q^{\mu})$$

VIMOS: $\quad q^{\mu} L^{e}_{\mu\nu} = 0 \quad \Rightarrow$ A CONSERVAÇÃO DE CORRENTE HADRÔNICA IMPLICA QUE

CONSERVAÇÃO DE CORRENTE

$$\boxed{q_\mu W^{\mu\nu} = q_\nu W^{\mu\nu} = 0}$$

ISTO IMPLICA EM VÍNCULOS

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA
GLEB WATAGHIN

263

DRCC - IFGW

DA EXPRESSÃO

$$W^{\mu\nu} = -W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{M^2} p^\mu p^\nu + \frac{W_4 q^\mu q^\nu}{M^2} + W_5 (p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu)$$

SE

$$q_\mu W^{\mu\nu} = -W_1 q^\nu + \frac{W_2}{M^2} q\cdot p\, p^\nu + \frac{W_4}{M^2} q^2 q^\nu + W_5 (p\cdot q\, q^\nu + p^\nu q^2) = 0$$

TERMO A TERMO TEM DE SER ZERO

$$q_\mu W^{\mu\nu} = q^\nu \left[-W_1 + \frac{W_4 q^2}{M^2} + W_5\, p\cdot q \right] + p^\nu \left[\frac{W_2}{M^2} q\cdot p + W_5 q^2 \right] = 0$$

$$-W_1 + \frac{W_4 q^2}{M^2} + W_5\, p\cdot q = 0 \qquad \frac{W_2 q\cdot p}{M^2} + W_5 q^2 = 0$$

$$W_4 = (-W_5\, p\cdot q + W_1) \frac{M^2}{q^2} \qquad \boxed{W_5 = \frac{-W_2\, q\cdot p}{M^2 q^2}}$$

$$W_4 = \left(\frac{(p\cdot q)^2}{M^2 q^2} W_2 + W_1 \right) \frac{M^2}{q^2} = W_1 \frac{M^2}{q^2} + \frac{(p\cdot q)^2}{q^4} W_2$$

PORTANTO

$$W^{\mu\nu} = -W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{M^2} p^\mu p^\nu + \left[W_1 \frac{M^2}{q^2} + \left(\frac{p\cdot q}{q^2}\right)^2 W_2 \right] \frac{q^\mu q^\nu}{M^2}$$

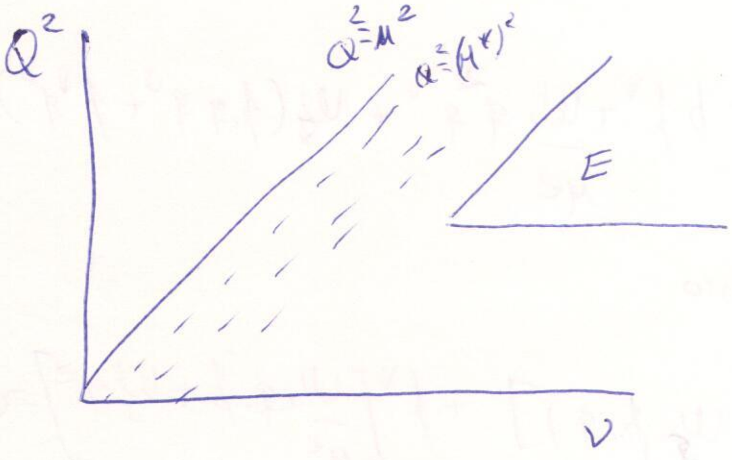
$$- \frac{W_2\, q\cdot p}{M^2 q^2} (p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu)$$

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil
Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

AS ESCALARES SÃO q^2 e $p.q$ OU PODEMOS ESCREVER EM

TERMOS DE QUANTIDADES ADIMENSIONAIS.

$$x = \frac{-q^2}{2p.q} = \frac{-q^2}{2M\nu} \qquad y = \frac{p.q}{p.k}$$



REGIÃO DE CHOQUE

$$L^{\mu\nu}_{muon} \rightarrow W^{\mu\nu}$$

$$\left.\frac{d\sigma}{dE'd\Omega}\right|_{LAB} = \frac{\alpha^2}{4E^2\sin^4\theta/2}\left\{ W_2(\nu,q^2)\cos^2\theta/2 + 2W_1(\nu,q^2)\sin^2\theta/2\right]$$

AS FUNÇÕES $W_1(\nu,q^2)$ e $W_2(\nu,q^2)$ SÃO FUNÇÕES DE

ESTRUTURA.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA
GLEB WATAGHIN

203

DRCC-IFGW

ESCALAMENTO DE BJORKEN

BJORKEN ARGUMENTOU QUE PARA $Q^2 \to \infty$ $\nu \to \infty$ TEMOS QUE AS FUNÇÕES $W_2(\nu, q^2)$ e $W_1(\nu, q^2)$ SE COMPORTAM COMO SE ~~....~~ O ELETRON ESTIVESSE ESPALHANDO PARTÍCULAS SEM ESTRUTURA E PUNTIFORMES DENTRO DO PROTON.

$q^2 = -Q^2$

$$2W_1^{point} = \frac{Q^2}{2m^2}\,\delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2m}\right)$$

$$W_2^{point} = \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2m}\right)$$

PARA O ESPALHAMENTO ELÁSTICO, ep NO CASO DE $K = 0$.

$$W_1^{elástico} = \frac{Q^2}{4M^2}\,G^2(Q^2)\,\delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right)$$

A ALTAS ENERGIAS O PROTON NÃO TEM O COMPORTAMENTO DE UMA ESTRUTURA EXTENSA.

$$W_2^{elástico} = G^2(Q^2)\,\delta(\nu - Q^2/2M)$$

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin-UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil
Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

FEYNMAN CHAMOU TAIS ~~o~~ ~~e~~ PARTÍCULAS SEM

ESTRUTURA DE PARTONS (SÃO OS QUARKS).

- ESPALHAMENTO POR PARTÍCULAS SEM ESTRUTURA

- INDEPENDÊNCIA DO ESPALHAMENTO, INCOERÊNCIA

$$\nu W_2(\nu, Q^2) \to F_2(x) \qquad x = \frac{Q^2}{2M\nu}$$

$$M W_1(\nu, Q^2) \to F_1(x)$$

$x = 1$ ESPALHAMENTO ELÁSTICO