UNICAMP

(15)

PODEMOS FAZER ISTO,

$$U_1\phi_0 \to \underbrace{\psi_m(t_m,\vec{p})}_{t_2-t_1} \to U_2\phi_0$$

TODOS POSSÍVEIS ~~ESTADOS~~ ESTADOS m SÃO POSSÍVEIS

$$Am(\phi_0\to\phi_0) = 1 - \sum_m \langle\phi_0|U_2|\psi_m\rangle\, e^{-iE_m(t_2-t_1)} \langle\psi_m|U_1|\phi_0\rangle$$

PODEMOS EXPLICAR ISTO, COLOCANDO ESTADOS INTERMEDIÁRIOS

$$\psi_m(x_2) = e^{\int d^3p_m/ -iE_m t_2 + i\vec{p}_m\cdot\vec{x}_2)}$$

$$\psi_m(x_1) = e^{-iE_m t_1 + i\vec{p}_m\cdot\vec{x}_1}\int d^3p_m$$

ENTÃO,

$$Amp(\phi_0\to\phi_0) = 1 - \sum_m \langle\phi_0|\overbrace{U_2\int d^3x_2|x_2\rangle}^{U^*(x_2)}\underbrace{\langle x_2|\psi_m\rangle}_{\psi_m(x_2)} e^{-iE_m(t_2-t_1)}$$

$$\underbrace{\langle\psi_m\int d^3x_1|x_1\rangle}_{\psi_m^*(x_1)}\underbrace{\langle x_1|U_1|\phi_0\rangle}_{U_1(x_1)}$$

$$Amp(\phi_0\to\phi_0) = 1 - \int d^3x_1\, d^3x_2 \frac{\int d^3p}{(2\pi)^3\, 2E_p}\, b^*(x_2) \qquad E_p^2 = \vec{p}^2 + m^2$$

$$e^{-i[E_p(t_2-t_1) - \vec{p}\cdot(\vec{x}_2-\vec{x}_1)]}\, a(x_1)$$

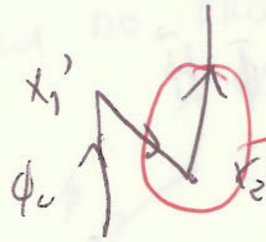
$$a(x_1) = U_1(x_1)\,\phi_0(x_1)\sqrt{2E_p}$$

$$b^*(x_2) = U_2^*(x_2)\,\phi_0^*(x_2)\sqrt{2E_p}$$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

DESCRIÇÃO DE



PARA $t < t_2'$ NADA ACONTECE

$t = t_2'$, A PERTURBAÇÃO UM PAR DE PARTÍCULAS.

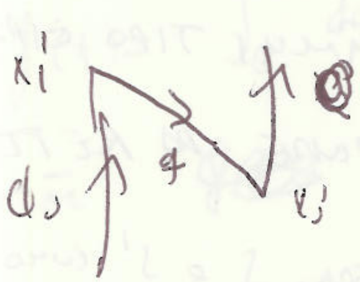
(1) UMA DELAS SE MOVE PARA FRENTE NO TEMPO

(2) OUTRA SE MOVE PARA TRÁS NO TEMPO

NO ~~~~ TEMPO $t = t_1'$, A PARTÍCULA MOVENDO

PARA TRÁS NO TEMPO E A PARTÍCULA ORIGINAL SE

ANIQUILAM. SE COLOCARMOS CARGA NA DESCRIÇÃO TEMOS



ENTÃO A PARTÍCULA INDO DE

x_1 A x_2 TRAZ COMO CARGA POSITIVA

MAS COMO x_2 OCORRE ANTES É

COMO SE FOSSE CARGA NEGATIVA

x_2 PARA x_1.

A CARGA CONTRÁRIA É UMA ANTIPARTÍCULA

UNICAMP

TEORIA DE PERTURBAÇÃO NÃO-RELATIVÍSTICA

SEJAM AS SOLUÇÕES DA EQ. SCHRÖDINGER

$$H_0 \phi_n = E_n \phi_n \quad (1) \quad \int \phi_m^* \phi_n \, d^3x = \delta_{mn}$$

A EQUAÇÃO DE SCHRÖDINGER COM PERTURBAÇÃO É

$$[H_0 + V(\vec{x},t)]\psi = i\frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (2)$$

QQ SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO ACIMA PODE SER ESCRITA COMO

$$\psi = \sum a_n(t)\, \phi_n(x) e^{-iE_n t} \quad (3)$$ SUBSTITUINDO EM (2)

$$[H_0 + V(\vec{x},t)]\, a_n \phi_n e^{-iE_n t} = i\dot{a}_n \phi_n e^{-iE_n t} + E_n a_n \phi_n e^{-iE_n t} \quad (4)$$

USANDO EQUAÇÃO (1)

$$\boxed{i\dot{a}_n \phi_n e^{-iE_n t} = V(\vec{x},t)\, a_n \phi_n e^{-iE_n t}} \quad (5)$$

MULTIPLICANDO POR ϕ_f^* E INTEGRANDO NO VOLUME OBTEMOS

$$i\dot{a}_n \int \phi_f \phi_n d^3x\, e^{-iE_n t} = \int \phi_f V(\vec{x},t)\phi_n(x)\, a_n e^{-iE_n t} \quad (6)$$

δ_{fn}

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

$$\boxed{\dot{a}_f(t) = -i \sum a_n(t) \int \phi_f^* V \phi_n \, d^3x \, e^{i(E_f - E_n)t}} \quad (7)$$

VAMOS ASSUMIR NO TEMPO $t = -T/2$ A PARTÍCULA ESTÁ NO ESTADO i,

$$a_i(-T/2) = 1 \quad (8)$$

$$a_n(-T/2) = 0 \quad n \neq i$$

$$\dot{a}_f(t) = -i\, a_i(-T/2) \int \phi_f^* V \phi_i \, d^3x \, e^{i(E_f - E_i)t}$$

PARA

$$a_f(t) = -i \int_{-T/2}^{t} dt' \int d^3x \, \phi_f^* V \phi_i \, e^{i(E_f - E_i)t'} \quad (9)$$

PARA $t = T/2$ A TRANSIÇÃO SE ANULA

$$T_{fi} = a_f(T/2) = -i \int_{-T/2}^{T/2} dt' \int d^3x \left[\phi_f(\vec{x}) e^{-iE_f t}\right]^* V(\vec{x}, t) \left[\phi_i(\vec{x}) e^{-iE_i t}\right]$$

$$\boxed{T_{fi} = -i \int d^4x \; \phi_f^*(x) \, V(x) \, \phi_i(x)} \quad (10)$$

ESTA QUANTIDADE NÃO PODE SER INTERPRETADA COMO A PROBABILIDADE DE TRANSIÇÃO. SEPARANDO NA PARTE ESPACIAL E TEMPORAL, PARA UM POTENCIAL IND. DO TEMPO $V(\vec{x}, t)$,

$$T_{fi} = -i \underbrace{\boxed{\int d^3x \; \phi_f^*(\vec{x}) \, V(\vec{x}) \, \phi_i(\vec{x})}}_{V_{fi}} \underbrace{\int dt \, e^{i(E_f - E_i)t}}_{\delta(E_f - E_i)}$$

$$\boxed{T_{fi} = -i \, V_{fi} \, \delta(E_f - E_i)} \quad (11)$$

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA GLEB WATAGHIN

DRCC-IFGW

ESTA EXPRESSÃO

$$T_{fi} = -2\pi i \, V_{fi} \, \delta(E_f - E_i)$$

É A TRANSIÇÃO ENTRE $t \to -T/2$ e $t = +T/2$.

IREMOS DEFINIR A PROBABILIDADE DE TRANSIÇÃO POR UNIDADE DE TEMPO,

$$W = \lim_{T\to\infty} \frac{|T_{fi}|^2}{T} \quad (12)$$

$$|T_{fi}|^2 = \cancel{(2\pi)^2 |V_{fi}|^2 \delta(E_f - E_i) \int_{-T/2}^{T/2} dt\, e^{i(E_f - E_i)t}}$$

$$\cancel{W = \lim_{T\to\infty} -2\pi i}$$

$$W = \lim_{t\to\infty} \left[\frac{\cancel{(2\pi)^2 |V_{fi}|^2 \delta(E_f - E_i) \int_{-T/2}^{T/2} dt\, e^{i(E_f - E_i)t}}}{T} \right.$$

$$\cancel{\int_{-T/2}^{T/2} dt\, e^{0} = T}$$

$$W_{fi} = \cancel{\lim_{T\to\infty} \frac{4\pi^2 |V_{fi}|^2 \delta(E_f - E_i)}{}}$$

$$W = \lim_{T\to\infty} \frac{\left(-i V_{fi} \int_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{i(E_f - E_i)t} \right)^* \left[-2\pi i V_{fi} \delta(E_f - E_i) \right]}{T}$$

$$W = \lim_{T\to\infty} \frac{+ (V_{fi})^2 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{i(E_f - E_i)t} \, \delta(E_f - E_i)}{T} = 2\pi |V_{fi}|^2 \delta(E_f - E_i) \quad (13)$$

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin-UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

EM GERAL ESTAMOS NUM ~~ESTADO~~ DADO ESTADO E ACABAMOS NUM

CONJUNTO DE ESTADOS FINAIS.

$$W_{fi} = \int 2\pi \, dE_f \, \rho(E_f) \, |V_{fi}|^2 \, \delta(E_f - E_i) \quad (14)$$

NÚMERO DE ESTADOS NA ENERGIA

$\rho(E_f)\, dE_f \; ; \; E_f \to E_f + dE_f$

$$\boxed{W_{fi} = 2\pi \, \rho(E_i) \, |V_{fi}|^2} \quad (15) \longrightarrow \text{REGRA DE OURO DE FERMI}$$

PODEMOS IR EM ORDENS MAIS ALTAS DA EQ. (9)

$$a_f(t) = -i \int_{-T/2}^{t} dt' \int d^3x \, \underbrace{\phi_f^* V \phi_i}_{V_{fi}} \, e^{i(E_f - E_i)t'} \qquad \text{PARA } f \neq i$$

SUBSTITUINDO ESTA SOLUÇÃO NA EQ. ORIGINAL (7),

$$\boxed{\dot{a}_f = -i \sum_n a_n(t) \underbrace{\int \phi_f^* V \phi_n \, d^3x}_{V_{fn}} \, e^{i(E_f - E_n)t}} \quad (16)$$

$$\dot{a}_f = -i \sum_n -i \int_{-T/2}^{t} dt' \, V_{ni} \, e^{i(E_n - E_i)t'} \, V_{fn} \, e^{i(E_f - E_n)t}$$

$$+ \cdots = \cdots + (-i)^2 \left[\sum_n V_{ni} \int_{-T/2}^{t} dt' \, e^{i(E_n - E_i)t'} \right] V_{fn} \, e^{i(E_f - E_n)t}$$

$f = i$

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA
GLEB WATAGHIN

ENTÃO A CORREÇÃO É

$$a_f(+T/2) = -\sum_{n\neq i} V_{fn}V_{ni}\int_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{i(E_f-E_n)t}\int_{-\infty}^{t} dt'\, e^{i(E_n-E_i)t'}$$

VAMOS ADICIONAR UM REGULIZADOR $E_n - E_i \to E_n - E_i - i\varepsilon$, $\varepsilon>0$

$$\int_{-\infty}^{t} dt'\, e^{i(E_n-E_i-i\varepsilon)t'} = \frac{e^{i(E_n-E_i-i\varepsilon)t'}\Big|_{-\infty}^{t}}{i(E_n-E_i-i\varepsilon)} \qquad (17)$$

PELO REGULADOR ε,

$$e^{i(E_n-E_i-i\varepsilon)t'}\Big|_{-\infty}^{t} = e^{i(E_n-E_i-i\varepsilon)t} - \left[e^{i(E_n-E_i)}\, e^{\varepsilon t'}\Big|_{-\infty} \right]$$

ENTÃO $\therefore$

$$a_f(T/2) = -\sum_{n\neq i} V_{fn}V_{ni}\; e^{i(E_f-E_i)t}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{i(E_f-E_n)t}\int_{-\infty}^{t} dt'\, e^{i(E_n-E_i)t'} = \int_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{i(E_f-E_n)t}\,\frac{i\, e^{i(E_n-E_i-i\varepsilon)t}}{E_i-E_n+i\varepsilon}$$

$$\boxed{a_f(+T/2) = -\sum_{n\neq i} 2\pi V_{fn}V_{ni}\, i\,\frac{\delta(E_f-E_i)}{E_i-E_n+i\varepsilon}} \qquad (18)$$

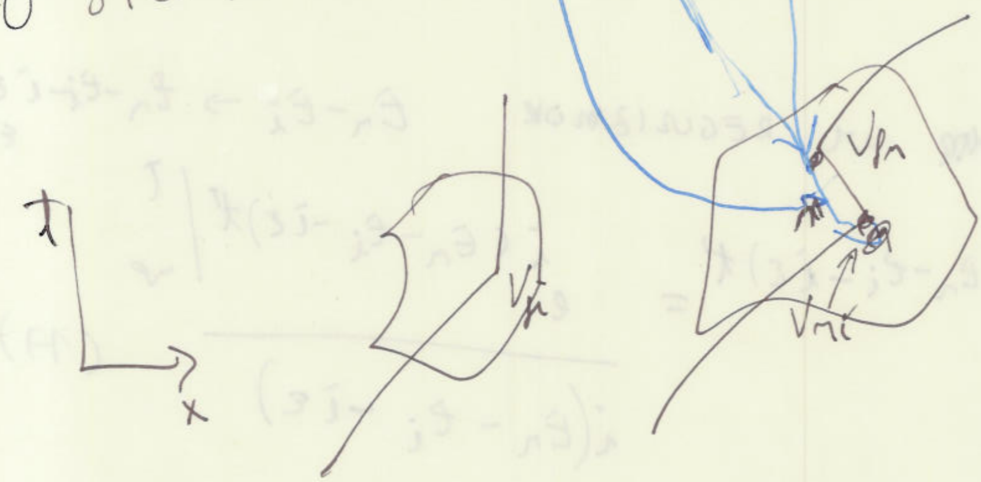
Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

E PORTANTO

$$\boxed{T_{fi} = \ldots - 2\pi i \sum_{n \neq i} \frac{V_{fn} V_{ni}}{E_i - E_n + i\varepsilon} \, \delta(E_f - E_i)} \qquad (19)$$

O SIGNIFICADO DESTA EXPRESSÃO É



~~COMO PODEM~~ PODEMOS REESCREVER A EQ. (19) COMO UM POTENCIAL EQUIVALENTE

$$V_{fi} \rightarrow V_{fi} + \sum_{n \neq i} \underbrace{V_{fn}}_{\text{1ª interação}} \, \underbrace{\frac{1}{E_i - E_n + i\varepsilon}}_{\text{estado virtual}} \, \underbrace{V_{ni}}_{\text{2ª interação}} \qquad (20)$$

PODEMOS OBTER TERMOS DE ORDEM MAIOR, E A SÉRIE QUE OBTEMOS TEM POTÊNCIAS V, V^2 E ASSIM POR DIANTE.