UNICAMP

PODEMOS AGORA CONSTRUIR AS QUANTIDADES BILINEARES

COM

$$S_L = 1 - \frac{i}{4}\sigma^{\mu\nu}\varepsilon^{\mu\nu}$$

DA ROTAÇÃO DE S_L TEMOS

$$\boxed{S_L^{-1} = 1 + \frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}\varepsilon^{\mu\nu} = \gamma^0 S_L^{\dagger}\gamma^0}$$

$$\left(1 - \frac{i}{2}\sigma_{\mu\nu}^{\dagger}\varepsilon^{\mu\nu}\right)^{\dagger} =$$

$$S_P = \gamma^0$$

$\bar\psi' \gamma^\mu \psi'$,

$$\sigma_{\mu\nu}^{\dagger} = \frac{-i}{2}\left(\gamma^{\nu\dagger}\gamma^{\mu\dagger} - \gamma^{\mu\dagger}\gamma^{\nu\dagger}\right)$$

(1) POR EXEMPLO

$$\gamma^0\gamma^\nu\underbrace{\gamma^0\gamma^0}_{I}\gamma^\mu\gamma^0$$

SOBRE A Λ

$$\bar\psi(x)\gamma^\mu\psi(x) \rightarrow \bar\psi'(x')\gamma^\mu\psi'(x')$$

$$\sigma_{\mu\nu}^{\dagger} = -\frac{i}{2}\gamma_0[\gamma^\nu,\gamma^\mu]\gamma^0$$

$$\sigma_{\mu\nu}^{\dagger} = \frac{i}{2}\gamma^0[\gamma^\mu,\gamma^\nu]\gamma^0$$

SE $\psi'(x') = S\psi(x) \Rightarrow$

$$\bar\psi'(x') = \psi'^{\dagger}\gamma^0 = \psi^{\dagger}\underbrace{S^{\dagger}\gamma^0}_{\gamma^0 S^{-1}}$$

$$\sigma_{\mu\nu}^{\dagger} = \gamma^0\sigma_{\mu\nu}\gamma^0$$

$$\bar\psi'(x') = \bar\psi S^{-1}$$

PORTANTO

$$\bar\psi'(x')\psi'(x') \Rightarrow \bar\psi S^{-1}S\psi = \bar\psi\psi$$

E

$$\bar\psi'\gamma^\mu\psi' = \bar\psi\underbrace{S_L^{-1}\gamma^\mu S_L}\psi = \bar\psi\Lambda^\mu_{\ \nu}\gamma^\nu\psi = \Lambda^\mu_{\ \nu}\,\bar\psi\gamma^\nu\psi \quad \text{4-VETOR}$$

$$\bar\psi'\gamma^\mu\psi' = \bar\psi S_P^{-1}\gamma^\mu S_P\psi = \begin{cases}\bar\psi\gamma^0\psi \\ -\bar\psi\gamma^k\psi \rightarrow \text{MUDA O SINAL DO TERMO ESPACIAL.}\end{cases}$$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

~~E SE DEFINIMOS~~

$$\cancel{\bar{\psi}\gamma^0\gamma^\mu\psi \to \bar{\psi}'\gamma^5}$$

PODEMOS DEFINIR UMA MATRIZ NOVA CHAMADA γ_5,

ONDE

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$$

DESTA DEFINIÇÃO TEMOS $\gamma^{5\dagger} = \gamma^5 \quad (\gamma^5)^2 = I \quad \{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0$

NA REPRESENTAÇÃO QUE TEMOS,

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \qquad \gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \qquad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

PORTANTO TEMOS

$$\bar{\psi}\gamma_5\psi \to \bar{\psi}'\gamma_5\psi' = \bar{\psi}S_L^{-1}\underbrace{\gamma^5 S_L}_{S_L\gamma^5}\psi$$

$$\boxed{\text{DAS PROPRIEDADES} \quad \gamma_5 S_L = S_L\gamma_5}$$

PORTANTO

$$\bar{\psi}'\gamma_5\psi' = \bar{\psi}\gamma_5\psi \to \text{ESCALAR}$$

MAS SOBRE S_P

$$\bar{\psi}^0 \underset{\gamma^0}{S_P^{-1}}\gamma^5 \underset{\gamma^0}{\underbrace{S_P}}\psi = -\bar{\psi}^0\gamma_5\psi \to \text{MUDA DE SINAL.}$$

É UM PSEUDOESCALAR.

HELICIDADE, QUIRALIDADE E OUTRAS COISITAS MAIS

TIRADO DO BETTINI, p. 245, SEÇÃO 7.4

VAMOS COMEÇAR DO ESPINOR DE DIRAC QUE PODEMOS

$$\psi_{4\times 1} = \begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\\ \psi_3\\ \psi_4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\phi\\ \chi\end{pmatrix} \qquad \phi = \begin{pmatrix}\phi_1\\ \phi_2\end{pmatrix} \qquad \chi = \begin{pmatrix}\chi_1\\ \chi_2\end{pmatrix}$$

ESCREVER EM TERMOS DE 4-ESPINOR (BISPINOR) OU ATRAVÉS DE DOIS ESPINORES DE DUAS COMPONENTES. A IDENTIDADE FÍSICA DE ϕ e χ DEPENDE DO QUE SE QUER DEFINIR

POLARIZAÇÃO:

CADA UM DOS ESTADOS ϕ e χ PODEMOS DEFINIR A COMPONENTE S_z DO SPIN. ESTE EIXO É DEFINIDO PELA DIREÇÃO DO CAMPO MAGNÉTICO OU ELÉTRICO. SEJA ϕ, PODEMOS DEFINIR $\phi^{\uparrow} = \begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}$ OU $\phi = \begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}$.

ENTÃO

$$\frac{\sigma_z}{2}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix} = +\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\frac{\sigma_z}{2}\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}$$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

PARA A HELICIDADE, NÃO PRECISAMOS DE UM CAMPO EXTERNO.

EM QQ REFERENCIAL, QUE NÃO O REFERENCIAL DE REPOUSO,

PODEMOS DEFINIR A HELICIDADE. OS ESTADOS DE HELICIDADE

SÃO A COMPONENTE Z.

$$\frac{1}{2}\frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{p}$$

OS AUTOESTADOS DE HELICIDADE ~~DEFINIDA~~ SÃO ESPINORES DE

DUAS COMPONENTES, PODEMOS DEFINIR UM FÉRMION OU ANTIFÉRMION.

EXISTE UM PROBLEMA QUE A HELICIDADE NÃO É UMA

QUANTIDADE INVARIANTE DE LORENTZ.

PODEMOS ACHAR UM REFERENCIAL E MUDAR O VALOR DA

HELICIDADE EM OUTRO REFERENCIAL (A MENOS QUE A PARTÍCULA

MASSA ZERO VEJA-SE

$$h = \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{p} \longrightarrow h' = \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}'}{p}$$

CASO A HELICIDADE

É BEM-DEFINIDA.

NÃO EXISTAM FÉRMIONS DE MASSA NULA.

UNICAMP

105

QUIRALIDADE

A POLARIZAÇÃO E A HELICIDADE SÃO PROPRIEDADES DO FÉRMION, EM OUTRAS PALAVRAS DE ESPINOR DE DUAS COMPONENTES.

A QUIRALIDADE É UMA PROPRIEDADE DOS ESPINORES DE QUATRO COMPONENTES.

O OPERADOR QUIRAL É A MATRIZ γ_5. TEMOS QUE $\gamma_5^2 = I$, PORTANTO OS AUTOVALORES SÃO $+1$ OU -1.

CHAMAMOS OS ESTADOS DE MÃO DIREITA, $R \Rightarrow +1$.
ESQUERDA, $L \Rightarrow -1$.

OS AUTOESTADOS SÃO

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\psi \quad e \quad \psi_R = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\psi$$

SE FIZERMOS

$$\begin{cases} \gamma_5 \psi_L = \frac{1}{2}(\gamma_5 - \gamma_5^2)\psi = \frac{1}{2}(\gamma_5 - 1)\psi = -\psi_L \\ \gamma_5 \psi_R = \frac{1}{2}(\gamma_5 + \gamma_5^2)\psi = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\psi = \psi_R \end{cases}$$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

E O ESTADO CONJUGADOS

$$= \psi_L = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\psi \qquad \psi_L^{+} = \psi^{+}\frac{(1-\gamma_5^{*})}{2} = \psi^{+}\frac{(1-\gamma_5)}{2}$$

$$\bar{\psi}_L = \psi^{\dagger}\gamma^0\gamma^0\frac{(1-\gamma_5)}{2}\gamma^0 = \bar{\psi}\,\frac{\gamma_0(1-\gamma_5)\gamma^0}{2} = \frac{\bar{\psi}(1+\gamma_5)\gamma_0^2}{2} = \frac{\bar{\psi}(1+\gamma_5)}{2}$$

$$= \bar{\psi}_R = \bar{\psi}\,\frac{1}{2}(1-\gamma_5)$$

PRECISAMOS DA NOÇÃO DE QUIRALIDADE POIS A INTERAÇÃO FRACA POIS APENAS A COMPONENTE DE MÃO ESQUERDA QUARK INTERAGE COM OS BOSONS DE GAUGE. ESTADOS DE MÃO DIREITA QUARK NÃO INTERAGEM (ATÉ ONDE SABEMOS).

O OPERADOR γ_5 NÃO COMUTA COM O HAMILTONIANO COM PARTÍCULAS MASSIVAS, O QUE SIGNIFICA QUE A QUIRALIDADE NÃO É CONSERVADA. PARA PARTÍCULAS DE MASSA ZERO, A QUIRALIDADE É SEMPRE CONSERVADA

AGORA OS COMPONENTES DE FERMION E ANTIFERMION DOS ESTADOS QUIRAIS.

SEJA O BIESPINOR $\psi = \begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\\ \psi_3\\ \psi_4\end{pmatrix}_L$ É O AUTOESTADO DE MÃO ESQUERDA QUIRAL γ_5 COM AUTOVALOR NEGATIVO.

$\begin{pmatrix}\phi\\ \chi\end{pmatrix}$ ϕ É ESPINOR DE MÃO ESQUERDA

χ " DE MÃO DIREITA

COMO RELACIONAMOS ESTADOS DE HELICIDADE COM ESTADOS QUIRAIS? SEJA

$(\gamma^\mu p_\mu - m)\psi = 0$ PODEMOS ESCREVER $\boxed{\begin{matrix}\phi = u_A\\ \chi = u_B\end{matrix}}$

~~$E-m$~~ ~~$-(E+m)$~~

$$(\gamma^\mu p_\mu - m)\psi = \begin{pmatrix} E-m & -\vec{p}\cdot\vec{\sigma} \\ \vec{p}\cdot\vec{\sigma} & -(E+m)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\phi\\ \chi\end{pmatrix} = 0$$

AS RELAÇÕES $\phi = \dfrac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}\,\chi}{E-m}$ 1ª EQUAÇÃO $\qquad \chi = \dfrac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}\,\phi}{E+m}$ 2ª EQUAÇÃO

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

OS ESTADOS QUIRAIS SÃO

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\psi = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\phi\\ \chi\end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}\phi-\chi\\ \chi-\phi\end{pmatrix}$$

APENAS A COMBINAÇÃO $\phi-\chi$ APARECE.

A COMPONENTE SUPERIOR, USANDO A 2ª EQUAÇÃO

$$\frac{1}{2}(\phi-\chi) = \frac{1}{2}\left\{1 - \frac{\vec{p}\cdot\vec{\sigma}}{E+m}\right\}\phi$$

SE $\vec{p} = p\hat{z}$, ENTÃO

$$\frac{1}{2}(\phi-\chi) = \frac{1}{2}\left\{1 - \frac{p_z\sigma_z}{E+m}\right\}\phi$$

PODEMOS ESCREVER O PARÊNTESES COMO

$$1-\frac{\vec{p}\cdot\vec{\sigma}}{E+m} = \frac{1}{2}\left(1-\frac{|\vec{p}|}{E+m}\right)(1+\vec{\sigma}\cdot\hat{p}) + \frac{1}{2}\left(1+\frac{|\vec{p}|}{E+m}\right)(1-\vec{\sigma}\cdot\hat{p})$$

PORTANTO

$$\frac{1}{2}(\phi-\chi) = \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\left(1-\frac{|\vec{p}|}{m+E}\right)\overbrace{(1+\vec{\sigma}\cdot\hat{p})}^{\text{PROJETOR DE HELICIDADE POSITIVA}} + \frac{1}{2}\left(1+\frac{|\vec{p}|}{E+M}\right)\underbrace{(1-\vec{\sigma}\cdot\hat{p})}_{\text{PROJETOR DE HELICIDADE NEGATIVA}}\right\}\phi$$

ENTÃO A COMPONENTE SUPERIOR DO ψ_L NÃO É UM AUTOESTADO DE HELICIDADE, ALÉM DISTO, A PROPORÇÃO DEPENDE DO REFERENCIAL.

UNICAMP

NO CASO DE UMA PARTÍCULA DE MASSA ZERO, $E = |\vec{p}|$

E PORTANTO $1 - \frac{|\vec{p}|}{m+E} \to 0 \quad 1 + \frac{\vec{p}}{m+E} \to 2$

$$\frac{1}{2}(\phi - \chi) = (1 - \vec{\sigma}\cdot\vec{p})\,\Phi$$

SÓ TEM A COMPONENTE NEGATIVA DE HELICIDADE

SE $E \gg m$, APENAS ENTÃO TEMOS

$$1 - \frac{|\vec{p}|}{E+m} \simeq 1 - \frac{|\vec{p}|}{E} \simeq 0 \qquad 1 + \frac{|\vec{p}|}{m+E} \simeq 1 + \frac{|\vec{p}|}{E} \simeq 2$$

A OUTRA COMPONENTE DE Ψ_L,

$$\frac{1}{2}(\chi - \phi) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\vec{p}\cdot\vec{\sigma}}{E-m}\right)\chi = \left\{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{|\vec{p}|}{E-m}\right)(1 + \vec{\sigma}\cdot\vec{p})\right.$$

$$\left. + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{|\vec{p}|}{E-m}\right)(1 - \vec{\sigma}\cdot\vec{p})\right\}\chi$$

E NOVAMENTE TEMOS DUAS COMPONENTES.

A ANTIPARTÍCULA TEM ENERGIA NEGATIVA $E = -|\vec{p}|$ E PORTANTO

O LIMITE MASSA ZERO

$$\frac{1}{2}(\chi - \phi)\Big|_{m=0} = \cancel{\Phi}\,(1 + \vec{\sigma}\cdot\vec{p})\,\chi$$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

EXPERIMENTALMENTE NÃO PODEMOS DETERMINAR A QUIRALIDADE. O QUE É MEDIDO É A HELICIDADE, OU O VALOR ESPERADO DA HELICIDADE

A PROBABILIDADE DE ENCONTRAR EM UM DADO ESTADO DE HELICIDADE É

$$\Pi_+ = \left(1 - \frac{p}{E+m}\right)^2$$

$$\Pi_- = \left(1 + \frac{p}{E+m}\right)^2$$

SUMARIZANDO A QUIRALIDADE NÃO É MEDIDA,

MAS A HELICIDADE É MEDIDA.

	INV. LORENTZ	COMUTA COM H	MENSURÁVEL
QUIRALIDADE	SIM	NÃO	NÃO
HELICIDADE	NÃO	SIM	SIM