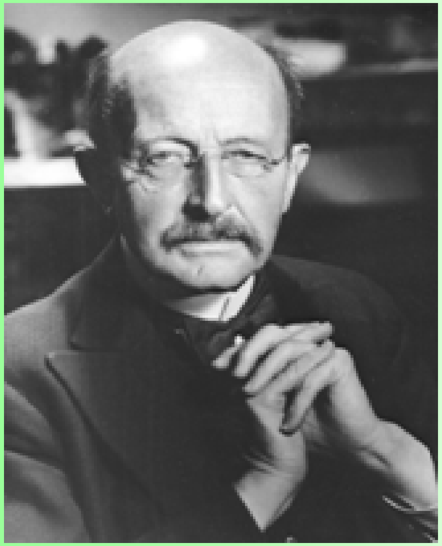
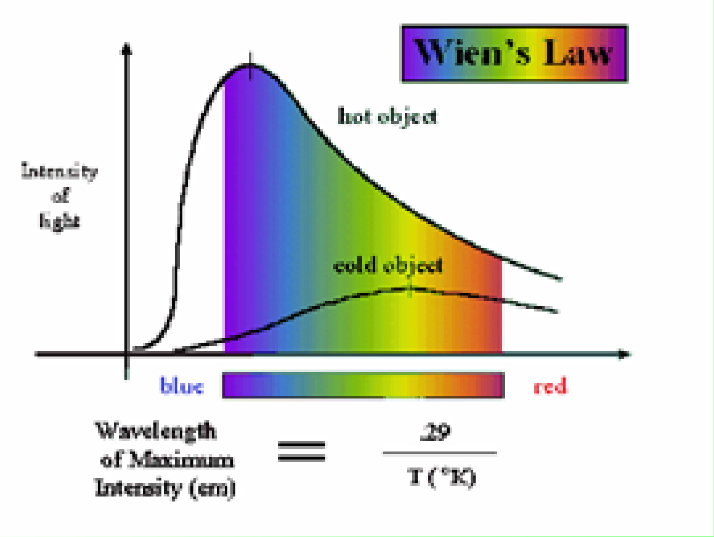
Cap.1 - Radiação Térmica e o Postulado de Planck



Em dezembro de 1900, Max Planck apresentou seu artigo sobre a "Teoria da Lei de distribuição de energia do Espectro Normal", que versa sobre a radiação eletromagnética emitida por corpos negros em equilíbrio a uma temperatura T. Este trabalho de Planck marca o início da Física Quântica. Vamos estudar o que estava em questão.

Todos os corpos a uma dada temperatura emitem ondas eletromagnéticas devido à agitação térmica dos seus átomos e moléculas constituintes.

A Radiação térmica emitida depende fortemente da temperatura. De uma maneira geral, a taxa de emissão total aumenta com o aumento da temperatura e a distribuição espectral da radiação emitida em função da freqüência se desloca para altas freqüências com o aumento da temperatura.



A Radiância Espectral

Vamos utilizar o applet no endereço abaixo para exemplificar como a radiação térmica de um corpo em equilíbrio depedende da T.

http://webphysics.davidson.edu/Applets/BlackBody/BlackBody.html

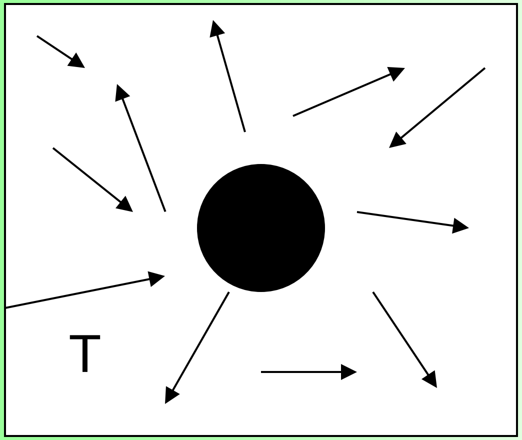
Para quantificar a radiação térmica emitida por um corpo a uma temperatura T, vamos definir a a radiância espectral do corpo *R(ν)* onde:

$$R(\nu)d\upsilon = \text{energia por unidade de tempo emitida por unidade de área da superfície do corpo, com frequência na faixa } [\upsilon + \Delta\upsilon] \text{ a uma temperatura T}$$

Rigorosamente, essa quantidade depende do material que é feito o corpo. Entretanto, utilizaremos um argumento termodinâmico para estudarmos a radiância térmica espectral em termos universais.

A Radiância Espectral

Vamos imaginar um corpo em completo equilíbrio térmico, a uma temperatura T, dentro de uma cavidade fechada de parades opacas, em vácuo. Esse corpo está permanentemente emitindo e absorvendo radiação de forma a permanecer em equilíbrio.



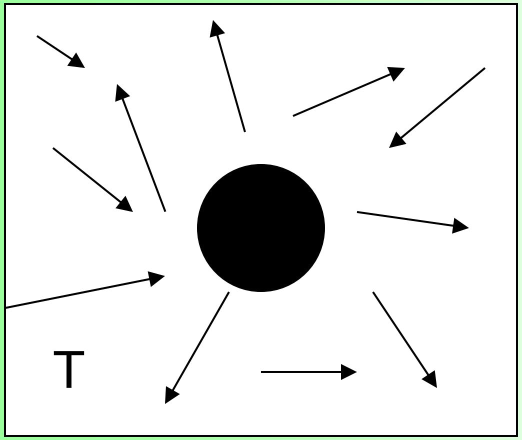
Seja $I(\nu)$ a energia eletromagnética total incidente por unidade de tempo e por unidade de área no corpo na faixa $[\upsilon + \Delta\upsilon]$.

I(ν) é portanto uma propriedade universal da radiação eletromagnética confinada em um volume V a uma temperatura T.

Uma fração *a(ν)* da radiação incidente é absorvida pelo corpo (o resto é refletida). Portanto:

$A_T(\nu) = a(\nu)I(\nu)$ é a energia eletromagnética total absorvida pelo corpo por unidade de tempo e por unidade de área no corpo na faixa $[\upsilon + \Delta\upsilon]$. Onde $a(\nu)$ é a absortividade do corpo.

A Radiância Espectral



Mas como o corpo permanece em equilíbrio:

$$\mathrm{R}(\nu) = \mathrm{A_T}(\nu) = a(\nu).I(\nu)$$

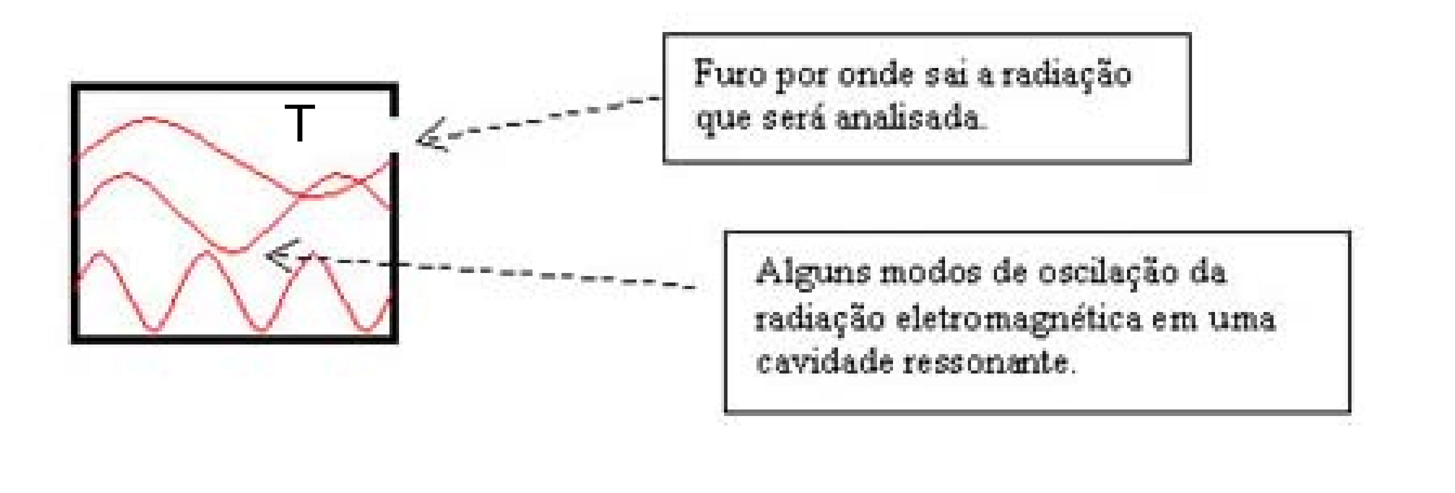
onde a quantidade de radiação emitida e igual à quantidade absorvidade para cada frequência.

Assim: $$\frac{\mathrm{R}(\nu)}{a(\nu)} = I(\nu) \text{ que é independente do material do corpo.}$$

Essa é a chamada lei de Kirchhoff para a radiação, que prevê que corpos que são bons emissores serão também bons absorvedores de radiação térmica.

Corpos que tem $a(\nu) = 1$ em todo o espectro de frequência ν são chamados de corpos negros. E nesse caso $\mathrm{R}(\nu) = I(\nu)$, que deverá ter um comportamento universal.

A Radiância Espectral de um Corpo Negro



Uma aproximação real de um corpo negro ideal é um buraco pequeno em um recipiente fechado de paredes opacas. A radiação incidente nesse buraco é refletidas várias vezes no interior do recipiente, sendo finalmente absorvida. Logo *a(ν)* = 1.

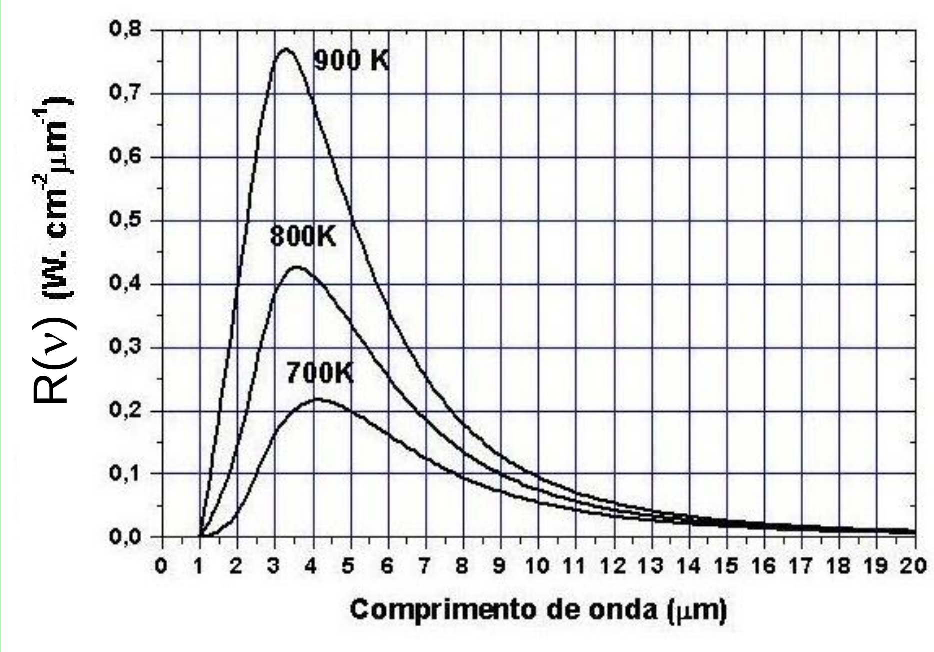
A radiação emitida pelo corpo através do buraco é uma "amostragem" da radiação eletromagnética em equilíbrio a uma temperatura T dentro da cavidade, e que incide na área do buraco.

$$\boxed{R(\nu) \propto \rho(\nu)d\nu}$$

onde $\rho(\nu)$ é densidade de energia por unidade de volume a um temperatura T no intervalo ν and $\nu+\Delta\nu$.

A Radiância Espectral de um Corpo Negro: Experimentalmente

A radiação espectral de um corpo negro possuia algumas características importantes, reveladas experimentalmente e conhecidas por Planck.



A radiância térmica total emitida por um corpo negro a uma dada temperatura é,

$$R_T = \int R(\nu)d\nu = \sigma T^4$$

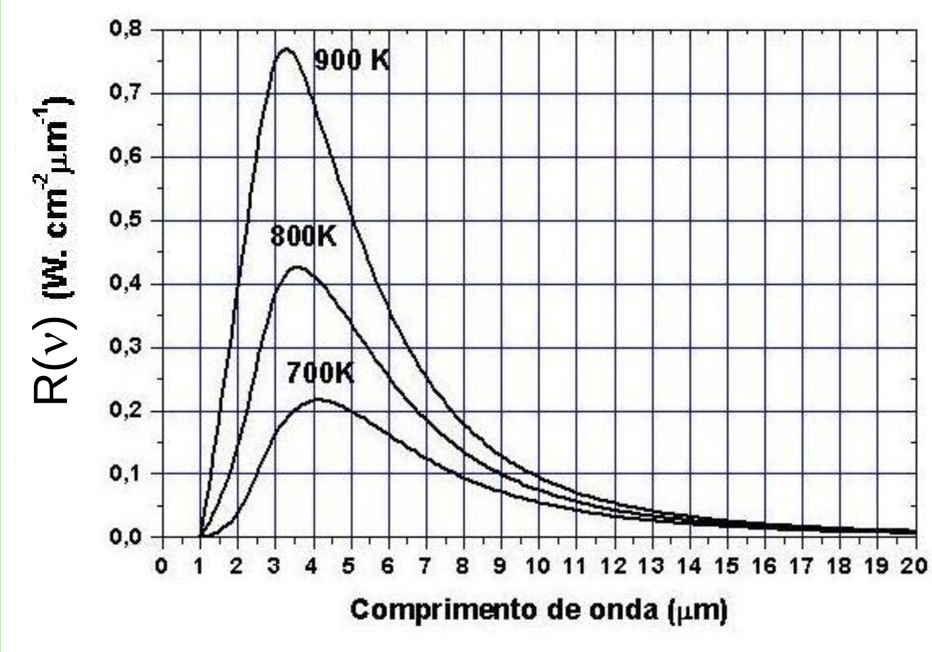
conhecida como a lei de Stefan, que foi enunciada pela primeira vez em 1879. Onde:

$$\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W/m^2K^4}$$

é a constante de Stefan-Boltzmann.

A Radiância Espectral de um Corpo Negro: Experimentalmente

A radiação espectral de um corpo negro possuia algumas características importantes, reveladas experimentalmente e conhecidas por Planck.



O deslocamento da radiância espectral para menores comprimentos de onda (ou maiores frequências) à medida que T aumenta, leva a:

$$\boxed{\nu_{\max} \propto T \Rightarrow \lambda_{\max} T = C}$$

conhecida como a lei de deslocamento de Wien, onde a constante de Wien vale:

$$\boxed{C = 2{,}898 \times 10^{-3}\,\mathrm{mK}}$$

A Radiância Espectral de um Corpo Negro – EXEMPLO 1

Supondo que as superfícies estelares se comportem como corpos negros.

Para o sol, λ_{max} = 5100 Å e para a Estrela do Norte λ_{max} = 3500 Å.
a) Encontre a temperatura da superfície das estrelas.

$$\boxed{\lambda_{\text{max}} T = 2{,}898 \times 10^{-3}\,\text{mK}}$$

Para o sol T = 5700 K e para a Estrela Norte T = 8300 K. Note que para T = 5700 K, λ_{max} está na região do visível.

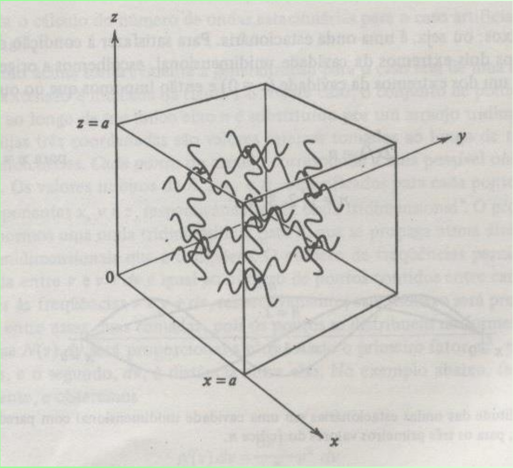
b) Qual é a potência irradiada por cm^2 da superfície estelar?

$$\boxed{R_T = \sigma T^4} \quad \text{onde} \quad \boxed{\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\,\text{W/m}^2\text{K}^4}$$

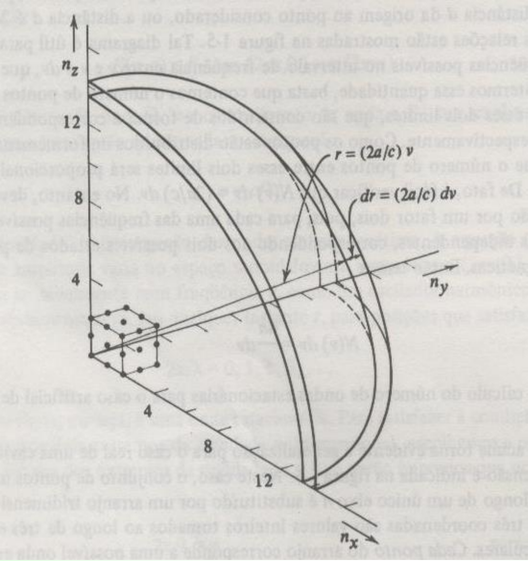
Para o sol R_T = 6000 W/cm^2 para a Estrela Norte R_T = 27000 W/cm^2 .

A Teoria Clássica da Radiação de Corpo Negro

No início no século XX, Rayleigh e Jeans fizeram o cálculo da radiação de corpo negro, o qual mostrou uma séria divergência com os resultados experimentais. No quadro discutimos a dedução do modelo clássico.



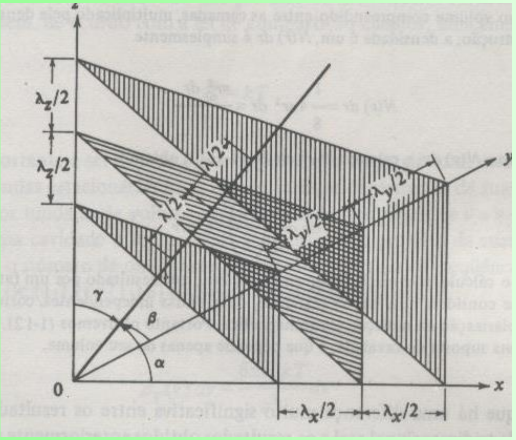
Escrevemos a equação de onda dos modos estacionários em função de cosenos diretores, e usando argumentos geométricos, contamos o número de modos eletromagnéticos existentes na cavidade, com frequência entre ν e $\nu + \Delta\nu$.



Obtendo assim:

$$N(\upsilon)d\nu = \frac{8\pi a^3}{c^3}\nu^2 d\nu$$

o número de modos eletromagnéticos existentes na cavidade, com qualquer polarização e frequência entre ν e $\nu + \Delta\nu$.



A Teoria Clássica da Radiação de Corpo Negro

De posse do número de modos eletromagnéticos existentes na cavidade, com qualquer polarização e frequência entre ν e ν + Δν, usamos a mecânica estatística para calcular a energia média de cada modo eletromagnético na cavidade. Assim:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon P(\varepsilon) d\varepsilon}{\int_0^{\infty} P(\varepsilon) d\varepsilon} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon A e^{\frac{-\varepsilon}{k_B T}} d\varepsilon}{\int_0^{\infty} A e^{\frac{-\varepsilon}{k_B T}} d\varepsilon} = k_B T$$

Em seguida, calculamos a densidade de energia do modos eletromagnéticos na cavidade:

$$\rho(\nu) = \frac{N(\nu)\bar{\varepsilon}}{V} = \frac{8\pi a^3}{c^3} \nu^2 \frac{1}{a^3} k_B T$$

que é o resultado clássico de Rayleigh-Jeans para a radiação do corpo negro:

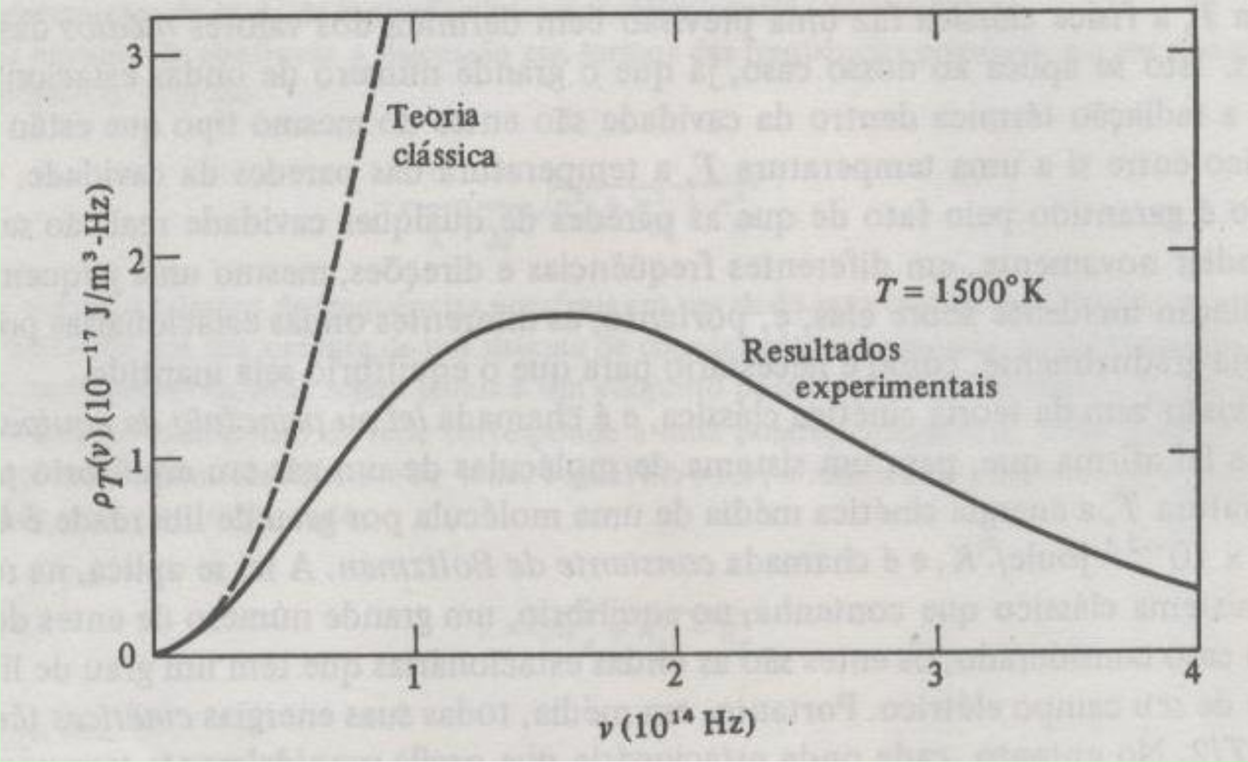
$$\rho(\nu) = \frac{8\pi k_B T}{c^3} \nu^2$$

A Teoria Clássica da Radiação de Corpo Negro

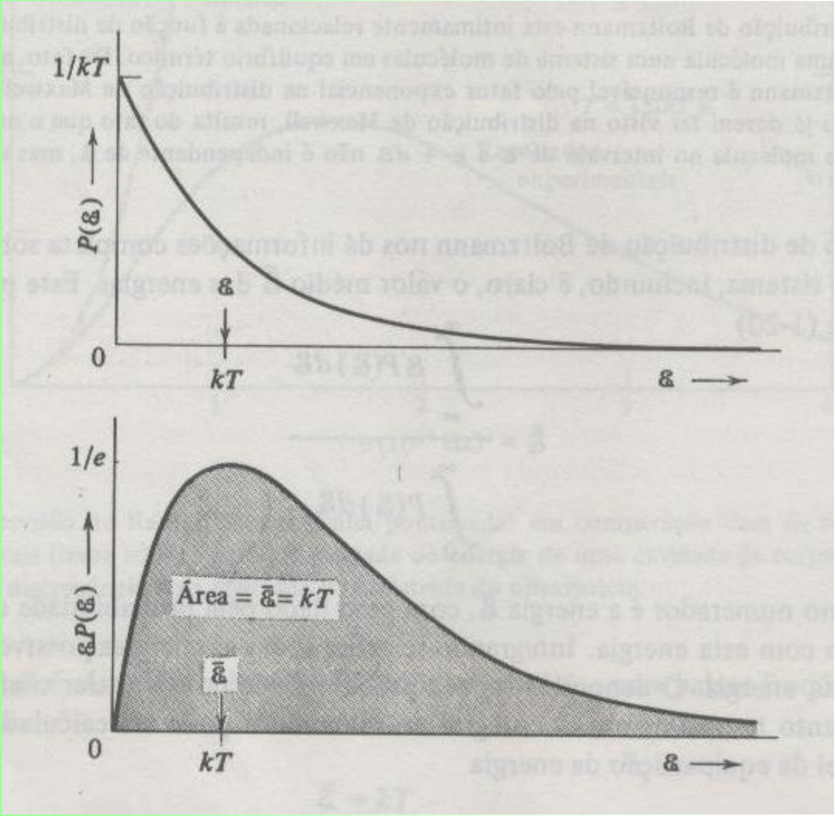
De posse da densidade de energia, calculamos a radiância espectral e a Radiância total emitida por unidade de área e unidade de tempo por um corpo negro a uma dada temperatura:

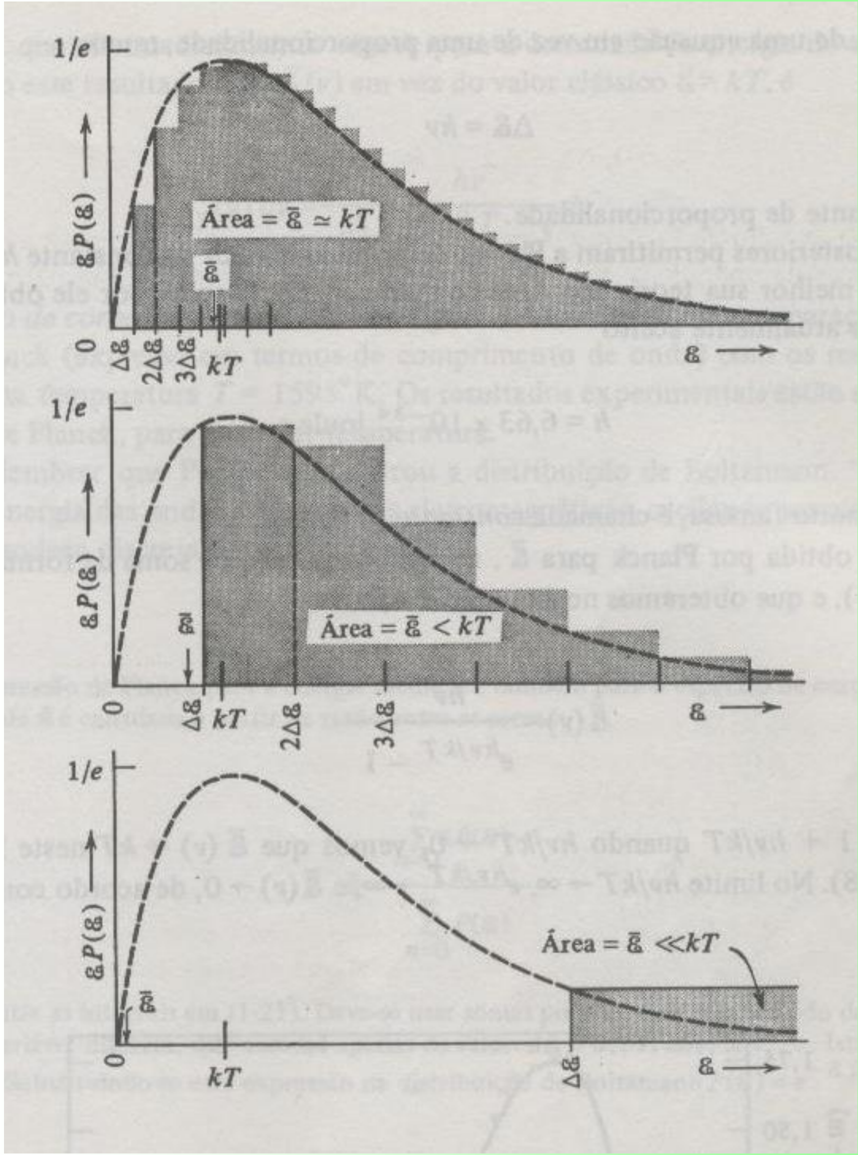
$$R_T = \int_0^\infty \frac{c}{4} \rho(\nu) d\nu = \frac{2\pi k_B T}{c^2} \int_0^\infty \nu^2 d\nu \to \infty$$

Resultado conhecido como catástrofe do ultra-violeta



A Hipótese da quantização de Energia de Planck



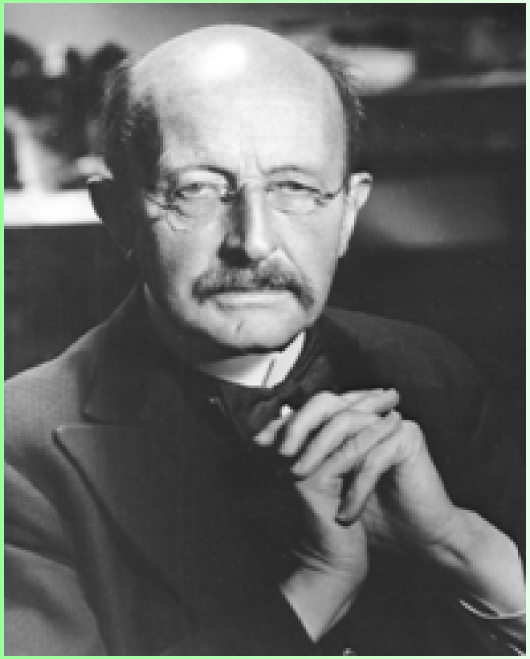


$$\varepsilon = 0 + \Delta\varepsilon + 2\Delta\varepsilon + 3\Delta\varepsilon + 4\Delta\varepsilon ...$$

$$\Delta\varepsilon = \propto \nu$$

$$\varepsilon = nh\nu$$

A Hipótese da quantização de Energia de Planck



O Postulado de Planck sobre a radiação do corpo negro consistia em afirmar que as oscilações eletromagnéticas na cavidade têm sua energia quantizada em "pacotes" de valor:

$$\varepsilon = nh\nu \quad \mathrm{n} = 0,1,2,3,\ldots$$

onde ν é a freqüência da oscilação eletromagnética é *h* é uma constante (h = 6.63 x 10^{-34} J/s), que hoje é conhecida como a constante de Planck.

Vale comentar que, classicamente, a energia de uma onda eletromagnética é proporcional ao quadrado de sua amplitude e pode assumir qualquer valor, segundo o eletromagnetismo de Maxwell.

A Teoria de Planck

Calculamos então a distribuição de Planck para a radiância espectral de corpo negro. Seguindo o postulado de Planck, a energia de cada modo agora será:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_n \varepsilon_n P_n(\varepsilon) d\varepsilon}{\sum_n P_n(\varepsilon) d\varepsilon} = \frac{\sum_n Anh\nu e^{\frac{-nh\nu}{k_B T}}}{\sum_n A e^{\frac{-nh\nu}{k_B T}}} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

Então,

$$\rho(\nu) = \frac{N(\nu)\bar{\varepsilon}}{V} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

que é a distribuição de Planck.

$$R_T = \int_0^\infty \frac{c}{4} \rho(\nu) d\nu = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15 c^2 h^3} T^4$$

Lei de Stefan-Boltzmann.

E se pode obter também a Lei de deslocamento de Wien,

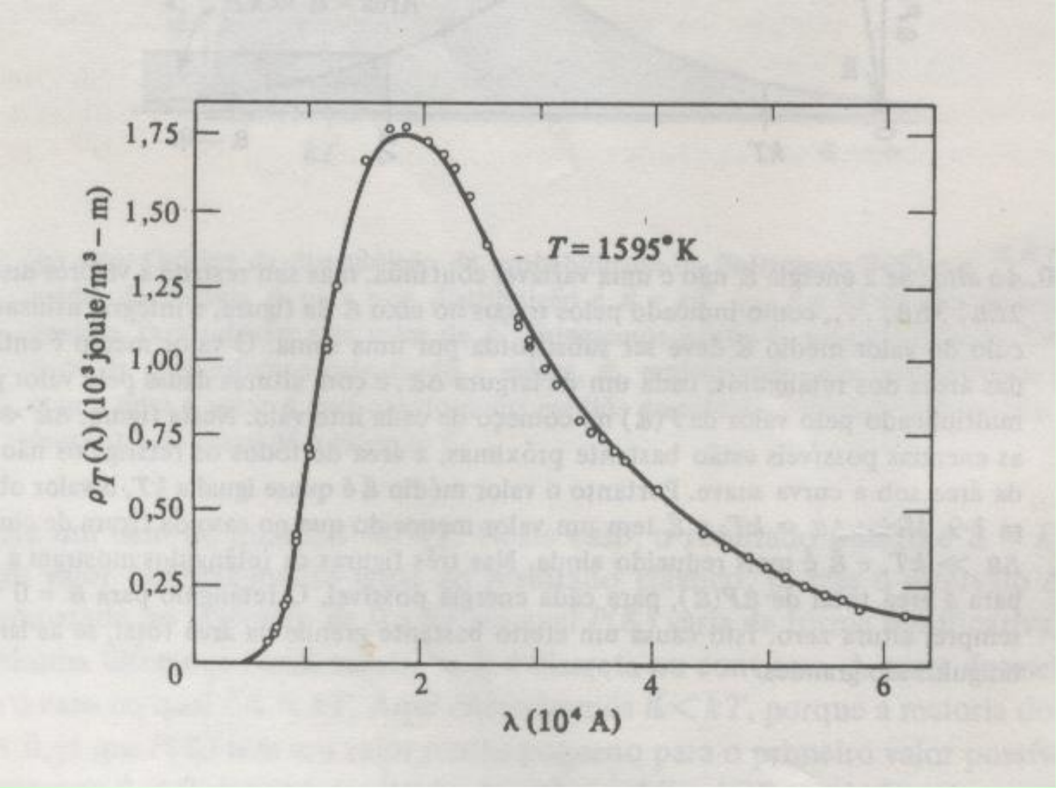
$$\nu_{max} \propto T \Rightarrow \lambda_{max} T = C$$

A Teoria de Planck

De acordo com o modelo de Planck para a radiância espectral de corpo negro:

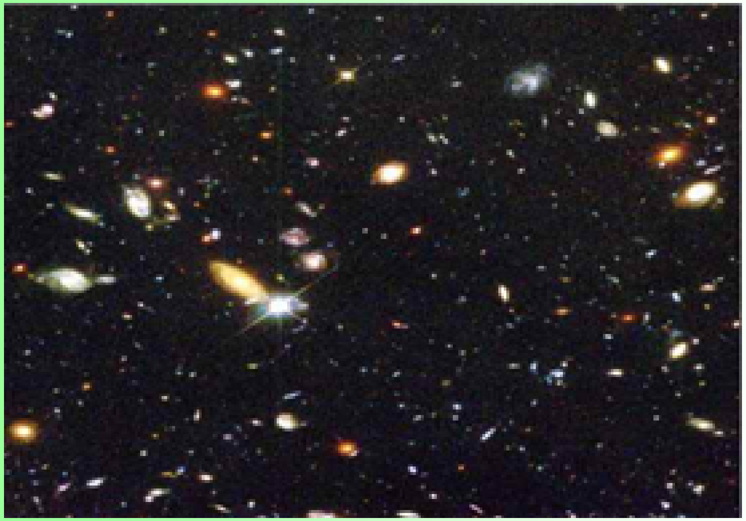
$$\rho(\nu) = \frac{N(\nu)\bar{\varepsilon}}{V} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_BT}} - 1}$$

$$R_T(\nu) = \frac{c}{4}\rho(\nu)d\nu = \frac{2\pi h}{c^2}\frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{k_BT}} - 1}$$



Em excelente concordância com os dados experimentais.

Radiação Cósmica de Fundo



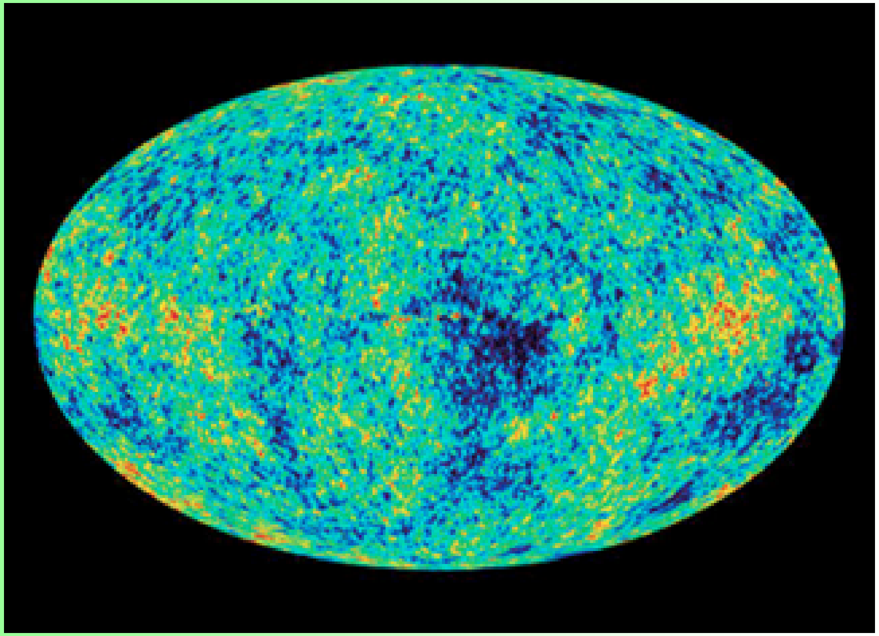
Em 1965, Arno Penzias e Robert Wilson, do laboratório da Bell Telephone, descobriram um espectro de radiação isotrópica que chega à Terra de toda as direções e que tem uma lei de distribuição como a de um corpo negro cuja temperatura é de T ~ 2.7 K.

Essa radiação é considerada um resquício primordial da formação do Universo. Ela representa uma das melhores evidências do Big Bang, ou seja, que o universo começou pequeno e quente e vem se expandindo desde de então até atingir o tamanho e a temperatura "bem mais fria" de hoje.

No início, prótons, elétrons e radiação eletromagnética (fótons) formavam uma "sopa" primordial em equilíbrio térmico que foi se esfriando com o tempo.

A expansão do universo resfriou o sistema até que em t ~ 400.000 anos após os átomos de H puderam ser formar e os fótons remanescentes passaram a interagir mais fracamente com a matéria.

Radiação Cósmica de Fundo



Nesse período em que a temperatura do universo era de ~ 3000 K, radiação e matéria se desacoplaram e seguiram caminhos diferentes. (período da recombinação e do desacoplamento).
Com a expansão posterior do Universo, o sistema de fótons do universo resfriou-se até o valor de hoje de 2.7 K mantendo-se a distribuição de equilíbrio.

Arno Penzias e Robert Wilson, receberam o prêmio Nobel de Física pela sua descoberta em 1978.

Em 2001, o projeto WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) foi capaz de medir pequenos desvios de (1 parte em 10^5) da isotropia perfeita da radiação de fundo, que revelam fortes vínculos como modelos cosmológicos existentes.

Em 2006, John C. Mather and George F. Smoot receberam o prêmio Nobel pela descoberta da anisotropia da radiação cósmica de fundo.