

## Cap. 5 – A Teoria de Schrödinger da Mecânica



Os elementos básicos discutidos até aqui, provenientes das idéias de Planck, Einstein e de Broglie, constituem o que ficou conhecido como “Teoria Quântica Velha”.

No entanto, para uma descrição mais completa do comportamento das partículas do limite quântico, foi necessária uma teoria específica a respeito das leis do movimento ondulatório que as partículas de qualquer sistema microscópico obedecem.

A equação de Schrödinger foi proposta por volta de 1926 pelo físico austríaco Erwin Schrödinger.

A solução da equação de Schrödinger nos fornecerá qual a função de  $\Psi(x,t)$  que descreve o comportamento da uma partícula sujeita a um determinado potencial.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t}$$

## Cap. 5 – A Teoria de Schrödinger da Mecânica



Schrödinger procurou encontrar uma equação que descrevesse as ondas de matéria de de Broglie.

Assim como a equação das ondas eletromagnéticas (em uma dimensão):

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0$$

onde  $\Phi(x,t)$  é qualquer das componentes de  $\mathbf{E}(x,t)$  ou  $\mathbf{B}(x,t)$ , a **equação de Schrödinger** será uma equação diferencial parcial, ou seja, envolverá derivadas parciais de  $x$  e  $t$  (em uma dimensão) da **função de onda** de matéria  $\Psi(x,t)$ .

Essa **função de onda** de matéria  $\Psi(x,t)$  deverá ser compatível com as várias hipóteses e fatos experimentais trazidos da mecânica quântica “velha”.

# Cap. 5 – A Teoria de Schrödinger da Mecânica



A **função de onda**  $\Psi(x,t)$  deverá ser compatível com as seguintes hipóteses.

1) Postulados de Einstein e de Broglie:

$$E = h\nu$$

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

2) Para uma partícula de massa  $m$  sujeita a um potencial  $V(x,t)$ , devemos ter:

$$E = \frac{p^2}{2m} + V(x,t)$$

no caso clássico.

3) A equação parcial diferencial  $\Psi(x,t)$  deve ser tal que se  $\Psi_1(x,t)$  e  $\Psi_2(x,t)$  são ambas soluções válidas, então:

$$\Psi(x,t) = c_1\Psi_1(x,t) + c_2\Psi_2(x,t)$$

também é solução válida.

## Cap. 5 – A Teoria de Schrödinger da Mecânica

3) A equação parcial diferencial  $\Psi(x,t)$  deve ser tal que se  $\Psi_1(x,t)$  e  $\Psi_2(x,t)$  são ambas soluções válidas, então:

$$\Psi(x,t) = c_1 \Psi_1(x,t) + c_2 \Psi_2(x,t)$$

também é solução válida.

Essa hipótese só é compatível com uma **equação linear** que envolva somente a primeira potência de  $\Psi(x,t)$  e suas derivadas.

4) Finalmente no caso em que  $V(x,t) = V_0$ , a força sobre a partícula é nula, então:

$$E = \text{const.} = h\nu$$

$$p = \text{const.} = \frac{h}{\lambda}$$

e a onda “monocromática” ( $\lambda$  and  $\nu$  fixos) deve ser solução.

Vamos ao quadro e, a partir de alguns argumentos razoáveis e dessas hipótese, chegaremos à Eq. Schrödinger.