Das Prinzip der physikalischen Größenverhältnisse

A. K. T. Assis

Ständige Adresse: Instituto de Fisica „Gleb Wataghin“, Universidade Estadual de Campinas - Unicamp, 13083-859 Campinas, São Paulo, Brasil.

Institut für Geschichte der Naturwissenschaften
Universität Hamburg, Bundesstr. 55, D-20146 Hamburg, Deutschland.

E-Mail: assis@ifi.unicamp.br, Netz: http://www.ifi.unicamp.br/~assis

Veröffentlichung in Annales de la Fondation Louis de Broglie, Vol. 29, pp. 149-171 (2004), The principle of the physical proportions.

Übersetzung aus dem Englischen (2015):
Dr. Manfred Pohl, Deutschland
E-Mail: unipohl@aol.com, Netz: www.unipohl.de

Zusammenfassung: Wir postulieren den Grundsatz der physikalischen Größenverhältnisse, nach dem alle Gesetze der Physik nur vom Verhältnis bekannter Größen der gleichen Art abhängig sein können. Eine alternative Formulierung ist, daß keine dimensionsbehafteten Konstanten in den Gesetzen der Physik erscheinen sollten; oder daß alle „Konstanten“ der Physik (wie die universelle Gravitationskonstante, die Vakuumlichtgeschwindigkeit, das Plancksche Wirkungsquantum, die Boltzmann-Konstante usw.) von kosmologischen oder mikroskopischen Eigenschaften des Universums abhängig sein müssen. Mit dieser Verallgemeinerung des Machschen Prinzips treten wir dafür ein, alle absoluten Größen aus der Physik zu entfernen. Wir zeigen Beispiele für Gesetze, die dieses Prinzip erfüllen und der andere, die dies nicht tun. Die letzten Beispiele zeigen, daß die zugrundeliegenden Theorien, die zu diesen Gesetzen führen, unvollständig sein müssen. Wir zeigen Anwendungen dieses Prinzips in einigen grundlegenden Gleichungen der Physik.

Stichwörter: Relative und absolute Größen, das Machsche Prinzip, Webers Elektrodynamik, relationale Mechanik, das Prinzip physikalischer Größenverhältnisse.

PACS: 01.55.+b (General physics), 01.70.+w (Philosophy of science).

PACS = Physics and Astronomy Classification System (englisch), Klassifizierungssystem der Physik und der Astronomie.

1 Einleitung

Die Idee der Dimension hatte ihren Ursprung in der antiken griechischen Geometrie. Es wurde in Betracht gezogen, daß die Geraden eine Dimension haben, Flächen haben zwei Dimensionen und Körper haben drei Dimensionen [1, Band 1, Seiten 158-9, 169-170 und Band 3, Seiten 262-3], [2] und [3]. Diese Dimensionen beziehen sich auf die Regel oder das Prinzip der Homogenität, nach der nur Größen der gleichen Art hinzugefügt oder gleichgesetzt werden können, und nur diese haben ein Zahlenverhältnis (wir können zum Beispiel ein Volumen nicht durch eine Länge teilen) [2]. Dieses Prinzip wurde von Heath auch das Ähnlichkeitsprinzip (*principle of similitude*) genannt und er sprach auch von der Theorie der Dimensionen [1, Band 1, Seiten 137 und 351; Band 2, Seiten 112-113, 115-129, 187, 280-281 und 292-293]. Die geometrischen Dimensionen wurden auch mit dem Konzept der ähnlichen Figuren verbunden [1, Band 2, Seiten 187-188].

Der geometrische Dimensionsbegriff wurde durch Fourier auf die Einbeziehung physikalischer Dimensionen erweitert [4, §§160-161] (Wörter in eckigen Klammern wurden hinzugefügt):

> „Es ist nun zu bemerken, daß jeder unbestimmte Betrag oder jede Konstante eine *Dimension* hat, passend zu ihr selbst, und daß die Terme ein und derselben Gleichung nicht verglichen werden können, wenn sie nicht die gleichen *Exponenten der Dimension* haben. Wir haben diese Überlegung in der Wärmelehre eingeführt, um unsere Definitionen genauer zu machen, und um der Verifizierung der Analyse zu dienen; sie wird von den Grundbegriffen für Maße abgeleitet; weshalb es in der Geometrie und der Mechanik das Äquivalent des Grundsatzes ist, den die Griechen uns ohne Beweis hinterlassen haben. In der analytischen Wärmelehre drückt jede Gleichung (E) eine notwendige Beziehung zwischen den vorhandenen Größen [Länge] x, [Zeit] t, [Temperatur] v, [Wärmekapazität] c, [Oberflächenleitfähigkeit] h, [spezifische Leitfähigkeit] K. Diese Beziehung hängt in keiner Weise von der Wahl der Längeeinheit ab, die ihrem Wesen nach bedingt ist, das heißt, wenn wir eine andere Längeneinheit verwenden, ist die Gleichung (E) noch immer dieselbe."

Die Dimensionsanalyse entwickelte sich aus diesen Ideen. Sie wird zum Beispiel dazu verwendet, die Richtigkeit der Gleichungen zu überprüfen (in dem Sinne, daß alle Terme die gleichen Maßeinheiten haben). Außerdem sollten alle Gleichungen invariant hinsichtlich einer Änderung des Systems der verwendeten Einheiten sein. Sie wird auch für die Ableitung der Beziehung zwischen physikalischen Größen in Anwendung des Grundsatzes der Homogenität verwendet. Zum Beispiel ist es möglich (abgesehen von einer dimensionslosen Konstante), die Abhängigkeit der Schwingungsfrequenz eines Pendels in der Nähe der Erdoberfläche von der Pendellänge und vom Gravitationsfeld der Erde abzuleiten durch die Berücksichtigung der Dimensionen oder der Einheiten dieser physikalischen Terme. Augenscheinlich war Foncenex im Jahre 1761 der Erste, der dieses Prinzip in der Physik nutzte, vor den Arbeiten von Fourier [2]. Reynolds, Lodge, FitzGerald, Rücker, Jeans und vor allem Lord Rayleigh, die während des letzten Jahrhunderts viele Beiträge zur Dimensionsanalyse in dieser Richtung verfaßt haben, siehe [5, Seite 10] nach Referenzen und Diskussionen.

Im Jahr 1914 präsentierte Tolman ein „Ähnlichkeitsprinzip" [6]:

> „Die grundlegenden Entitäten, aus denen das physikalische Universum aufgebaut ist, sind so beschaffen, daß aus ihnen ein Miniaturuniversum konstruiert werden könnte, das in jeder Hinsicht ganz ähnlich dem vorhandenen Universum ist."

Aber Buckingham und Bridgman haben gezeigt, daß dieser Grundsatz bereits in dem „Prinzip der dimensionalen Homogenität" enthalten ist, das in geometrischen und physikalischen Gleichungen vor einer sehr langen Zeit verwendet worden war [7] und [8]. Buckinghams Arbeit war sehr wichtig im Lenken der Aufmerksamkeit der Wissenschaftsgemeinschaft auf das sogenannten Π-Theorem, das bereits von Vaschy in den 1890er Jahren ausgesprochen wurde [5, Kapitel VI] und [9, Band 2, Seite 712]. Dieser Satz hatte schon implizit viele Wissenschaftler seit der Arbeiten Fouriers beschäftigt.

Für eine kritische Diskussion der Einheitensysteme, der Konzepte der physikalischen Ähnlichkeit und der Dimensionsanalyse mit vielen Referenzen siehe Kapitel XIV (die Symbole der Physik) und XV (Einheiten und ‚Dimensionen') des Buches von O'Rahilly [9].

Hier präsentieren wir ein neues Prinzip, das nicht in den vorangegangenen dargestellt ist, und das in den folgenden Beispielen weiter unten erläutert wird. Um die Neuartigkeit dieses Prinzips zu zeigen, kann man die Gleichung für die Beschreibung eines idealen Gases betrachten, die von Buckingham vorgestellt wurde als: $pv/R\theta = N$. Hierin ist p der Druck, v das spezifische Volumen, θ die absolute Temperatur, R eine dimensionale Konstante und N ist eine dimensionslose Konstante. Diese Gleichung wird von Buckingham als „vollständige“ Gleichung betrachtet [7]. Sie ist auch invariant in Bezug auf jede Änderung im Einheitensystem. Trotz dieser Tatsachen erfüllt sie das Prinzip der physikalischen Größenverhältnisse, das hier vorgestellt wird, nicht. Deshalb sollte sie als richtig, aber unvollständig betrachtet werden. Im Folgenden werden wir sehen, wie eine vollständige Gleichung für ein ideales Gas aussehen sollte.

2 Das Prinzip der physikalischen Größenverhältnisse

Newton stützte seine Dynamik, wie in der Principia (1687) dargestellt, auf den Konzepten der absoluten Zeit, des absoluten Raumes und der absoluten Bewegung. Gemäß ihm läuft die absolute Zeit gleichmäßig ab ohne Beziehung zu irgend etwas Externem, der absolute Raum bleibt immer gleichartig und unbeweglich, ohne Bezug auf irgend etwas Externes, und die absolute Bewegung ist die Translation eines Körpers von einem absoluten Ort zu einem anderen [10, Begriffsbestimmungen]. Leibniz, Berkeley und Mach waren gegen diese Konzepte und schlugen vor, daß nur relative Zeit, relativer Raum und relative Bewegung durch die Sinne wahrgenommen werden können. Aus diesem Grund sollten nur diese relativen Begriffe in physikalischen Gesetzen erscheinen. Mach drückte diese Ideen klar in seinem Buch *Science of Mechanics*, 1883 [11] aus. Hervorragende Bewertungen von Machs Prinzip und der Unterscheidung zwischen relativen und absoluten Bewegungen zu unterschiedlichen Zeiten in der Entwicklung der Mechanik sind in [12], [13] zu sehen. Relative Zeit ist ein Maß für die Bewegungsdauer eines materiellen Körpers (wie der Drehwinkel der Erde relativ zu den Fixsternen), relativer Raum ist ein Maß für die Abstände oder die Weglängen zwischen materiellen Körpern (als der Abstand zwischen zwei Körpern, der mit einer materiellen Regel gemessen wird; oder die relative Reihenfolge dreier Körper A, B und C auf einer Geraden: ABC, oder ACB, oder ...).

Wir stimmen mit Leibniz, Berkeley und Mach zu diesem Thema überein und schlagen das Prinzip der physikalischen Größenverhältnisse (PPP, Abkürzung von engl. **P**rinciple of **P**hysical **P**roportions) als eine Verallgemeinerung ihrer Ideen vor [14] und [15]. Mach empfahl die Abschaffung aller absoluten Arten von Bewegung (die Zurückführung lokaler, absoluter Bewegungsarten auf globale, relationale Bewegungsarten). Wir befürworten hier die Abschaffung aller absoluten Größen. Wir werden auch sehen, daß in der klassischen Physik nicht nur Raum und Zeit absolut sind, sondern auch die schwere Masse, die elektrische Ladung usw. Es ist unser Standpunkt, daß keine dieser absoluten Größen in den Gesetzen der Physik erscheinen sollte. In dieser Arbeit diskutieren wir die relationale Mechanik [16] und [17] als eine Alternative zur Standardtheorie, die sowohl das Machsche Prinzip als auch das PPP beinhaltet.

Wir formulieren das Prinzip wie folgt: (1) Alle Gesetze der Physik können nur vom Verhältnis bekannter Größen der gleichen Art abhängen. Dieses Prinzip kann auch in vier weiteren Kategorien verstanden werden, um seinen Sinn zu erklären, was bedeutet: (2) In den Gesetzen der Physik sollten keine absoluten Begriffe erscheinen, sie sollen nur Verhältnisse bekannter Größen der gleichen Art enthalten; (3) Dimensionale Konstanten sollten nicht in den Gesetzen der Physik erscheinen; (4) Die universellen Konstanten (wie G, c, h, k_B, ...) müssen von kosmologischen oder mikroskopischen Eigenschaften des Universums abhängen; (5) Alle Gesetze der Physik und alle meßbaren Effekte müssen zu beliebigen Maßstäben der Transformation invariant sein (*must be invariant under scale transformations of any kind*) (d. h. invariant zu Maßstäben der Transformation von Länge, Zeit, Masse, Ladung, ...).

Wir betrachten das PPP als intuitives, unmittelbares Prinzip der Natur, das zu einem besseren Verständnis der physikalischen Gesetze führen soll. Insbesondere glauben wir, daß die Gleichungen, die dieses Prinzip nicht erfüllen, unvollständig sind. Das heißt, versteckte Zusammenhänge der Eigenschaften von Körpern mit dem fernen Universum können mit der Umsetzung des Prinzips erwartungsgemäß erklärt werden.

Die fünf Aussagen des PPP sind nicht völlig äquivalent zu einander. Trotz dieser Tatsache, gibt es Verbindungen zwischen ihnen, wie wir weiter unten sehen werden. Die erste Formulierung ist unsere bevorzugte. Unter Größen der gleichen Art verstehen wir Größen mit den gleichen Maßeinheiten, sie verkörpern die gleichen physikalischen Konzepte. Das heißt, in den Gesetzen der Physik sollten nur

Verhältnisse von Längen, von Zeitdauern, von elektrischen Ladungen, von Frequenzen, von schweren Massen usw. erscheinen. Das Wort „bekannt“, bedeutet, daß wir feststellen können, zu welchem Körper eine Eigenschaft gehört. In der zweiten Aussage sollte der Ausdruck „absolute Konzepte“ in der Newtonschen Terminologie wie oben verstanden werden, das heißt, als Konzepte, die nicht von der materiellen Außenwelt abhängen (wie der Newtonsche absolute Raum, die absolute Zeit und die absolute Bewegung). Wie wir sehen werden, gibt es in der klassischen Mechanik auch einen absoluten Begriff der Masse, der elektrischen Ladung etc. Aus unserer Sicht sollten alle diese absolute Konzepte nicht in physikalische Gesetze eingehen. Wenn wir die Gesetze nur in Bezug auf die Verhältnisse von Massen, von elektrischen Ladungen, von elektrischen Strömen usw. ausdrücken, dann ist das Ziel der Abschaffung der absoluten Konzepte erreicht. In der vierten Aussage über die universellen Konstanten meinen wir Konstanten, die nicht von den Eigenschaften der Körper abhängig sind, um sie den normalen Eigenschaften von Körpern entgegenzustellen. Zum Beispiel, der elektrische Widerstand variiert von Metall zu Metall, während die Boltzmann-Konstante für alle Gase dieselbe ist. Aus diesem Grund werden Konstanten wie k_B in der Regel absolute oder fundmentale genannt. Aber es ist unsere Überzeugung, daß diese Konstanten irgendwie mit den Eigenschaften der Körper im fernen Universum zusammenhängen, so daß es vielleicht möglich sein wird, ihre Größe zu steuern oder zu ändern, indem die Umgebung rund um die Meßgeräte verändert wird. Durch den Ausdruck „beliebiger Art“ in der fünften Aussage wollen wir alle Arten von Größen zum Ausdruck bringen (Zeit, Masse, Ladung, ...) und nicht nur Längen (In der Regel versteht man unter Maßstäben der Transformation nur die Änderung der Zahlenwerte der linearen Abstände) Die Bedeutung dieser Aussage ist, daß keine meßbaren oder nachweisbaren Effekte auftreten sollten, wenn wir beispielsweise die elektrischen Ladungen aller Körper im Universum verdoppeln. Wie wir bei der Analyse der Beschleunigung zwischen zwei Ladungen noch sehen werden, wird dieses Prinzip in der klassischen Physik nicht berücksichtigt.

Einige Autoren haben in der Vergangenheit ihren Standpunkt zum Ausdruck gebracht, daß durch eine Längentransformation keine Effekte ermittelt werden könnten (d. h., wenn alle Körper im Universum, einschließlich der Atome, um den gleichen Betrag vergrößert werden, so geschieht das gleiche mit allen Distanzen). Nach unserer Kenntnis war Boscovich 1755 [18] der Erste, der diese Idee verallgemeinert hat und sie auf die Zeit und die Bewegung angewendet hat. Einige seiner typischen Aussagen:

> „Eine Bewegung, die uns und der Welt gemeinsam ist, kann von uns nicht erkannt werden - auch nicht, wenn die Welt als insgesamt mit einem beliebigen Faktor vergrößert oder verkleinert wird“. (...) “Es ist sogar denkbar, daß diese ganze Welt vor unseren Augen zusammengezogen wird oder innerhalb weniger Tage expandiert - im Einklang mit der Größe der Kräfte der Kontraktion oder Expansion. Auch wenn dies eingetreten ist, gäbe es keine Änderung der Eindrücke in unseren Köpfen und damit keine Wahrnehmung dieser Art von Veränderung.“

Wir stimmen mit diesen Ideen überein und erweitern sie auf alle Größen (Ladungen, Temperaturen etc.)

Die Bedeutung des Prinzips wird durch die nachfolgenden Beispiele näher erläutert. Mit diesen Beispielen werden wir eine Erklärung dieser fünf alternativen Aussagen erreichen.

3 Gesetze, die diesem Prinzip genügen

Das Hebelgesetz ist das erste Beispiel einer Beziehung, die dieses Prinzip erfüllt. Sätze 6 und 7 der Arbeit Archimedes' „Über das Gleichgewicht der Ebenen“ lautet [19] und [20]:

> „Zwei Größen, ob kommensurabel [Satz 6] oder inkommensurabel [Satz 7], sind umgekehrt proportional zu den Abständen der Größen im Gleichgewicht.“

Wir können dies wie folgt schreiben: Zwei Gewichte P_1 und P_2 in den Abständen d_1 und d_2 vom Drehpunkt eines Hebels sind im horizontalen statischen Gleichgewicht (relativ zur Oberfläche der Erde), wenn $P_1 / P_2 = d_2 / d_1$. Hier spielen nur die Verhältnisse lokaler Gewichte und lokaler Abstände eine Rolle. In diesem Gesetz erscheinen keine Naturkonstanten. Eine Verdoppelung aller Längen oder aller Gewichte (oder schwerer Massen) in diesem System beeinträchtigen das Gleichgewicht des Hebels nicht.

Das Gesetz der schiefen Ebene erfüllt dieses Prinzip ebenfalls. Stevin bewies dieses Gesetz mit Hilfe eines Dreiecks *ABC* mit seiner Ebene senkrecht zum Horizont und seiner Grundlinie *AC* parallel zu ihm. Durch Anhängen zweier Gewichte *D* und *E* entsprechend an die Seiten *AB* und *BC* zeigte er mit Hilfe des Prinzips der Unmöglichkeit des Perpetuum mobiles, daß beide Körper, verbunden mit einer Schnur, im Gleichgewicht sind, wenn *D / E = AB / BC* [21].

Betrachten wir nun schwimmende Körper. Archimedes entdeckte das Grundprinzip der Hydrostatik und präsentierte es in seinem Werk „Über schwimmende Körper" [19] und [20]. Der fünfte Satz dieses Werkes (unsere Erläuterung in eckigen Klammern) lautet:

> „Jeder Festkörper, der leichter als eine Flüssigkeit ist [das heißt, der ein kleineres relatives oder spezifisches Gewicht hat] wird, wenn er in eine Flüssigkeit gesetzt wird, so weit eintauchen, daß das Gewicht des Festkörpers gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmenge ist."

Unter Voraussetzung eines homogenen Festkörpers, ist sein Gewicht proportional zu seiner Dichte, ρ_S, multipliziert mit seinem Gesamtvolumen, V_T. Analog ist das Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmenge proportional zu seiner Dichte, ρ_F, multipliziert mit dem Volumen des Festkörpers V_B, das unter der Oberfläche ist. Die Bedingung für das statische Gleichgewicht kann dann dargestellt werden als

$$\frac{V_B}{V_T} = \frac{\rho_S}{\rho_F} \quad . \tag{1}$$

Diese Gleichung, die als das Gesetz zur Beschreibung des statischen Gleichgewichts homogener Festkörper in Flüssigkeiten höheren relativen Gewichts angesehen werden kann, erfüllt auch vollständig das PPP. In ihr erscheinen ausschließlich Verhältnisse von bekannten Volumen und bekannten Dichten. In diesem Gesetz sind keine Naturkonstanten enthalten. Eine Verdoppelung aller Dichten in diesem System verändert das Verhältnis V_B / V_F nicht.

Ein weiteres Beispiel behandelt kommunizierende Gefäße, die mit Flüssigkeiten gefüllt sind. Nennen wir A_1 und A_2 die Querschnittsflächen der Gefäße 1 und 2 entsprechend. Wirken wir auf ihre freie Oberfläche mit den Kräften F_1 (F_2) entsprechend ein, wird der Gleichgewichtszustand (keine Bewegung relativ zur Oberfläche der Erde) eintreten, wenn $F_1 / F_2 = A_1 / A_2$ ist. Im Falle eines hydraulischen Hebers können diese Kräfte zwei Gewichte P_1 und P_2 sein. Wiederum erfüllt diese Beziehung vollständig das PPP.

Es gibt auch dynamische Gesetze, die dieses Prinzip erfüllen. Ein Beispiel ist das zweite Keplersche Gesetz der Planetenbewegung: Ein von der Sonne zum Planeten gezogener Strahl überstreicht in gleichen Zeiten gleichgroße Flächen [22, p. 135]. Mit anderen Worten ist die Fläche proportional zur Zeit. Algebraisch ausgedrückt, wenn ein Planet eine Fläche A_1 in der Zeit t_1 beschreibt und die Fläche A_2 in der Zeit t_2, dann ist $A_1 / A_2 = t_1 / t_2$.

Ein weiteres Beispiel ist das zweite Newtonsche Bewegungsgesetz in Verbindung mit seinem dritten Gesetz. Betrachten wir zwei Körper mit den trägen Massen m_{i1} und m_{i2}, die aufeinander entlang einer Geraden einwirken. Wenn sie die Beschleunigungen a_1 und a_2 relativ zu einem trägen Bezugssystem erfahren, erhalten wir aus dem Newtonschen Gesetz (unter Annahme konstanter träger Massen): $m_{i1} / m_{i2} = -a_2 / a_1$.

4 Gesetze, die diesem Prinzip nicht genügen

Das Gesetz der elastischen Kraft wurde erstmals von Hooke im Jahre 1678 im Hinblick auf Verhältnisse vorgeschlagen, und zwar [23]:

> „Die Kraft jeder Feder ist im gleichen Verhältnis mit ihrer Spannung: Das heißt, wenn eine Kraft sie um eine Größe dehnt oder biegt, so werden zwei Kräfte sie um zwei Größen dehnen oder biegen, und drei Kräfte werden sie um drei Größen dehnen oder biegen, und so weiter."

In dieser Form entspricht es dem Prinzip der physikalischen Größenverhältnisse, da es als $Kraft_1 / Kraft_2 = Größe_1 / Größe_2$ geschrieben werden kann.

Aber gegenwärtig wird es als eine Gleichung ausgedrückt, die eine dimensionsbehaftete Elastizitätskonstante enthält, so daß es nicht mehr das PPP befriedigt. Betrachten wir eine Feder der entspannten Länge l_0 und der Elastizitätskonstanten *k*. Wenn sie durch eine Kraft *F* auf eine Länge l zusammengedrückt oder gedehnt wird, sieht das Gesetz vor, daß das Zusammendrücken oder Dehnen der Feder proportional zu dieser Kraft ist. Dies mit Hilfe einer Gleichung auszudrücken, wie es gewöhnlich geschieht, ergibt sich die Bedingung des statischen Gleichgewichts als $F = k(l - l_0)$. Diese Beziehung wird dem PPP nicht gerecht, weil es kein Kräfteverhältnis auf der linken Seite und kein Längenverhältnis auf der rechten Seite gibt. Außerdem erscheint eine Elastizitätskonstante, die in keinem Zusammenhang mit der Kraft steht, die die Feder unterstützt. Dieses Gesetz ist in dem Sinne richtig, als es das Verhalten der Feder beschreibt (Es ist gültig, solange die Dehnung der Feder nicht so groß ist, daß sie unumkehrbar wird). Weil es aber das PPP nicht erfüllt, ist es als unvollständig anzusehen.

Wenn die Feder durch eine Schnur oder einen Stab aus homogenem Material mit der Querschnittsfläche A_0 ersetzt wird, würde dieses Gesetz (wenn die Formänderung nicht zu groß ist) geschrieben werden als:

$$F = Y A_0 \frac{l - l_0}{l_0} , \tag{2}$$

worin Y hier Elastizitätsmodul genannt wird. Dieser Ausdruck des Gesetzes ist besser als der vorherige, da sich auf der rechten Seite ein Längenverhältnis befindet. Aber das Gesetz erfüllt immer noch nicht vollständig das PPP. Obwohl es auf der rechten Seite ein Längenverhältnis gibt, steht auf der linken Seite kein Kräfteverhältnis und auf der rechten Seite kein Flächenverhältnis. Außerdem ist der Elastizitätsmodul keine dimensionslose Konstante. Seine Maßeinheit ist die des Druckes und sein Wert ist charakteristisch für jedes Material, obwohl es weder von der Querschnittsfläche noch von der Länge der Feder abhängt, die aus einem spezifischen Material gefertigt ist. Aus diesem Grund können wir sagen, daß es unvollständig ist. Da der Elastizitätsmodul verschiedene Werte für unterschiedliche Materialien hat, muß er von den mikroskopischen Eigenschaften des Materials abhängen (es konnte, zum Beispiel, umgekehrt proportional zur Querschnittsfläche der Moleküle aus denen die Feder besteht sein, oder [umgekehrt proportional] zum Quadrat des mittleren Abstandes zwischen diesen Molekülen sein, usw.) Wir können hoffen, daß es nach dem Herausarbeiten eines besseren Verständnisses der Ursache der elastischen Eigenschaften der Körper möglich sein wird, das Hookesche Gesetz zu schreiben als

$$\frac{F}{F_*} = \alpha \frac{A_0}{A_*} \frac{l - l_0}{l_0} . \tag{3}$$

Hierin sind F_* und A_* eine Kraft und eine Fläche von noch unbekannter Herkunft und α ist eine dimensionslose Konstante, die noch zu bestimmen ist.

Betrachten wir nun die Beschleunigung des freien Falls in der Nähe der Oberfläche der Erde, die gegeben ist durch

$$a = G \frac{M_e}{R_e^2} . \tag{4}$$

Hierin ist $G = 6{,}67 \times 10^{-11} Nm^2 / kg^2$ die Gravitationskonstante, $M_e = 5{,}98 \times 10^{24} kg$ ist die Masse der Erde und $R_e = 6{,}37 \times 10^6 m$ ist der mittlere Radius der Erde. Diese Fallbeschleunigung hängt nur von der Masse der Erde und nicht vom Verhältnis dieser Masse zu den anderen Massen des Universums ab. Sie hängt auch vom Abstand des Testkörpers zum Mittelpunkt der Erde und nicht vom

Verhältnis dieser Entfernung zu anderen Entfernungen des Universums ab. Nach der klassischen Mechanik ist die Konstante *G* nicht abhängig von anderen Körpern des Universums. Das bedeutet, daß sie als eine universelle Naturkonstante zu verstehen ist, die durch externe Kriterien weder modifiziert noch beeinflußt werden kann. Wenn wir alle Massen des Universums verdoppeln, so bedeutet dieser Ausdruck, daß sich auch die Beschleunigung des freien Falls verdoppelt, in der Weise, daß dies vielleicht wahrgenommen oder erkannt werden kann. Dies zeigt, daß in der klassischen Mechanik nicht nur Zeit und Raum absolut sind, sondern auch die Masse. Alle diese Aspekte sind gegen das Prinzip der physikalischen Größenverhältnisse.

Wir analysieren nun die Abplattung der Erde. Aufgrund ihrer täglichen Drehung um die Nord-Süd-Richtung, nimmt die Erde die Form eines Rotationsellipsoids an. Mit einer Periode von einem Tag ist die Winkelgeschwindigkeit der Erde relativ zu einem trägen Bezugssystem gegeben durch $\omega = 7{,}29 \times 10^{-5} rad/s$.

Ihr Äquatorradius $R_>$ ist größer als der Polarradius $R_<$. Nach der klassischen Mechanik diese Verformung *f* (im ihrem Wesen zuerst von Newton berechnet) gegeben durch:

$$f \equiv \frac{R_> - R_<}{R_<} \approx \frac{15\omega^2}{16\pi G\rho_e} \approx 0{,}004\,. \tag{5}$$

Hierin ist $\rho_e = 5{,}5 \times 10^3 kg/m^3$ die mittlere Massendichte der Erde. Es gibt verschiedene Aspekte dieses Ergebnisses, die fragwürdig sind. Erstens hängt die Verformung *f* von der Winkelgeschwindigkeit der Erde relativ zu einem absoluten Raum oder einem trägen Bezugssystem ab. Im Prinzip kann dazu das ferne Universum, bestehend aus Sternen und Galaxien, vernachlässigt werden ohne Auswirkungen auf *f*. Diese Konsequenz ist nicht intuitiv. Schließlich, wenn die Erde allein im Universum wäre, hätte es keinen Sinn, von ihrer Drehung zu sprechen. Folglich müßte, gestützt auf die Machsche Perspektive, ihre Abplattung verschwinden, wenn die fernen Sterne und Galaxien verschwänden. Wenn die Erde in einem trägen Bezugssystem stationär wäre und das ferne Universum rotierte um ihre Nord-Süd-Richtung in der entgegengesetzten Richtung (verglichen mit der vorherigen Situation), würde die Erde nicht abgeplattet sein. Dies aber ist gegen die Machsche Sicht. Darüber hinaus ist die Verformung *f* nur von der Dichte der Masse der Erde abhängig, nicht aber von der Dichte der fernen Materie. Wenn es möglich wäre, die mittlere Materiedichte des fernen Universums zu verdoppeln, ohne die Materiedichte der Erde zu ändern, würde dies das vorherige Ergebnis nicht beeinflussen. Das zeigt, daß nicht nur Raum und Zeit, sondern auch die Masse oder die Materiedichte in der klassischen Mechanik absolute Größen sind. All diese Aspekte sprechen gegen das Prinzip der physikalischen Größenverhältnisse.

Die große Mehrheit der physikalischen Gesetze entspricht nicht dem Grundsatz der physikalischen Größenverhältnisse. Immer wenn physikalische Gesetze durch Gleichungen ausgedrückt werden anstelle von Verhältnissen, und in ihnen erscheinen einige lokale Konstanten (wie die Federkonstante *k*, die Dielektrizitätskonstante *ε* des Materials, ...) oder einige universelle Konstanten (wie G, ε_0, k_B, h, ...) müssen sie unvollständig sein, wenn auch richtig. Einige Beispiele: das Gesetz des idealen Gases, $PV = K_B N\, T = R\boldsymbol{n}T$ (worin *P* der Druck ist, *V* das Volumen, $k_B = 1{,}38 \times 10^{-23} J/K$ die Boltzmann-Konstante, *N* die Zahl der Atome oder Moleküle, *T* die Temperatur, $R = 8{,}3\ J/Kmol$ die universelle Gaskonstante und *n* die Anzahl der Mole), der Schallgeschwindigkeit, $v_s = \sqrt{B/\rho}$ (worin *B* der Kompressionsmodul des Mediums mit der Dichte *ρ* ist), das Ohmsche Gesetz, $U = RI$ (worin *U* die Spannung oder die Potentialdifferenz zweier Punkte *A* und *B* eines Leiters mit dem Widerstand *R* ist, in dem der konstante Strom I fließt) usw.

5 Einführung des Prinzips der physikalischen Größenverhältnisse

Wir besprechen nun, wie dieses Prinzip zu realisieren ist, um die Gesetze zu vervollständigen. Wir betrachten zuerst die Hydrostatik und das Archimedische Prinzip. Obwohl Gleichung (1) das Prinzip erfüllt, werden wir eine unvollständige Form dieses Gesetzes diskutieren.

Man kann sich leicht vorzustellen, wie Menschen, die Archimedes' Ergebnisse nicht kannten, beim Experimentieren mit schwimmenden Körpern vielleicht zu einem richtigen, aber unvollständigen

Gesetz kommen könnten. Sie könnten Eis, Kork, Holz usw. ins Wasser setzen und beobachten, daß das Verhältnis des untergetauchten Volumens zum Gesamtvolumen proportional zur Dichte des Materials ist, und zwar

$$\frac{V_B}{V_T} = A\rho_s \,, \tag{6}$$

worin *A* eine Proportionalitätskonstante mit der inversen Maßeinheit der Dichte wäre. Diese Konstante wäre für alle festen Körper dieselbe. Diese Gleichung ist richtig dimensioniert und sie ist invariant zu Einheitentransformationen (der Zahlenwert des A wird vom verwendeten Einheitensystem abhängen, beispielsweise $A = 1{,}0 \times 10^3 kg/m^3$ oder $A = 1{,}6 \times 10^{-5} g/in^3$, aber die Form der Gleichung würde in allen Einheitensystemen dieselbe sein). Sie würde entgegen Buckinghams Standards als „vollständige" Gleichung beurteilt werden.

Obwohl dieses Gesetz das Verhalten von schwimmenden Körpern in Wasser korrekt beschreibt, ist es unvollständig. Um dieses Gesetz in ein PPP-kompatibles zu transformieren, ist es notwendig herauszufinden, ob *A* kosmologischen, lokalen oder mikroskopischen Ursprung hat. Insbesondere wäre notwendig herauszufinden, ob *1/A* proportional zur mittleren Massendichte des Universums war, oder zur Dichte des lokalen Mediums, in dem der Festkörper schwimmt, oder zur Dichte der Moleküle, aus denen das Medium besteht. Durch Einsetzen der gleichen Festkörper in verschiedene Flüssigkeiten wie flüssiges Quecksilber, Benzin oder Alkohol, wäre es möglich, zu $A = 1/\rho_F$ zu gelangen. Dieser Zustand kann dann durch die Gleichung (1) beschrieben werden und das Gesetz wäre somit vollständig.

Die relationale Mechanik genügt vollständig dem Machschen Prinzip und dem noch allgemeineren PPP. Eine Präsentation und die Diskussion dieser Theorie kann man an mehreren Stellen finden: [16], [24], [25], [26], [27], [28], [29], [30, Kapitel 6], [31, Kapitel 3], [32], [33], [34] und [17]. Sie basiert auf Webers Gesetz der Gravitation und des Elektromagnetismus: [35]. Webers Kraft hängt nur vom relativen Abstand zwischen den miteinander wechselwirkenden Ladungen ab, von ihrer relativen Radialgeschwindigkeit und von ihrer relativen Radialbeschleunigung, so daß sie vollständig relational ist. Für eine moderne Diskussion Webers Elektrodynamik siehe: [36], [37], [38], [39], [40], [30], [41], [42], [43], [44], [45], [46], [47], [17, Abschnitte 11.2 und 11.3], [48], [49] und [50]. Die relationale Mechanik basiert auch auf dem Prinzip des dynamischen Gleichgewichts, [16] und [17, Abschnitt 8.1], nämlich: Die Summe aller Kräfte jeglicher Art (Gravitationskräfte, elektrische Kräfte, magnetische Kräfte, elastische Kräfte, Kernkräfte usw.), die auf einen Körper in allen Bezugssystemen wirken, ist immer Null. Da die Summe aller Kräfte gleich Null ist, sind nur Kräfteverhältnisse feststellbar oder meßbar. Das verwendete Einheitensystem (MKSA, CGS usw.) ist irrelevant. Mehr noch, die Einheiten oder die Dimensionen der Kräfte können alles sein, was wir wünschen.

Gemäß der relationalen Mechanik ist die Beschleunigung des freien Falls in Richtung der Erde, a_{mU}, gegeben durch [17, Abschnitte 8.4, 8.5 und 9.2]

$$a_{mU} = \frac{3c^2}{2\alpha\pi\rho_{g0}{R_0}^2}\frac{M_{ge}}{r^2} \,, \tag{7}$$

oder

$$\frac{a_{mu}}{a_0} = \frac{2}{\alpha}\frac{M_{ge}}{M_{g0}}\frac{{R_0}^2}{r^2} \,. \tag{8}$$

Wir diskutieren nun diese Gleichung im Detail, zuerst erklären wir die Bestandteile. Die schwere Masse der Erde wird durch M_{ge} angegeben. Die Entfernung zwischen dem Testkörper und dem Mittelpunkt der Erde ist *r* . Die schwere Masse des Testkörpers erscheint nicht, nur dessen Beschleunigung in Bezug auf das universelle Bezugssystem *U*, a_{mU}. Das universelle Bezugssystem ist das System der Gesamtheit der entfernten Galaxien, die sich im wesentlichen in Ruhe befinden (abgesehen von zufälligen oder Pekuliargeschwindigkeiten) ohne jede gesamte Rotation oder Linearbeschleunigung. Die kosmologischen Eigenschaften erscheinen im Radius des bekannten Universums, gegeben mit $R_0 \approx 10^{26}\ m$ und mit $\rho_{go} \approx 3 \times 10^{-27}\ kg/m^3$, der mittleren Dichte der schweren Masse im fernen Universum. Wenn das Universum unendlich ist, kann R_0 eine charakteristische Länge der Gravitationswechselwirkungen darstellen, nämlich die effektive Länge der Gravitationswechselwirkungen aufgrund eines exponentiellen Abfallens. Die schwere Masse im bekannten Universum ist mit $M_{g0} = 4\pi\rho_{g0}R_0^3/3 \approx 10^{52} kg$ gegeben. Wenn das Universum eine unendliche Größe und eine unendliche schwere Masse hat, kann M_{g0} eine charakteristische schwere Masse darstellen (das ist, die schwere Masse im charakteristischen Volumen $4\pi R_0^3/3$), die auf die lokalen Körper wirken würde. Wir setzen außerdem auch die Lichtgeschwindigkeit $c = 3\times10^8 m/s$ zur Hubble-Konstanten $H_0 \approx 3\times10^{-18}s^{-1}$ durch $R_0 = c\ /\ H_0$ in Beziehung. Eine charakteristische kosmologische Beschleunigung ist mit $a_0 \equiv R_0H_0^2 \approx 6\times10^{-10}ms^{-2}$ gegeben. Darüber hinaus ist α eine dimensionslose Zahl mit dem Wert 6, wenn wir mit einem unendlichen Universum arbeiten, und mit dem Integration Weberschen Gravitationsgesetz bis zum Hubble-Radius R_0. Wenn wir mit Webers Gesetz und einem exponentiellen Abfallen der Gravitation arbeiten, können wir bis zum Unendlichen integrieren und in diesem Fall ist $\alpha = 12$.

Der wichtige Aspekt dieses Ergebnisses ist, daß nur Verhältnisse von schweren Massen, von Abständen und von Beschleunigungen hierin relevant sind. Die Verdoppelung der schweren Masse der Erde, während die charakteristische schwere Massen M_{g0} des fernen Universums unverändert bleibt, ist äquivalent der Beibehaltung der schweren Masse der Erde, während die charakteristische schwere Masse des fernen Universums halbiert wird. In beiden Fällen werden die Beschleunigungswerte des freien Falls verdoppelt, verglichen mit ihrem gegenwärtigen Wert von $9{,}8\ m/s^2$. Eine Halbierung des Abstands zwischen dem Erdmittelpunkt und dem Testkörper führt zu einer Vervierfachung der Fallbeschleunigung. Bezogen auf den obigen Ausdruck geschieht das Gleiche, wenn a_0, M_{ge}, M_{g0} und r unverändert bleiben und R_0 verdoppelt wird. Werte, die so gering wie a_0 sind, zeigen sich in kosmologischen Maßstäben in der zentripetalen Beschleunigung rotierender Galaxien. Dies kann darauf hinweisen, daß die lokalen Gravitationseffekte mit der Rotation der entfernten Galaxien verbunden sind. Zum Beispiel kann die Verdoppelung der Rotation aller Galaxien im Universum die Beschleunigung des freien Falls in der Nähe der Erdoberfläche verdoppeln. Oder vielleicht kann a_0 die mittlere Beschleunigung aller Körper im Universum darstellen, bezogen auf das universelle Bezugssystem U. Vergleicht man die Gleichung oben mit denen der klassischen Mechanik, sehen wir, daß die Gravitationskonstante G als Funktion der kosmischen Eigenschaften des Universums gesehen werden kann, und zwar: $G = 3c^2/(2\alpha\pi\rho_{g0}R_0^2)$. Alle diese Aspekte sind in Übereinstimmung mit dem PPP.

Mit diesem Beispiel können wir auch den physikalischen Inhalt des PPP illustrieren. Historisch hat Galileo als Erster entdeckt, daß die Beschleunigung des freien Falls nahe der Oberfläche der Erde unabhängig vom Gewicht oder der chemischen Zusammensetzung der fallenden Körper ist. Später hat Newton gezeigt, daß sie proportional zur Masse des anziehenden Körpers ist. Aber wir könnten uns vorstellen, daß diese Entdeckungen in der umgekehrten Reihenfolge gemacht worden wären. Das heißt, zuerst hat Wissenschaftler A festgestellt, daß die Fallbeschleunigung proportional zur Masse des anziehenden Körpers ist. Entsprechend dem PPP könnten wir dann dieses Gesetz schreiben als: $a_1/a_0 = m_e/m_0$, wobei a_1 die Beschleunigung des Testkörpers der Masse m_1 ist, m_e stellt die schwere Masse des anziehenden Körpers dar und a_0 und m_0 wären die Beschleunigungen und die Massen anderer Körper, die noch zu bestimmen wären. In dieser Form ist die Gleichung kompatibel mit dem PPP, aber sie ist noch nicht vollständig, weil wir die Körper, zu denen m_0 und a_0 gehören, noch nicht identifiziert haben (Verglichen mit der ersten Aussage des PPP, können wir sagen daß wir diese Größen immer noch nicht „kennen"). Ein begründeter Kandidat/Verdacht für die Masse m_0 würde sein, daß $m_0 = m_1$ ist, das heißt, zu vermuten, daß es sich auf die Masse des Testkörpers bezieht. Folgen wir jedoch Galileis Gedankengängen oder anderen unabhängigen Versuchsergebnissen, kann man zeigen, daß die Fallbeschleunigung nicht von der Masse der Testkörper abhängt, so daß dieser Verdacht ausgeräumt wäre. Da die beiden offensichtlichen Kandidaten (der anziehende und der Testkörper) bereits in Betracht gezogen worden sind, könnten nur noch die entfernten Körper im Universum gemeint sein. Das heißt, irgendwie muß m_0 eine repräsentative Masse der entfernten Sterne und Galaxien sein. Wie wir gesehen haben, zeigt die relationale Mechanik, daß dies tatsächlich der Fall ist.

Wir betrachten nun der Gestalt der Erde. Die Abplattung der Erde ist nach relationalen Mechanik [17, Abschnitte 8.5 und 9.5.1] gegeben durch

$$f \equiv \frac{R_{>} - R_{<}}{R_{<}} \approx \frac{5\alpha}{8} \frac{\omega_{eU}{}^{2}}{H_{0}{}^{2}} \frac{\rho_{g0}}{\rho_{ge}} . \tag{9}$$

Als die Werte der Hubble-Konstanten und der mittleren Materiedichte des Universums noch nicht mit großer Genauigkeit bekannt waren, war es unmöglich, einen exakten Wert für das obige Verhältnis anzugeben. Aber die Größenordnung ist konform mit dem beobachteten Wert von 0,004. Wir können auch ausnutzen, daß dies der beobachtete Wert von *f* ist, und damit erhalten wir (zusammen mit dem bekannten Wert der Winkelgeschwindigkeit der Erde relativ zu den fernen Galaxien und zusammen mit der bekannten Materiedichte der Erde) den Wert von $5\alpha\rho_{g0}/8H_{0}{}^{2}$.

Aber hier wollen wir die Machschen Aspekte dieses Ergebnisses hervorheben. Das erste ist, daß die Drehgeschwindigkeit ω_{eU} , die in der relationalen Mechanik auftritt, die Winkelgeschwindigkeit der Erde in Bezug auf das ferne Universum ist (das heißt, relativ zum Bezugssystem der entfernten Galaxien). Sie ist nicht mehr als die Winkelgeschwindigkeit der Erde relativ zum leeren Raum zu verstehen. Nach der relationalen Mechanik wird sich die gleiche Abplattung der Erde ergeben, gleichgültig, ob die Erde relativ zu einem beliebigen Bezugssystem rotiert, während das ferne Universum in diesem Bezugsystem stationär bleibt, oder ob sich das ferne Universum relativ zu diesem Bezugssystem in die entgegengesetzte Richtung dreht, während die Erde stationär bleibt, sofern die quantitative relative Rotation zwischen der Erde und dem fernen Universum in beiden Fällen gleich ist. Die Abplattung der Erde kann nicht mehr als ein Beweis für eine reale oder absolute Drehung der Erde betrachtet werden. Die relationale Mechanik ist nicht die einzige Theorie, die diesen Effekt realisiert. Das gleiche kann gesagt werden für eine weitere Neuformulierung der Mechanik durch Barbour und Bertotti [51], [52] und [53]. Ihr Ansatz beinhaltet relationale Größen, intrinsische Derivate und die relative Raumkonfiguration des Universums (*relative configuration space of the universe*). Sie folgen jetzt genauer der Annäherung an die allgemeine Relativitätstheorie, siehe [54]. Für eine Diskussion anderer Ansätze zur Einführung des Machschen Prinzips, siehe [17, Kapitel 11].

Der zweite Machsche Aspekt ist, daß diese Abplattung vom Verhältnis der Dichten des fernen Universums und der Erde abhängt. Wir können die Abplattung erhöhen durch Verringerung der Dichte der Erde oder durch Erhöhung der Dichte des fernen Universums (in beiden Fällen eine konstante Winkelgeschwindigkeit ω_{eU} vorausgesetzt). Wenn die Dichte der schweren Masse des fernen Universums zu Null wird, geschieht mit der Abplattung der Erde dasselbe. Das ist völlig in Ordnung, weil es in diesem Fall nur die Erde im Universum gäbe, und es ist dann ohne Sinn, von einer Rotation zu sprechen (relativ zu was würde sie rotieren?), schlußendlich würde damit ihre Abplattung verschwinden. Dies aber geschieht nur in relationalen Mechanik, nicht aber in der klassischen Mechanik. Nur die Verhältnisse bekannter Größen sind hier von Bedeutung. Die schwere Masse oder die Gravitationsmateriedichte sind in der relationalen Mechanik keine absoluten Größen.

Der letzte Aspekt, der hier zu berücksichtigen wäre, ist das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeit der Erde zur Hubble-Konstanten. Wenn wir die Rotation der Erde relativ zum fernen Universum verdoppeln, erhöht sich die Abplattung auf das Vierfache, da sie proportional zum Quadrat der Winkelgeschwindigkeit der Erde ist. Um zu sagen, daß sich die Rotation der Erde erhöht, müssen wir sie mit etwas anderem vergleichen (z. B. mit einer Uhr). Das gleiche Ergebnis sollte eintreten, wenn die Erde ihre Rotationsgeschwindigkeit nicht verändert (bezogen auf einen beliebigen Standard), aber alle anderen Bewegungen im Universum (bezogen auf den gleichen Standard) würden um den Faktor von 2 verlangsamt. Das bedeutet, daß die Hubble-Konstante irgendwie sein muß wie eine Durchschnittsfrequenz der Schwingung und / oder der Rotation der Materie des Universums; oder der Winkelgeschwindigkeit der charakteristischen kosmischen schweren Masse M_{g0} relativ zum weit entfernten Universum; oder ... Wenn wir all diese Frequenzen auf die Hälfte verringern (mit Ausnahme der Rotationsfrequenz der Erde relativ zum fernen Universum) wird die Hubble-Konstante gegenüber dem vorhandenen Wert durch 2 geteilt und die Abplattung, wie in der vorherigen Situation auf das Vierfache erhöht. Dies geschieht in der relationalen Mechanik, nicht aber in der klassischen Mechanik. Eine Verdoppelung aller Frequenzen (einschließlich ω_{eU} und H_0) würden *f* nicht ändern. All das sind physikalisch sinnvolle Ergebnisse.

Derzeit gibt es keine Konflikte der relationalen Mechanik mit bekannten Beobachtungen. Mögliche experimentelle Tests, die in der Zukunft durchgeführt werden müssen, sind in [17, Abschnitt 10.4] dargestellt. Sie umfassen eine gesteuerte Änderung der effektiven trägen Masse eines Körpers in einer massiven Kugelschale, den Nachweis von anisotropen effektiven trägen Massen von Körpern, die von fernen Massen in anisotroper Verteilung umgeben sind, die Erkennung von geodätischen und Bewegungspräzessionen von Gyroskopen (siehe auch [55] und [56]), und zu testen, ob es eine exponentielle Abnahme in Gravitation gibt oder nicht. Es sollte darauf hingewiesen werden, daß sich nach Webers Elektrodynamik die effektive träge Masse eines geladenen Körpers ändern sollte, wenn sie sich in einer stationären und gleichmäßig geladenen Kugelschale befindet, aber nichts davon sollte geschehen in Bezug auf die Maxwell-Gleichungen oder die Lorentz-Kraft. Dieser Effekt ist analog zu einem elektrischen Machschen Prinzip und ist quantitativ vorhergesagt in [57] und [58]. Nach unserer Kenntnis wurden die ersten Experimente, die Existenz dieses Effektes zu testen, von Mikhailov durchgeführt [59] und [60]. Die Größe und das Vorzeichen des Effektes stellte er in Übereinstimmung mit denen fest, die durch die Webersche Elektrodynamik vorhergesagt wurden. Nach Costa de Beauregard und Lochak kann dies, wenn Mikhailovs Experiment von unabhängigen Untersuchungen bestätigt wird, ein „Markstein" werden [61].

6 Anwendungen auf andere Situationen

Wir betrachten nun die Anwendung des PPP auf Situationen mit unterschiedlichen physikalischen Konzepten. Wir wissen nicht, wie das Prinzip in diesen neuen Situationen umzusetzen ist. Aber wir wollen die Konsequenzen des Prinzips zeigen, um die Suche nach einem Weg zur Anwendung zu motivieren. Zuerst analysieren wir die Elektrostatik. Betrachten wir zwei Ladungen q_1 und q_2 mit gleichem Vorzeichen, die einander abstoßen. Wir können sie getrennt in einem konstanten Abstand d halten, indem wir eine äußere Kraft verwenden, beispielsweise mit einer dielektrischen Feder mit der Elastizitätskonstanten k und der entspannten Länge l_0 zwischen ihnen. Durch Gleichsetzen der Coulombschen Kraft mit der elastischen Kraft $k(d - l_0)$ erhalten wir, daß die partielle Verformung f der Feder gegeben ist durch

$$f \equiv \frac{d - l_0}{l_0} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 d^2 l_0 k} . \tag{10}$$

Hierin ist $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12} C^2 s^2 / kgm^3$ die Vakuumdielektrizitätskonstante. Die Verdoppelung des Wertes der beiden Ladungen vergrößert f auf das Vierfache. Die elastische Verformung f müßte sich nach dem PPP auch auf das Vierfache vergrößern, wenn q_1 und q_2 unverändert bleiben, aber alle anderen Ladungen im Universum halbiert werden (das heißt, die Ladungen aller Atome und Moleküle der Feder, der Erde und aller anderen Körper des Universums, ausgenommen q_1 und q_2). Jedoch wird diese Konsequenz in den gegenwärtigen Theorien nicht umgesetzt, was zeigt, daß sie unvollständig sein müssen. Der Einfluß kann vollständig lokal sein (die Halbierung aller Ladungen der Feder und der fernen Galaxien ändert nur die Elastizitätskonstante auf $k/4$, ohne ε_0 zu beeinflussen), vollständig kosmologisch (die Halbierung alle Ladungen der Feder und aller Himmelskörper ändert k nicht, sondern nur die Vakuumpermeabilität auf $\varepsilon_0/4$), oder eine Mischung aus beiden Effekten (die Halbierung aller Ladungen der Feder und aller astronomischen Körper beeinflußt die Elastizitätskonstante und die Vakuumdielektrizitätskonstante, deren neue Werte zum Beispiel $k/2$ und $\varepsilon_0/2$ werden).

Nehmen wir nun an, wir entfernen die Feder und geben die Ladungen frei. Sie werden dann in entgegengesetzten Richtungen beschleunigt werden. Nach der klassischen Mechanik ist der Wert der Anfangsbeschleunigung von q_1 relativ zum absoluten Raum oder zu einem trägen Bezugssystem gegeben durch $a_1 = q_1 q_2 / 4\pi\varepsilon_0 d^2 m_{i1}$, worin m_{i1} die träge Masse des Körpers 1 ist. Die Verdoppelung von q_1 und q_2 relativ zu einem beliebigen Standard erhöht die Beschleunigung von q_1 auf das Vierfache. Dasselbe würde geschehen, wenn q_1 und q_2 unverändert bleiben, aber alle anderen Ladungen im Universum halbiert werden (verglichen mit dem gleichen beliebigen Standard). Aber der Anstieg von a_1 in dieser zweiten Situation wird nicht durch dieses Gesetz beschrieben, da keine weiteren Ladungen daran beteiligt sind. Das heißt, daß elektrische Ladungen in der klassischen

Physik absolute Konzepte sind. Der Wert a_1 hängt von q_1q_2 und nicht vom Verhältnis dieser Ladungen zu anderen bekannten Ladungen im Universum ab. Um das PPP umzusetzen wäre es notwendig, andere Ladungen zu finden, die im Produkt $\varepsilon_0 m_{i1}$ enthalten (oder versteckt in) sind. Vielleicht sind dies mikroskopische Ladungen, aus denen sich die trägen Massen m_{i1} und m_{i2} zusammensetzen (das heißt, den Ladungen, aus denen die Atome oder Moleküle der Körper 1 und 2 bestehen) oder den Ladungen, aus denen die Sterne und Galaxien des fernen Universums bestehen. Irgendwie ist das PPP in diesem Fall noch nicht berücksichtigt.

Nach relationalen Mechanik ist der Wert der Beschleunigung von q_1 relativ zum universellen Bezugssystem gegeben durch [17, Abschnitt 8.5, Gleichungen (8.42) bis (8.44)]:

$$a_{1U} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 d^2 m_{g1}} . \tag{11}$$

Hierin ist m_{g1} die schwere Masse des Körpers 1. In der relationalen Mechanik erscheinen nur Gravitationsmassen, während träge Masse ein abgeleitetes Konzept ist, das nur entsteht, wenn wir die relationale Mechanik mit der klassischen Mechanik vergleichen. Diese Beschleunigung erhöht sich bei Verdoppelung von q_1 und q_2 auf das Vierfache. Das gleiche muß geschehen, wenn q_1 und q_2 unverändert bleiben, aber alle anderen Ladungen im Universum halbiert werden (das heißt Halbierung der Ladungen aller Atome und Moleküle der fernen Galaxien und Halbierung der mikroskopischen Ladungen, aus denen die Moleküle der Körper 1 und 2 bestehen). Wiederum kann hier der Effekt völlig kosmologisch sein (beeinflußt nur die Vakuumdielektrizitätskonstante), völlig lokal (beeinflußt nur die Gravitationsmassen m_{g1} und m_{g2}) oder eine Mischung aus beiden Effekten (beeinflußt die Vakuumdielektrizitätskonstante und die Gravitationsmassen).

Ein Beispiel, wie die Gravitationsmasse eines Körpers von ihren mikroskopischen Ladungsbestandteile abhängen kann, wurde in [62] und [63] angegeben. Die Newtonsche Gravitationskraft zwischen zwei Körpern der Gravitationsmassen m_{g1} und m_{g2} wurde abgeleitet als eine elektromagnetischen Restkraft, die aus der Wechselwirkung zwischen den neutralen oszillierenden Dipolen, die den Körper 1 bilden und den neutralen oszillierenden Dipolen des Körpers 2, wo jeder Dipol aus einer negativen Ladung besteht, die um eine positive oszilliert. Die schwere Masse der einzelnen Körper wurde proportional zur Anzahl der oszillierenden Dipole gefunden, aus denen sie besteht und zu q^2/ε_0, worin q für die positive (oder negative) Ladung jedes neutralen Dipols steht. Mit diesem Modell ist es möglich, das PPP für Ladungen anzuwenden.

Eine andere Situation ist Ampères Kraft zwischen elektrischen Stromkreisen mit den fließenden Ströme I_1 und I_2, proportional zu $I_1 I_2$. Da die Ströme proportional zu den Driftgeschwindigkeiten der Elektronen sind, können wir die Kraft durch Verdoppelung dieser Driftgeschwindigkeiten vervierfachen. Die Folgen dieses Effektes können statisch betrachtet werden (die Erhöhung einer Federspannung hält die zwei Stromkreise in einem konstanten Abstand) oder dynamisch (ein Anstieg der Beschleunigung der beiden Stromkreise, wenn die Feder entspannt ist). Die gleichen Folgen müssen eintreten, wenn I_1 und I_2 unverändert bleiben, aber alle anderen Körper im Universum sich mit dem halben Wert ihrer Geschwindigkeiten bewegen. Da die modernen Theorien diese Eigenschaft nicht implementieren, müssen sie unvollständig sein.

Betrachten wir nun die Zustandsgleichung des idealen Gases, $PV = Nk_B T$. Diese Gleichung erfüllt das PPP nicht. Eine Gleichung des idealen Gases, die das Prinzip erfüllt, sollte die Form $(P/P_0)(V/V_0) = a(N/N_0)(T/T_0)$ annehmen, worin a eine dimensionslose Zahl ist und P_0, V_0, N_0, T_0 lokale und / oder kosmologische Ausdrücke des Druckes, des Volumens, der Teichenzahl und der Temperatur sind. Wenn die Theorie gefunden ist, die zu dieser neuen Gleichung führt, wird es möglich sein, die Boltzmann-Konstante zu den Eigenschaften (wie Druck, Dichte und Temperatur) zur lokalen oder kosmologischen Umwelt in Beziehung zu setzen. Zum Beispiel zeigt die relationale Mechanik, daß die universelle Gravitationskonstante G proportional zu H_0^2/ρ_{g0} ist. Das zeigt, daß sie keine Konstante mehr ist, sondern eine Funktion der Eigenschaften des fernen Universums. Etwas Analoges sollte auch für die Boltzmann-Konstante gelten. Die neue Gleichung, die das Verhalten eines idealen Gases beschreibt, wird sich von der jetzigen unterscheiden. Aber nicht nur das, wir werden auch ein neues Verständnis des Gesetzes gewinnen, neue Verbindungen der lokalen Eigenschaften eines Gases mit dem fernen Universum wahrnehmen. Zum Beispiel, wenn eine feste Anzahl Atome in einem festen Volumen eingeschlossen ist, und wir seine Temperatur vervierfachen, wird sich der Druck des Gases nach dem neuen Gesetz auch vervierfachen, wie man nach dem neuen Gesetz erkennen kann. Aber wenn das neue Gesetz gewonnen ist, wird es möglich sein zu zeigen, daß wir auch den Gasdruck vervierfachen können (was zum Beispiel mit einem Manometer angezeigt wird), unter Konstanthaltung der Temperatur, des Volumens und der Anzahl der Teilchen, während gleichzeitig die Temperatur der fernen Körper im Universum (Sterne und Galaxien) durch vier geteilt wird. Das gleiche kann man sagen in Bezug auf das Volumen und die Anzahl der Teilchen in dem Gas oder im fernen Universum. Das heißt, wenn ein Effekt lokal gemessen wird, wenn wir den Druck, das Volumen, die Anzahl der Atome oder die Temperatur des Gases ändern, wird es möglich sein zu zeigen, wenn wir eine vollständige Theorie haben, daß der gleiche Effekt auch eintreten wird, wenn die entgegengesetzte Änderung im fernen Kosmos durchgeführt wird.

Das gleiche kann für fast alle Beziehungen in der Physik gesagt werden. Andere universale Konstanten wie die Vakuumlichtgeschwindigkeit, das Plancksche Wirkungsquantum usw. müssen alle Funktionen der Eigenschaften des fernen Universums (makroskopische Beziehungen) oder der lokalen Teilchen (mikroskopische Beziehungen) sein. In dieser Hinsicht können wir sehen, daß dieses Prinzip einige Beziehungen zu Diracs großen kosmologischen Zahlen hat (oder zur Variation der universellen Konstanten) [64]. Durch Beobachten mehrerer dimensionsloser Zahlen in der Größenordnung von 10^{39}, wie das Verhältnis der elektrischen zur Schwerkraft zwischen einem Elektron und einem Proton, oder das Verhältnis der Hubble-Zeit zu einer Zeiteinheit, die durch die Konstanten der Atomtheorie festgestellt wurden, vermutet Dirac, daß sie zueinander in Beziehung stehen. Mit seinen Worten, „durch solches Zusammentreffen können wir davon ausgehen, daß eine tiefe Verbindung in der Natur zwischen Kosmologie und Atomtheorie besteht." Sein neues Prinzip der Kosmologie wurde wie folgt erklärt:

> „Beliebige zwei der sehr großen dimensionslosen Zahlen, die in der Natur vorkommen, sind durch eine einfache mathematische Beziehung verbunden, in der die Koeffizienten in der Größenordnung der Zahl 1 sind."

Das Prinzip der physikalischen Größenverhältnisse, das hier vorgestellt ist, kann helfen, den Zusammenhang zwischen dem Atom und dem Kosmos, wie durch Dirac wahrgenommen, zu erläutern sowie auch Richtungen zu zeigen, ein tieferes Verständnis der Natur zu erreichen.

Danksagung:

Der Autor wünscht der Alexander-von-Humboldt-Stiftung, Deutschland, für ein Forschungsstipendium zu danken, durch das diese Arbeit abgeschlossen werden konnte. Er dankt auch dem Institut und der Stiftung Louis de Broglie für die finanzielle Unterstützung zur Teilnahme am Kongreß zum Elektromagnetismus (Peyresq, Frankreich, September 2002). Die Gespräche mit A. Ghosh, C. S. Unnikrishnan, A. R. Prasanna, N. Graneau, O. E. Rössler und F. A. G. Redondo waren sehr wertvoll.

Literatur:

[1] Euclid. *The Thirteen Books of The Elements*, Bände 1-3, Bücher I-XIII. Dover, New York, 1956. Übersetzt mit Einleitung und Kommentar von Sir Thomas L. Heath.
[2] R. de A. Martins. The origin of dimensional analysis. *Journal of the Franklin Institute*, 311:331-337, 1981.
[3] F. A. G. Redondo. *Historia del Análisis Dimensional*. PhD thesis, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, 2000.
[4] J. B. J. Fourier. Analytical Theory of Heat. In *Great Books of the Western World*, Band 45, Seiten 161-251, Chicago, 1952. Encyclopaedia Britannica.
[5] J. Palacios. *Análisis Dimensional*. Espasa-Calpe S. A., Madrid, 2. Auflage, 1964. English Übersetzung: Dimensional Analysis, McMillan, London, 1964; French translation: Analyse Dimensionnelle, Gauthier-Villars, Paris, 1964.
[6] R. C. Tolman. The principle of similitude. *Physical Review*, 3:244–255, 1914.
[7] E. Buckingham. On physically similar systems; illustrations of the use of dimensional equations. *Physical Review*, 4:345–376, 1914.
[8] P. W. Bridgman. Tolman's principle of similitude. *Physical Review*, 8:423–431, 1916.
[9] A. O'Rahilly. *Electromagnetic Theory - A Critical Examination of Fundamentals*. Dover, New York, 1965.
[10] I. Newton. *Mathematical Principles of Natural Philosophy*. University of California Press, Berkeley, 1934. Cajori edition. Original publication in Latin in 1687.
[11] E. Mach. *The Science of Mechanics - A Critical and Historical Account of Its Development*. Open Court, La Salle, 1960.
[12] J. B. Barbour. *Absolute or Relative Motion? A study from a Machian Point of view of the discovery and the structure of dynamical theories*, Band 1: *The Discovery of Dynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1989.
[13] A. Ghosh. *Origin of Inertia: Extended Mach's Principle and Cosmological Consequences.* Apeiron, Montreal, 2000.
[14] A. K. T. Assis. Applications of the principle of physical proportions to gravitation. In K. Rudnicke, Herausgeber, *Gravitation, Electromagnetism and Cosmology - Toward a New Synthesis*, Seiten 1-7, Montreal, 2001. Apeiron.
[15] A. K. T. Assis. Comparacao entre a mecânica relacional e a relatividade geral de Einstein. In O. Pessoa Jr., editor, *Fundamentos da Física 2 - Simpósio David Bohm*, Seiten 27–38, São Paulo, 2001. Editora Livraria da Física.
[16] A. K. T. Assis. On Mach's principle. *Foundations of Physics Letters*, 2:301–318, 1989.
[17] A. K. T. Assis. *Relational Mechanics*. Apeiron, Montreal, 1999. ISBN: 0-9683689-2-1.
[18] R. J. Boscovich. On space and time as they are recognized by us. In O. E. Rössler, Herausgeber, *Endophysics - The World as an Interface*, Seiten 107–112. World Scientific, Singapore, 1998. Englische Übersetzung von O. E. Rössler aus dem lateinischen Original, Version von 1755.
[19] Archimedes. *The Works of Archimedes*. Dover, New York, 1912. Veröffentlicht in moderner Notation mit einleitenden Kapiteln von T. L. Heath mit einem Nachtrag *The Method of Archimedes*, kürzlich aufgefunden von Heiberg.
[20] Archimedes. *The Works of Archimedes including* The Method, Band 11 of *The Great Books of the Western World*. Encyclopaedia Britannica, Chicago, 1952. Übersetzung von T. L. Heath.
[21] S. Stevin. The Inclined Plane. In W. F. Magie, Herausgeber, *A Source Book in Physics*, Seiten 22-27, New York, 1935. McGraw-Hill.
[22] K. R. Symon. *Mechanics*. Addison-Wesley, Reading, dritte Auflage, 1971.
[23] R. Hooke. Law of elastic force. In W. F. Magie, Herausgeber, *A Source Book in Physics*, Seiten 93-95, New York, 1935. McGraw-Hill.
[24] P. Graneau. The riddle of inertia. *Electronics and Wireless World*, 96:60–62, 1990.
[25] P. Graneau. Far-action versus contact action. *Speculations in Science and Technology*, 13:191-201, 1990.
[26] P. Graneau. Interconnecting action-at-a-distance. *Physics Essays*, 3:340–343, 1990.
[27] P. Graneau. Some cosmological consequences of Mach's principle. *Hadronic Journal Supplement*, 5:335-349, 1990.
[28] P. Graneau. Has the mystery of inertia been solved? In U. Bartocci and J. P. Wesley, Herausgeber, *Proceedings of the Conference on Foundations of Mathematics and Physics*, Seiten 129-136, Blumberg, Germany, 1990. Benjamin Wesley Verlag.
[29] J. P. Wesley. Weber electrodynamics, Part III. Mechanics, gravitation. *Foundations of Physics Letters*, 3:581-605, 1990.

[30] J. P. Wesley. *Selected Topics in Advanced Fundamental Physics*. Benjamin Wesley Publisher, Blumberg, 1991.
[31] P. Graneau and N. Graneau. *Newton Versus Einstein – How Matter Interacts with Matter*. Carlton Press, New York, 1993.
[32] A. Zylbersztajn. Newton's absolute space, Mach's principle and the possible reality of fictitious forces. *European Journal of Physics*, 15:1–8, 1994.
[33] T. E. Phipps, Jr. Clock rates in a machian universe. *Toth-Maatian Review*, 13:5910–5917, 1996.
[34] J. Guala-Valverde. *Inercia y Gravitacion*. Fundacion Julio Palacios, Neuquen, Argentina, 1999. In collaboration with J. Tramaglia and R. Rapacioli.
[35] W. Weber. *Wilhelm Weber's Werke,* W. Voigt, E. Riecke, H. Weber, F. Merkel and O. Fischer (Eds.), Bände 1 bis 6. Springer, Berlin, 1892-1894.
[36] J. P. Wesley. Weber electrodynamics extended to include radiation. *Speculations in Science and Technology,* 10:47-61, 1987.
[37] J. P. Wesley. Weber electrodynamics, Part I. General theory, steady current effects. *Foundations of Physics Letters*, 3:443-469, 1990.
[38] J. P. Wesley. Weber electrodynamics, Part II. Unipolar induction, Z-antenna. *Foundations of Physics Letters*, 3:471-490, 1990.
[39] T. E. Phipps Jr. Toward modernization of Weber's force law. *Physics Essays*, 3:414–420, 1990.
[40] T. E. Phipps Jr. Weber-type laws of action-at-a-distance in modern physics. *Apeiron*, 8:8-14, 1990.
[41] T. E. Phipps Jr. Derivation of a modernized Weber force law. *Physics Essays*, 5:425–428, 1992.
[42] G. Galeczki. The ultimate speed and Weber's potential. *Physics Essays*, 6:448–450, 1993.
[43] A. K. T. Assis. *Weber's Electrodynamics*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1994. ISBN: 0-7923-3137-0.
[44] G. Galeczki and P. Marquardt. Über die longitudinalen Ampèreschen Kräfte und Webers Elektrodynamik. *Fusion*, 16:15-17, 1995.
[45] E. T. Kinzer and J. Fukai. Weber's force and Maxwell's equations. *Foundations of Physics Letters*, 9:457-461, 1996.
[46] J. Fukai and E. T. Kinzer. Compatibility of Weber's force with Maxwell's equations. *Galilean Electrodynamics*, 8:53-55, 1997.
[47] A. K. T. Assis, W. A. Rodrigues Jr., and A. J. Mania. The electric field outside a stationary resistive wire carrying a constant current. *Foundations of Physics*, 29:729-753, 1999.
[48] A. G. Kelly. Experiments on unipolar induction. *Physics Essays*, 12:372–382, 1999.
[49] M. d. A. Bueno and A. K. T. Assis. *Inductance and Force Calculations in Electrical Circuits*. Nova Science Publishers, Huntington, New York, 2001. ISBN: 1-56072-917-1.
[50] J. Guala-Valverde, P. Mazzoni, and R. Achilles. The homopolar motor: A true relativistic engine. *American Journal of Physics*, 70:1052–1055, 2002.
[51] J. B. Barbour. Relative-distance Machian theories. *Nature*, 249:328–329, 1974. Misprints corrected in Nature, Band 250, Seite 606 (1974).
[52] J. B. Barbour and B. Bertotti. Gravity and inertia in a Machian framework. *Nuovo Cimento B*, 38:1–27, 1977.
[53] J. B. Barbour and B. Bertotti. Mach's principle and the structure of dynamical theories. *Proceedings of the Physical Society of London A*, 382:295–306, 1982.
[54] J. B. Barbour and H. Pfister (Herausgeber). *Mach's Principle: From Newton's Bucket to Quantum Gravity*. Birkhäuser, Boston, 1995.
[55] P. Eby. Gyro precession and Mach's principle. *General Relativity and Gravitation*, 11:111–117, 1979.
[56] P. Eby. Machian mechanics with isotropic inertia. *General Relativity and Gravitation*, 29:621–635, 1997.
[57] A. K. T. Assis. Centrifugal electrical force. *Communications in Theoretical Physics*, 18:475–478, 1992.
[58] A. K. T. Assis. Changing the inertial mass of a charged particle. *Journal of the Physical Society of Japan*, 62:1418-1422, 1993.
[59] V. F. Mikhailov. The action of an electrostatic potential on the electron mass. *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, 24:161-169, 1999.
[60] V. F. Mikhailov. Influence of an electrostatic potential on the inertial electron mass. *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, 26:33-38, 2001.
[61] O. Costa de Beauregard and G. Lochak. Comment on Mikhailov's article. *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, 24:159-160, 1999.
[62] A. K. T. Assis. Deriving gravitation from electromagnetism. *Canadian Journal of Physics*, 70:330–340, 1992.

[63] A. K. T. Assis. Gravitation as a fourth order electromagnetic effect. In T. W. Barrett and D. M. Grimes, Herausgeber, *Advanced Electromagnetism: Foundations, Theory and Applications*, Seiten 314–331, Singapore, 1995. World Scientific.
[64] P. A. M. Dirac. A new basis for cosmology. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 165:199-208, 1938.

(Manuscrit reçu le 30 octobre 2002)