ARTIGOS

REFLEXÕES SOBRE O CONCEITO DE CENTRO DE GRAVIDADE NOS LIVROS DIDÁTICOS

André K. T. Assis e

Fábio. M. d. M. Ravanelli

O Centro de Gravidade

O centro de gravidade é mencionado em quase todos os livros de mecânica do ensino médio e do ensino universitário. Mas nem sempre há uma definição clara deste conceito. Muitas vezes não se apresenta nenhum procedimento experimental sobre como localizar na prática este ponto para um corpo rígido. Uma discussão detalhada deste conceito, dos procedimentos experimentais para localizá-lo e de suas origens históricas encontra-se em (ASSIS, 2008a e 2008b). Neste trabalho vamos nos concentrar na análise de como este conceito é tratado em alguns livros didáticos relevantes, já que este é um dos temas mais importantes de toda a mecânica clássica.

A definição do conceito de centro de gravidade é atribuída a Arquimedes (287 a.C. - 212 a.C.), embora este conceito não apareça definido explicitamente em nenhum de seus trabalhos ainda existentes. Por outro lado, Heron (primeiro século d.C.), Papus (terceiro século d.C.) e Simplicio (sexto século d.C.), que tiveram acesso às obras de Arquimedes hoje perdidas, apresentam em seus trabalhos que chegaram até nós algumas informações sobre como Arquimedes pode ter definido este conceito, (HEATH, 1921, págs. 24, 302, 350-351 e 430), (HEATH, 2002, págs. clxxxi-clxxxii), (DIJKSTERHUIS, 1987, págs. 17, 47-48, 289-304, 315-316, 321-322 e 435-436), (ASSIS, 2008a, págs. 90-91) e (ASSIS, 2008b, págs. 69-74 e 97-105). Em termos modernos este conceito pode ser definido com as seguintes palavras:

"O centro de gravidade de um corpo rígido é o ponto tal que, se imaginarmos o corpo suspenso por este ponto e com liberdade para girar em todos os sentidos ao redor deste ponto, o corpo assim sustentado permanecerá em repouso e preservará sua posição original, qualquer que seja a orientação do corpo em relação à Terra."

Quando este ponto se localiza no espaço vazio (o centro de uma arruela, por exemplo) é necessário supor uma conexão rígida ligando o centro de gravidade ao corpo para imaginá-lo sustentado por este ponto.

A origem deste conceito é experimental. A idéia da existência do centro de gravidade pode ser obtida a partir do equilíbrio de corpos rígidos que podem girar ao redor de pontos, de eixos ou de hastes fixas em relação à Terra. No que diz respeito ao centro de gravidade, em geral define-se que um corpo está em equilíbrio quando suas partes permanecem em repouso em relação à Terra. A própria etimologia da palavra "equilíbrio" traz em si a idéia de centro de gravidade, pois a raiz latina combina as palavras "igual" com "peso". Para obter a localização do centro de gravidade experimentalmente utiliza-se essencialmente um resultado já conhecido por Arquimedes e que ele expressou com as seguintes palavras em seu trabalho "Sobre a Quadratura da Parábola", (MUGLER, 1971a, pág. 171) e (DUHEM, 1991, pág. 463): "Todo corpo, suspenso por qualquer ponto, assume um estado de equilíbrio tal que o ponto de suspensão e o centro de gravidade do corpo estejam ao longo de uma mesma linha vertical; pois esta proposição já foi demonstrada". Infelizmente a prova teórica que Arquimedes forneceu para este resultado fundamental também não aparece em nenhum de seus trabalhos que chegaram até nós. Mas é utilizando este resultado que se encontra experimentalmente o centro de gravidade de qualquer corpo rígido. O procedimento é o seguinte:

Suspende-se o corpo por um ponto A tal que o corpo tenha liberdade para girar em qualquer direção e aguarda-se que atinja o equilíbrio em relação à Terra. Traça-se uma primeira vertical a partir deste ponto A quando o corpo está em equilíbrio. A vertical é obtida como sendo a reta ao longo de um fio de prumo em repouso em relação à Terra. Depois se escolhe um outro ponto B do corpo que não esteja ao longo desta primeira vertical. Suspende-se o corpo por este segundo ponto B e aguarda-se o novo equilíbrio. Traça-se uma segunda vertical passando por este segundo ponto B. O cruzamento das duas verticais é o centro de gravidade G do corpo.

A definição matemática moderna do centro de gravidade é obtida a partir da lei da alavanca. Arquimedes expressou-a com as seguintes palavras na Proposição 6 de seu trabalho "Sobre o Equilíbrio dos Planos," (DIJKSTERHUIS, 1987, pág. 289): "Grandezas comensuráveis se equilibram em distâncias inversamente proporcionais a seus pesos." Vamos supor que temos dois pesos P_1 e P_2 dependurados em uma haste rígida horizontal de peso desprezível. Esta haste pode girar ao redor de um eixo horizontal perpendicular a ela passando pelo fulcro da alavanca. Vamos supor que as distâncias horizontais destes dois corpos à projeção vertical do plano que passa pelo eixo de rotação sejam dadas por d_1 e d_2, respectivamente. A lei afirma que eles vão permanecer em equilíbrio ao serem soltos do repouso se

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{d_2}{d_1} \ , \qquad (1)$$

Pela condição experimental mencionada anteriormente por Arquimedes (de que todo corpo, suspenso por qualquer ponto, assume um estado de equilíbrio tal que o ponto de suspensão e o centro de gravidade do corpo estejam ao longo de uma mesma linha vertical), vem que o centro de gravidade deste sistema de dois corpos tem de estar ao longo da vertical que passa pelo fulcro. Vamos imaginar a haste da alavanca ao longo do eixo x e chamar de x_{CG} à posição do centro de gravidade, com x_1 e x_2 sendo as posições dos corpos 1 e 2 em relação à origem O do eixo x. Com isto a equação acima pode ser colocada na forma de uma definição matemática do centro de gravidade, a saber,

$$\frac{P_1}{P_2} \equiv \frac{x_2 - x_{CG}}{x_{CG} - x_1} \ . \qquad (2)$$

Isto implica que

$$x_{CG} \equiv \frac{P_1}{P_1 + P_2} x_1 + \frac{P_2}{P_1 + P_2} x_2 \ . \qquad (3)$$

Vamos agora utilizar o princípio de superposição para generalizar a expressão acima para N corpos. Este princípio afirma que os pesos agem de forma independente entre si, tal que podemos somar suas contribuições no sentido de fazer a alavanca girar. Generalizando então a relação acima para as três coordenadas espaciais e utilizando o princípio de superposição vem que o centro de gravidade de um conjunto de N pontos materiais pode ser definido matematicamente como (sendo P_i o peso do corpo i localizado no vetor posição $\vec{r}_i$ em relação à origem O do sistema de coordenadas, com $P_T \equiv \sum_{i=1}^{N} P_i$ sendo o peso total do sistema):

$$\vec{r}_{CG} \equiv \sum_{i=1}^{N} \frac{P_i}{P_T} \vec{r}_i \ , \qquad (4)$$

Munidos de tal conceito analisaremos alguns livros didáticos representativos do ensino médio e superior. O critério para a escolha destes livros foi a relevância que eles parecem ter no ensino de física no Brasil.

Livros Didáticos

O livro didático tem papel destacado no ensino, sobretudo na educação básica, na qual este serve como guia para a elaboração das aulas, resolução de exercícios e roteiro de estudos. O contato do estudante com o conteúdo da disciplina ocorre muitas vezes predominantemente através do livro didático.

Iniciemos com a análise de alguns livros de ensino médio. É nesta etapa que geralmente o estudante depara-se com a física pela primeira vez. Consideramos as seguintes obras: FERRARO e SOARES (2003), PARANÁ (2004), SAMPAIO e CALÇADA (2003), e MÁXIMO e ALVARENGA (2006).

Em FERRARO e SOARES (2003, pág. 383) o centro de gravidade é descrito em uma observação no decorrer do texto: "O ponto de aplicação do peso de um corpo extenso é chamado centro de gravidade (CG). Para os corpos homogêneos e que apresentam simetria, o *centro de gravidade* coincide com o centro geométrico". Os autores não discutem como encontrar experimentalmente onde se localiza o CG no caso de corpos sem simetria.

Mais tarde os autores discutem o equilíbrio de corpos (FERRARO e SOARES, 2003, pág. 392). Ao analisar um corpo colocado sobre uma superfície inclinada com atrito os autores mencionam que o corpo não tomba quando a reta vertical que passa pelo CG está dentro da base de apoio do corpo, sendo que o corpo tomba quando esta vertical fica fora da base. Na legenda da Figura que acompanha esta discussão afirmam: "Quanto mais baixo estiver o centro de gravidade com relação à superfície e quanto maior for a base de apoio, maior é a estabilidade do corpo". Na página seguinte apresentam a condição fundamental de equilíbrio de corpos rígidos, a saber: "Observe que *no equilíbrio estável o centro de gravidade fica abaixo do ponto de suspensão*".

PARANÁ (2004, pág. 104) começa a discussão sobre o centro de gravidade de uma maneira que nos parece adequada, ou seja, a partir de uma experiência simples: "Tente levantar uma vassoura com um cordão amarrado em seu cabo de tal forma que ela fique na horizontal. Que dificuldade essa simples ação pode apresentar? Realizando a atividade sugerida você vai concluir que existe apenas um ponto da vassoura no qual o cordão amarrado possibilita que ela, ao ser suspensa, fique na horizontal. Esse ponto é denominado centro de gravidade ou baricentro. Então, podemos definir que: Centro de gravidade é o ponto em que está concentrado o peso de um corpo". Em seguida ele apresenta o conceito de momento de uma força em relação a um ponto e as condições de equilíbrio de um corpo rígido. Esta nos parece ser uma boa maneira de introduzir o CG, ou seja, começando com algumas experiências simples. Quando o corpo está em equilíbrio apoiado por um ponto, o peso se comporta como se estivesse concentrado em seu centro de gravidade. Mas não se deve tomar isto ao pé da letra, como é feito por muitos alunos do ensino médio, já que o peso atua sobre todas as partes materiais do corpo.

SAMPAIO e CALÇADA (2003, pág. 149) também seguem o mesmo modelo de definição, mas sem antes apresentar os dados experimentais: "O centro de gravidade (CG) de um corpo é o ponto onde podemos supor aplicado o seu peso do ponto de vista dos efeitos de rotação". Esta definição não é clara pois não se especificam quais são estes efeitos de rotação nem o que acontece quando o corpo é apoiado por pontos distintos do CG. Por outro lado, um mérito desta definição é a afirmação de que "podemos supor" o peso como estando concentrado no centro de gravidade do corpo, em vez de se dizer que o peso "está de fato concentrado" neste ponto. Os autores também relacionam o centro de gravidade ao centro de simetria do corpo: "Se o corpo for homogêneo e suas dimensões forem pequenas em comparação com o tamanho da Terra, pode-se demonstrar que o centro de gravidade está no centro de simetria do corpo". Não é especificado com clareza como obter o CG nos casos em que o corpo não é simétrico.

Em MÁXIMO e ALVARENGA (2006, págs. 131-143) temos dois Apêndices detalhados sobre este tema. O primeiro trata do momento ou torque de uma força. Então aparece a seguinte definição: "O momento, *M*, ou torque de uma força $\vec{F}$, que atua em um corpo, em relação a um eixo que passa pelo ponto *O*, é definido pela relação $M = F \cdot d$ em que *d* é a distância (perpendicular) de *O* à linha de ação de $\vec{F}$." No segundo Apêndice são introduzidas as condições gerais de equilíbrio de um corpo rígido, a saber: "$\sum F_x = 0$ e $\sum F_y = 0$ asseguram o equilíbrio de translação; $\sum M = 0$ assegura o equilíbrio de rotação." No segundo Apêndice aparece uma seção dedicada ao centro de gravidade. Este conceito é introduzido com as seguintes palavras: "Já sabemos que o peso de um corpo é o resultado das ações atrativas da Terra sobre ele. Quando se trata de uma partícula, essa ação será representada por uma força aplicada na partícula. Mas, se as dimensões do corpo não forem desprezíveis, as ações atrativas da Terra se farão sobre cada partícula, isto é, essas ações constituirão um sistema de forças praticamente paralelas, aplicadas em partículas diferentes. O peso $\vec{P}$ do corpo será a resultante desse sistema de forças e o ponto em que podemos supor que essa resultante está sendo aplicada é denominado *centro de gravidade* do corpo, como mostra a fig. A-7." Esta é uma apresentação cuidadosa, mas sentimos falta de ser apresentado algum procedimento experimental para localizar o centro de gravidade.

Quanto aos livros voltados para o ensino superior, analisamos os seguintes textos: HALLIDAY, RESNICK e WALKER (2002); LUCIE (1980) e TIPLER (1994).

Em HALLIDAY, RESNICK e WALKER (2002, págs. 4-5) há um capítulo sobre Equilíbrio e Elasticidade, com a Seção 13.3, O Centro de Gravidade. Aqui apresenta-se a seguinte conceituação do CG: "A força de gravidade (ou força gravitacional) sobre um corpo de dimensões finitas é a soma vetorial das forças gravitacionais que atuam sobre os elementos individuais (átomos) do corpo. Em vez de considerarmos todos esses elementos individuais, podemos dizer: A força gravitacional $\vec{F}_g$ que age sobre um corpo atua efetivamente em um único ponto, denominado centro de gravidade (cg) do corpo. Neste caso, a palavra "efetivamente" significa que se as forças que agem sobre os elementos individuais fossem de alguma maneira desligadas e a força $\vec{F}_g$ fosse ligada no centro de gravidade, a força resultante e o torque resultante (em torno de qualquer ponto) atuantes sobre o corpo não se modificariam. Até agora, supomos que a força gravitacional $\vec{F}_g$ age no centro de massa (cm) do corpo. Isto é equivalente a supor que o centro de gravidade está no centro de massa. Lembre-se de que, para um corpo de massa M, a força $\vec{F}_g$ é igual a $M\vec{g}$, onde $\vec{g}$ é a aceleração que a força produziria se o corpo estivesse em queda livre. Na demonstração a seguir, mostraremos que: Se $\vec{g}$ for a mesma para todos os elementos de um corpo, o centro de gravidade do corpo (cg) coincide com o centro de massa do corpo (cm)". Não fica claro na formulação destes autores o que é postulado, o que é resultado experimental e o que é definição.

Já em LUCIE (1980, págs. 80 e 81) encontramos a seguinte afirmação depois de se analisar a força e o torque resultantes sobre um sistema de partículas interagindo com o campo gravitacional terrestre: "Mostramos assim que, *do ponto de vista da interação gravitacional*, um sistema de partículas em um campo *uniforme* é mecanicamente equivalente a uma partícula única de massa *M* igual à massa total do sistema, e que coincidiria com o centro de massa. Por essa razão, e nas condições descritas (sistema em um campo uniforme), o centro de massa coincide com o chamado "centro de gravidade" do sistema. Se o campo não for uniforme, o sistema não é geralmente equivalente a uma partícula única, no que diz respeito à interação gravitacional; nesse caso não é possível definir o centro de gravidade. É importante entender a diferença entre o conceito de centro de massa (que sempre existe) e o de centro de gravidade (que nem sempre existe)".

Mais adiante se faz o seguinte comentário (pág. 134): "Se o campo não for uniforme, não há, em geral, uma partícula única que faça o papel de "equivalente gravitacional". O conceito de centro de gravidade não tem então nenhum conteúdo físico". Desde que se entenda que o conceito de "mecanicamente equivalente" apresentado pelo autor se refere não apenas à força resultante sobre um corpo rígido, mas também ao torque resultante atuando sobre ele, é razoável esta apresentação.

TIPLER (1994, págs. 257-272) apresenta um capítulo sobre o Equilíbrio Estático de um Corpo Rígido. Na Seção 9.1, Condições de Equilíbrio, são apresentadas as condições necessárias para o equilíbrio estático de um corpo rígido: "1. A força externa resultante que atua sobre o corpo deve ser nula: $\mathbf{F}_{res} = 0$. 2. O torque externo resultante, em relação a qualquer ponto, deve ser nulo: $\tau_{res} = 0$". A Seção 9.2 chama-se O Centro de Gravidade. O autor considera então uma barra rígida sob a ação de duas forças F1 e F2 normais a ela atuando a distâncias x_1 e

x_2 de uma extremidade da barra. Então continua:

"A força $\sum \mathbf{F} = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_2}$ provocará o mesmo torque em relação a O se estiver aplicada a uma distância x_r, tal que

$$x_r \sum F = F_1 x_1 + F_2 x_2$$

9-3

"Podemos usar este resultado para mostrar que as forças da gravidade, exercidas sobre as diversas partes de um corpo, podem ser substituídas por uma única força, o peso total, que atua sobre um ponto que denominamos o centro de gravidade. Na Figura 9-3 dividimos um corpo em muitos outros menores. Se as divisões forem suficientemente pequenas, podemos considerar os pequeninos corpos como partículas. O peso de cada partícula é wi e o peso total do corpo é $\mathbf{W} = \sum \mathbf{w_i}$. Generalizando a Eq. 9-3 para este caso de várias forças paralelas e usando a relação $\sum \mathbf{F} = \mathbf{W}$, temos para o ponto de aplicação da força resultante X_{cg}

$$X_{cg} W = \sum_i w_i x_i$$

9-4

"A Eq. 9-4 define a coordenada x do centro de gravidade. O centro de gravidade é o ponto em que atua o peso total de um corpo de modo que o torque que ele provoca, em relação a qualquer ponto, seja igual ao torque provocado pelos pesos das partículas individuais que constituem o corpo."

"Se a aceleração da gravidade não variar sobre o corpo (como é quase sempre o caso), podemos escrever wi = mig e W = Mg e cancelar o fator comum g. Então,

$$X_{cg} Mg = \sum_i m_i g x_i$$

"ou

$$MX_{cg} = \sum_i m_i x_i$$

9-5

"Esta é a Eq. 7-3a, que dá a coordenada x do centro de massa. Então, quando a aceleração da gravidade não varia sobre um corpo, o centro de gravidade e o centro de massa coincidem."

Em nível superior avançado analisamos as obras de KANE e STERNHEIM (1980); GOLDSTEIN (1981); SYMON (1982); FEYNMAN, LEIGHTON e SANDS (1967); THORTON e MARION (1995); e FOWLES e CASSIDAY (1999).

FOWLES e CASSIDAY (1999) discutem apenas o centro de massa, não há menção nesta obra sobre o centro de gravidade, como se pode constatar ao verificar o índice remissivo bem como nos tópicos referentes a gravidade e centro de massa presentes no texto.

KANE e STERNHEIM (1980, pág. 64) definem o centro de gravidade da seguinte maneira: "O torque ao redor de qualquer ponto produzido pelo peso de um corpo é igual ao torque devido a um corpo concentrado de mesmo peso localizado em um ponto chamado de *centro de gravidade* (C.G.)". Para corpos simétricos de densidade uniforme este ponto seria o próprio centro geométrico. Caso contrário este ponto poderia ser encontrado experimentalmente segundo o autor usando-se o fato que, para um corpo em equilíbrio, a reta que contém o CG e o ponto de suspensão é sempre vertical e passa pelo CG. Utilizando a lei da alavanca o autor chega ainda em uma fórmula matemática para o CG análoga à apresentada acima. Substituindo o peso w por mg, sendo m a massa do corpo e g a aceleração da gravidade, ele observa que o fator g comum pode ser cancelado quando a aceleração da gravidade for constante e tiver a mesma direção para todas as partículas do corpo. Com isto não existirão diferenças entre o centro de gravidade e de massa. No mais são apresentadas as condições de equilíbrio, assim como o centro de gravidade nos seres humanos. O ser humano não é um corpo rígido. Logo o seu centro de gravidade não está localizado sempre no mesmo lugar em relação ao corpo. O centro de gravidade dependerá da posição instantânea das partículas do ser humano em questão, como discutido pelo autor.

GOLDSTEIN (1981, pág. 5) define matematicamente o centro de massa nos seguintes termos: "(...) definimos um vetor $\vec{R}$ como a média dos raios vetores das partículas, ponderados na proporção de suas massas:

$$\vec{R} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M} .$$

O vetor $\vec{R}$ define um ponto conhecido como o *centro de massa*, ou mais livremente como o centro de gravidade, do sistema". Esta formulação nos parece inadequada. Para falar do centro de gravidade ele não especificou resultados experimentais, não relacionou explicitamente a massa com o peso através da aceleração da gravidade etc. Também não explicou como se obter na prática o centro de gravidade de corpos sem simetria. Acreditamos que nenhum estudante conseguirá atingir a compreensão do conceito de centro de gravidade ao seguir apenas esta formulação.

Em THORTON e MARION (1995) não há referências sobre centro de gravidade. Ao longo do livro caracteriza-se apenas o conceito de centro de massa.

FEYNMAN, LEIGHTON e SANDS (1967, Cap. 19) iniciam a explicação sobre o centro de massa pela análise de movimentos genéricos de corpos sob ação do campo gravitacional terrestre. A demonstração do centro de massa é feita a partir da resultante de forcas do sistema, isto é, utilizando a mecânica newtoniana.

No capítulo seguinte retoma-se o tema. A localização do centro de massa é definida como:

$$\vec{R}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} .$$

São discutidos alguns aspectos deste conceito, como a necessidade do ponto não pertencer ao corpo, objetos constituídos por mais de uma parte, bem como objetos simétricos. Em seguida se afirma que o centro de massa é chamado algumas vezes de centro de gravidade pelo motivo de que, em muitos casos, a gravidade pode ser considerada uniforme.

Avalia-se também o caso de corpos extensos. Neste caso os autores afirmam que se o corpo for tão grande que a falta de paralelismo das forças gravitacionais passa a ser importante, então o centro onde se deve aplicar a força para equilibrá-lo não é simples de ser descrito, afastando-se ligeiramente do centro de massa. Nestes casos deve-se distinguir o centro de massa do centro de gravidade.

O desenvolvimento do tema por estes autores parte da mecânica newtoniana. Não são feitas discussões históricas nem apresentadas experiências específicas abordando o assunto. O mesmo vale para a maioria dos livros que analisamos.

Symon (1982, págs. 261, 291 e 292) discute inicialmente a estática de corpos rígidos. Afirma que para um corpo rígido estar em equilíbrio é necessário que a força resultante sobre ele seja nula, assim como o torque resultante também tem de ser nulo. Depois considera um caso particular em que o corpo está próximo da superfície da Terra. Mostra então que a força resultante é dada por $\vec{F} = M\vec{g}$, onde M é a massa total do corpo e $\vec{g}$ é a aceleração da gravidade que ele considera constante nesta situação. Mostra também que o torque resultante é dado por $\vec{R} \times M\vec{g}$, onde $\vec{R} = \left(\sum_i m_i \vec{r}_i \right) / M$ é o que ele definiu como sendo o vetor posição do centro de massa do sistema. Afirma então que como o torque total é dado pela força $M\vec{g}$ atuando no centro de massa, sendo este ponto também chamado de centro de gravidade. No caso de corpos de grandes dimensões afirma que como a aceleração da gravidade não vai ser a mesma para todos os pontos, o centro de gravidade não estará, em geral, no centro de massa do sistema. E conclui: "O caráter relativo do conceito de centro de gravidade o torna pouco útil, exceto no caso de uma esfera ou de um corpo em campo gravitacional uniforme. Para dois corpos de grandes dimensões, não se pode, em geral, definir centros de gravidade únicos, mesmo relativos um ao outro corpo, à exceção de casos especiais, como aqueles em que os corpos estão muito afastados, ou quando um deles é uma esfera". A apresentação deste livro é clara e com ela é possível chegar a uma boa formulação do conceito de centro de gravidade.

Conclusão

As definições apresentadas nos livros didáticos divergem entre si. Poucos livros fazem um levantamento histórico sobre o surgimento do conceito do centro de gravidade, não mencionando sequer Arquimedes com relação a este ponto. Em geral eles chegam ao conceito a partir da mecânica newtoniana. Não há problemas em relação a isto, mas seria interessante que fosse feita uma análise crítica do tema. Alguns livros chegam até mesmo a tomar o centro de gravidade como sendo sinônimo do conceito de centro de massa. Mas isto está bem distante da formulação de Arquimedes. Não há problemas com este procedimento, desde que o tema seja tratado com o devido cuidado.

Uma abordagem alternativa seria começar a discussão do tema apresentando experiências simples de equilíbrio de corpos rígidos. Seriam então observadas as principais propriedades observadas empiricamente. Com isto se poderia chegar à definição conceitual do centro de gravidade apresentada no início deste trabalho. Depois seria apresentada a lei empírica da alavanca. Só então se chegaria finalmente à expressão matemática do centro de gravidade. Esta abordagem está detalhada em Assis (2008a e 2008b).

Agradecimentos

Um dos autores (FMdMR) agradece à Pró-Reitoria de Pesquisa e ao Serviço de Apoio ao Estudante da Universidade Estadual de Campinas (PRP/SAE/UNICAMP) pela concessão de uma bolsa de iniciação científica durante a qual este trabalho foi concluído. Os autores agradecem aos assessores pelas sugestões construtivas relativas à primeira versão deste artigo.

Bibliografia

ASSIS, A. K. T. *Arquimedes, o Centro de Gravidade e a Lei da Alavanca*. Montreal: Apeiron, 2008a. ISBN: 978-0-9732911-7-9. Disponível em: http://www.ifi.unicamp.br/~assis/

ASSIS, A. K. T. *Archimedes, the Center of Gravity, and the First Law of Mechanics*. Montreal: Apeiron, 2008b. ISBN: 978-0-9732911-6-2. Disponível em: http://www.ifi.unicamp.br/~assis/.

DIJKSTERHUIS, E. J. *Archimedes*. Tradução: C. Dikshoorn. Princeton: Princeton University Press, 1987.

DUHEM, P. *The Origins of Statics*. Tradução: G. F. Leneaux, V. N. Vagliente e G. H. Wagener, com um prefácio de Stanley L. Jaki. Dordrecht: Kluwer, 1991.

FERRARO, N, G. e SOARES, P. A. T. *Aulas de Física* **1**. 8ª. ed. São Paulo: Atual, 2003.

FEYNMAN, R. P., LEIGHTON, R. B. e SANDS, M. *The Feynman Lectures on Physics*. Vol. 1. Reading: Addison-Wesley, 1967.

FOWLES, G. R. e CASSIDAY, G. L. *Analytical Mechanics*. 6ª. ed. Orlando: Harcourt Brace, 1999.

GOLDSTEIN, H. *Classical Mechanics*. 2ª. ed. Reading: Addison-Wesley, 1981.

HALLIDAY, D., RESNICK, R. e WALKER, J. *Fundamentos de Física*. Tradução: José Paulo Soares de Azevedo. 6ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002. Vol. 2: *Gravitação, Ondas e Termodinâmica*.

HEATH, T. L. *A History of Greek Mathematics*, Vol. II: From Aristarchus to Diophantus. Oxford: Clarendon Press, 1921.

HEATH, T. L. (editor), *The Works of Archimedes*. New York: Dover, 2002. Editado em notação moderna com capítulos introdutórios de T. L. Heath, com um suplemento, *The Method of Archimedes*, descoberto recentemente por Heiberg. Reimpressão integral da edição de 1897, com o suplemento de 1912.

KANE, J. W. e STERNHEIM, M. M. *Physics*. New York: John Wiley & Sons. 1980.

LUCIE, P. *Física Básica*. Vol. 2: *Mecânica*. Rio de Janeiro: Campus, 1980.

MÁXIMO, A. e ALVARENGA, B. *Curso de Física*, 6ª. ed. São Paulo: Scipione, 2006. Vol. 1.

MUGLER, C. *Les Oeuvres d'Archimède*. Paris: Budé, 1971. Vol. 2: *Des Spirales, De l'Équilibre des Figures Planes, L'Arénaire, La Quadrature de la Parabole*.

PARANÁ D. N. *Física*. 6ª. ed. São Paulo: Ática, 2004.

SAMPAIO, J. L. e CALÇADA, C. S. *Física*. São Paulo: Atual, 2003.

SYMON, K. R. *Mecânica*. Tradução: Gilson Brand Batista. Rio de Janeiro: Campus 1982.

THORTON, S. T. e MARION, J. B. *Classical Dynamics of Particles and Systems*. 4ª. ed. San Diego: Harcourt College Publishers, 1995.

TIPLER, P. A. *Física*. 3ª ed. Tradução: Horácio Macedo. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1994. Vol. 1: *Mecânica*.

André K. T. Assis é professor do Insituto de Física da Unicamp. E-mail: assis@ifi.unicamp.br. Homepage: http://www.ifi.unicamp.br/~assis/

Fábio M. d. M. Ravanelli é estudante do curso de Física da Unicamp. E-mails: famatos@ifi.unicamp.br e fabioravanelli@hotmail.com