

# Comparação entre a Mecânica Relacional e a Relatividade Geral de Einstein

ANDRÉ KOCH TORRES ASSIS

*Instituto de Física “Gleb Wataghin”, Universidade Estadual de Campinas,  
C.P. 6165, 13083-970 Campinas, SP  
assis@ifi.unicamp.br, <http://www.ifi.unicamp.br/~assis>*

## *Resumo*

Apresenta-se o conceito de inércia como formulado por Newton e dois resultados fundamentais que obteve com sua lei da gravitação universal: a força resultante exercida por uma casca esférica num ponto material dentro ou fora dela. Utilizam-se estes resultados para analisar sua famosa experiência do balde. Discutem-se as críticas de Mach à formulação newtoniana da inércia e sua interpretação da experiência do balde. Apresentam-se as opiniões de Einstein sobre estes temas e os resultados obtidos com a Relatividade Geral. Comparam-se criticamente estes resultados com aqueles obtidos pela força de Weber para a gravitação.

## *Abstract*

The concept of inertia, as formulated by Newton, is presented, as well as two fundamental results he obtained with his universal law of gravitation: the resultant force exerted by a hollow shell on points inside and outside it. These results are used to analyze his famous bucket experiment. Mach's criticisms to the Newtonian formulation of inertia and his interpretation of the bucket experiment are discussed. We then present Einstein's opinions on this subject and the results obtained with General Relativity. These results are critically compared with those obtained by applying Weber's force to gravitation.

## **1. Introdução**

Neste trabalho faz-se uma comparação entre a Mecânica Relacional (ASSIS 1998) e a Teoria da Relatividade Geral de Einstein. Apresenta-se aqui a base da Mecânica Newtoniana e as críticas apresentadas por Ernst Mach. Em seguida alguns resultados da Relatividade Geral de Einstein são comparados com os da Mecânica Relacional. Por último discute-se o princípio das proporções físicas.

## 2. Mecânica Newtoniana

Isaac Newton (1642-1713) apresentou as bases de sua Mecânica no livro *Princípios Matemáticos de Filosofia Natural*, publicado em 1687 (NEWTON [1687] 1990). Este livro é em geral conhecido por seu primeiro nome em latim, *Principia*. Ele começa com 8 definições, sendo a primeira a de quantidade de matéria, que Newton define como o produto da densidade pelo volume do corpo. É a esta quantidade que Newton vai se referir pelo nome de massa ou corpo, sendo aquilo que hoje em dia chama-se de massa inercial. Define depois a quantidade de movimento (ou momento linear) como o produto da massa pela velocidade. Sua terceira definição é a de *vis insita* ou de força inata da matéria, que considera como “um poder de resistir, através do qual todo corpo, estando em um determinado estado, mantém esse estado, seja ele de repouso ou de movimento uniforme em linha reta” (NEWTON [1687] 1990, p. 2). Em seguida aparecem mais cinco definições.

Após as definições, Newton apresenta um escólio onde distingue os conceitos de tempo absoluto e relativo, assim como os conceitos de espaço absoluto e relativo. Tempo relativo é o que se refere ao movimento relativo entre os corpos (o dia como uma rotação do conjunto de estrelas fixas ao redor da Terra etc.) Já o tempo absoluto, que deve ser usado nas leis de Newton, é considerado por ele como fluindo uniformemente sem relação com qualquer coisa externa. O espaço relativo é obtido por comparação com os corpos (um corpo pode estar acima ou abaixo da superfície da Terra, os astrônomos determinam a posição dos planetas em relação ao pano de fundo das estrelas fixas etc.). Já o espaço absoluto, que deve ser usado nas leis de Newton, é considerado por ele como imóvel e sem relação com qualquer coisa externa.

Newton apresenta então suas três leis de movimento. Sua segunda lei do movimento afirma: “A mudança de movimento é proporcional à força motora imprimida, e é produzida na direção da linha reta na qual aquela força é imprimida” (NEWTON [1687] 1990, pp. 15-6). Em linguagem vetorial,  $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt = d(m\mathbf{v})/dt$ , onde  $\mathbf{F}$  é a força resultante,  $m$  é a massa do corpo,  $\mathbf{v}$  sua velocidade em relação ao espaço absoluto,  $t$  é o tempo e  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$  é a quantidade de movimento ou momento linear do corpo.

Após as três leis, Newton apresenta alguns corolários. O primeiro é a lei do paralelogramo das forças ou das acelerações e o quinto aquele que introduz os referenciais inerciais (embora Newton não utilize este nome). Nas suas palavras:

O movimento dos corpos encerrados em um dado espaço são os mesmos entre si, esteja esse espaço em repouso, ou se movendo uniformemente em uma linha reta sem qualquer movimento circular. (NEWTON [1687] 1990, p. 23).

Ou seja, pode-se utilizar as leis de Newton não apenas no espaço absoluto mas em qualquer referencial que move-se uniformemente em relação ao espaço absoluto.

Para poder aplicar suas leis, Newton necessita de expressões de força. A mais famosa delas é devida a ele mesmo, a lei da gravitação universal, apresentada também no *Principia*. Ela é proporcional ao produto das massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os corpos, apontando na reta que os une.

Na primeira parte do *Principia* Newton prova dois teoremas fundamentais do ponto de vista cosmológico, Teoremas XXX e XXXI. Eles se aplicam à força gravitacional de Newton. Estas são as Proposições LXX e LXXI da Seção XII, “As forças atrativas de corpos esféricos”. O primeiro teorema diz o seguinte:

Se para cada ponto de uma superfície esférica tenderem forças centrípetas iguais, que diminuem com o quadrado das distâncias a partir desses pontos, afirmo que um corpúsculo localizado dentro daquela superfície não será atraído de maneira alguma por aquelas forças (NEWTON [1687] 1990, p. 221).

O segundo teorema afirma que se o corpo está fora da casca, será atraído com uma força que cai com o quadrado da distância ao centro da casca (ou seja, como se toda a casca estivesse concentrada em seu centro). O teorema XXX é fundamental para que se possa desprezar a influência das estrelas distantes sobre os corpos do sistema solar, já que elas estão distribuídas mais ou menos aleatoriamente sobre o céu, e então suas forças gravitacionais mútuas cancelam-se. O segundo teorema permite tratar o Sol e a Terra, por exemplo, como corpos pontuais quando considera-se suas interações com corpos externos.

Newton sabia que seus conceitos de espaço e tempo absolutos eram problemáticos. Logo no início do *Principia* apresenta sua experiência do balde, que lhe permite dar uma sustentação empírica para estes conceitos abstratos. Citam-se aqui as palavras de NEWTON ([1687] 1990, pp. 11-2):

Os efeitos que distinguem movimento absoluto de relativo são as forças que agem no sentido de provocar um afastamento a partir do eixo do movimento circular. Pois não há tais forças em um movimento circular puramente relativo; mas em um movimento circular verdadeiro e absoluto elas são maiores ou menores, dependendo da quantidade do movimento. Se um recipiente, suspenso por uma longa corda, é tantas vezes girado, a ponto de a corda ficar fortemente torcida, e então enchido com água e suspenso em repouso junto com a água; a seguir, pela ação repentina de outra força, é girado para o lado contrário e, enquanto a corda desenrola-se, o recipiente continua no seu movimento por algum tempo; a superfície da água, de início, será plana, como antes de o recipiente começar a se mover; mas depois disso, o recipiente, por comunicar gradualmente o seu movimento à água, fará com que ela comece nitidamente a girar e a afastar-se pouco a pouco do meio e a subir pelos lados do recipiente, transformando-se em uma figura côncava (conforme eu mesmo experimentei), e quanto mais rápido se torna o movimento, mais a água vai subir, até que, finalmente, realizando suas rotações nos mesmos tempos que o recipiente, ela fica em repouso relativo

nele. Essa subida da água mostra sua tendência a se afastar do eixo de seu movimento; e o movimento circular verdadeiro e absoluto da água, que aqui é diretamente contrário ao relativo, torna-se conhecido e pode ser medido por esta tendência. De início, quando o movimento relativo da água no recipiente era máximo, não havia nenhum esforço para afastar-se do eixo; a água não mostrava nenhuma tendência à circunferência, nem nenhuma subida na direção dos lados do recipiente, mas mantinha uma superfície plana, e, portanto, seu movimento circular verdadeiro ainda não havia começado. Mas, posteriormente, quando o movimento relativo da água havia diminuído, a subida em direção aos lados do recipiente mostrou o esforço dessa para se afastar do eixo; e esse esforço mostrou o movimento circular real da água aumentando continuamente, até ter adquirido sua maior quantidade, quando a água ficou em repouso relativo no recipiente. E, portanto, esse esforço não depende de qualquer translação da água com relação aos corpos do ambiente, nem pode o movimento circular verdadeiro ser definido por tal translação. Há somente um movimento circular real de qualquer corpo em rotação, correspondendo a um único poder de tendência de afastamento a partir de seu eixo de movimento, como efeito próprio e adequado; mas movimentos relativos, em um mesmo e único corpo, são inumeráveis, de acordo com as diferentes relações que ele mantém com corpos externos e, como outras relações, são completamente destituídas de qualquer efeito real, embora eles possam talvez compartilhar daquele único movimento verdadeiro.

Ou seja, quando a água e o balde estão em repouso em relação à Terra, a superfície da água é plana. Vamos chamar a este de caso I. Quando a água e o balde giram juntos com velocidade angular constante em relação à Terra, a superfície da água é côncava (fazendo-se as contas obtém-se um parabolóide de revolução). Vamos chamar a este de caso II. Qual é o motivo para este comportamento diferente? É a rotação da água em relação a qual entidade física? Que não é o balde o responsável pela diferença entre os casos I e II é fácil concluir, observando que não há movimento relativo entre eles nos dois casos. Qualquer que seja a força que o balde faz na água no caso I, continua a ser a mesma no caso II, já que a situação relativa entre eles não mudou. Poderia ser a rotação da água em relação à Terra a responsável pelo efeito já que a água está parada em relação à Terra no caso I e girando em relação a ela no caso II. Mas de acordo com o Teorema XXXI de Newton, a Terra puxa a água só verticalmente para baixo, tanto no caso I quanto no caso II. Isto é devido ao fato de que a lei de Newton da gravitação não depende da velocidade nem da aceleração entre os corpos. A responsável pelo efeito poderia ser a rotação da água em relação ao Universo distante, já que mudou a rotação da água em relação às estrelas distantes entre os casos I e II. Mas pelo Teorema XXX de Newton, o conjunto dos corpos distantes não exerce força resultante sobre a água, tanto no caso I quanto no caso II, por estarem os corpos distribuídos por todos os lados do céu (logo suas forças gravitacionais anulam-se mutuamente). Mas foi a rotação da água em relação a alguma coisa no caso II o responsável pelo efeito. Como esta alguma coisa, na

Teoria Newtoniana, não era o balde, a Terra e nem os corpos celestes distantes, Newton só podia concluir que o motivo da diferença entre os casos I e II era uma rotação em relação ao espaço vazio desvinculado dos corpos materiais, a que deu o nome de espaço absoluto.

Na Mecânica Newtoniana, explica-se quantitativamente a curvatura da água utilizando-se  $F = ma$  num referencial inercial ou utilizando-se a força centrífuga num referencial que gira com o balde e com a água (ou seja, num referencial não inercial). Na formulação clássica, tanto o termo  $ma$  quanto a força centrífuga não têm nenhuma ligação com o Universo distante. Isto é, pode-se dobrar a quantidade de estrelas ou galáxias, ou mesmo fazer com que elas sejam aniquiladas e desapareçam do Universo, que a concavidade da água não vai ser alterada em nada por isto.

### 3. Críticas de Ernst Mach

Ernst Mach (1838-1916) criticou a formulação de Newton em seu livro *A Ciência da Mecânica*, de 1883 (MACH [1883] 1960). Ao invés de referir as leis de Newton ao espaço vazio desvinculado de qualquer corpo material, Mach insistia em referir a lei da inércia à Terra e, no caso de movimentos de grande extensão espacial e temporal, às estrelas fixas. Ou seja, um corpo livre vai permanecer em repouso ou em movimento retilíneo em relação à Terra (ou em relação às estrelas fixas, quando for necessária uma precisão maior ou para estudar o movimento da própria Terra). Também mantinha que apenas o tempo relativo pode aparecer nas leis da Mecânica, dado, por exemplo, pelo ângulo de rotação da Terra em relação às estrelas fixas.

Criticou o conceito newtoniano de massa, mantendo que vem da experiência que os corpos ao interagirem causam acelerações opostas uns aos outros (acelerações em relação ao referencial das estrelas fixas). Definia a razão de massas pela razão inversa das acelerações que causavam entre si (ao invés de utilizar o produto da densidade pelo volume).

Em relação à experiência do balde, sustentava que apenas movimentos relativos são observados e, portanto, apenas eles devem entrar nas leis da Física. Duas frases que ilustram seu ponto de vista são: “Os princípios da Mecânica podem, de fato, ser concebidos tal que mesmo para rotações relativas surgem as forças centrífugas”, e “Tente fixar o balde de Newton e girar o céu das estrelas fixas e então prove a ausência de forças centrífugas.”

Na Mecânica Newtoniana, se deixarmos o balde com água parado em relação à Terra e girarmos o conjunto das estrelas distantes (em relação à Terra e ao balde com água) ao redor do eixo do balde, nada deve acontecer na superfície da água de acordo com o Teorema XXX de Newton. Já para Mach, a água deve subir pelas paredes do balde assim como na experiência original de Newton, desde que a

velocidade angular relativa entre a água e as estrelas distantes seja a mesma nos dois casos.

A idéia de que a inércia de qualquer corpo (sua massa inercial ou sua resistência a sofrer acelerações) é devida a uma interação com o Universo distante passou a ser conhecida como “princípio de Mach”.

Apesar de Mach ter apresentado estas idéias, não chegou a implementá-las matematicamente. Para isto teria de mostrar que, ao se girar o conjunto das estrelas distantes ao redor da Terra, apareceria uma força centrífuga real que empurraria a água para as paredes do balde e que achataria a Terra nos pólos. Teria que mostrar que apareceria também uma força de Coriolis real que mudaria o plano de oscilação do pêndulo de Foucault. Nada disto acontece com a lei de Newton da gravitação e Mach não ofereceu nenhuma alternativa concreta, embora suas idéias tenham servido de estímulo e inspiração a diversos cientistas desde então.

#### 4. Relatividade Geral de Einstein

Albert Einstein (1879-1955) foi altamente influenciado pelo livro de Mach, como afirmou diversas vezes. Formulou a Teoria da Relatividade Geral em 1916 tendo como objetivo a incorporação quantitativa do princípio de Mach. A clareza com que percebeu o princípio de Mach foi expressa por ele no livro *O Significado da Relatividade*, de 1922. Lá afirma (EINSTEIN [1922] 1958, p. 123):

Que é que poderá esperar-se do desenvolvimento do pensamento de Mach?

- 1.º A inércia de um corpo deve aumentar se se acumulam na sua vizinhança massas ponderáveis.
- 2.º Um corpo deve sofrer uma força aceleradora quando massas vizinhas são aceleradas; a força deve ser do mesmo sentido que a aceleração.
- 3.º Um corpo em movimento de um movimento de rotação deve produzir no seu interior um “campo de Coriolis” que faz com que corpos em movimento sejam desviados no sentido da rotação; deve ainda produzir um campo de forças centrífugas radial.

Ainda de acordo com Einstein, uma quarta consequência que se deve esperar de qualquer teoria incorporando o princípio de Mach é: 4. Um corpo num Universo vazio não deve ter inércia; ou, toda a inércia de qualquer corpo tem de vir de sua interação com outras massas do Universo.

O significado do primeiro ponto pode ser ilustrado com um exemplo simples. Se vamos a um lugar descampado e deixamos cair uma maçã no vácuo, sua aceleração de queda é  $a_1 = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Se a trazemos para dentro de uma casca de concreto (ou para dentro de uma casa, por exemplo), e a soltamos livremente novamente, sua aceleração de queda deve diminuir de acordo com Einstein, isto é:  $a_2 < a_1$ .

Matematicamente, isto pode ser ilustrado com a Mecânica Newtoniana da seguinte forma. Em queda livre, a única força atuando sobre a maçã é seu peso  $P$  (que vem da força gravitacional de Newton, da maçã interagindo com a Terra). Da segunda lei de Newton vem  $P = ma$ , de tal forma que  $a = P/m$ . Se aumentamos a inércia do corpo (sua massa inercial  $m$ ) ao cercá-lo pela casca esférica de concreto, então sua aceleração de queda tem que diminuir. Esta idéia é de fato intuitiva e plausível de acordo com o princípio de Mach. Isto é, se a inércia de uma partícula vem de sua interação com o Universo distante, então se aglomeramos corpos ao redor da partícula sua inércia tem que aumentar.

Einstein morreu acreditando que este efeito acontecia na Relatividade Geral. Mas desde 1962, com o trabalho de BRANS (1962), sabe-se que este efeito não acontece na Relatividade Geral, assim como não acontecia na Mecânica Newtoniana. Isto é, nestas duas teorias vem que  $a_2 = a_1$ .

A segunda conseqüência acontece na Relatividade Geral, mas sua interpretação não é única (REINHARDT 1973).

A terceira conseqüência aparece na Relatividade Geral, como foi obtido por Thirring em 1918 e 1921 (MASHHOON *et al.* 1984). Isto é, quando se calcula com a Relatividade Geral a força gravitacional exercida por uma casca esférica de massa  $M$  e raio  $R$  girando com uma velocidade angular constante, atuando sobre um corpo de prova em seu interior, obtêm-se termos tipo centrífugo e de Coriolis. Só que as forças tipo centrífuga e de Coriolis que aparecem não têm os coeficientes devidos (se fixamos a centrífuga para que coincida, após a integração da expressão de Thirring em todo o Universo conhecido, com o termo newtoniano, a força tipo Coriolis da Relatividade Geral vai ficar 5 vezes maior do que a força de Coriolis da Mecânica Newtoniana). Além disto, aparece uma força axial (na direção da velocidade angular) que não tem correspondente na Mecânica Newtoniana. Isto é, não há nenhuma força fictícia que se comporta como ela em referenciais não inerciais. Por isto este termo é considerado espúrio.

A conseqüência de tudo isto é que a Relatividade Geral de Einstein não consegue explicar a experiência do balde de Newton em todos os referenciais. Se estamos no referencial das estrelas fixas, a concavidade da água quando está girando em relação às estrelas não tem nenhuma relação com as estrelas e galáxias distantes. Isto é, pode-se dobrar ou dividir por dois a quantidade de estrelas e galáxias, que a concavidade não vai ser alterada. Mas se analisamos o mesmo problema no referencial que gira com o balde e com a água, a situação muda na Relatividade Geral. Neste referencial observam-se as estrelas e galáxias girando ao redor do balde. De acordo com a força de Thirring, elas vão exercer uma força gravitacional real sobre a água, de tal forma que a concavidade da água passa a depender da quantidade e distribuição de estrelas e galáxias que existem no Universo. Isto é certamente insatisfatório, pois é a mesma situação, apenas analisada em referenciais diferentes. Num referencial os corpos celestes distantes não influenciam o comportamento local, sendo que isto já não acontece no referencial que gira com a água! Isto só acontece na teoria de Einstein.

A quarta conseqüência também não acontece na teoria de Einstein. Einstein mostrou que suas equações de campo levam à conseqüência de que uma partícula teste num Universo vazio tem propriedades inerciais. Mesmo com a introdução do termo cosmológico, de Sitter foi capaz de encontrar soluções das equações de campo modificadas na ausência de matéria. Gödel encontrou também soluções das equações de Einstein em que o Universo como um todo está girando (como alguma coisa não pode girar em relação a si próprio, isto significa que tinha de estar girando em relação ao espaço vazio). Nada disto faz sentido de acordo com o princípio de Mach.

## 5. Mecânica Relacional

A Mecânica Relacional oferece uma implementação quantitativa do princípio de Mach por um caminho alternativo à Teoria da Relatividade Geral de Einstein. Os detalhes matemáticos podem ser encontrados em ASSIS (1998). Aqui apresentam-se apenas as idéias, conceitos e conclusões gerais.

A essência da Mecânica Relacional é o postulado de equilíbrio dinâmico: a soma de todas as forças de qualquer natureza (gravitacional, elétrica, magnética, elástica, nuclear etc.) agindo sobre qualquer corpo é sempre nula em todos os sistemas de referência. Para implementar este postulado, assume-se como interações eletromagnéticas e gravitacionais leis como as propostas por Wilhelm Weber (ASSIS 1995). Esta é uma força central como a de Newton, que satisfaz o princípio de ação e reação, e aponta ao longo da reta unindo os corpos. Além disto, é completamente relacional, ou seja, depende apenas da distância entre os corpos  $r$ , e de suas derivadas temporais ( $dr/dt$  e  $d^2r/dt^2$ ). Por isto ela tem o mesmo valor numérico em todos os sistemas de referência.

Para derivar a equação de movimento de uma partícula teste é necessário calcular sua interação com o Universo distante. Aqui vem a principal diferença em relação as Mecânicas newtoniana e einsteiniana. Vamos supor um referencial no qual uma casca esférica de massa  $M$  e raio  $R$  está em repouso. Se temos uma partícula de prova de massa  $m$  sendo acelerada em seu interior por outros corpos, então a força gravitacional exercida pela casca sobre a partícula, de acordo com a força de Weber, é dada por  $-Kma$ . Nesta expressão  $K$  é uma constante que depende do raio e massa da casca e o termo  $a$  é a aceleração da partícula em relação a casca. Tanto na Mecânica de Newton quanto na de Einstein, esta força deveria ser nula. Para estudarmos a queda livre de uma maçã, por exemplo, na Mecânica Relacional, tem-se de integrar sua interação com todo o Universo conhecido. Ao fazer isto, obtém-se uma expressão análoga à segunda lei do movimento de Newton, mas com várias vantagens. Em primeiro lugar, deriva-se o princípio de equivalência, isto é, a proporcionalidade entre as massas inerciais e gravitacionais. Deriva-se também o fato de que o melhor referencial inercial é o referencial das galáxias distantes. Ao integrar-se de forma análoga a energia potencial de Weber, deriva-se também a

energia cinética como uma energia gravitacional de qualquer corpo interagindo com o Universo distante. Deriva-se também uma relação entre a constante gravitacional  $G$ , a constante de Hubble e a densidade de matéria do Universo, relação esta que já era conhecida desde a década de 30 com Dirac, sem que houvesse uma explicação plausível para ela. Deriva-se também as forças centrífuga e de Coriolis em todos os referenciais em que o Universo distante está girando.

Na Seção 8.5 de ASSIS (1998), mostra-se detalhadamente que todos os quatro pontos levantados por Einstein, que vimos anteriormente, são incorporados na Mecânica Relacional. Além disto, na Mecânica Relacional a explicação da concavidade do balde é sempre devida a uma rotação relativa entre a água e os corpos celestes distantes. A concavidade passa a ser vista como um efeito de interação gravitacional entre a água e o Universo distante quando há uma rotação relativa entre eles. Ou seja, mostra-se matematicamente que mesmo quando o balde com água está parado em relação à Terra e gira-se as estrelas e galáxias distantes ao redor do eixo do balde, que a água vai subir pelas paredes do balde tomando uma forma parabólica. Isto é, pela primeira vez há uma teoria que implementa matematicamente o princípio de Mach.

## 6. Princípio das Proporções Físicas

Na questão da experiência do balde, a idéia de Mach pode ser colocada nos seguintes termos: situações cinematicamente equivalentes têm que ser dinamicamente equivalentes. Se quando Newton girou o balde com água, em relação à Terra e às estrelas fixas, a superfície da água ficou côncava, então ela também tem que ficar côncava se deixarmos o balde e a água parados e girarmos ao contrário a Terra e o conjunto das estrelas fixas com a mesma velocidade angular ao redor do eixo do balde. Como as duas situações são cinematicamente equivalentes, ou seja, com o mesmo movimento relativo entre a água e as estrelas, não pode ser possível diferenciá-las dinamicamente. Isto é, se a água sobe para as paredes num caso, então também tem que subir no outro caso. Viu-se aqui que isto não ocorre na Mecânica Newtoniana (o Universo girando não exerce força centrífuga, de acordo com a lei de Newton da gravitação) e nem na Mecânica Einsteiniana (a força de Thirring apresenta coeficientes diferentes do esperado e um termo espúrio que quebra a simetria entre as duas situações). Por outro lado, isto é implementado quantitativamente na Mecânica Relacional. Em termos mais amplos, mostra-se apenas com a Mecânica Relacional que as visões de mundo ptolomaica e copernicana são equivalentes não apenas do ponto de vista visual mas também dinâmico (a Terra se achata nos dois pontos de vista, o pêndulo de Foucault precessa do mesmo jeito nestes dois paradigmas, etc.)

Há outros aspectos embutidos no princípio de Mach que valem a pena ser discutidos aqui. MACH ([1883] 1960, p. 279) afirma: “Todas as massas e todas as velocidades e, conseqüentemente, todas as forças, são relativas”. Isto é implemen-

tado na Mecânica Relacional com o princípio de equilíbrio dinâmico. Como parte-se do pressuposto de que a soma de todas as forças atuando sobre um corpo é sempre nula, apenas razões de forças vão interessar. Ou seja, nunca vai-se conhecer o valor absoluto de nenhuma força, apenas quantas vezes uma força é maior do que outra.

Generalizam-se aqui estas idéias propondo-se o *princípio das proporções físicas*: “Os fenômenos físicos só podem depender da razão de grandezas físicas, mas não do valor absoluto de qualquer uma delas.” Grandezas físicas são as quantidades que aparecem nas leis da Física, como distância entre corpos, tempo entre eventos, massas gravitacionais, cargas elétricas, correntes elétricas, pressões, temperaturas etc. E os fenômenos físicos são as coisas observadas ou medidas relativas a estas grandezas.

Este princípio não é satisfeito na Mecânica Newtoniana, nem na Einsteiniana. Vamos ilustrar isto aqui com o conceito de massa ou de densidade. Vamos supor um referencial inercial no qual o conjunto das galáxias distantes está em repouso (ou seja, não está girando nem tem uma aceleração como um todo em relação a este referencial). Se analisamos a queda livre de um corpo sobre a superfície da Terra, sua aceleração de acordo com a Mecânica Newtoniana é dada por  $GmM/R^2 = ma$ , onde  $G$  é a constante gravitacional,  $M$  a massa da Terra,  $m$  a massa do corpo e  $R$  o raio da Terra. Daqui vem que a aceleração de queda é dada por:  $a = GM/R^2$ . Ou seja, não depende da massa do corpo de prova. Sabe-se isto desde Galileu: uma moeda e uma pena caem juntos no vácuo. Por outro lado, esta aceleração depende de forma absoluta da massa da Terra, e não de uma razão de massas. Vamos supor várias situações onde sempre mantemos as distâncias e tamanhos constantes, mudando apenas as massas (ou seja, onde mudamos apenas as densidades). Vamos usar como padrão de massa o corpo depositado em Sèvres, França, que por definição vai ter sempre a massa igual a 1 kg. Situação (A): Uma maçã de 100 gramas sofre uma aceleração de queda livre na superfície da Terra de  $9,8 \text{ m/s}^2$ . A massa da Terra é de  $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  e vamos colocar o Sol como um representante de um corpo celeste qualquer, com massa de  $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ . Situação (B): Se dividimos por dois a massa da maçã (comparada com o corpo padrão), mantendo inalteradas a massa da Terra e de todos os corpos celestes, então vem da experiência de Galileu que a aceleração de queda livre não muda, continua de  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Situação (C): O que acontece se deixamos a massa da maçã inalterada como no caso (A), mas dobramos (comparada com o corpo padrão) a massa da Terra e a de todos os corpos celestes? Como estamos supondo as distâncias e tamanhos inalterados, isto é análogo a dobrar a densidade da Terra e dos corpos celestes. Da relação newtoniana acima vem que a aceleração da maçã tem de dobrar, pois depende apenas da massa da Terra. Mas pelo princípio das proporções físicas vem que a situação (B) é totalmente equivalente à situação (C). Isto devido ao fato de que a razão da massa da maçã para a massa da Terra no caso (B) é igual à razão da massa da maçã para a massa da Terra no caso (C), ou seja,  $100/(6 \cdot 10^{24})$  nas duas situações. O mesmo vale para as razões da massa da maçã para a massa de

qualquer corpo celeste como o Sol,  $100/(2 \cdot 10^{30})$ , ou para a razão entre a massa da Terra e a de qualquer corpo celeste como o Sol:  $6 \cdot 10^{24}/(2 \cdot 10^{30})$ . Estes números adimensionais são os mesmos nos casos (B) e (C). Como as razões das massas no caso (B) são iguais às razões das massas no caso (C), vem por este princípio que os efeitos físicos têm que ser os mesmos nos dois casos. Como o efeito físico que é observado é a aceleração de queda, ela tem de ser a mesma nos dois casos. Na Mecânica Clássica isto não ocorre pois  $G$  é considerada uma constante fundamental que não é afetada pelas massas ou distribuição dos corpos celestes distantes. O mesmo acontece na Relatividade Geral de Einstein, pois Brans mostrou que cascas esféricas paradas não exercem qualquer influência sobre os corpos internos. Ou seja, dobrando ou não as massas dos corpos celestes não afeta em nada os fenômenos ocorrendo na Terra, nem afeta  $G$ . Já na Mecânica Relacional a aceleração nos três casos vai ser de  $9,8 \text{ m/s}^2$  (ASSIS 1998, cap. 9).

Outra maneira de exprimir este princípio é a de que se aumentamos na mesma taxa todas as grandezas similares, os efeitos físicos vão ficar inalterados. Por exemplo, se dobramos a massa de todos os corpos, todos os efeitos (como aceleração de queda livre, distensão de uma balança de molas etc.) têm que continuar os mesmos. Isto é implementado na Mecânica Relacional mas não nas Teorias Newtoniana nem Einsteiniana. O mesmo tem que acontecer com todas as outras grandezas. Por exemplo, se triplicarmos todas as cargas (ou correntes elétricas, ou tamanhos, ou temperaturas, etc.) do Universo, não pode ser possível perceber isto. Se alguma teoria prevê efeitos perceptíveis nestes casos, deve estar incompleta em seus fundamentos.

Teorias que não implementam o princípio das proporções físicas não são compatíveis com o princípio de Mach. É extremamente interessante analisá-las sob este ponto de vista, pois assim pode-se tentar modificá-las para incorporar este princípio, ganhando-se uma grande intuição física no processo. Com isto também pode-se prever novos efeitos físicos a serem testados em laboratório.

## 7. Conclusão

Apresentaram-se aqui os elementos principais da Teoria Newtoniana e as críticas a esta formulação feitas por Mach. Em seguida, apresentaram-se os elementos da Teoria da Relatividade Geral de Einstein e mostrou-se que ela não incorpora o princípio de Mach. Por último analisou-se a Mecânica Relacional, enfatizando a implementação quantitativa das idéias de Mach, assim como do princípio das proporções físicas. Espera-se com este trabalho motivar outras pessoas a analisar os diversos aspectos discutidos aqui.

## Referências Bibliográficas

- ASSIS, A.K.T. (1995), *Eletrodinâmica de Weber – Teoria, Aplicações e Exercícios*. Campinas: Ed. da Unicamp. Versão em inglês: *Weber's Electrodynamics*. Dordrecht: Kluwer, 1994.
- (1998), *Mecânica Relacional*. (Coleção CLE 22.) Campinas: Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência – Unicamp. Versão em inglês: *Relational Mechanics*. Montreal: Apeiron, 1999.
- BRANS, C.H. (1962), ‘Mach’s Principle and the Locally Gravitational Constant in General Relativity’, *Physical Review* 125, 388-96.
- EINSTEIN, A. ([1922] 1958), *O Significado da Relatividade*. Trad. da 5ª edição em inglês por M. Silva. Coimbra: A. Amado. Original em alemão: *Vier Vorlesungen über Relativitätstheorie*. Braunschweig: Vieweg, 1922. Trad. para o inglês: *The Meaning of Relativity: Four lectures delivered at Princeton University, May, 1921*. Trad. de Edwin P. Adams. Princeton: Princeton University Press, 1922; Londres: Methuen, 1922.
- MACH, E. ([1883] 1960), *The Science of Mechanics*. La Salle: Open Court. Orig. em alemão: *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*. Leipzig: F.A. Brockhaus.
- MASHHOON, B.; HEHL, F.H. & THEISS, D.S. (1984), ‘On the Gravitational Effects of Rotating Masses: the Thirring-Lense Papers’, *General Relativity and Gravitation* 16, 711-50.
- NEWTON, I. (1687), *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Londres: S. Pepys. Tradução para o inglês: *Mathematical Principles of Natural Philosophy*, in *Great Books of the Western World*, v. 372. Chicago: Encyclopaedia Britannica, 1952, pp. 1-372. Tradução para o português: *Princípios Matemáticos de Filosofia Natural*, v. 1. Trad. de T. Ricci, L.G. Brunet, S.T. Gehring e M.H.C. Célia. São Paulo: Nova Stella/Edusp, 1990.
- REINHARDT, M. (1973), ‘Mach’s Principle – A Critical Review’, *Zeitschritte für Naturforschung A* 28, 529-537.