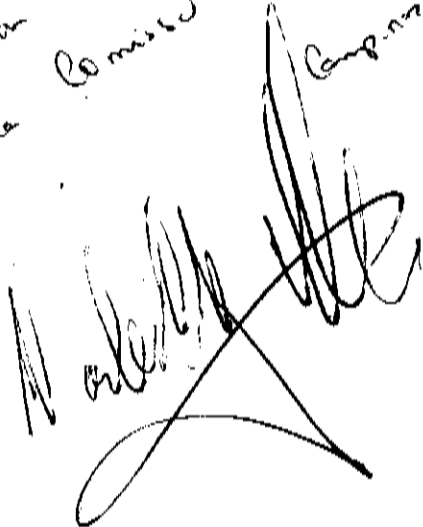


"ASTRONOMIA DE RÉGUA E COMPASSO:
DE KEPLER A PTOLOMEU

Marcos Cesar Danhoni Neves

*Este exemplar corresponde a
redação final da Tese
defeendida pelo aluno Marcos
Cesar Danhoni Neves, aprovada
pela Comissão Julgadora,
Campinas, 06 de Agosto de 1986.*



Tese apresentada ao Instituto
de Física "Gleb Wataghin"
para a obtenção do título
de MESTRE.

Orientador: Prof. Dr. Carlos A. Arguello

DEPARTAMENTO DE FÍSICA DO ESTADO SÓLIDO E CIENCIA
DOS MATERIAIS - UNICAMP

CAMPINAS ... 1986

Classif. _____

Autor _____

V. _____ Ex. _____

Tombo BC/ 7364

I. FÍSICA - UNICAMP

n.º classif. T 11

n.º autor 414a

ed. _____ v. _____ ex. _____

n.º tombo TM1645

27108186

cm 000 296358

O cão com dois corações
vagueia pela cidade:
um coração de artifício
e o coração de verdade.

Exulta a ciência, que obrou
tamanha curiosidade:
metade é glória da URSS,
do Brasil a outra metade.

Se o cão é a doçura mesma
em seu natural, que há de
mais carinhoso que um cão
de dupla cordialidade?

Não pára aí no propósito
de servir à humanidade,
a cirurgia moderna,
gêmea da publicidade.

Já pega de outro cãozinho
com a maior habilidade
(não vá um gesto fortuito
lembrar o Marquês de Sade).

Na carne do bicho, abrindo
uma vasta cavidade,
implanta-lhe outra cabeça,
que uma não é novidade.

Cão bicéfalo: prodígio
que nos infla de vaidade.
Nem o cérebro eletrônico
o vence em mentalidade.

Se nos furtam dois ladrões,
dois latidos; acuidade
maior, rendimento duplo:
viva a produtividade.

Dois cães que valem por quatro
"preparou" a Faculdade,
sem perceber entretanto
do Brasil a realidade:

Tanta gente sem cabeça
merecia prioridade,
e ao cão, que já tem a sua,
essa liberalidade.

E o coração, esse, é pena
dá-lo ao cão, que é só bondade,
quando os doutores do enxerto
tinham mais necessidade.

(Alta Cirurgia, de Carlos
Drummond de
Andrade)

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, quero agradecer ao Prof. Carlos Alfredo Arguello, pela sua proposta, determinação, preocupação e posição crítica em relação aos problemas do ensino, e em especial, ao ensino de Física. E antes disso, por sua amizade nestes dois anos de trabalho.

Aos amigos da Pós: ao Mauro, ao Zé, ao Bento, ao Antônio, ao Faccin, ao Sasaki, ao Siba, ao Coutinho; cuja amizade ajudou-me a chegar até aqui.

Aos colegas do Laboratório de Crescimento de Cristais.

A C. S. Jardim e Mafalda, pelas idéias.

Ao CNPq e a CAPES (via Centro de Ciências de Campinas) pelo apoio financeiro.

A minha família e àqueles, que por acaso de alguma falha nos "arquivos da lembrança", tenha esquecido de citar.

ÍNDICE

Abstract	1
Resumo	iv
Capítulo 1. E A CRIATIVIDADE?	1
Referência Bibliográfica	7
Capítulo 2. E AS PERGUNTAS?	8
Referência Bibliográfica	18
Capítulo 3. E OS LIVROS-TEXTOS?	19
Livros-textos Analisados	44
O LIVRO (ver índice específico)	46
Apêndice 7. SISTEMAS DE COORDENADAS CELESTES: O GLOBO NEGRO ..	47
Referência Bibliográfica	59
Penúltimo Capítulo. FINAL?	60
CONCLUSÃO	67
Referência Bibliográfica	70

ABSTRACT

The great variety of problems in teaching science suggests an infinity of different topics.

In this work, we criticize the way some basic topics are explained and studied along 1st (first) and 2nd (second) degree.

Laws are stated without any relation and any experiment or observation before the phenomenon of nature that those laws explain. These laws after being stated, they are not, in many cases, used practically or applied to the phenomenon of nature which they are originated.

In this way, the simple enunciation of laws or the presentation of laws or the presentation of the models completely disconnected with the reality, form an incomprehensive connection of topics which kill the curiosity, observation and creativeness and eliminating any possibility of development of "scientific attitude" in the student, propitiating the memorization, conformity and "student mimesis".

We prefer criticize only one thematic example, so that we can develop deeply, the criticism as well as the solutions.

The subject chose for us was Kepler's laws (the first and the second), included Astronomy theme (example of the absurdity in the teaching of science).

The result and proposition of our work, are concise as following:

1. Qualitative study of astronomical phenomena along the teaching as a whole, from kindergarten school, leading the students to techniques and habits of observation of nature and formulation of generative questions;
2. Simple instrumentalizations of astronomical observations trying to elaborate "with creativeness" elementary instruments, that give semi-quantitative results;
3. Presentation of fundamental laws as answer to questions appeared in the stages before;
4. Instrumentalization of fundamental laws simplifying them if necessary to be within reach of the techniques dominated by the student (mathematics and experiments) and allow them their utilization;
5. Utilization of laws, simplified or not, to quantitative or semi-quantitative description of the physics phenomena; prevision of situations and discussions of alternatives;
6. Importance of Historic Vision of the development of astronomical concepts and its constant insertion in the elaboration of didactic material.

In this present work we developed deeply the suggestions 3, 4, 5 e 6, testing them in different groups, situations and places.

We present the produced text (published as book by Editora Papirus*) critical analysis of teaching texts for 1st, 2nd and 3rd degree and analysis and valuations of the courses given and the suggestions originated from activities 1 and 2.

To the future, we suggest a complete interaction of six

items (which is already being initiated in NIMEC**) and the different themes, which are dealing with (Optics, Acoustics, Mechanics, Electricity, etc.).

* NEVES, M.C.D. e ARGUELLO, C.A. - "Astronomia de Régua e Compasso: de Kepler a Ptolomeu", Ed. Papirus, Campinas, 1986.

** NIMEC - Núcleo Interdisciplinar para Melhoria do Ensino de Ciências.

RESUMO

A enorme variedade de problemas no ensino de Ciências, sugere uma infinidade de diferentes abordagens.

Neste trabalho, criticamos a forma com que alguns temas básicos das ciências são expostos, e são "estudados" ao longo do Ensino de 1º e 2º graus.

Leis são enunciadas sem nenhuma relação e sem nenhum conhecimento experimental ou observacional prévio dos fenômenos da natureza que estas leis "explicam".

Estas leis após enunciadas, não são, em muitos casos, utilizadas praticamente, aplicando-se aos fenômenos naturais das quais se originaram.

Desta forma, o simples enunciado de leis ou a apresentação de modelos, completamente desligados da realidade, forma uma associação de "assuntos" incompreensíveis que mata a curiosidade, a observação e a criatividade, e eliminando qualquer possibilidade do fomento da "atitude científica" no aluno, favorecendo a memorização, o conformismo e o "mimetismo estudantil".

Preferimos atacar só um exemplo temático, para poder desenvolver com toda profundidade, tanto as críticas como as soluções.

O assunto escolhido por nós foram as leis de Kepler (primeira e segunda), incluídas dentro do tema Astronomia (exemplo do absurdo no ensino de Ciências).

O resultado e propostas de nosso trabalho, se resume a

seguir:

1. Estudo quantitativo dos fenômenos astronômicos ao longo do Ensino como um todo, a partir da pré-escola, conduzindo ao aluno as técnicas e hábitos de observação da natureza e a formulação de perguntas geradoras;
2. Instrumentalização simples das observações astronômicas, procurando elaborar "criativamente" instrumentos elementares, que produzam resultados semi-quantitativos;
3. Apresentação das leis fundamentais, como resposta as perguntas geradas nas etapas anteriores;
4. Instrumentalização das leis fundamentais, simplificando-as se necessário, para pô-las ao alcance das técnicas dominadas pelo aluno (matemática e experimentos) e permitir a sua utilização;
5. Utilização das leis, simplificadas ou não para descrição quantitativa ou semi-quantitativa dos fenômenos físicos, previsão de situações e discussões de alternativas;
6. Importância da visão histórica do desenvolvimento dos conceitos astronômicos e a sua inserção contínua na elaboração do material didático.

No presente trabalho desenvolvemos com profundidade as sugestões 3, 4, 5 e 6, experimentando-as em diferentes grupos, situações e locais.

Apresentamos o texto produzido (editado como livro pela Editora Papyrus*), análises críticas dos textos de Ensino de 1º, 2º e 3º graus, análises e avaliações dos cursos ministrados e as sugestões decorrentes das atividades 1 e 2.

Para o futuro, sugerimos a integração completa dos seis

itens (que já está sendo iniciada no NIMEC**) e a abordagem similar de temas diferentes (óptica, Acústica, Mecânica, Eletricidade, etc.).

* NEVES, M.C.D., e ARGUELLO, C.A. - "Astronomia de Régua e Compasso: de Kepler a Ptolomeu", Ed. Papirus, Campinas, 1986.

** NIMEC - Núcleo Interdisciplinar para Melhoria do Ensino de Ciências.

CAPÍTULO 1 - E A CRIATIVIDADE?

Estava relendo o "Pequeno Príncipe" [01] de A. S. Exupéry e na sua parte inicial, o menino e autor do livro relata que ao fazer um desenho de uma jibóia devorando um elefante e mostrá-lo aos adultos, sem que estes compreendessem o que significava aquilo, desabafa:

"As pessoas grandes aconselharam-me deixar de lado os desenhos de jibóias abertas ou fechadas, e dedicar-me de preferência à geografia, à história, ao cálculo, à gramática".

Conclui então:

"Foi assim que abandonei, aos seis anos, uma esplêndida carreira de pintor".

Quantos de nós já não foram desencorajados a abandonar aquilo em que poderíamos deixar fluir nossa capacidade criativa para encarar as "coisas sérias da vida"?

Creio que muitos!

O mundo em que vivemos deveria induzir a uma criatividade extraordinária. Porém, o homem adotou mecanismos para que a criatividade, se não fosse suprimida, fosse pelo menos, atenuada ao seu máximo.

A um destes mecanismos mais eficientes, o homem batizou com o nome de ESCOLA.

Pois não é lá que devemos começar a "ser" alguma coisa? Não é lá que poderemos obter ainda crianças, a resposta para a

pergunta, que não sabemos por quê os adultos insistem tanto em fazer? :

"- O que você vai ser quando crescer?"

Não são também os nossos pais que nos aconselham a ir para a escola, para transformarmo-nos em gente?

"É preciso ir para a escola. Todos os meninos vão. Para se transformar em gente. Deixar as coisas de criança. Em cada criança brincante dorme um adulto produtivo. É preciso que o adulto produtivo devore a criança inútil" [02].

Ao tornarmo-nos adultos, vamos ao cinema e rimos de "Tempos Modernos" de Charles Chaplin. Damos altas gargalhadas ao ver o genial vagabundo completamente bitolado em apertar parafusos de componentes que deslizam sob uma esteira rolante.

Damos gargalhadas de nossa imagem no espelho!

Porém, mais triste que isto, é que o enredo do "filme" de milhões de pessoas se assemelha mais ao roteiro de um "Metrópolis"* de Fritz Lang: sociedade autômata, destituída de mecanismos de questionamentos e portanto, de criação.

O trabalho que agora se apresenta não é e nem pretende ser uma tese em psicologia educacional, nem uma posição anárquica de supressão da escola; mas é uma tentativa que empreendemos para resgatar um pouco, a lógica semi-aposentada e a compreensão semi-escondida, utilizando e explorando um assunto que sempre apaixo-

* **Metrópolis** - filme produzido e dirigido pelo cineasta alemão Fritz Lang em 1925-26, que trata de uma sociedade autômata, dirigida autoritariamente.

nou os homens.

Porém, antes de apresentar este trabalho, devemos discutir um pouco mais sobre criação e supressão.

A idéia criativa não ocorre através de um processo lógico, porém cabe a nós, professores, propiciar os meios para que haja um aumento da probabilidade da criatividade se manifestar [03].

Para que isto seja possível, devemos seguir um conselho de um velho mestre em assuntos de educação: Jean Piaget.

"Será necessário que se torne cada vez menos bitolado o espírito dos mestres, sendo às vezes mais difícil obter do mestre essa descentralização que do cérebro dos estudantes" [04].

Parece claro que, se nos destituirmos de certos rigores e despirmo-nos de preconceitos e da inércia contra novas idéias e sugestões, estaremos a meio caminho para o sucesso da transmissão do conhecimento (John Dewey já dizia que um problema bem apresentado é um problema já meio resolvido).

Se agirmos neste sentido, estaremos contribuindo para que o menino de Exupery não abandone a pintura, e que a escola transforme-se em algo dinâmico e não enfadonho; no local onde as crianças não sejam obrigadas a deixar de empinar seus papagaios ou a brincar com bonecas; que não seja o lugar onde a diversão deva estar necessariamente dissociada da "criação" que eles, os mestres, propõem.

Caso contrário, a "roda-viva" da hierarquia escolar continuará a devorar tudo em nossa frente, e passaremos a propagar então, a "doutrina" vigente: à criança urge coisas mais importan-

tes, devemos transformá-la em produção e mostrar que o horizonte utópico que ela outrora arranhava, deva reduzir-se agora a um micro-horizonte, delimitado por lápis, papel, isolamento e exigências sociais.

É algo assim como aquele desenho do Claudius (ver ilustração-1) [05].

O quadro torna-se mais negro, quando percebemos que mentes acríticas continuam trabalhando em métodos ultrapassados e currículos caducos.

Assim, continua-se nos métodos e vícios tradicionais; nos exames tradicionais, essa chaga que fere a criatividade dos alunos e que orienta o trabalho destes para o resultado artificial, que é o bom êxito nas provas finais, ao invés de apelar para as suas reais capacidades e sua personalidade [04].

É um problema complexo e de difícil solução, diante da quantidade de vícios inerentes a um sistema educacional decadente.

A escola infelizmente está doente.

Ferida de morte, a escola transformou-se de organismo de emancipação e liberação de velhas idéias, numa experiência de dependência.

Uma análise de André Gorz no seu "Pour Une Critique des Forces Productives" [05], expõe melhor o problema:

"A escola não nos ensina a falar uma língua estrangeira nem nossa própria língua; não ensina a cantar ou a servir-nos de nossas mãos e nossos pés; não ensina qual é a alimentação sadia; como conseguir orientar-se no labirinto das instituições; de que

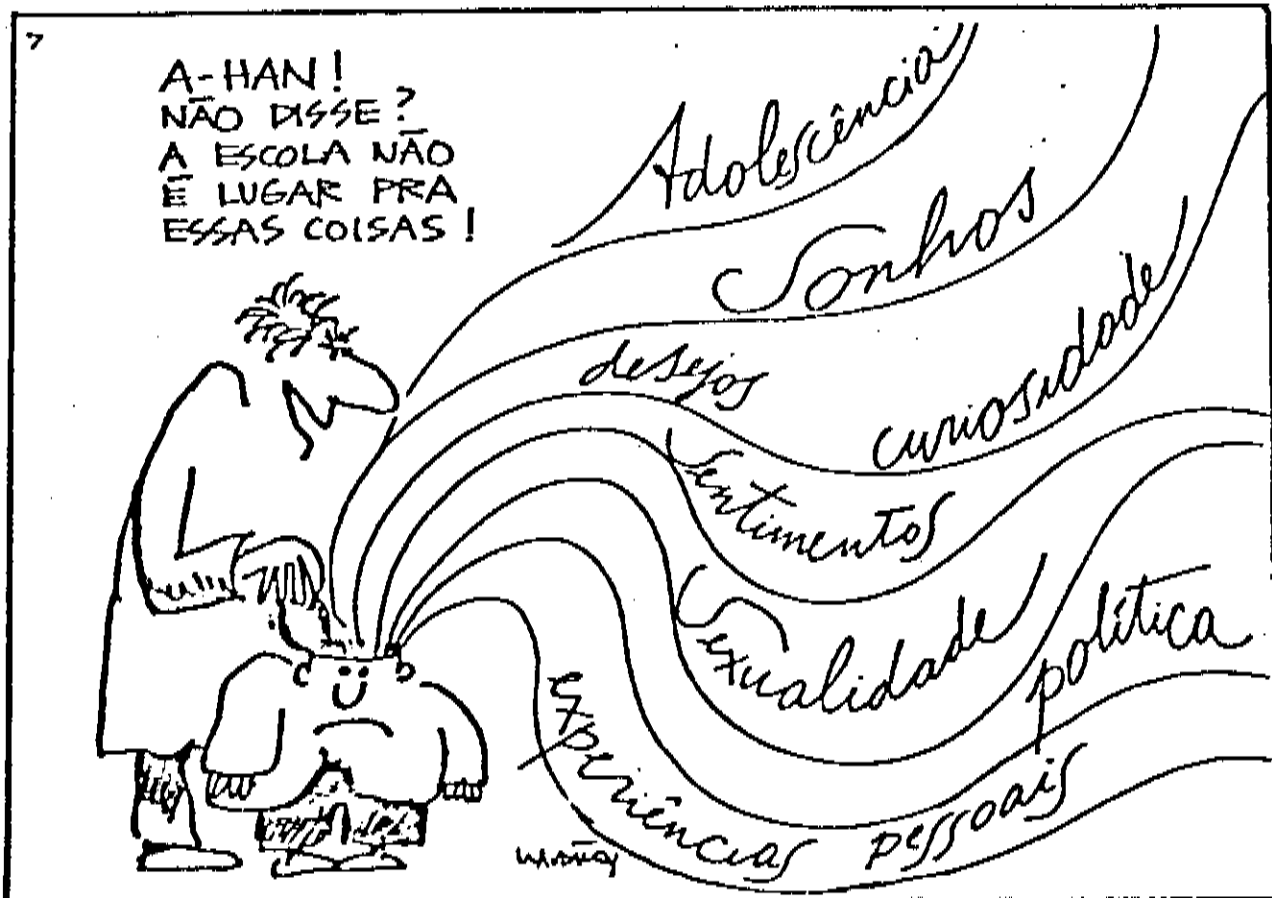
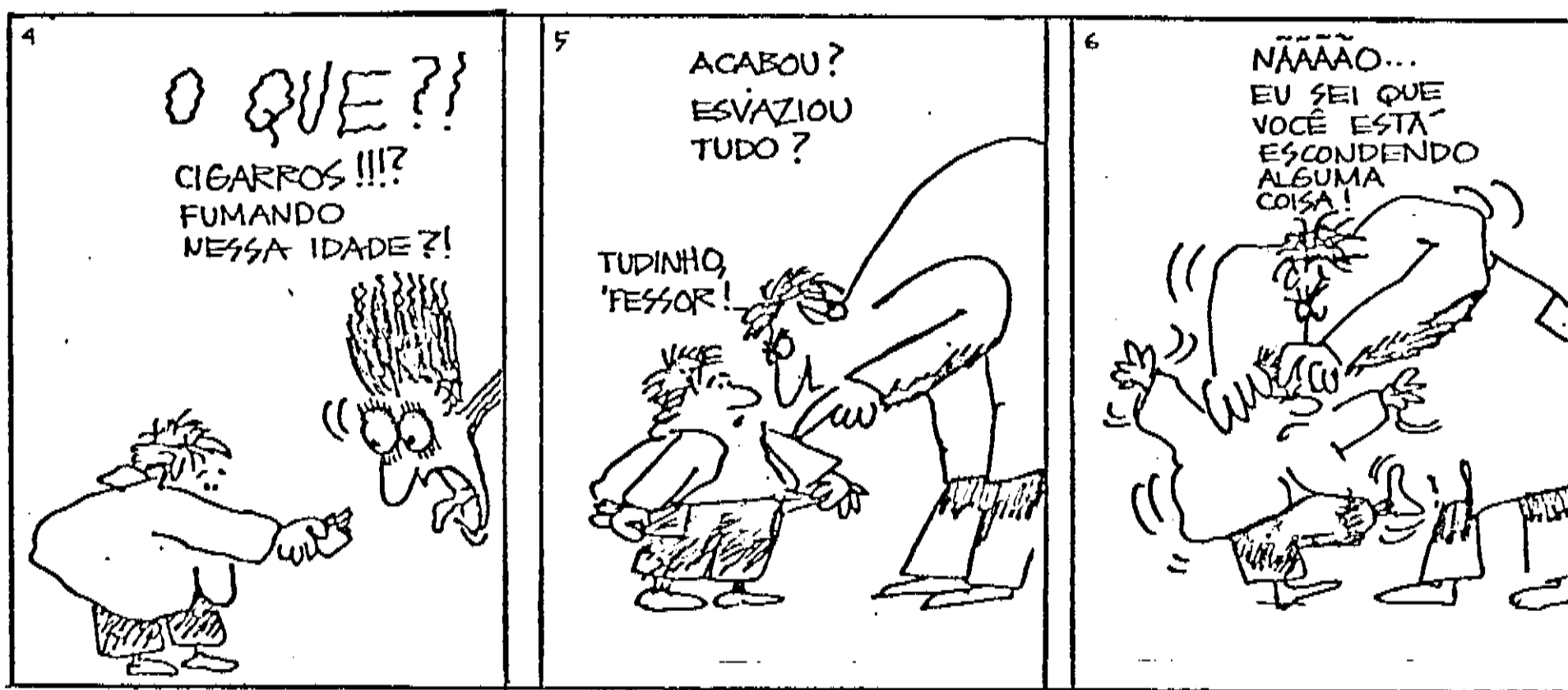
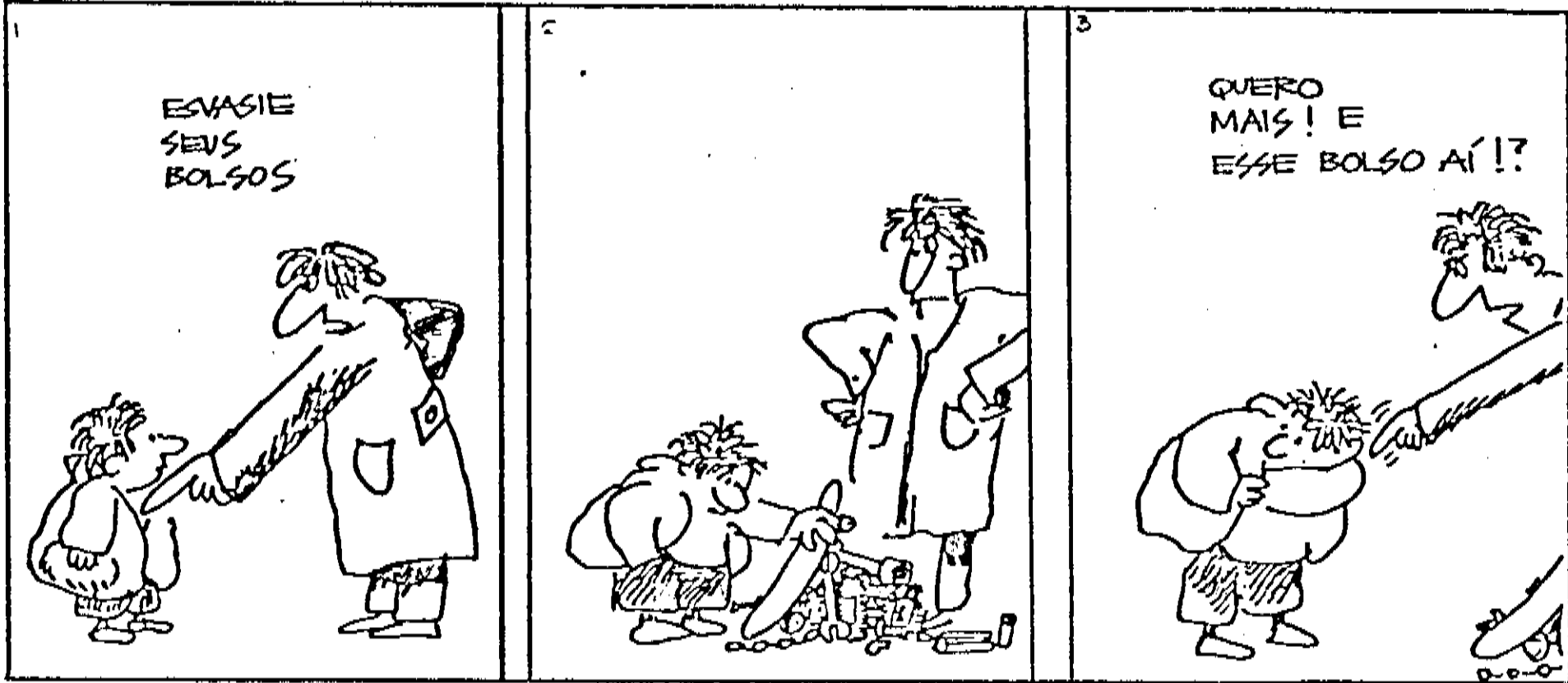


Ilustração 1

modo cuidar de um bebê ou de uma pessoa, etc. Se as pessoas não cantam mais, mas compram milhões de discos em que profissionais cantam por elas; se não sabem mais comer, mas pagam o médico e a indústria farmacêutica para tratar dos efeitos da má alimentação; se não sabem como educar os filhos, mas alugam os serviços de educadores diplomados; se não sabem consertar um radinho ou uma torneira, nem como curar uma gripe sem remédio, ou cultivar uma alface, etc., tudo isso acontece porque a escola tem como objetivo inconfessável fornecer às indústrias, ao comércio, às profissões especializadas e ao Estado, trabalhadores, consumidores, clientes e administrados sob medida."

Este capítulo objetivou-se portanto, a mostrar um quadro que infelizmente existe e que se alia, para pior, à triste realidade brasileira (um país onde 65% da população vive em miséria absoluta [06]), da alta evasão e da repetência escolar.

O próximo capítulo, procurará em termos mais abrangentes, encontrar algumas das origens do problema da supressão da criatividade na escola.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. EXUPERY, A. S. - "O Pequeno Príncipe" - Editora AGIR, 24ª edição, Rio de Janeiro, 1982
2. ALVES, R. - "Conversas Com Quem Gosta de Ensinar" - Cortez Editora, 13ª edição, São Paulo, 1985
3. TORRANCE, E. P. e TORRANCE, J. P. - "Pode-se Ensinar Criatividade?", Editora Pedagógica Universitária Ltda, São Paulo, 1974
4. PIAGET, J. - "Para Onde Vai a Educação?", Livraria José Olympio Editora, Unesco, 7ª edição, Rio de Janeiro, 1980
5. FREIRE, P. e outros - "Cuidado, Escola!", Editora Brasiliense, 17ª edição, São Paulo, 1985
6. Revista "RETRATO DO BRASIL - A Fome", nº 06, Editora Três e Editora Política, São Paulo, 1984

LEITURA RECOMENDÁVEL

7. ALVES, R. - "Estórias de Quem Gosta de Ensinar", Cortez Editora, 6ª edição, São Paulo, 1986
8. Revista "RETRATO DO BRASIL - A Crise na Educação", nº 31, Editora Três e Editora Política, São Paulo, 1984

CAPÍTULO 2 - E AS PERGUNTAS?

"...as experiências que pudemos fazer acerca do desenvolvimento das noções relativas à Matemática e à Física nos demonstram que uma das causas essenciais da passividade das crianças, em tais disciplinas, em oposição ao livre desenvolvimento da atividade intelectual que deveriam as mesmas propiciar decorre da insuficiente dissociação entre as questões de lógica e as considerações numéricas ou métricas. Em um problema de velocidade, por exemplo, o aluno deve simultaneamente desenvolver um raciocínio voltado para os espaços percorridos e o tempo de duração empregado e efetuar um cálculo com base nos números que exprimem essas quantidades. Ora, enquanto não estiver sólidamente assegurada a estrutura lógica do problema, as considerações numéricas permanecem destituídas de significado e obscurecem pelo contrário, o sistema de relações em jogo. Mas, como o problema gira precisamente em termos desses números, a criança tenta frequentemente todo tipo de cálculo, tateando na aplicação das diversas operações de que tem conhecimento, o que resulta no bloqueio de seu raciocínio",

Esta parte do livro "Para Onde Vai a Educação?" de Jean Piaget [01], deixa claro um problema que grassa e traspassa todo

nosso sistema de ensino, e em especial o ensino de Ciências: a preocupação excessiva do quantitativo em detrimento do qualitativo.

A harmonia que deveria existir entre estas duas abordagens é desfigurada na medida em que se negligencia a observação, a experimentação.

Negligenciando e negando tal etapa, a escola passa a ser o local onde se propaga a aceitação e a passividade diante de problemas relacionados ao conhecimento humano.

A escola torna-se então, na grande "empresa de trabalhar respostas"; no mecanismo que desconhece os "por quês" e que propaga este desconhecimento para ficar coerente dentro de sua incoerência maior: a pouca importância que se dá às razões que motivaram as grandes descobertas científicas.

A criança, então, reflexo do meio em que se encontra presente, vê negada diante de si a oportunidade de fazer perguntas para fenômenos que ainda desconhece. Como a resposta sempre antecede a pergunta, a realidade torna-se cada vez mais dissociada das "discussões" feitas em sala de aula.

É negada à criança portanto, as condições para que ela possa avaliar um problema, pois a passagem um tanto rápida da estrutura qualitativa deste, impede-lhe uma ordenação lógica das variáveis envolvidas, ocasionando o bloqueio de raciocínio como o citado por Piaget.

Apenas para ilustrar este tipo de prática, transcrevemos aqui um exemplo colocado por Raymond Fonvielle [02] sobre a ocorrência de um eclipse:

"Eu preparei um vidro, passei na fumaça de uma vela para que pudéssemos observar, na sala de aula, esse fenômeno raro, sem perigo.

"Alguns colegas reunidos na porta da escola, na hora da entrada, perguntaram ironizando quem tinha feito aquilo. Discutiu-se um pouco sobre os perigos da observação de eclipses a olho nu.

Alguém interferiu:

"- Comigo não há problema, minha classe é do lado de lá, o Sol vai estar do lado de cá ...

"É impossível pensar que seria permitido estar às 8h39 min em outro lugar que não a sala de aula, mesmo com um eclipse em curso.

"E a sineta (que não lê jornal) tocou às 8h25min levando com ela, em fila, o rebanho de dóceis carneirinhos, enquanto a Lua encobria o disco alaranjado do Sol".

Em outra passagem [02] temos um exemplo semelhante, desta vez numa aula de História:

"Tocou a sineta. O professor de História entrou na sala, mas a discussão entre os alunos continuou, intensa e apaixonada... Dois alunos desta sala do Colégio de Genebra são espanhóis. Na noite anterior, o general Franco havia ordenado a execução de três bascos oposicionistas, o que provocou reações no mundo inteiro. Os alunos viram-se para o professor e pedem sua opinião, sua ajuda para compreenderem o que se passava: "Agora silêncio, calem a boca que está na hora de começar a aula de História..."."

Absurdo?

E o que dizer então, de certos textos em Física que parecem esquecer que fora da sala de aula existe um mundo inteiro de fatos vivenciados pela criança e familiares a ela?

Um exemplo é o tratamento dado em livros-textos para o pêndulo simples:

"Considere um corpo de peso P , suspenso por um fio inextensível, cuja massa é desprezível em comparação com a massa do corpo suspenso".

Além do extremo "rigor verbal" não se encontra escrito em nenhum lugar que um par de tênis pendurado, por exemplo, poderia se constituir num pêndulo como o descrito acima.

Outro exemplo, é aquele encontrado em quase todos os textos introdutórios de óptica Geométrica referente à fonte puntiforme. Fora da sala de aula o Sol brilha intenso como uma fonte extensa. Novamente, a idealização sem a passagem prévia pela observação/experimentação define a realidade circundante.

E o que dizer daquele zeloso professor que acompanha com seus alunos o desenvolvimento de uma semente de feijão dentro de um "vidrinho" com algodão? Lá fora, centenas de pézinhos de feijão crescem no pátio esburacado da escola ao bel-sabor dos raios solares.

Vê-se então, que os fatos experimentais que originaram o problema nunca aparecem. Em geral, aparece sómente a resposta.

De maneira similar à estes exemplos, e como tantos outros relacionados às diversas áreas do conhecimento humano, as leis de Kepler, objeto deste trabalho, são colocadas como "leis mágicas", fruto de uma avaliação histórica superficial e de um

total desconhecimento dos movimentos dos astros na abóbada celeste.

Estas leis são apenas "apresentadas", desconhecendo o seu carácter de "resposta" a dezenas de perguntas motivadoras, formuladas por mais de 15 séculos, e que são desconhecidas nos livros-textos que tratam do assunto.

Enfatizando sómente a resposta e desconhecendo os motivos que induziram à esta investigação, cresce a distância do modelo proposto por Kepler com a realidade que nos cerca.

Talvez, por serem leis um tanto difíceis de serem aplicadas na prática (devido às observações que deveriam ter sido feitas e ao tratamento matemático envolvido), o sistema de ensino novamente, aposenta formas alternativas de descrição do problema e apresenta apenas sua forma final, acabada, abstrata e incompreensível. É o modelo substituindo outra vez a realidade, como nos exemplos citados anteriormente neste capítulo.

Resolvemos, para facilitar a introdução destas leis, aplicar um caminho histórico inverso, de Kepler a Ptolomeu, o que nos ajuda a combater uma "visão" que é passada em geral nas escolas, ou por qualquer outro meio: o de considerar (as vezes inconscientemente), por exemplo, Copérnico mais inteligente que Ptolomeu; Kepler mais inteligente que Copérnico; Galileu mais inteligente que Kepler e assim por diante. Ora, se esse caminho direto, ditado pela História, induzisse realmente a uma melhoria intelectual, o homem hoje já teria assimilado à inteligência, a sapiência, e constituiríamos assim, na espécie animal mais feliz do planeta. Porém, os fatos demonstram o contrário...

Tudo isto se caracteriza por algo que poderíamos batizar por síndrome de papagaio; porque esta ave (como nossos alunos) apesar de conseguir falar, não o faz de forma racional, mas apenas, devido a um condicionamento massivo, alienante.

Sendo assim, no geral, as teorias científicas são propagadas como cartas de baralho escondidas na manga ou na cartola de cientistas-mágicos. E a escola parece ter-se tornado num grande centro fazedor de mágicos.

Poderíamos então, como forma de combater esta realidade, traçar aqui um paralelo entre o desenvolvimento científico da Astronomia através da História com as etapas que deveriam ser desenvolvidas na escola.

O caminho histórico do desenvolvimento astronômico passa-se segundo o diagrama 1.

No Egito antigo, iniciaram-se as primeiras observações dos fenômenos celestes e uma abordagem qualitativa destas eram feitas pelos astrônomos-astrólogos locais. Os babilônios, com a invenção da aritmética, deram ao caráter qualitativo um tratamento matemático mais apurado, iniciando um período de predições de fenômenos que se repetiam com uma certa regularidade; em síntese, uma abordagem quantitativa. Os gregos, com uma aliada poderosa, a geometria, construíram os primeiros modelos planetários. A álgebra dos árabes veio aliar-se nesta busca do conhecimento. Após

um lapso de tempo demasiado longo, acarretado pelas intolerâncias religiosas às mudanças na forma do pensamento científico, os europeus resgatam a astronomia antiga, derrubando "verdades". Com o

advento do cálculo, reformulam os modelos e os fortalecem com uma "vestimenta" matemática mais poderosa.

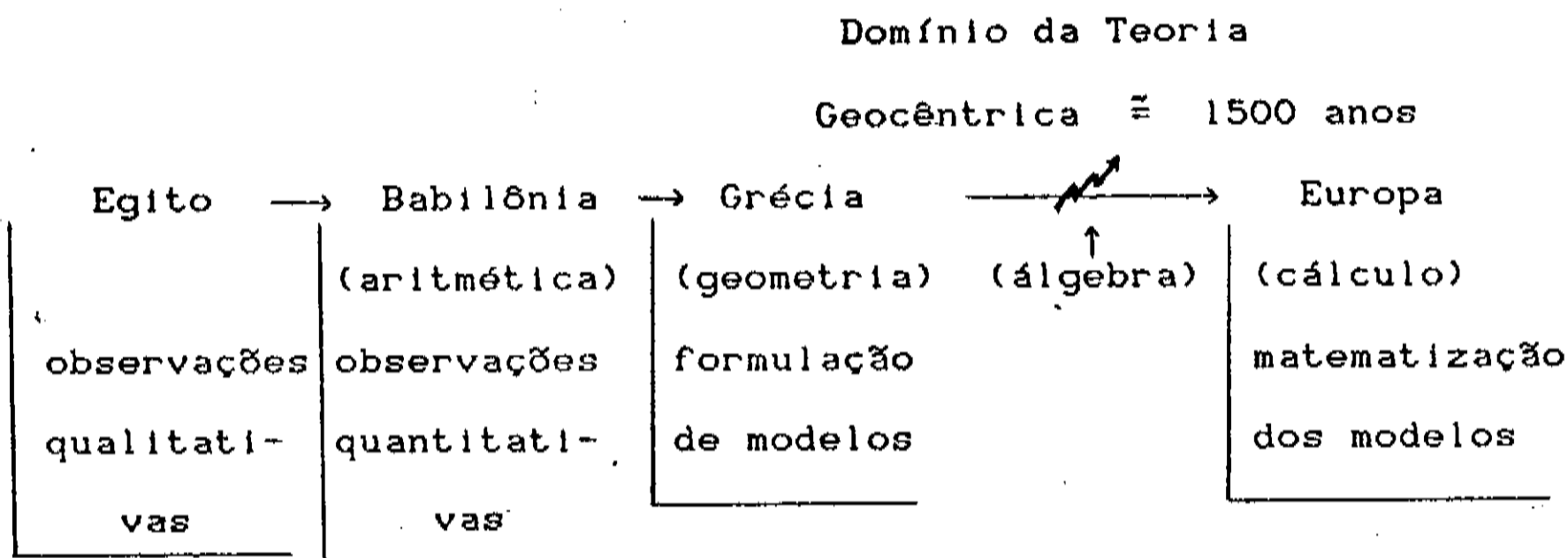


Diagrama 1

A escola numa visão ideal muito simplificada, poderia reproduzir este caminho de forma bastante lenta e gradual, evitando-se o trauma da criança se ver perdidas as conjecturas incompreensíveis de coisas que lhe são estranhas. E de que forma poderíamos fazer isto?

A pré-escola e os primeiros anos de 1º grau, como os velhos egípcios, deveria se constituir na fase da abordagem de problemas qualitativos: observação das fases da Lua, do tamanho das sombras, das estações do ano, etc. Ainda no primeiro grau (talvez, os quatro últimos anos - 5º a 8º séries), deveria se começar as observações quantitativas, como faziam os antigos babilônios: determinação da duração do dia solar, do dia sideral, confecção de escalas para relógios-de-sol, etc. Com esta bagagem, o segundo

grau constituiria-se na fase ideal para a confecção de modelos com um tratamento matemático mais adequado, como já faziam os astrônomos da Grécia Antiga. No terceiro grau, um tratamento matemático mais refinado para os modelos dinâmicos seria dado pelo cálculo diferencial e integral (ver diagrama 2)

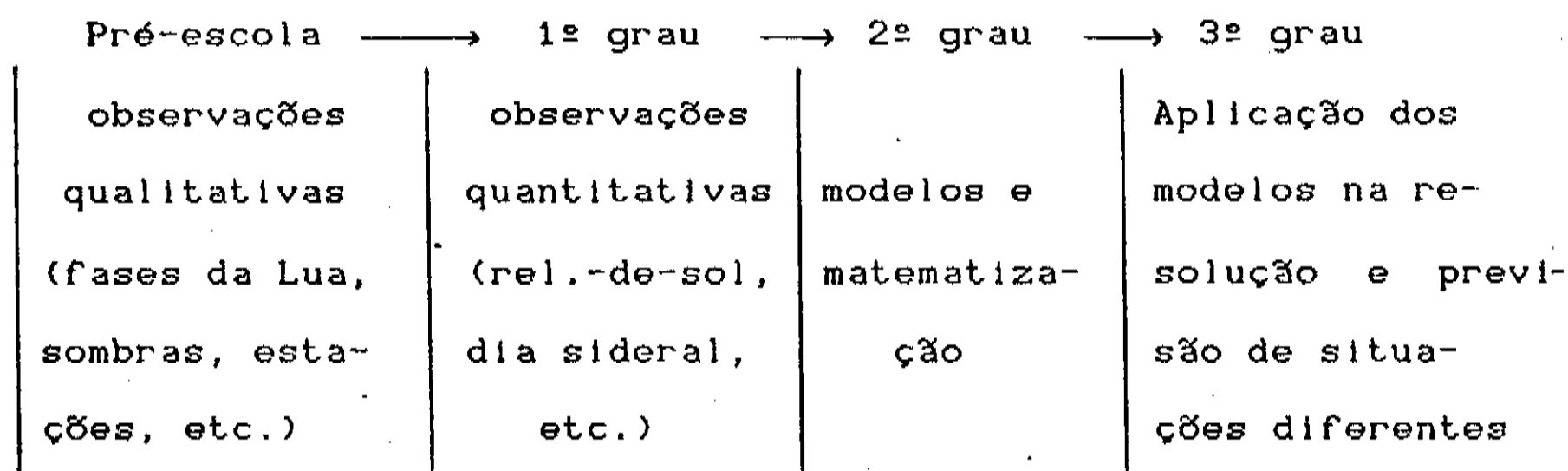


Diagrama 2

Adotando uma metodologia neste sentido, a criança para chegar - através da combinação entre o raciocínio dedutivo e os dados da experiência - à compreensão dos fenômenos, necessitaria passar, como o mostrado acima, por um certo número de fases caracterizadas por idéias que adiante iria talvez, considerar erradas, mas que parecem ser necessárias para o encaminhamento às soluções finais corretas [01].

Se se agisse assim, a escola deixaria de ser o local onde não se ensinam atitudes científicas. A dinâmica seria maior, e

um fator importantíssimo iria aparecer: o prazer em se fazer ciência; pois é só do prazer que surge a disciplina e a vontade de aprender [03].

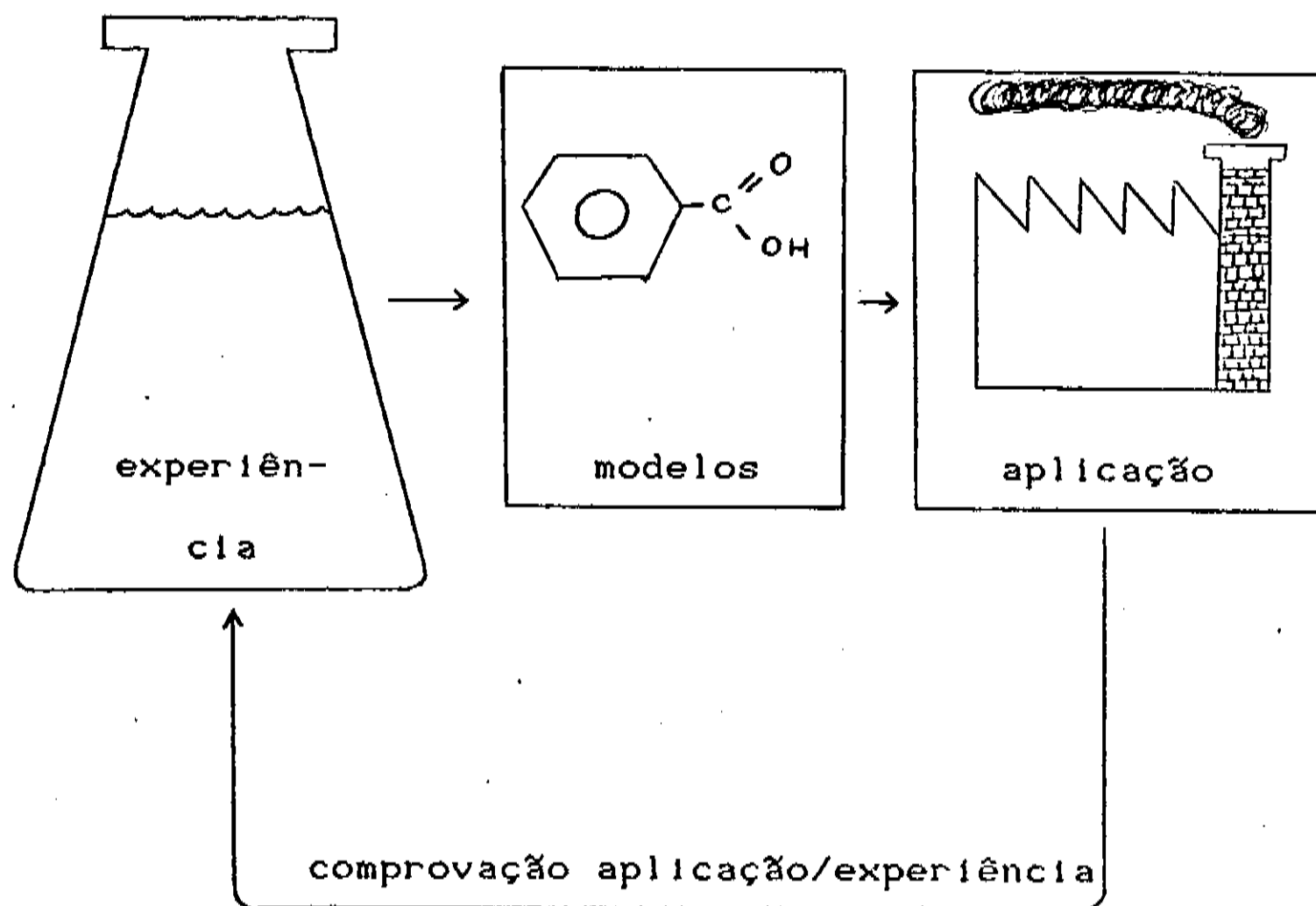


Diagrama 3

Quando o sistema que aí está aposentar a forma atual de ensino, e deixar de apresentar uma visão superficial e portanto distorcida, não sómente das leis de Kepler, mas do conhecimento como um todo; quando fizer a ponte entre a experimentação/observação, os modelos e a aplicação (ver diagrama 3) e portanto, a utilidade destes na realidade que nos cerca, então teremos finalmente resgatado a essência da verdadeira atitude científica e fi-

losófica: a capacidade de aprender a fazer perguntas [03].

Se não agirmos desta maneira, cairmos sempre naquela dificuldade que cresce de forma cada vez mais assustadora, que é a de encontrar um quadro onde os alunos já absorveram (memorizaram) leis e conceitos, suprimindo a criatividade natural e o espaço para questionamentos existentes no interior de cada uma delas.

Com um quadro desta natureza é difícil (mas não impossível, como tentaremos mostrar nos capítulos posteriores) uma reversão do processo. Para contornar isto, resolvemos partir do "encalhe", ou seja, das próprias leis (no presente caso, as de Kepler) como o apresentado nos livros-textos, para instrumentalizá-las posteriormente e adequá-las numa linguagem simples e acessível, estabelecendo a ligação observação-modelos que há muito deveria existir nos cérebros de nossos alunos, caso o sistema de ensino que aí está funcionasse.

Assim, como a ênfase maior para problemas de natureza científica é dada para o tratamento matemático, como o relatado no início deste capítulo, podemos concluir que o insucesso escolar em tal ou tal ponto decorra do desconhecimento das razões (perguntas) que, de maneira lógica, deveria anteceder às teorias (respostas) ou modelos existentes. Talvez esteja aí a origem de todo o problema e portanto, o ponto onde se deva travar o "combate" final para que a compreensão se faça novamente presente.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

1. PIAGET, J. - "Para Onde Vai a Educação?", Livraria José Olympio Editora, 7ª edição, Unesco, Rio de Janeiro, 1980
2. FREIRE, P. e OUTROS - "Cuidado, Escola!" - Editora Brasiliense, 17ª edição, São Paulo, 1985
3. ALVES, R. - "Conversas Com Quem Gosta de Ensinar", Cortez Editora, 13ª edição, São Paulo, 1985

CAPÍTULO 3 - E OS LIVROS-TEXTOS?

O presente trabalho como o já dito anteriormente, abrangerá um método simples para a confecção de efemérides astronômicas (posições planetárias e cometárias) baseado nas duas primeiras leis de Kepler: a lei das órbitas e a lei das áreas.

Resolvemos estudar em tese este ramo da Ciência por se tratar de um tópico que é praticamente inexplorado nos currículos de 1º e 2º graus (o problema, não raro, também se manifesta nos de graduação) e quando o é, a abordagem é feita de maneira bastante superficial.

Para comprovar esta última afirmação, fizemos uma avaliação dos livros-textos mais comumente usados nos currículos de ensino de Ciências e Física do 1º, 2º e 3º graus.

Reflexo do já relatado nos dois primeiros capítulos, os livros-textos analisados carecem alguns, de uma análise mais apurada, tanto do ponto de vista histórico, quanto do do tratamento matemático; outros, por subestimarem, de certo modo (talvez inconscientemente!), a bagagem que o aluno carrega dentro de si, evidenciado nos exercícios propostos pelos seus autores que, ao contrário do que estes "esperariam", não levam a melhoria intelectual alguma dos alunos.

Estes tipos de problemas aparecem com mais frequência nos livros-textos de 1º e 2º graus. Nos de 3º grau o problema diminui, mas não desaparece.

Pelo analisado, parece haver uma "linha diretriz" que

direciona e nomeia o ensino das leis de Kepler para os livros especializados em assuntos de Astronomia, como se esta fosse um "apêndice operável", e portanto, dissociada da Física.

Só para se ter uma idéia, a apresentação destas leis é, na maior parte das vezes, feita da seguinte forma:

"Kepler estabeleceu três leis básicas sobre o movimento planetário:

(cita-se então as leis)".

Não se nota em nenhum dos livros sob estudo, à exclusão de alguns poucos, uma referência prévia à necessária observação/experimentação que deve anteceder a apresentação de tais leis (que são por sua própria natureza, empíricas).

É novamente um modelo substituindo a realidade.

Esta, é renegada a uma incompreensão crescente, devido ao salto direto da ainda tenra curiosidade científica para o "implante artificial" de leis traumáticas, de difícil entendimento.

Para exemplificar este estado de coisas, em um destes livros [1a], há em sua introdução os objetivos que o autor pretende atingir, e entre eles se destaca:

"a) Assumir atitude interpretativa diante de fatos.

"b) Fazer extrapolação de princípios científicos para aplicação de outros fatos.

"f) Enunciar e justificar a lei da gravitação universal.
Kepler.

francês "Meu Tio da América"* perceberá a similaridade), ou a clássica experiência dos cães de Pavlov.

Vale ressaltar também, que a exploração histórica de fatos científicos não raro é feita de maneira, se não errônea, pelo menos adulterada, como é o exemplo do trecho de um dos livros [1a] (assim como a maioria dos livros de 1º e 2º graus das referências citadas no final deste capítulo) por nós estudados:

"Claúdio Ptolomeu, astrônomo grego, idealizou e publicou, no ano 150 d.C., um desenho (o grifo é nosso) do sistema geocêntrico."

Todos sabemos que Ptolomeu desenvolveu sua teoria geocêntrica baseado em anos de observações, resultando num trabalho volumoso de pura geometria, o *Almagesto*. Se esta obra toda ficasse reduzida a um único desenho, talvez todo o conhecimento humano publicado até hoje, caberia numa sala de pequenas dimensões (se negligenciarmos os arquivos de computador e os microfílmes).

A simplificação histórica é desejada do ponto de vista do aceleramento dos tópicos a serem desenvolvidos nos currículos, porém, sua mutação e adulteração é perniciososa para o desenvolvimento intelectual e cognitivo de toda criança, e portanto, não desejado.

Algumas das bibliografias [1a, b, c] falam em órbitas elípticas, quando não se vê em nenhum lugar a definição de elip-

* "Meu Tio da América" - Filme que trata de um estudo psicológico em que, através do comportamento de uma cobaia (um rato), estuda-se a personalidade humana.

se.

Outra [2d], apresenta o desenho de elipses com formas de "bananas".

Os livros de 2º grau apresentaram erros menos crassos, porém, a superficialidade do tratamento do assunto manteve-se nos moldes citados acima. Diferenciou da análise dos livros de 1º grau, pela apresentação da Teoria da Gravitação Universal de Newton e da resolução e proposta de alguns exercícios (ver referências 2).

Na bibliografia de 3º grau (apesar de não apresentar o problema como trataremos nos próximos capítulos) coloca uma interpretação dinâmica das leis de Kepler dada por Newton de maneira satisfatória, obtendo as três leis do movimento planetário a partir da Teoria da Gravitação Universal. Porém, a parte de observação/experimentação quase não existe (decerto pelos autores postularem que isto já deveria ter ocorrido nos anos anteriores à entrada do aluno na faculdade). A visão histórica está razoável. As referências de autoria dos Profs. Pierre Lucie, José Goldemberg e Moysés Nussenzweig apresentam boas opções no tratamento do assunto. A referência [3a] expõe o problema da relatividade do movimento.

Em geral, os livros-textos usados no 3º grau se encontram menos afetados dos problemas expostos acima, que seus irmãos do 1º e 2º graus.

Desta análise, e das cópias dos trechos de alguns livros-textos presentes aqui, percebemos que os temas são expostos desligados da realidade e da observação.

Em nenhum caso, em nenhum livro-texto, do 1º ao 3º grau, intenta aplicar as leis enunciadas, a previsão ou a explicação dos fenômenos celestes. No caso das leis de Kepler esta aplicação não é imediata, porque se bem que estas foram enunciadas (devido a genialidade de Kepler) de uma forma muito simples, a sua aplicação requer conhecimentos matemáticos avançados.

Portanto, se existem problemas no 3º grau, estes decorrem principalmente (mas também não só!) das falhas acumuladas nos anos anteriores, e que a análise deste capítulo procurou evidenciar em parte.

Em especial, a melhor bibliografia que analisamos foi a do "Harvard Project Physics" (traduzida em Portugal) e que, infelizmente, não pode ser avaliada completamente, pela falta de alguns dos volumes (justamente os que tratam sobre o movimento planetário) que compõe esta obra excelente. No prefácio do livro 1, cuja cópia apresentamos aqui, podemos perceber a preocupação em relação aos problemas do ensino de Ciências dos estudiosos engajados neste Projeto. Porém, quem dá uma visão melhor da filosofia embutida no "Harvard Project", é a coordenadora Maria Odete Valente em seu Prefácio da Edição Portuguesa:

"Pretende-se que os jovens aprendam a ciência, participando activamente em todos os processos científicos, vivendo as dificuldades e alegrias próprias da descoberta científica. De uma maneira simples deseja-se que os alunos se comportem como "pequenos cientistas". "

Assim, podemos concluir este capítulo reafirmando aquilo que já dissemos anteriormente: a escola não ensina atitudes cien-

tíficas, pelo que se pode perceber da maneira como são tratadas não sómente as leis de Kepler, mas também, vários assuntos relacionados à Ciência; ou seja, um tratamento que em geral, vem como um "pacote informativo", ministrado em doses excessivas por esta "intravenosa dolorida" chamada livro-texto, e preparada nos "laboratórios" das instituições de ensino.

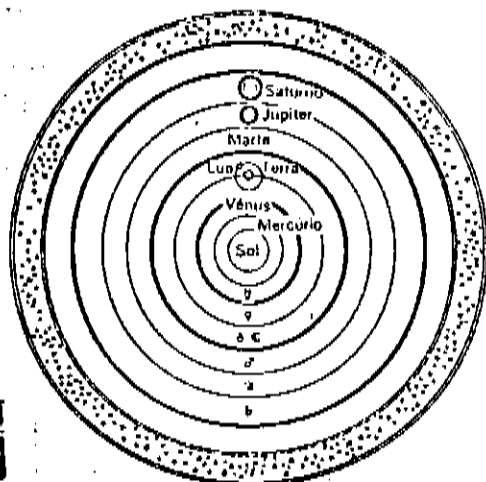
OS LIVROS-TEXTOS ANALISADOS

Embora alguns filósofos gregos já houvessem admitido que os planetas giravam ao redor do Sol, foi o polonês Copérnico que, em 1543, publicou uma teoria explicando que o Sol é o centro do nosso Sistema, criando, assim, o sistema heliocêntrico.

Copérnico baseou sua teoria no estudo dos movimentos dos planetas.

Copérnico (Nicholas Koppernigk) nasceu em 1473 e morreu em 1543. Seus estudos, realizados durante toda a sua vida adulta, só foram publicados no ano de sua morte, pois receava sofrer consequências imprevisíveis, uma vez que sua teoria era chocante para a época e contrariava crenças religiosas, segundo as quais a Terra deveria ser considerada o corpo celeste mais importante.

SISTEMA HELIOCÊNTRICO DE COPÉRNICO



5. Como você pode observar, na época de Copérnico:

- eram conhecidos apenas seis planetas.
 já se conheciam os nove planetas.

Na época de Copérnico eram conhecidos apenas os seis primeiros planetas, pois o próximo, Urano, só foi descoberto em 1781.

6. Você pode notar também que o sistema de Copérnico considerava os planetas girando em órbitas:

- circulares. elípticas.

A concepção de órbitas circulares para os planetas só foi desfeita no século XVII, por Kepler.

Kepler verificou que o movimento dos planetas somente poderia ser explicado se eles girassem em redor do Sol, em órbitas elípticas, e não circulares.

7. Sendo assim, segundo Kepler, a distância de cada planeta até o Sol:

- variava de um ponto a outro de sua órbita.
 era sempre constante em toda a sua órbita.

Os planetas, portanto, girando em suas órbitas, estão ora mais próximos do Sol, ora mais distantes.

Kepler estabeleceu três leis básicas sobre o movimento dos planetas.

Visão simplista

Johannes Kepler (1571-1630), nascido na Alemanha, foi discípulo de Tycho Brahe, astrônomo dinamarquês que não concordou com as ideias de Copérnico, opondo-se radicalmente à teoria heliocêntrica. Foram, no entanto, as observações de Brahe que, clinicamente, permitiram a Kepler comprovar a teoria heliocêntrica.

35

Leis de Kepler:

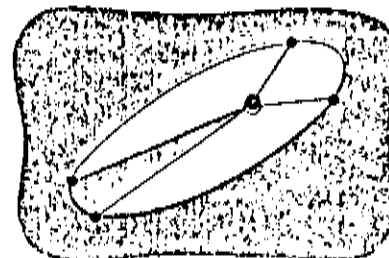
- 1ª lei: Os planetas movem-se ao redor do Sol em elipses, ocupando o Sol um dos focos da elipse.
 2ª lei: A linha que liga um planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais.
 3ª lei: O quadrado do tempo levado para completar uma órbita é proporcional ao cubo da distância média do planeta ao Sol.

8. Uma das conclusões imediatas das leis de Kepler é que a velocidade dos planetas em suas órbitas:
- é constante.
 sofre variações.

Tudo planeta move-se mais rapidamente quando está próximo do Sol e mais lentamente quando está distante dele.

Somente em uma órbita elíptica é possível varrer áreas iguais em tempos iguais.

Com base na 3ª lei de Kepler, pode-se calcular facilmente a distância dos planetas ao Sol.



9. Considerando-se a distância Terra/Sol como unidade astronômica, calcule, por exemplo, a distância de um planeta que leve 8 anos para realizar uma revolução completa em sua órbita:

• quadrado do tempo para completar uma órbita: $8^2 = 64$
 • $\sqrt[3]{64} = 4$

Então, esse planeta dista do Sol 4 unidades astronômicas, ou seja, sua distância ao Sol é quatro vezes a distância da Terra ao Sol.

PENSE E RESPONDA!

- a) Os estudos de Newton, cientista que viveu de 1642 a 1727, foram:
 anteriores aos de Kepler.
 posteriores aos de Kepler.
 b) Kepler, portanto:
 utilizou-se da mecânica newtoniana.
 não se utilizou da mecânica newtoniana.
 c) As leis fundamentais sobre movimento dos planetas foram estabelecidas por:
 Kepler. Newton.

- d) A Lei da Gravitação Universal foi estabelecida por:
 Kepler. Newton.

- e) Quando Newton elaborou seus princípios sobre fenômenos físicos (mecânica newtoniana), eram conhecidos:
 seis planetas. nove planetas.

- f) Kepler e Newton concordaram com a teoria heliocêntrica.
 certo errado

O estudo da mecânica newtoniana possibilitou adicionar em muito os conhecimentos sobre os movimentos dos corpos celestes, especialmente dos planetas.

10. Você deve estar lembrado que os três últimos planetas conhecidos do nosso Sistema Solar são: Urano, Netuno e Plutão.

Os dois últimos (Netuno e Plutão) foram descobertos com a aplicação dos princípios contidos na mecânica newtoniana.

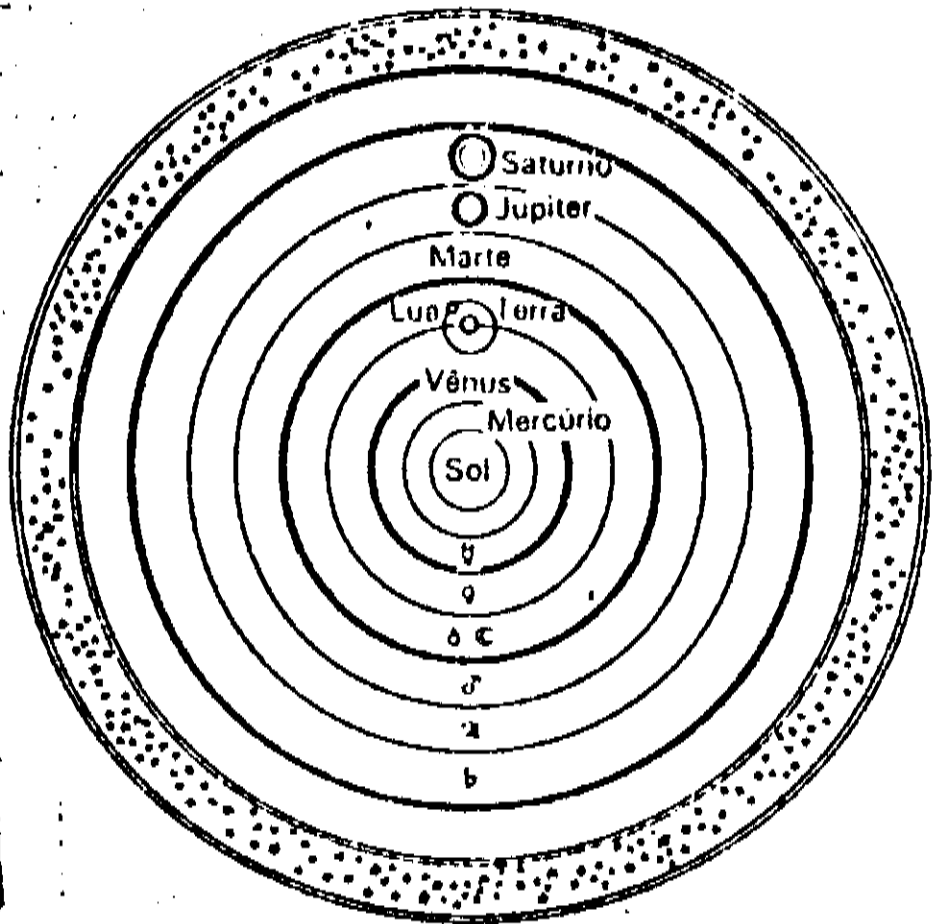
36

Embora alguns filósofos gregos já houvessem admitido que os planetas giravam ao redor do Sol, foi o polonês Copérnico que, em 1543, publicou uma teoria explicando que o Sol é o centro do nosso Sistema, criando, assim, o sistema heliocêntrico.

Copérnico baseou sua teoria no estudo dos movimentos dos planetas.

Copérnico (Nicholas Koppernigk) nasceu em 1473 e morreu em 1543. Seus estudos, realizados durante toda a sua vida adulta, só foram publicados no ano de sua morte, pois receava sofrer consequências imprevisíveis, uma vez que sua teoria era chocante para a época e contrariava crenças religiosas, segundo as quais a Terra deveria ser considerada o corpo celeste mais importante.

SISTEMA HELIOCÊNTRICO DE COPÉRNICO



5. Como você pode observar, na época de Copérnico:

- eram conhecidos apenas seis planetas.
 já se conheciam os nove planetas.

Na época de Copérnico eram conhecidos apenas os seis primeiros planetas, pois o próximo, Urano, só foi descoberto em 1781.

6. Você pode notar também que o sistema de Copérnico considerava os planetas girando em órbitas:

- circulares. elípticas.

A concepção de órbitas circulares para os planetas só foi desfeita no século XVII, por Kepler.

Kepler verificou que o movimento dos planetas somente poderia ser explicado se eles girassem ao redor do Sol, em órbitas elípticas, e não circulares.

7. Sendo assim, segundo Kepler, a distância de cada planeta até o Sol:

- variava de um ponto a outro de sua órbita.
 era sempre constante em toda a sua órbita.

Os planetas, portanto, girando em suas órbitas, estão ora mais próximos do Sol, ora mais distantes.

Kepler estabeleceu três leis básicas sobre o movimento dos planetas.

Visão simplista

Johannes Kepler (1571-1630), nascido na Alemanha, foi discípulo de Tycho Brahe, astrônomo dinamarquês que não concordou com as ideias de Copérnico, opondo-se radicalmente à teoria heliocêntrica.

Foram, no entanto, as observações do Brahe que, ironicamente, permitiram a Kepler comprovar a teoria heliocêntrica.

Leis de Kepler:

- 1ª lei: Os planetas movem-se ao redor do Sol em elipses, ocupando o Sol um dos focos da elipse.
- 2ª lei: A linha que liga um planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais.
- 3ª lei: O quadrado do tempo levado para completar uma órbita é proporcional ao cubo da distância média do planeta ao Sol.

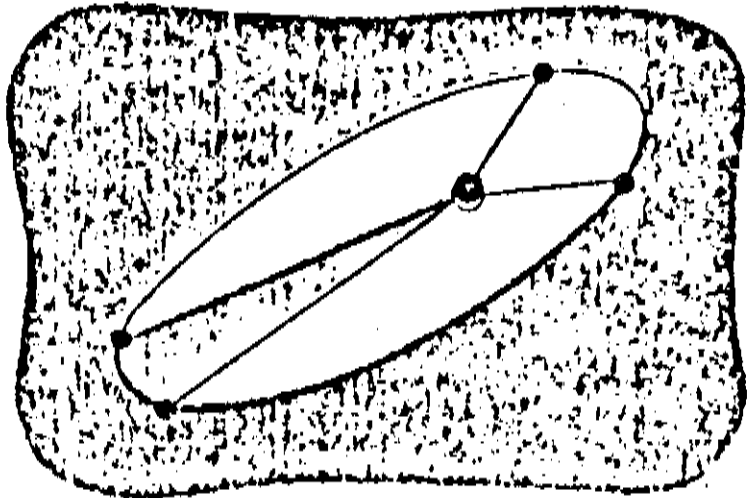
8. Uma das conclusões imediatas das leis de Kepler é que a velocidade dos planetas em suas órbitas:

- é constante.
 sofre variações.

Todo planeta move-se mais rapidamente quando está próximo do Sol e mais lentamente quando está distante dele.

Somente em uma órbita elíptica é possível varrer áreas iguais em tempos iguais.

Com base na 3ª lei de Kepler, pode-se calcular facilmente a distância dos planetas ao Sol.



9. Considerando-se a distância Terra-Sol como unidade astronômica, calcule, por exemplo, a distância de um planeta que leve 8 anos para realizar uma revolução completa em sua órbita:

- quadrado do tempo para completar uma órbita: $8^2 = 64$;
- $\sqrt{64} = 8$.

Então, esse planeta dista do Sol 4 unidades astronômicas, ou seja, sua distância ao Sol é quatro vezes a distância da Terra ao Sol.

PENSE E RESPONDA!

a) Os estudos de Newton, cientista que viveu de 1642 a 1727, foram:

- anteriores aos de Kepler.
 posteriores aos de Kepler.

b) Kepler, portanto:

- utilizou-se da mecânica newtoniana.
 não se utilizou da mecânica newtoniana.

c) As leis fundamentais sobre movimento dos planetas foram estabelecidas por:

- Kepler. Newton.

d) A Lei da Gravitação Universal foi estabelecida por:

- Kepler. Newton.

e) Quando Newton elaborou seus princípios sobre fenômenos físicos (mecânica newtoniana), eram conhecidos:

- seis planetas. nove planetas.

f) Kepler e Newton concordaram com a teoria heliocêntrica.

- certo errado

O estudo da mecânica newtoniana possibilitou aumentar em muito os conhecimentos sobre os movimentos dos corpos celestes, especialmente dos planetas.

10. Você deve estar lembrado que os três últimos planetas conhecidos do nosso Sistema Solar são: Urano, Netuno e Plutão.

Os dois últimos (Netuno e Plutão) foram descobertos com a aplicação dos princípios contidos na mecânica newtoniana.

3.1 — AS LEIS DA MECÂNICA CELESTE

Os antigos tiveram idéias bastante confusas com relação ao Sistema Solar e suas leis.

a) PTOLOMEU

Um dos mais célebres cientistas antigos, Cláudio Ptolomeu, astrônomo grego que viveu no século II d.C., estabeleceu o sistema geocêntrico. A Terra ocuparia o centro do Universo e os demais planetas girariam ao seu redor descrevendo órbitas perfeitamente circulares.

b) COPÉRNICO

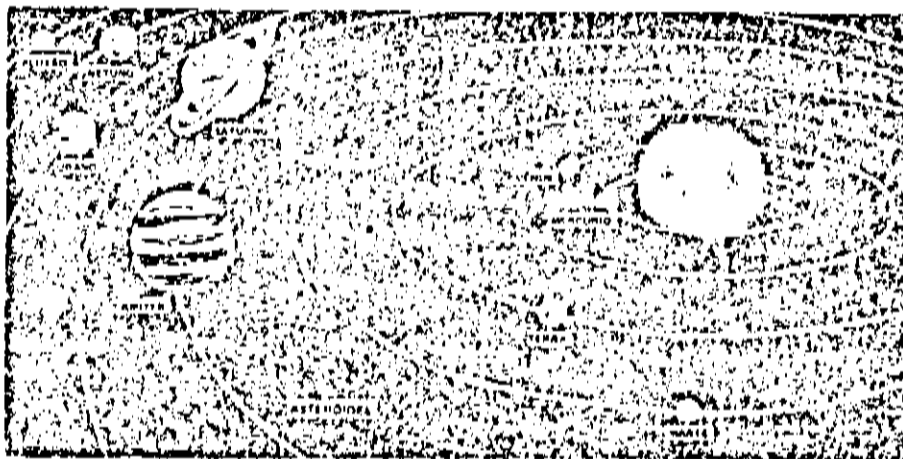
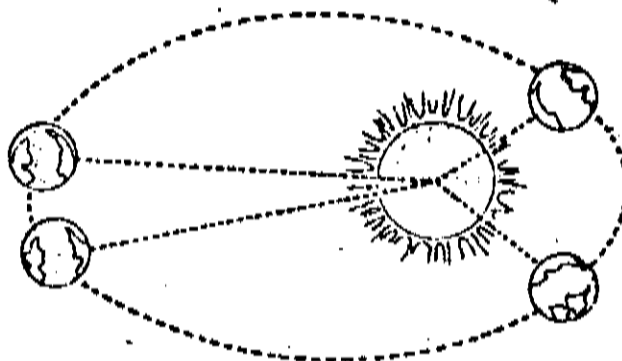
O sistema de Ptolomeu foi aceito até o século XVI, quando foi substituído pelo sistema heliocêntrico. Nicolau Copérnico, astrônomo polonês, estabeleceu o sistema heliocêntrico, colocando o Sol no centro de nosso sistema planetário.

↑
Não coloca a forma das órbitas

c) KEPLER

Astrônomo alemão, nasceu em 1571.

Johannes Kepler enunciou três importantes leis relativas à mecânica celeste.



1.ª Lei de Kepler, ou Lei das Órbitas: "Os planetas descrevem órbitas elípticas, das quais o Sol ocupa um dos focos."

Os antigos pensavam que as órbitas eram circulares por ser o círculo a. mais perfeita das curvas.

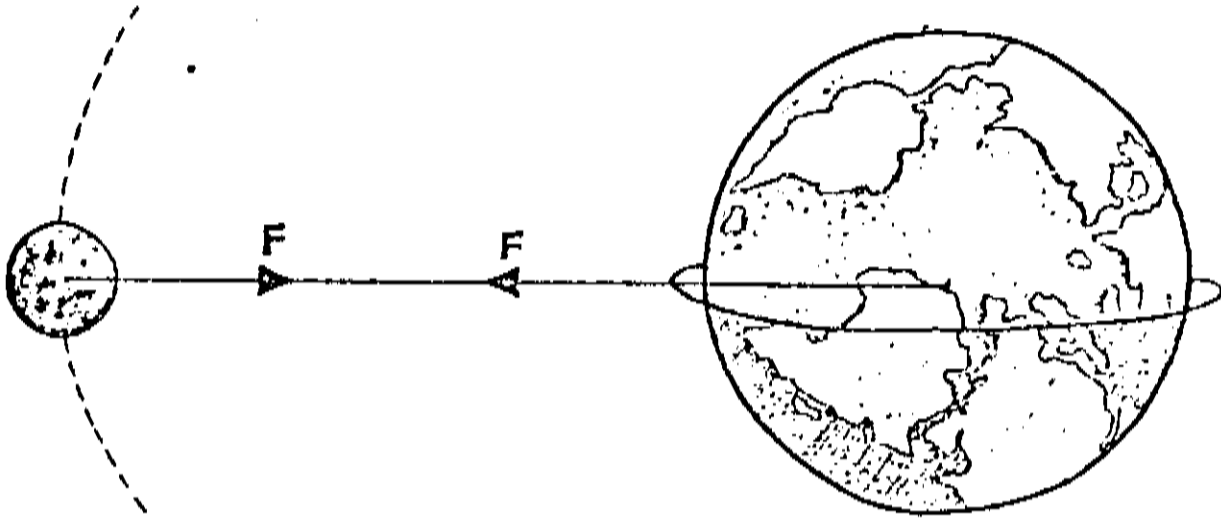
2.ª Lei de Kepler, ou Lei das Áreas: "Os raios vectores que unem o Sol aos planetas, descrevem áreas equivalentes em tempos iguais."

Os planetas têm uma velocidade maior quando estão mais próximos do Sol e menor quando estão mais afastados do Sol.

3.ª Lei de Kepler, ou Lei dos Tempos: "Os quadrados dos tempos das revoluções dos planetas são proporcionais aos cubos de suas distâncias médias ao Sol."

Ou seja, quanto mais afastado estiver do Sol, mais tempo leva o planeta para descrever sua órbita.

O raio médio da Terra vale cerca de $6,37 \times 10^6$ m



A Terra atrai a Lua com uma força igual que a Lua atrai a Terra (ação e reação).

$$F = \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,98 \times 10^{24} \times 7,34 \times 10^{22}}{(3,8 \times 10^8)^2}$$

$$F = \frac{6,67 \times 5,98 \times 7,34 \times 10^{-11 + 24 + 22}}{14,4 \times 10^{16}}$$

$$F = \frac{292,77 \times 10^{35}}{14,4 \times 10^{16}}$$

$$F = 20,3 \times 10^{19} \text{ N}$$

$$F = 2,03 \times 10^{20} \text{ N}$$

1.3.6 O NOSSO SISTEMA SOLAR

O nosso sistema solar é formado por uma estrela (o Sol) e 9 planetas: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Netuno e Plutão. Estes planetas giram em volta do Sol, obedecendo as leis de Kepler (Johannes Kepler, astrônomo alemão, 1571 – 1630).

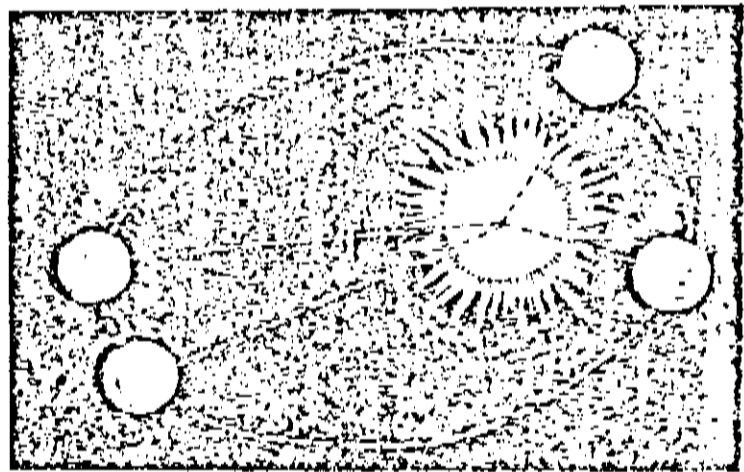
Kepler formulou as seguintes leis para o movimento dos planetas em volta do Sol:

1ª Lei: Os planetas movem-se em volta do Sol em trajetórias elípticas (órbitas em forma de uma elipse) com o Sol ocupando um dos focos.

2ª Lei: A reta que liga um planeta ao Sol, percorre áreas iguais em tempos iguais.

3ª Lei: O quadrado do período orbital de um planeta dividido pelo cubo de sua distância média ao Sol, é constante:

$$\frac{T^2}{R^3} = \text{constante}$$



(A 1ª e a 2ª Leis de Kepler: Órbita em forma de elipse e áreas iguais para tempos iguais).

O período orbital T ou período de revolução de um planeta em volta do sol, é o tempo que gasta para realizar uma volta completa. O período orbital da Terra é de 365 dias.

Muito simplificado. Nem a visão histórica é apresentada

❓ As leis de Kepler

A curiosidade com respeito ao movimento dos planetas remonta à Antigüidade. Os antigos bolaram sistemas complicados para explicar tais movimentos e acreditavam (pelo menos a maioria deles) que a Terra era o centro do universo e ao seu redor giravam o Sol, os planetas e as estrelas.

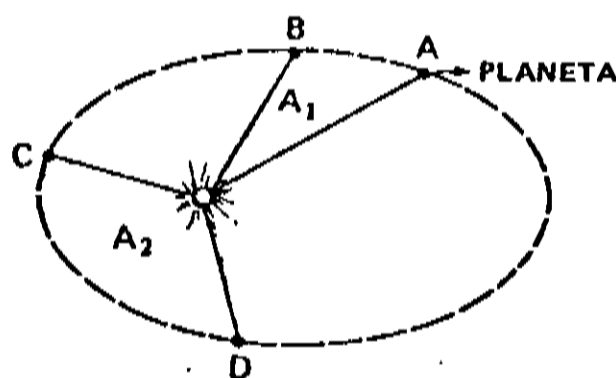
Foi com Nicolau Copérnico que as coisas se simplificaram um pouco, pois criou o chamado sistema heliocêntrico, em que a Terra e os demais planetas giravam em torno do Sol. Mas para ele a trajetória dos planetas tinha a forma de uma circunferência e coube a Kepler (1571–1630) mostrar que a trajetória nos planetas não é circular e mostrar também algumas outras propriedades desses movimentos.

1ª Lei de Kepler

Tomando o Sol como referencial, os planetas descrevem uma trajetória elíptica e o Sol ocupa um dos focos.

2ª Lei de Kepler

O segmento de reta imaginário que une o Sol a um planeta varre áreas iguais em tempos iguais.



Em outras palavras, a 2ª Lei de Kepler nos diz que se o planeta gastou o mesmo tempo para ir de A até B e para ir de C até D, então $A_1 = A_2$ (áreas iguais).

3ª Lei de Kepler

Seja R a distância média do planeta ao Sol e seja T o período de revolução do planeta em torno do Sol, então teremos:

$$R^3 = KT^2$$

A distância média do planeta ao Sol ao cubo é proporcional ao seu período de revolução ao quadrado.

❗ A lei de Newton da gravitação universal

As leis de Kepler tinham sido descobertas experimentalmente e na época faltavam bases teóricas para elas. Coube ao gênio incomparável de Isaac Newton (1642 – 1727) desvelar aos homens as bases dinâmicas que regem os movimentos planetários.

Newton enunciou sua lei da seguinte maneira:

Matéria atrai matéria na razão direta das massas e na razão inversa do quadrado das distâncias.

O ponto mais próximo do Sol chama-se *periélio* (*peri* = perto, *hélio* = sol) e o mais afastado chama-se *afélio* (*apo* = longínquo). O planeta é mais veloz no *periélio* e mais lento no *afélio*.

Kepler descobriu ainda uma 3ª lei do movimento planetário.

Comparando o período T do planeta, intervalo de tempo para dar uma volta completa em torno do Sol, com sua distância média r ao Sol, concluiu uma relação para qualquer planeta: o quadrado do período é diretamente proporcional ao cubo da distância: $T^2 = Kr^3$

A distância r é chamada raio médio da órbita do planeta.

De acordo com a 3ª lei de Kepler, quanto mais distante um planeta estiver do Sol, maior o seu período, isto é, maior o seu ano, pois um ano é o intervalo de tempo para dar uma volta em torno do Sol.

TABELA I

MASSAS E PERÍODOS DOS PLANETAS RELATIVOS À TERRA.

	Massa	Período (ano terrestre)
Sol	333 000	
Lua	1/81,3	(*)
Mercúrio	0,054	0,241
Vênus	0,814	0,615
Terra	1,000	1,000
Marte	0,107	1,881
Júpiter	317,45	11,865
Saturno	95,00	29,650
Urano	14,6	83,745
Netuno	17,6	165,951
Plutão	<0,1	247,687

Massa da Terra = $5,98 \times 10^{24}$ kg

Período da Terra

(1 ano terrestre) = 365,2 dias

(*) Período da Lua/Terra = 27,3 dias

Um ano terrestre é igual a 365,2 dias. Pela tabela I o ano marciano é 1,881 ano terrestre, isto é aproximadamente 687 dias terrestres. Vênus, mais próximo do Sol, tem um ano equivalente a 220 dias terrestres aproximadamente (veja a tabela I, 0,615 vezes o ano terrestre). Mercúrio mais próximo ainda, tem um ano igual a 88 dias terrestres, e Plutão, o planeta mais distante, tem um ano igual a 247,687 dias terrestres, aproximadamente.

As três leis de Kepler do movimento planetário são:

LEIS DE KEPLER

1ª Lei das Órbitas: Os planetas descrevem órbitas elípticas em torno do Sol, estando o Sol num dos focos.

2ª Lei das Áreas: O segmento imaginário que une o Sol ao planeta varre áreas proporcionais aos tempos dos percursos, isto é, próximos do Sol os planetas são mais velozes do que quando afastados.

3ª Lei dos Períodos: Os quadrados dos períodos de revolução dos planetas são proporcionais aos cubos de suas distâncias médias ao Sol:

$$T^2 = Kr^3$$

K = cte de proporcionalidade

3. LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

Analisando as leis de Kepler, Newton notou que as velocidades dos planetas variam ao longo da órbita em *módulo e direção*. Como variação de direção é devida a forças, Newton concluiu que os planetas e o Sol interagem a distância, com forças chamadas gravitacionais. Uma tremenda capacidade de generalização e um conhecimento profundo de Matemática permitiram a Newton descobrir que as forças gravitacionais são funções do inverso do quadrado da distância e dependem da massa de cada um dos planetas.

Se M e m são as massas de dois corpos supostas localizadas em seus centros e r é a distância entre seus centros, a intensidade da força gravitacional é:

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$



Fig. 3

Lei da Gravitação Universal

Dois corpos quaisquer atraem-se com forças proporcionais às suas massas e inversamente proporcionais ao quadrado da distância entre seus centros.

A força gravitacional F (Fig. 3) é uma força de campo central, isto é, atua à distância ao longo da reta que une os centros dos corpos.

Na expressão anterior $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI é uma constante chamada constante de gravitação universal.

O ponto mais próximo do Sol chama-se periélio (*peri* = perto, *hélio* = sol) e o mais afastado chama-se afélio (*apo* = longínquo). O planeta é mais veloz no periélio e mais lento no afélio.

Kepler descobriu ainda uma 3ª lei do movimento planetário.

Comparando o período T do planeta, intervalo de tempo para dar uma volta completa em torno do Sol, com sua distância média r ao Sol, concluiu uma relação válida para qualquer planeta: o quadrado do período é diretamente proporcional ao cubo da distância r : $T^2 \propto Kr^3$

A distância r é chamada raio médio da órbita do planeta.

De acordo com a 3ª lei de Kepler, quanto *mais distante* um planeta estiver do Sol, *maior o seu período*, isto é, maior o seu *ano*, pois um ano é o intervalo de tempo para dar uma volta em torno do Sol.

TABELA I

MASSAS E PERÍODOS DOS PLANETAS RELATIVOS À TERRA.

	Massa	Período (ano terrestre)
Sol	333 000	
Lua	1/81,3	(*)
Mercúrio	0,054	0,241
Vênus	0,814	0,615
Terra	1,000	1,000
Marte	0,107	1,881
Júpiter	317,45	11,865
Saturno	95,00	29,650
Urano	14,6	83,745
Netuno	17,6	165,951
Plutão	<0,1	247,687

Massa da Terra = $5,98 \times 10^{24}$ kg

Período da Terra

(1 ano terrestre) = 365,2 dias

(*) Período da Lua/Terra = 27,3 dias

Um ano terrestre é igual a 365,2 dias. Pela tabela I o ano marciano é 1,881 vezes o ano terrestre, isto é *aproximadamente* 687 dias terrestres. Vênus, *mais próximo do Sol*, tem um ano equivalente a 220 dias terrestres *aproximadamente* (na tabela I, 0,615 vezes o ano terrestre). Mercúrio *mais próximo ainda*, tem um ano igual a 88 dias terrestres, e Plutão, o *planeta mais distante*, tem um ano igual a 247 687 dias terrestres, *aproximadamente*.

As três leis de Kepler do movimento planetário são:

LEIS DE KEPLER

1ª Lei das Órbitas: Os planetas descrevem órbitas elípticas em torno do Sol, estando o Sol num dos focos.

2ª Lei das Áreas: O segmento imaginário que une o Sol ao planeta varre áreas proporcionais aos tempos dos percursos, isto é, próximos do Sol os planetas são mais velozes do que quando afastados.

3ª Lei dos Períodos: Os quadrados dos períodos de revolução dos planetas são proporcionais aos cubos de suas distâncias médias ao Sol:

$$T^2 = Kr^3,$$

K = cte de proporcionalidade

3. LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

Analisando as leis de Kepler, Newton notou que as velocidades dos planetas variam ao longo da órbita em *módulo e direção*. Como variação de direção é devida a forças, Newton concluiu que os planetas e o Sol interagem *à distância*, com forças chamadas gravitacionais. Uma tremenda capacidade de generalização e um conhecimento profundo de Matemática permitiram a Newton descobrir que as forças gravitacionais são funções do inverso do quadrado da distância e dependem da massa de cada um dos planetas.

Se M e m são as massas de dois corpos supostas localizadas em seus centros e r é a distância entre seus centros, a intensidade da força gravitacional é:

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

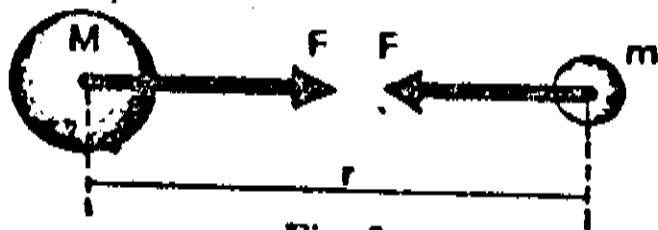


Fig. 3

Lei da Gravitação Universal

Dois corpos quaisquer atraem-se com forças proporcionais às suas massas e inversamente proporcionais ao quadrado da distância entre seus centros.

A força gravitacional F (Fig. 3) é uma força de campo central, isto é, atua à distância ao longo da reta que une os centros dos corpos.

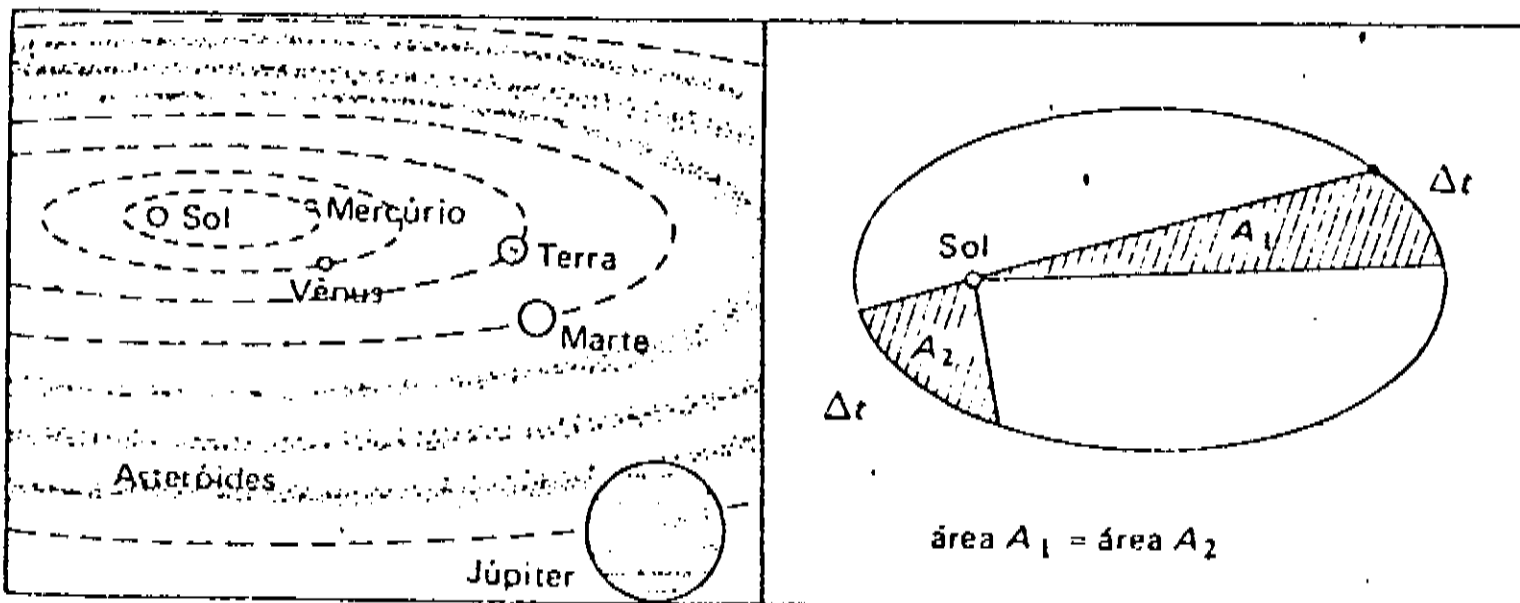
Na expressão anterior $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI é uma constante chamada constante de gravitação universal.

Primeira lei de Kepler:

Todos os planetas descrevem órbitas elípticas em torno do Sol, o qual ocupa um dos focos da elipse.

Segunda lei de Kepler:

Os planetas se movem em órbitas com velocidades tais, que, em intervalos de tempos iguais, as linhas que os unem ao Sol varrem áreas iguais.



Terceira lei de Kepler:

O quadrado do tempo que o planeta leva para dar uma volta completa em torno do Sol é diretamente proporcional ao cubo do raio médio de sua órbita.

$$\frac{T^2}{R^3} = \text{constante}$$

A interpretação dinâmica das leis de Kepler foi dada por Newton.

A lei da atração entre os corpos denomina-se *Lei da gravitação universal* e a força de atração é conhecida como *força gravitacional*.

Lei da gravitação universal ou lei de Newton:

Entre dois corpos existe uma força de atração mútua que é diretamente proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que os separa.

CAPÍTULO 23

FUNDAMENTOS

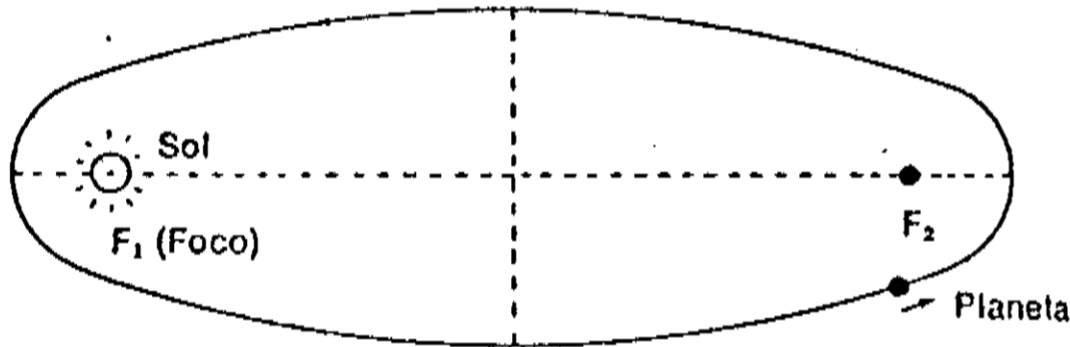
onde estão Galileu e Copérnico?

Leis de Kepler

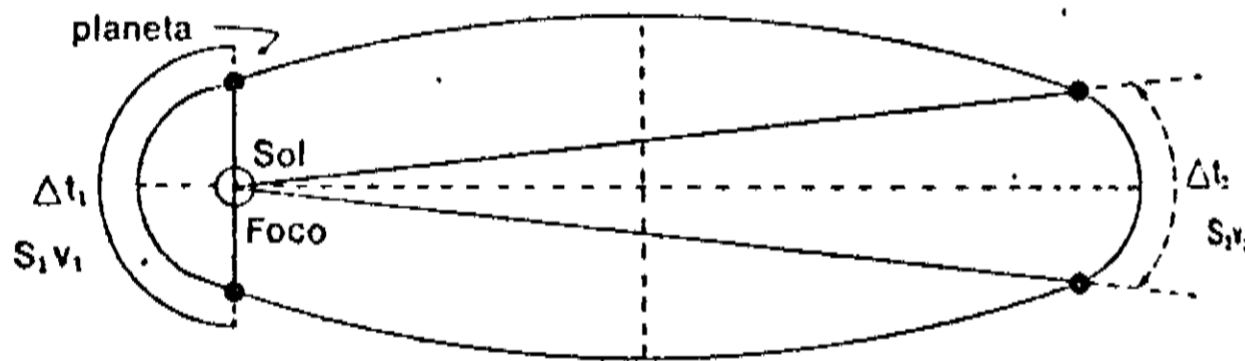
No século XVII, Johann Kepler enunciou as leis que regem o movimento planetário, utilizando em seus estudos, as rotações do astrônomo dinamarquês Tycho Brahe.

As três leis de Kepler que abordam os movimentos dos planetas são:

1.ª — Os planetas descrevem órbitas elípticas em torno do Sol, ocupando este, um dos focos da elipse.



2.ª — O segmento imaginário que une o Sol ao planeta descreve áreas proporcionais aos tempos gastos em percorrê-las.



$$\frac{A_1}{\Delta t_1} = \frac{A_2}{\Delta t_2} = \text{cte}$$

Isto quer dizer que "os planetas se movem ao redor do Sol com velocidade variada", pois:

quando: $A_1 = A_2 \iff \Delta t_1 = \Delta t_2$

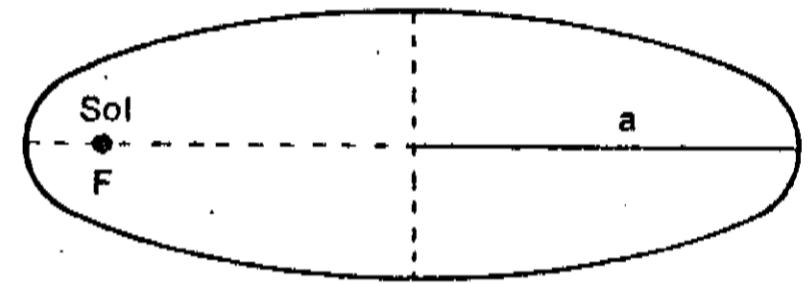
mas como: $S_1 > S_2 \implies v_1 > v_2$

Conclusão:

"As velocidades dos planetas são mais rápidas quando eles estão mais perto do Sol, e mais lentas quando estão mais longe".

Elipses ou "bananas"?

3.ª — Os quadrados dos tempos de revolução dos planetas (tempo para dar uma volta completa em torno do Sol) são proporcionais aos cubos das suas distâncias médias do Sol.



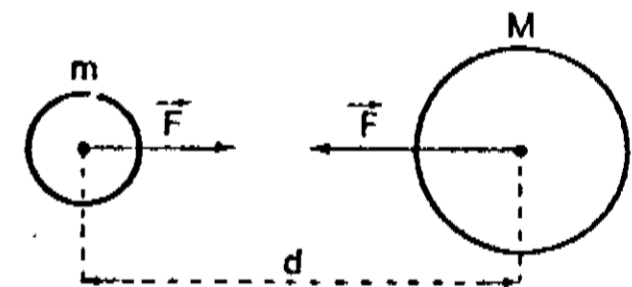
$$T^2 = k a^3$$

onde: $k =$ constante de proporcionalidade
 $a =$ semi-eixo maior da órbita

OBS.: Com base nesta lei, pode-se concluir que quanto mais longe estiver o planeta, maior é o seu período, e, portanto, o seu ano.

Com base nas leis de Kepler, Newton concluiu que os planetas e o Sol interagem à distância, com forças chamadas gravitacionais, e enunciou a "Lei da Gravitação Universal":

"Dois corpos atraem-se com forças diretamente proporcionais às suas massas, e inversamente proporcionais ao quadrado da distância entre seus centros".



$$F = G \cdot \frac{M m}{d^2}$$

Onde: $G =$ constante de gravitação universal
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$
 (Sistema SI)



Histórico

Até o século XVI, os acontecimentos relacionados com os movimentos dos corpos no espaço cósmico eram explicados levando-se sempre em conta o sistema geocêntrico. O sistema geocêntrico é um modelo de visão do mundo que admite a Terra no centro do universo e os demais planetas, a Lua e o Sol girando ao seu redor.

Cláudio Ptolomeu, astrônomo, geógrafo e matemático do século II d. C., foi, sem dúvida, o mais famoso dos defensores deste sistema.

No século XVI, em 1543, o monge polonês Nicolau Copérnico expõe as bases do sistema heliocêntrico. O sistema heliocêntrico é um modelo de visão do mundo que admite o Sol no centro do universo e os planetas girando ao seu redor em trajetórias circulares.

Entre os adeptos do sistema heliocêntrico estava Johannes Kepler, astrônomo e matemático alemão. Kepler, manipulando um rico acervo de dados astronômicos deixados por seu mestre, o dinamarquês Tycho Brahe, o mais famoso astrônomo europeu no século XVI, chega a notáveis leis empíricas sobre o movimento dos planetas.

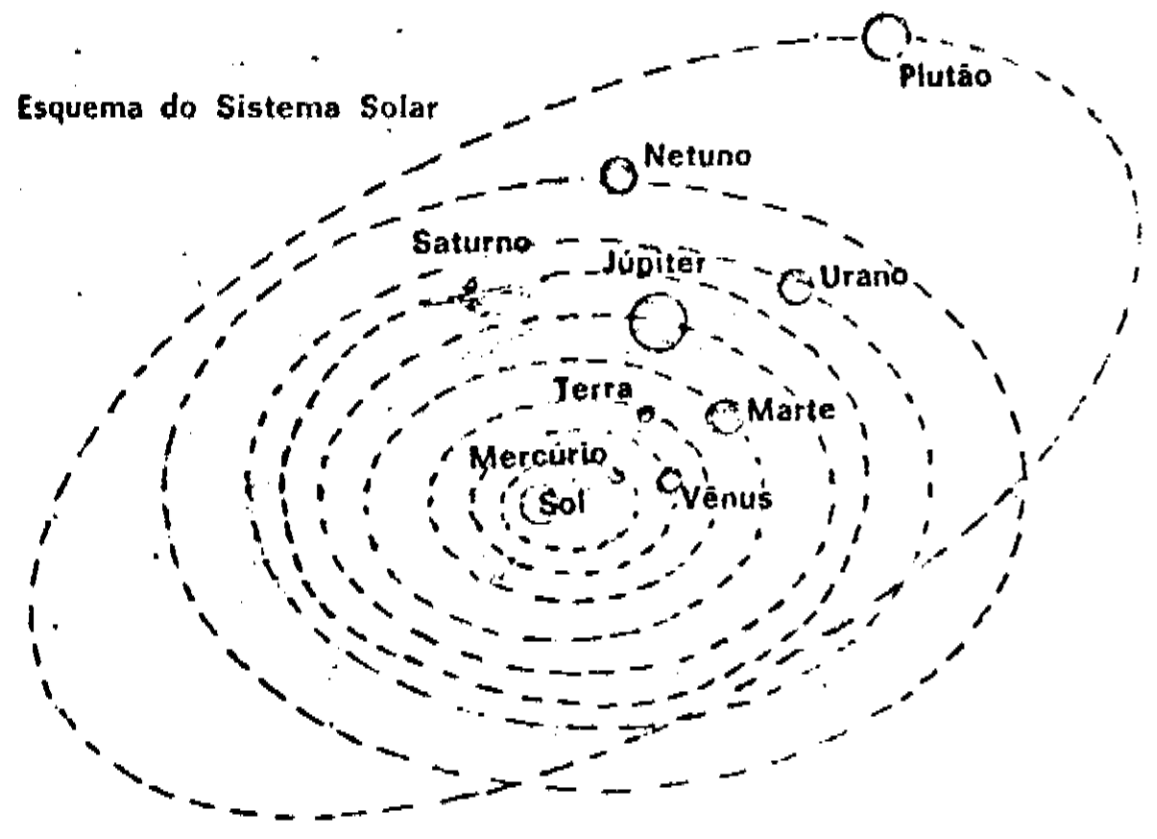
Leis de Kepler

A análise de Kepler resultou em três leis empíricas, eminentemente descritivas, do movimento dos planetas. As duas primeiras foram apresentadas em 1609, em sua obra *Astronomia Nova* (a lei das órbitas e a lei das áreas), e a terceira, em 1619 (a lei dos períodos), em sua obra *Harmonica Mundi*.

1.ª lei: Lei das Órbitas

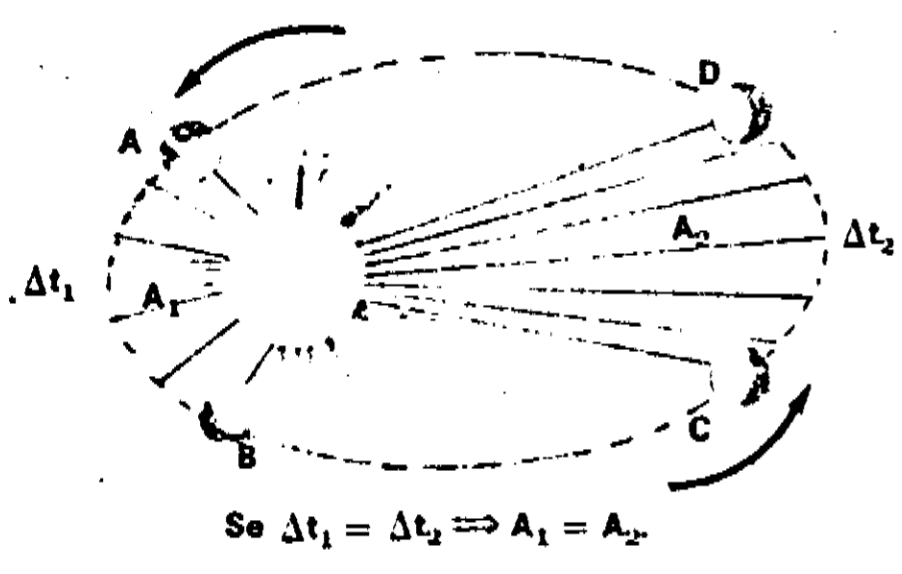
Os planetas descrevem órbitas elípticas* em torno do Sol, que se encontra em um dos focos.

* Ver prancha matemática na p. 211.



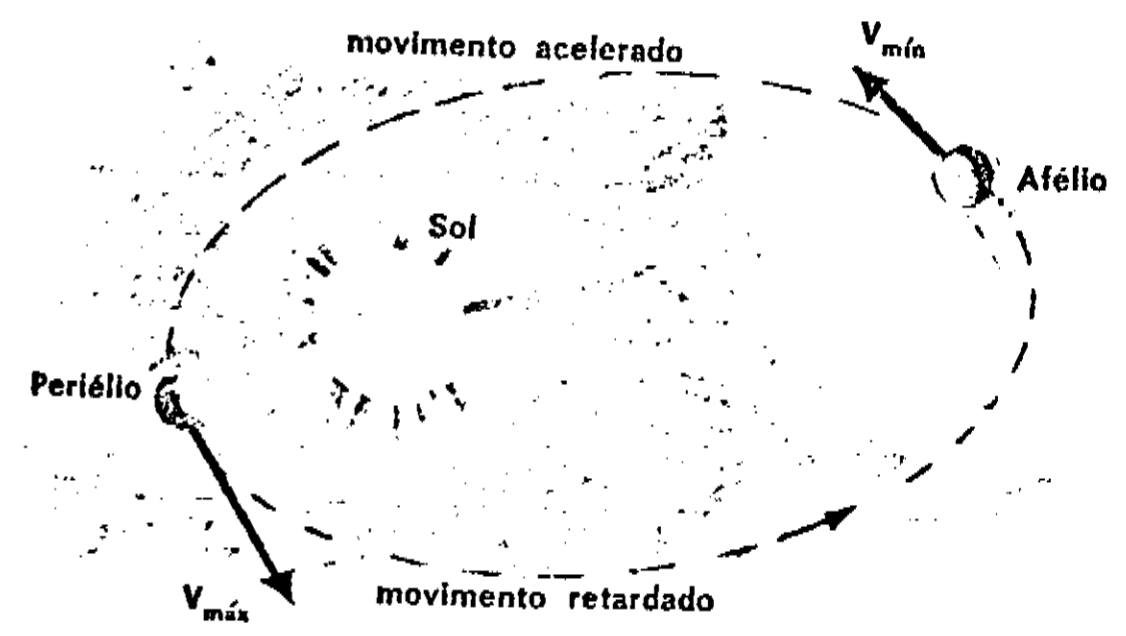
2.ª lei: Lei das Áreas

O segmento imaginário, que une o Sol ao planeta, "varre" áreas iguais em tempos iguais.



Conseqüência: Se as áreas assinaladas são iguais, o arco maior AB deverá ser descrito no mesmo tempo que o arco menor CD. Logo, a velocidade em AB (próximo ao Sol) deve ser maior que a velocidade em CD (longe do Sol).

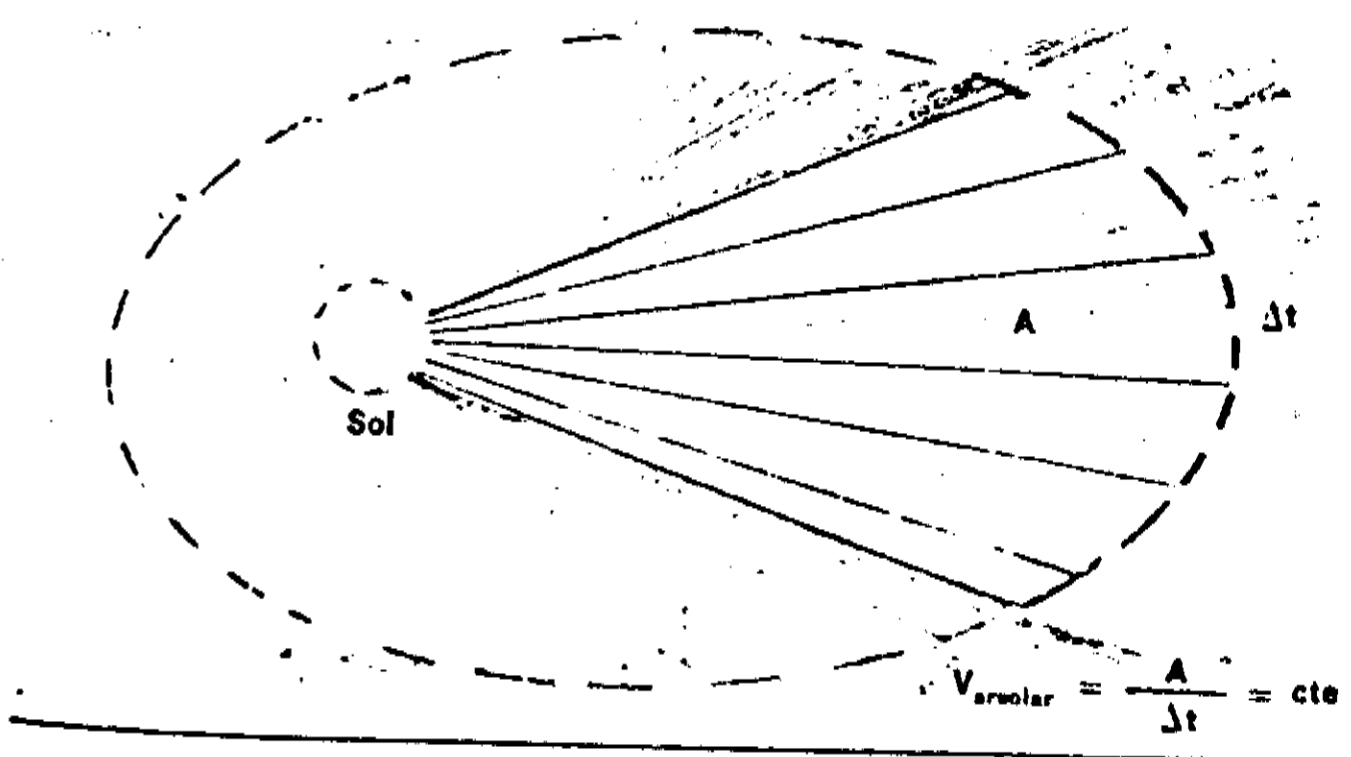
Concluimos, então, que o planeta é mais veloz no periélio (mais próximo do Sol) e mais lento no afélio (mais afastado do Sol).



Esta lei é de grande importância, pois dela se conclui que os planetas não se movem ao redor do Sol com velocidade constante, como se acreditava até então. A medida que o planeta se aproxima do Sol, sua velocidade aumenta, e, à medida que ele se afasta, sua velocidade diminui. Por isso, esta segunda lei é também conhecida como Lei das Velocidades.

Observação

Alguns autores preferem se referir a esta lei dizendo que "a velocidade areolar do planeta é constante". Por velocidade areolar se entende o quociente entre a área varrida (A) e o tempo gasto em varrê-la (Δt).



CAMP Essa Teoria iria finalmente dar as respostas aos problemas sobre os quais, havia dois mil anos, tropeçava o pensamento científico do mundo ocidental.

12.1 OS PASSOS PRELIMINARES

Referindo-se mais tarde aos dois anos de retiro em Woolsthorpe, por causa da Grande Peste (1665-1666), Newton dizia:

Naquele mesmo ano, comecei a cogitar que a gravidade se estendia até a órbita da Lua;... a partir da [3.ª] lei de Kepler... demonstrei que as forças que mantêm os planetas nas suas órbitas devem [estar] na razão inversa das suas distâncias do centro em torno do qual giram: daí comparei a força necessária para manter a Lua na sua órbita, com a força da gravidade na superfície da Terra, e achei que correspondiam mais que razoavelmente.

Aquilo tudo aconteceu nos dois anos da peste de 1665 e 1666: naqueles dias encontrava-me em plena juventude e com toda a força da minha capacidade criadora, e me ocupava de Matemática e de Filosofia [natural] mais do que em qualquer outra época desde então.

Sigamos o programa traçado por Newton.

1 3.ª LEI DE KEPLER E AS ÓRBITAS CIRCULARES

Admitamos que os planetas tenham órbitas circulares: sabemos que isso é verdadeiro em primeira aproximação.

Representando-se por T o período de um planeta e por r o raio da sua órbita, a 3.ª lei de Kepler diz que:

$$T^2/r^3 = k = (\text{Cte}). \tag{1}$$

A aceleração do planeta no seu movimento circular uniforme é:

$$a = v^2/r = 4\pi^2 r/T^2 = (4\pi^2/r^2) (r^3/T^2), \tag{2}$$

ou seja, substituindo-se r^3/T^2 por $1/k \equiv k_1$:

$$a = k_1 (4\pi^2/r^2) = K/r^2. \tag{3}$$

A aceleração do planeta é pois inversamente proporcional ao quadrado da sua distância ao Sol.

Ora, pela 2.ª lei, a força total que age sobre o planeta é igual ao produto da massa do planeta por sua aceleração. Resulta que:

$$F = \frac{Km}{r^2} \tag{4}$$

É o resultado anunciado por Newton.

2 A MAÇÃ E A LUA

Newton quer agora saber se a força que mantém os planetas nas suas órbitas, e presumivelmente a Lua na sua, é a "mesma" força que atrai os corpos na superfície da Terra.

Se a força for a mesma (entendendo-se: de mesma natureza), então a aceleração da Lua na sua órbita e a aceleração de um corpo que cai na superfície da Terra, devem estar entre si na razão inversa dos quadrados das distâncias respectivas da Lua ao centro da Terra (raio da órbita da Lua) e do corpo ao centro da Terra (raio da Terra).

Alguns biógrafos de Newton afirmam que foi a queda de uma maçã num pomar, enquanto Newton estava imerso nas suas meditações, que teria "catalisado" o processo mental que o levou à comparação das duas acelerações.

Façamos o cálculo.

A Lua tem um período de 27,3 dias ou seja, $2,35 \cdot 10^6$ s. O raio da sua órbita é $3,84 \cdot 10^8$ m.

A sua aceleração é pois, em módulo (expressão 2):

$$a_L = \frac{4(3,14)^2 \times (3,84 \cdot 10^8)}{(2,35 \cdot 10^6)^2} = 2,74 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

A aceleração da maçã na superfície da Terra é:

$$a_m = 9,8 \text{ m/s}^2.$$

A razão entre essas duas acelerações é:

$$\frac{a_m}{a_L} = \frac{9,8}{2,74 \cdot 10^{-3}} = 3,6 \cdot 10^3. \tag{5}$$

Calculemos a razão inversa dos quadrados do raio da órbita da Lua e do raio da Terra (igual a $6,38 \cdot 10^6$ m):

$$\left(\frac{r_L}{r_T}\right)^2 = \left(\frac{3,84 \cdot 10^8}{6,38 \cdot 10^6}\right)^2 = 3,6 \cdot 10^3 \tag{6}$$

Efetivamente, temos:

$$\frac{a_m}{a_L} = \left(\frac{r_L}{r_T}\right)^2 \tag{7}$$

Há conseqüentemente fortes indícios de que "a gravidade [terrestre] se estenda até a órbita da Lua" ou ainda, como Galileu o tinha pressentido, que a física terrestre se aplique também aos "céus", ou pelo menos, ao sistema solar.

A teoria da gravitação universal vai agora surgir da conjunção de

Em conseqüência devemos ter.

$$GMm/R^2 = 4\pi^2 Rm/T^2 \tag{23}$$

PREVISÕES DO MODELO:

A equação (23) fornece:

$$T^2/R^3 = 4\pi^2/GM \tag{24}$$

É a 3.ª lei de Kepler (para órbitas circulares).

Concluímos que uma órbita circular é possível: o raio R e o período T do planeta serão então ligados pela relação (24).

Podemos obter a relação entre velocidade e raio da órbita substituindo o segundo membro de (23) por mv^2/R ; vem:

$$v^2 = GM/R \tag{25}$$

TESTE EXPERIMENTAL:

O teste pode ser feito pela órbita de Vênus, cuja excentricidade é inferior a $7 \cdot 10^{-2}$.

O raio da órbita é $1,08 \cdot 10^{11}$ m; o período é $1,94 \cdot 10^7$ s.

A razão T^2/R^3 é: $2,98 \cdot 10^{-19} \text{ s}^2/\text{m}^3$.

A razão $4\pi^2/GM$ (massa do Sol $M = 1,98 \cdot 10^{30}$ kg) é: $2,99 \cdot 10^{-19} \text{ s}^2/\text{m}^3$.

12.11 A LEI DAS ÁREAS (2.ª LEI DE KEPLER)

Kepler mostrou, para o planeta Marte, que o segmento (raio-vetor), cuja origem é o Sol e cuja extremidade é o planeta, varre áreas iguais em tempos iguais.

Ele generalizou essa lei a todos os planetas.

A teoria da gravitação permite prever a lei das áreas?

A resposta foi dada no capítulo 11 (Momento angular). Desprezando-se as perturbações provocadas pelos outros planetas, cada planeta se move no campo gravitacional central do Sol. O seu movimento segue assim a lei das áreas.

12.12 AS ÓRBITAS DOS PLANETAS (1.ª LEI DE KEPLER)

PERGUNTA:

Apresentemos o problema como Halley o apresentou a Newton, quando o visitou em Cambridge, no mês de agosto de 1684 (cap. 2):

Qual é a trajetória de um planeta, supondo-se uma lei de atração em $1/r^2$?

MODELO FÍSICO

Modelo de partícula para o Sol e o planeta.

HIPÓTESES:

A massa do Sol é muito maior do que a massa de qualquer planeta.

As perturbações provocadas pelos outros planetas são desprezíveis.

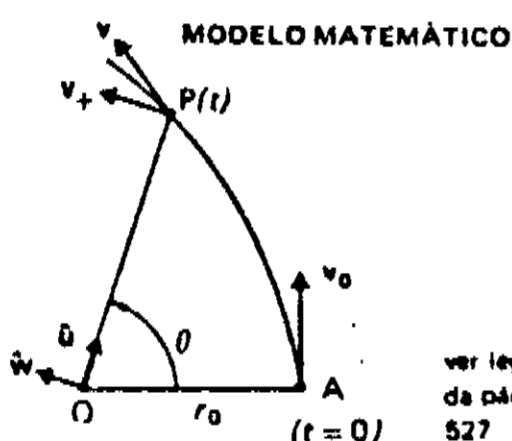
PARÂMETROS RELEVANTES:

Massa do Sol: M

Massa do planeta: $m \ll M$

Condições iniciais:

em $t = 0$, o planeta passa pelo pe-



ver legen da pág. 527

riêlio (distância r_0 do Sol), com velocidade v_0 .

REFERENCIAL:

Sol-estrelas; a posição do planeta P no instante genérico t , é definida pela sua distância r ao Sol, e pelo ângulo θ que a semi-reta OP faz com a semi-reta OA (coordenadas polares).

LEIS E TEORIAS IMPOSTAS AO MODELO:

Teoria da gravitação universal.

Fig. 3 No instante zero, o planeta passa pelo perélio A com velocidade v_0 . No instante genérico t o planeta está em P. A figura mostra a componente transversa da velocidade v_+ . Notem os unitários \hat{u} (na direção do raio OP), e \hat{w} , deduzido de \hat{u} pela rotação $+\pi/2$.

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GMm}{r^2} \hat{u} - \frac{d^2 \theta}{dt^2} r \hat{u} = -\frac{GM}{r^2} \hat{u}; \tag{26}$$

PREVISÕES DO MODELO:

A conservação do momento angular em relação a O importa em que o produto:

$r \times v$

seja constante. Representemos por k esse produto. Podemos escrever:

$$k = r \times v = r \times v_+.$$

em que v_+ é a componente transversa da velocidade (perpendicular ao raio vetor).

Essa componente representa a velocidade instantânea de rotação do planeta em torno de O. No instante t o planeta está girando em torno de O com velocidade angular $d\theta/dt$. O módulo da componente transversa da velocidade é pois $r d\theta/dt$.

$$v_+ = r d\theta/dt = r\dot{\theta}$$

Podemos assim escrever:

$$k = r v_+ = r_0 v_0 = r^2 \dot{\theta} \tag{27}$$

Multiplicamos e dividamos o segundo membro de (26) por $\dot{\theta}$; obtemos:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2 \dot{\theta}} \dot{\theta} \hat{u} = -\frac{GM}{r_0 v_0} (-\dot{\theta} \hat{u}) \tag{28}$$

Interpretemos o termo $(-\dot{\theta} \hat{u})$.

Para tanto, consideremos o unitário \hat{w} , deduzido de \hat{u} pela rotação $+\pi/2$. Quando o planeta descreve a sua órbita, \hat{w} (como aliás \hat{u}), gira em torno de O e a sua extremidade descreve uma circunferência. Vamos mostrar que a velocidade é precisamente $(-\dot{\theta} \hat{u})$.

De fato, sendo $\dot{\theta}$ a velocidade angular do conjunto (\hat{u}, \hat{w}) , a velocidade da extremidade do unitário \hat{w} tem módulo igual a $\dot{\theta} \times 1 = \dot{\theta}$. A velocidade é perpendicular a \hat{w} , donde paralela a \hat{u} ; ela tem porém sentido contrário. Está pois provada que essa velocidade é $(-\dot{\theta} \hat{u})$:

$$d\hat{w}/dt = -\dot{\theta} \hat{u}.$$

Voltando à equação (28), temos então:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{GM}{r_0 v_0} \frac{d\hat{w}}{dt} \tag{29}$$

A integral primeira dessa equação é:

$$\frac{dr}{dt} = v = \frac{GM}{r_0 v_0} (\hat{w} + K), \tag{30}$$

em que K é uma constante (vetorial) de integração. Determinemos K pelas condições iniciais.

* O planeta se desloca no sentido das rotações positivas (por hipótese) de modo que $d\theta/dt$ é sempre positivo.

Mecânica do ponto

A teoria é aparentemente razoável porque corresponde às observações superficiais que fazemos cada dia (o Sol parece girar em torno da Terra, nascendo no oriente e "se pondo" no ocidente). As suas dificuldades começam quando observações mais precisas são feitas: como os planetas têm velocidades diferentes entre si, é preciso supor que existem várias esferas celestes que giram em torno da Terra como centro: as estrelas fixas se supõem presas a uma outra esfera mais distante.

Como, além disso, as órbitas não são esféricas e algumas delas são caprichosas, como a de Marte (fig. 110); é preciso supor, ainda, que os planetas descrevem pequenos círculos em torno da esfera celeste que lhes é própria (epiciclos). No fim da Idade Média, o sistema de Ptolomeu era tão complexo que eram necessários mais de oitenta epiciclos para explicar o sistema planetário.

O movimento de Marte, quando observado da Terra, foi a maior dificuldade encontrada no sistema geocêntrico: a órbita de Marte é maior que a da Terra e o seu ano é de 687 dias, ao passo que o da Terra é de 365 dias; como o raio da órbita de Marte é, aproximadamente, 1,5 vezes maior que o da Terra, isto significa que a velocidade dos dois planetas na sua órbita é muito diferente.

Enquanto a Terra percorre os arcos *ab*, *cd* e *ef*, Marte percorre *AB*, *BC* e *CD*, sendo que *ab = cd = ef* e *AB = BC = CD* (fig. 112). Enquanto a Terra vai de *a* para *b*, Marte vai de *A* para *B* e a reta que une os dois planetas gira na direção anti-horária. Quando a Terra vai de *c* para *d*, Marte vai de *B* para *C* e a reta que une os dois planetos gira na direção horária.

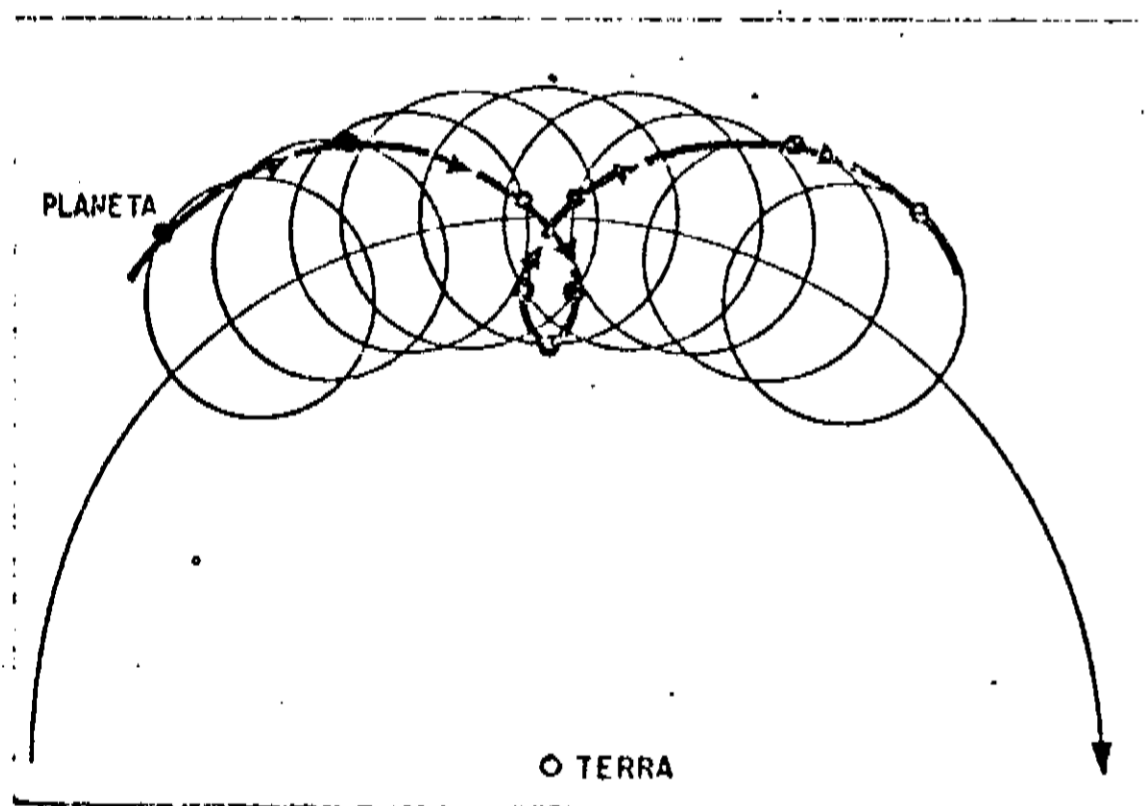


Fig. 111

Fôrças gravitacionais. A atração universal

rária; finalmente, no trecho *ef* a reta *eE* volta a girar no sentido anti-horário. O problema é compreender a inversão de sentido no movimento de Marte.

Coube a Copérnico sugerir uma tremenda simplificação deste sistema, colocando o Sol no centro do sistema planetário e os planetas girando em órbitas circulares em torno dele. O movimento peculiar de Marte é explicado facilmente neste sistema, como um caso especial de movimento relativo, uma vez que um observador na Terra se encontra numa plataforma girante ao observar Marte.

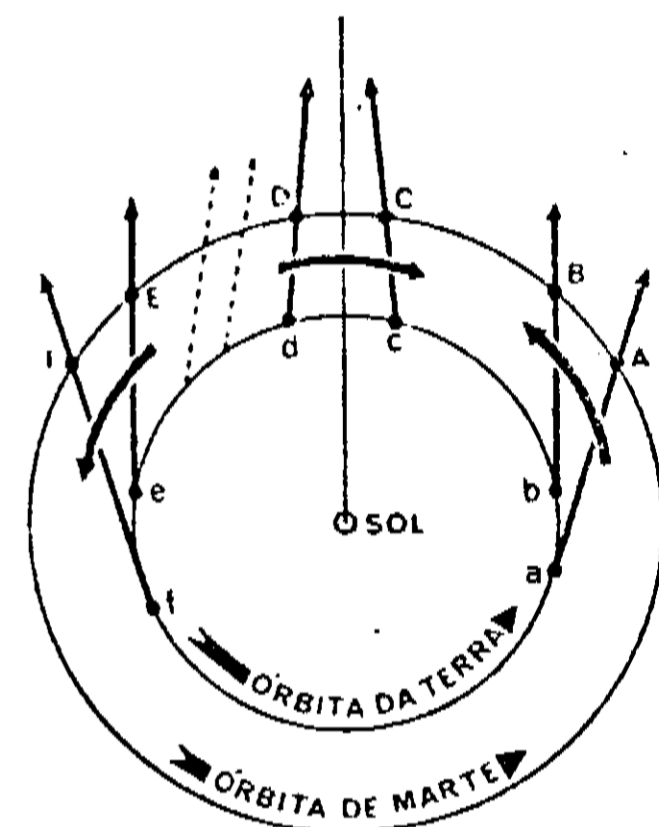


Fig. 112

Finalmente, as observações precisas de Tycho Brahe levaram Kepler a formular as leis corretas do movimento dos planetas.

As leis de Kepler são as seguintes:

- a) Os planetas giram em torno do Sol, em órbitas elípticas, nas quais o Sol ocupa sempre um dos focos.
- b) A reta que une o Sol a um planeta varre áreas iguais em tempos iguais (fig. 113).
- c) O quadrado do tempo necessário para um planeta completar uma volta em torno do Sol é proporcional ao cubo do semi-eixo maior da elipse.

Vejamos como descobrir, a partir destas leis, a lei da gravitação. As elipses que os planetas descrevem são bem próximas de círculos; nessa aproximação deve existir uma força *F* no planeta, dirigida para o Sol, que é dada pela fórmula

$$F = m_p \omega^2 r = \frac{m_p 4\pi^2 r}{T^2}$$

pois

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; r' = \frac{2\pi r}{v}$$

$$v = \omega r$$

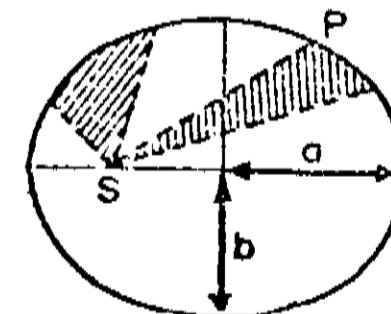


Fig. 113

onde *T* é o período de tempo para uma revolução em torno do Sol (um ano para a Terra), *v* é a velocidade do planeta, *m_p* é a massa inercial do planeta, *r* o raio da órbita do planeta.

movimento relativo

Leis de Kepler relativas aos movimentos dos planetas

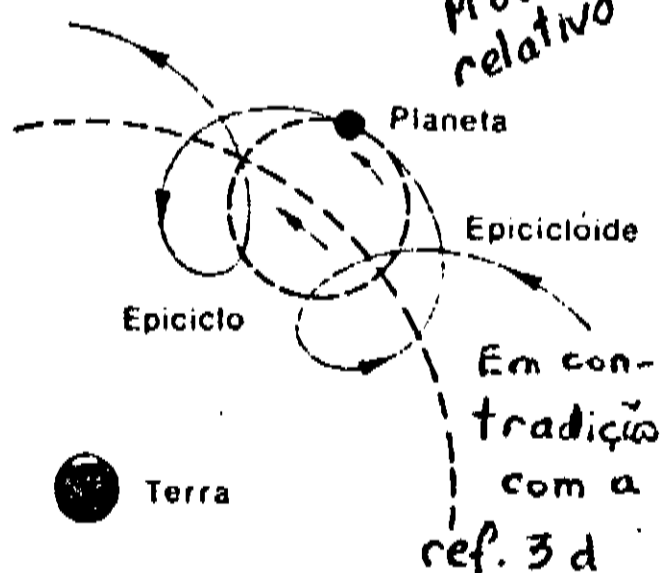
430

Leis de Kepler relativas aos movimentos dos planetas

Para os gregos a Terra era concebida como sendo o centro geométrico do Universo. Em torno da Terra giravam os astros então conhecidos, na seguinte ordem: Lua, Mercúrio, Vênus, Sol, Júpiter, Saturno e as chamadas estrelas fixas. Cada um desses astros deveria estar fixo numa esfera concêntrica com a Terra, estando as estrelas fixas na esfera mais externa. As esferas giravam ao redor da Terra com um período de revolução característico de cada astro, sendo o período da esfera que continha as estrelas fixas igual a 24 horas, exatamente o período que hoje sabemos é o período de revolução da Terra.

Essas hipóteses foram se tornando progressivamente insustentáveis face às observações astronômicas, sofrendo numerosas modificações e correções, e acabaram constituindo as bases da teoria dos epiciclos proposta por Ptolomeu, o astrônomo de Alexandria. Ptolomeu explicava o movimento planetário considerando que:

- 1) cada planeta descrevia um movimento circular uniforme percorrendo trajetória de pequeno raio, denominada Epiciclo;
- 2) por sua vez o centro desse círculo percorria outra circunferência de raio maior, concêntrica com a Terra.



Como resultado final, a órbita descrita por cada planeta era uma curva contínua denominada *Epicicloide*. Com estas considerações, Ptolomeu conseguiu explicar não só qualitativamente mas também quantitativamente os movimentos dos planetas.

A teoria proposta por Ptolomeu prevaleceu por cerca de 15 séculos até ser contestada pelo monge polonês Nicolau Copérnico, no século XVI. Buscando uma teoria mais simples para justificar os movimentos dos planetas, Copérnico chegou à inevitável conclusão de que o Sol deveria se situar no centro do nosso sistema planetário, situando-se os demais planetas em órbitas progressivamente mais afastadas do Sol, na seguinte ordem: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, planetas conhecidos na época em que o sábio estabeleceu sua teoria. A teoria proposta por Copérnico foi publicada na obra "De orbium coelestium revolutionibus", publicada em 1542, quando Copérnico estava prestes a morrer. Além da teoria heliocêntrica, Copérnico estabeleceu hipóteses a respeito da esfericidade da Terra, do movimento diário de rotação do nosso planeta, e outros trabalhos sobre Astronomia.

Você deve lembrar que o conceito de movimento é relativo e é equivalente afirmar que a Terra é fixa e os demais astros se movimentam ao redor, ao invés de afirmar que o Sol é fixo e os demais astros se movimentam ao seu redor. No primeiro caso estaríamos referindo os movimentos dos planetas à Terra e no segundo caso o referencial seria o Sol. A escolha recai no segundo caso por ser mais simples. Não deveremos portanto considerar errada a teoria de Ptolomeu, porém a teoria heliocêntrica é bem mais simples.

A teoria de Copérnico permitiu que o astrônomo Johannes Kepler, natural de Praga, enunciasse, do ponto de vista cinemático, as leis que regem os movimentos dos planetas.

Leis de Kepler — Interpretação dinâmica

431

As leis resultam de um metucioso exame das observações astronômicas feitas por Tycho Brahe.

As mencionadas leis são:

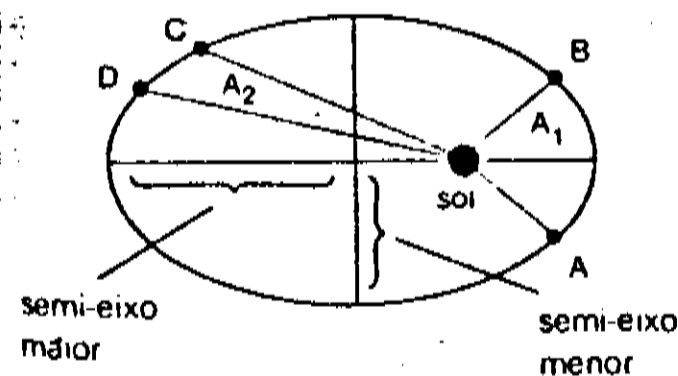
- 1) Lei das órbitas: "Os planetas descrevem órbitas elípticas em torno do Sol, que ocupa um dos focos".
- 2) Lei das áreas: "O raio vetor de qualquer planeta (segmento que une o centro do Sol ao centro do planeta) varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais".
- 3) Lei dos períodos: "Os quadrados dos períodos de revolução dos planetas são proporcionais aos cubos dos semi-eixos maiores das respectivas órbitas".

Simbolicamente

$$\frac{T^2}{r^3} = \text{constante}$$

As duas primeiras leis foram publicadas em 1609 enquanto a terceira só apareceu em 1618.

Convém comentar mais detalhadamente a segunda lei.



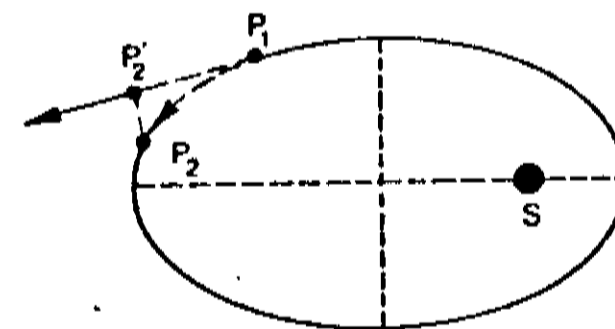
Esta lei diz que, se o planeta emprega para ir da posição C até a posição D o mesmo tempo empregado para ir de A até B, as áreas A_1 e A_2 são iguais. Concluímos então que nas

proximidades do Sol o movimento do planeta é mais rápido do que quando o planeta está afastado do Sol. A posição do planeta, na proximidade do Sol, onde ele apresenta maior velocidade, chama-se *perélio*, e a posição afastada do Sol, onde o planeta apresenta menor velocidade, recebe o nome de *afélio*.

Interpretação dinâmica das leis de Kepler

Foi Isaac Newton que deu a interpretação do ponto de vista dinâmico às leis de Kepler. Para isso Newton estabeleceu uma série de hipóteses que relataremos em seguida, culminando com o estabelecimento da expressão da chamada *força gravitacional*, cuja primeira comprovação foi feita pelo próprio sábio.

Para justificar a lei das órbitas, com base na lei da inércia, Newton admitiu que os planetas estão sujeitos continuamente a uma força atrativa imposta pelo Sol. Você deve, antes de prosseguir, procurar entender essa proposta de Newton.



Seja P_1 e P_2 o arco de trajetória percorrido pelo planeta no intervalo de tempo Δt . Se o planeta estivesse livre da ação de forças, por inércia, percorreria trajetória retilínea, e ao final do intervalo Δt estaria em P'_2 . Porém, isto não acontece, pois ao fim do intervalo de tempo Δt o planeta estará em P_2 , em virtude da ação da força exercida pelo Sol. Solicitado por essa força, o planeta "caiu" de P'_2

CAP. 16 GRAVITAÇÃO 40

16-2). É comum se pensar que o esquema de Copérnico é tão mais simples que o de Ptolomeu que deveria ter sido adotado imediatamente. Isto não é verdade. Copérnico ainda acreditava na santidade do círculo e seu uso de epiciclos e outros arranjos era tão grande quanto o de Ptolomeu (eles não estão mostrados na Fig. 16-2a). Copérnico, entretanto, ao colocar o Sol numa posição central, deu uma descrição mais simples e uma explicação mais natural de certas características do movimento planetário. Acima de tudo ele fez o trabalho de base indispensável e do qual foi desenvolvida a nossa visão moderna do sistema solar.

Em contra
dição com
a ref. 3c

A crescente controvérsia sobre as duas teorias estimulou os astrônomos a obter dados de observação mais precisos; esses dados foram obtidos por Tycho Brahe³ (1546-1601), o último dos grandes astrônomos a realizar observações sem usar telescópio.⁴ Os dados de Tycho Brahe sobre os movimentos planetários foram analisados e interpretados, durante cerca de vinte anos, por Johannes Kepler (1571-1630), que fora assistente de Brahe. Kepler verificou que existiam importantes regularidades no movimento dos planetas, conhecidas como as *três leis de Kepler para o movimento planetário*:

- 1.ª Todos os planetas se movem em órbitas elípticas, o Sol localizando-se em um dos focos (lei das órbitas).
- 2.ª A linha traçada do Sol a qualquer planeta descreve áreas iguais em tempos iguais (lei das áreas).
- 3.ª O quadrado do período de qualquer planeta em torno do Sol é proporcional ao cubo da distância média do Sol ao planeta (lei dos períodos).

As leis de Kepler forneceram forte apoio à teoria de Copérnico, evidenciando a grande simplicidade com a qual poderiam ser descritos os movimentos planetários, tomando-se como referência o Sol. Essas leis, entretanto, eram empíricas; elas simplesmente descreviam o movimento observado dos planetas, sem qualquer explicação teórica. Kepler não concebia as forças como causas dessas regularidades;⁵ o conceito de força, realmente, não estava ainda formulado com clareza. Constituiu por isso enorme triunfo para as idéias de Newton que ele conseguisse deduzir as leis de Kepler a partir das leis de movimento e da lei de gravitação. Esta última, nesse caso, exigia que cada planeta fosse atraído para o Sol com uma força proporcional à sua massa e inversamente proporcional ao quadrado de sua distância ao Sol.

Desse modo Newton conseguiu explicar os movimentos dos planetas do sistema solar e dos corpos próximos da Terra mediante um conceito comum, fundindo desse modo, em uma teoria, duas ciências anteriormente separadas; a mecânica terrestre e a mecânica celeste. O real significado científico do trabalho de Copérnico reside no fato de que a teoria heliocêntrica abriu caminho para esta síntese.⁶ Posteriormente, supondo que a Terra gire e revolva em torno

³ Ver "Copernicus and Tycho" por Owen Gingerich, em *Scientific American*, dezembro, 1973.
⁴ O primeiro telescópio cientificamente útil foi construído em 1609 por Galileu, que descobriu os satélites de Júpiter e as fases de Vênus. Galileu era grande defensor da teoria de Copérnico, tendo usado suas observações em seu favor. Newton inventou também um telescópio, do tipo refletor.
⁵ Ver "How Did Kepler Discover The First Two Laws" por Curtis Wilson em *Scientific American*, março, 1972.
⁶ Newton teria sido o primeiro a insistir que seu trabalho era a culminação do trabalho de outros. Disse ele certa vez, em carta a Robert Hooke: "Se eu vi mais longe [do que outros] é porque me encontrava em ombros de gigantes". Entre esses gigantes ele certamente incluiria Galileu e Kepler.

13 INTERAÇÃO GRAVITACIONAL

13.1 Introdução

Um dos problemas fundamentais da dinâmica, que tem intrigado o homem desde o início da civilização, é o do movimento dos corpos celestes ou, como dizemos hoje, o movimento planetário. Talvez um dos processos mais interessantes na história da ciência seja o da evolução de nosso conhecimento do movimento planetário.

Os gregos, que consideravam o homem como o centro do universo, admitiam que a Terra ocupava o centro geométrico do universo e que os corpos celestes moviam-se em torno dela. Os corpos conhecidos naquele tempo, de acordo com as distâncias médias a que estavam da Terra eram colocados na seguinte ordem: Lua, Mercúrio, Vênus, Sol, Marte, Júpiter e Saturno.

A primeira hipótese a respeito do movimento planetário era a de que os planetas acima descreviam círculos concêntricos, tendo a Terra como o centro comum. Tal hipótese, entretanto, não concordava com as observações dos movimentos desses corpos, relativamente à Terra, e a geometria do movimento planetário tornou-se cada vez mais complexa. No segundo século A.D., o astrônomo Ptolomeu de Alexandria desenvolveu sua teoria dos epiciclos a fim de explicar esse movimento. No caso mais simples, admitia-se que o planeta descrevia, com velocidade constante em módulo, um círculo chamado *epiciclo*, cujo centro, por sua vez, movia-se num círculo maior, concêntrico com a Terra, e chamado *deferente*. A trajetória resultante do planeta era, assim, uma *epicicloide* (Fig. 13-1).

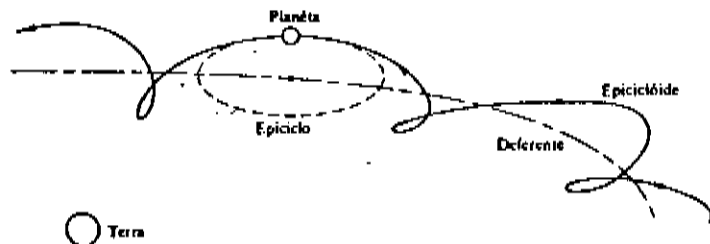


Figura 13-1. Modelo dos epiciclos para o movimento planetário referido à Terra

Em alguns casos, tornava-se necessária uma descrição mais complicada para descrever os movimentos planetários. Em nossa linguagem, o que os gregos fizeram foi descrever o movimento planetário, em relação a um sistema de referência ligado à Terra.

Essa descrição foi aceita como correta até que, no século dezesseis, o monge polonês Nicolau Copérnico (1473-1543), que procurava uma solução mais simples, propôs que a descrição do movimento de todos os planetas, incluindo a Terra, fosse feita relativamente ao Sol, que estaria no centro. A idéia não era nova; havia sido proposta inicialmente pelo astrônomo grego Aristarco, por volta do terceiro

século A.C. De acordo com Copérnico, relativamente ao Sol, as órbitas dos planetas colocavam-se na seguinte ordem: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter e Saturno, sendo que a Lua girava em torno da Terra. Essencialmente, o que Copérnico propunha era um outro sistema de referência, ligado ao Sol, em relação ao qual o movimento dos planetas tivesse uma descrição mais simples.

O Sol, maior corpo celeste em nosso sistema planetário, coincide, praticamente, com o centro de massa do sistema e move-se muito mais lentamente do que qualquer planeta. Isso justifica tomá-lo como centro de referência, pois praticamente ele é um referencial inercial. A hipótese de Copérnico auxiliou o astrônomo Johannes Kepler (1571-1630) a descobrir as leis do movimento planetário, como consequência de sua cuidadosa análise das medidas astronômicas de Tycho Brahe (1546-1601). Essas leis, chamadas *leis de Kepler*, são uma descrição cinemática do movimento planetário e podem ser formuladas como segue:

- I. Os planetas descrevem órbitas elípticas, com o Sol num dos focos.
- II. O vetor-posição de qualquer planeta, em relação ao Sol, varre, em intervalos de tempos iguais, áreas iguais da elipse. (Essa afirmação é conhecida como a lei das áreas.)
- III. Os quadrados dos períodos de revolução são proporcionais aos cubos das distâncias médias do Sol aos planetas. (Essa lei pode ser dada pela equação $P^2 = kr^3$, onde k é uma constante de proporcionalidade.)

O passo seguinte, na história da astronomia, foi a discussão da dinâmica de movimento planetário e uma tentativa para determinar a interação responsável por tal movimento. Foi nesse ponto que Sir Isaac Newton (1642-1727) deu sua

TABELA 13-1

Dados Básicos a Respeito do Sistema Solar*

Corpo	Raio médio, m	Massa, kg	Período de rotação, s	Raio médio da órbita, m	Período do movimento orbital, s	Excentricidade da órbita
Sol	6.96×10^8	1.98×10^{30}	2.3×10^6	—	—	—
Mercúrio	2.34×10^6	3.28×10^{23}	5.03×10^6	5.79×10^{10}	7.60×10^6	0.206
Vênus	6.26×10^6	4.83×10^{24}	(?)	1.08×10^{11}	1.94×10^7	0.007
Terra	6.37×10^6	5.98×10^{24}	8.62×10^4	1.49×10^{11}	3.16×10^7	0.017
Marte	3.32×10^6	6.40×10^{23}	8.86×10^4	2.28×10^{11}	5.94×10^7	0.093
Júpiter	6.98×10^7	1.90×10^{27}	3.54×10^4	7.78×10^{11}	3.74×10^8	0.049
Saturno	5.82×10^7	5.68×10^{26}	3.61×10^4	1.43×10^{12}	9.30×10^8	0.051
Urano	2.37×10^7	8.67×10^{25}	3.83×10^4	2.87×10^{12}	2.66×10^9	0.046
Netuno	2.24×10^7	1.05×10^{26}	5.69×10^4	4.50×10^{12}	5.20×10^9	0.004
Plutão	(3.00×10^6)	(5.37×10^{24})	(?)	5.91×10^{12}	7.82×10^8	0.250
Lua	1.74×10^6	7.34×10^{22}	2.36×10^6	3.84×10^8	2.36×10^6	0.055

*As quantidades entre parênteses são duvidosas. Os dados orbitais da Lua são em relação à Terra.

notável contribuição, a *lei da gravitação universal*. Essa lei (será discutida neste capítulo) foi formulada por Newton em 1666, mas não foi publicada até 1687, quando apareceu como um capítulo de sua monumental obra, a *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*.

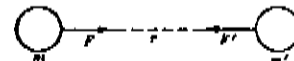
Os dados mais importantes a respeito do sistema solar estão na Tab. 13-1.

13.2 A Lei da Gravitação

Depois de sua formulação das leis de movimentos (Cap. 7), a segunda, e talvez a maior, contribuição de Newton ao desenvolvimento da mecânica foi a descoberta da interação gravitacional; isto é, a interação entre dois corpos, planetas ou partículas, que produz um movimento, que pode ser descrito pelas leis de Kepler.

Em primeiro lugar, de acordo com a Sec. 7.14, a lei das áreas (ou segunda lei de Kepler) indica que a força associada à interação gravitacional é central. Isto é, a força age ao longo da linha que une os dois corpos em interação (Fig. 13-2), nesse caso, um planeta e o Sol. Em segundo lugar, se admitirmos que a interação gravitacional é uma propriedade universal de toda matéria, a força F associada à interação deve ser proporcional à "quantidade" de matéria em cada corpo, isto é, às respectivas massas m e m' . Portanto podemos escrever $F = mm'f(r)$.

Figura 13-2. Interação gravitacional entre duas massas



A determinação da dependência da força F com a distância r , expressa por $f(r)$, é um problema mais difícil. Poderíamos determinar experimentalmente essa dependência, medindo a força entre as massas m e m' , para diversas distâncias de separação entre elas, e deduzindo, dessas observações, a relação entre F e r . Isso tem sido feito, mas exige um arranjo experimental muito sensível, porque a interação gravitacional é extremamente fraca e a força gravitacional é muito pequena, a não ser que as duas massas sejam muito grandes (como as de dois planetas), ou a distância r seja muito pequena. Mas, no segundo caso, como veremos mais tarde, entram em jogo outras interações mais fortes que a gravitacional, mascarando os efeitos gravitacionais. Os resultados dessas experiências permitem concluir que a interação gravitacional é atrativa e varia inversamente com o quadrado da distância entre os dois corpos, isto é, $f(r) \propto 1/r^2$.

Portanto escrevemos, para a força de gravitação, a expressão

$$F = \gamma \frac{mm'}{r^2} \tag{13.1}$$

onde a constante de proporcionalidade γ depende das unidades utilizadas para as outras grandezas. Onde γ deve ser determinado experimentalmente, medindo-se a força F entre duas massas conhecidas m e m' separadas por uma distância conhecida r (Fig. 13-3). O valor de γ no sistema MKSC é

$$\gamma = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \quad (\text{ou } \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2})$$

13 INTERAÇÃO GRAVITACIONAL

13.1 Introdução

Um dos problemas fundamentais da dinâmica, que tem intrigado o homem desde o início da civilização, é o do movimento dos corpos celestes ou, como dizemos hoje, o movimento planetário. Talvez um dos processos mais interessantes na história da ciência seja o da evolução de nosso conhecimento do movimento planetário.

Os gregos, que consideravam o homem como o centro do universo, admitiam que a Terra ocupava o centro geométrico do universo e que os corpos celestes moviam-se em torno dela. Os corpos conhecidos naquele tempo, de acordo com as distâncias médias a que estavam da Terra eram colocados na seguinte ordem: Lua, Mercúrio, Vênus, Sol, Marte, Júpiter e Saturno.

A primeira hipótese a respeito do movimento planetário era a de que os planetas acima descreviam círculos concêntricos, tendo a Terra como o centro comum. Tal hipótese, entretanto, não concordava com as observações dos movimentos desses corpos, relativamente à Terra, e a geometria do movimento planetário tornou-se cada vez mais complexa. No segundo século A.D., o astrônomo Ptolomeu de Alexandria desenvolveu sua teoria dos epiciclos a fim de explicar esse movimento. No caso mais simples, admitia-se que o planeta descrevia, com velocidade constante em módulo, um círculo chamado *epiciclo*, cujo centro, por sua vez, movia-se num círculo maior, concêntrico com a Terra, e chamado *deferente*. A trajetória resultante do planeta era, assim, uma *epiciclóide* (Fig. 13-1).

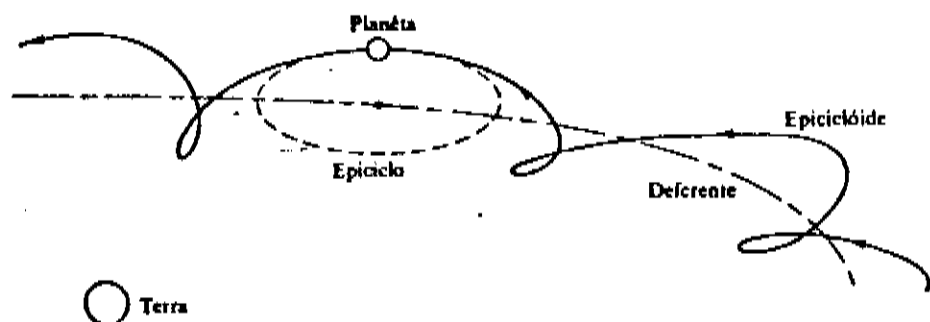


Figura 13-1. Modelo dos epiciclos para o movimento planetário referido à Terra

Em alguns casos, tornava-se necessária uma descrição mais complicada para descrever os movimentos planetários. Em nossa linguagem, o que os gregos fizeram foi descrever o movimento planetário, em relação a um sistema de referência ligado à Terra.

Essa descrição foi aceita como correta até que, no século dezesseis, o monge polonês Nicolau Copérnico (1473-1543), que procurava uma solução mais simples, propôs que a descrição do movimento de todos os planetas, incluindo a Terra, fosse feita relativamente ao Sol, que estaria no centro. A idéia não era nova; havia sido proposta inicialmente pelo astrônomo grego Aristarco, por volta do terceiro

século A.C. De acordo com Copérnico, relativamente ao Sol, as órbitas dos planetas colocavam-se na seguinte ordem: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter e Saturno, sendo que a Lua girava em torno da Terra. Essencialmente, o que Copérnico propunha era um outro sistema de referência, ligado ao Sol, em relação ao qual o movimento dos planetas tivesse uma descrição mais simples.

O Sol, maior corpo celeste em nosso sistema planetário, coincide, praticamente, com o centro de massa do sistema e move-se muito mais lentamente do que qualquer planeta. Isso justifica tomá-lo como centro de referência, pois praticamente ele é um referencial inercial. A hipótese de Copérnico auxiliou o astrônomo Johannes Kepler (1571-1630) a descobrir as leis do movimento planetário, como consequência de sua cuidadosa análise das medidas astronômicas de Tycho Brahe (1546-1601). Essas leis, chamadas *leis de Kepler*, são uma descrição cinemática do movimento planetário e podem ser formuladas como segue:

- I. Os planetas descrevem órbitas elípticas, com o Sol num dos focos.
- II. O vetor-posição de qualquer planeta, em relação ao Sol, varre, em intervalos de tempos iguais, áreas iguais da elipse. (Essa afirmação é conhecida como a lei das áreas.)
- III. Os quadrados dos períodos de revolução são proporcionais aos cubos das distâncias médias do Sol aos planetas. (Essa lei pode ser dada pela equação $P^2 = kr_{méd}^3$, onde k é uma constante de proporcionalidade.)

O passo seguinte, na história da astronomia, foi a discussão da dinâmica de movimento planetário e uma tentativa para determinar a interação responsável por tal movimento. Foi nesse ponto que Sir Isaac Newton (1642-1727) deu sua

TABELA 13-1

Dados Básicos a Respeito do Sistema Solar*

Corpo	Raio médio, m	Massa, kg	Período de rotação, s	Raio médio da órbita, m	Período do movimento orbital, s	Excentricidade da órbita
Sol	$6,96 \times 10^8$	$1,98 \times 10^{30}$	$2,3 \times 10^6$	—	—	—
Mercúrio	$2,34 \times 10^6$	$3,28 \times 10^{23}$	$5,03 \times 10^6$	$5,79 \times 10^{10}$	$7,60 \times 10^6$	0,206
Vênus	$6,26 \times 10^6$	$4,83 \times 10^{24}$	(?)	$1,08 \times 10^{11}$	$1,94 \times 10^7$	0,007
Terra	$6,37 \times 10^6$	$5,98 \times 10^{24}$	$8,62 \times 10^4$	$1,49 \times 10^{11}$	$3,16 \times 10^7$	0,017
Marte	$3,32 \times 10^6$	$6,40 \times 10^{23}$	$8,86 \times 10^4$	$2,28 \times 10^{11}$	$5,94 \times 10^7$	0,093
Júpiter	$6,98 \times 10^7$	$1,90 \times 10^{27}$	$3,54 \times 10^4$	$7,78 \times 10^{11}$	$3,74 \times 10^8$	0,049
Saturno	$5,82 \times 10^7$	$5,68 \times 10^{26}$	$3,61 \times 10^4$	$1,43 \times 10^{12}$	$9,30 \times 10^8$	0,051
Urano	$2,37 \times 10^7$	$8,67 \times 10^{25}$	$3,85 \times 10^4$	$2,87 \times 10^{12}$	$2,66 \times 10^9$	0,046
Netuno	$2,24 \times 10^7$	$1,05 \times 10^{26}$	$5,69 \times 10^4$	$4,50 \times 10^{12}$	$5,20 \times 10^9$	0,004
Plutão	$(3,00 \times 10^6)$	$(5,37 \times 10^{24})$	(?)	$5,91 \times 10^{12}$	$7,82 \times 10^9$	0,250
Lua	$1,74 \times 10^6$	$7,34 \times 10^{22}$	$2,36 \times 10^6$	$3,84 \times 10^8$	$2,36 \times 10^6$	0,055

*As quantidades entre parênteses são duvidosas. Os dados orbitais da Lua são em relação à Terra.

notável contribuição, a *lei da gravitação universal*. Essa lei (será discutida neste capítulo) foi formulada por Newton em 1666, mas não foi publicada até 1687, quando apareceu como um capítulo de sua monumental obra, a *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*.

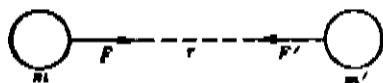
Os dados mais importantes a respeito do sistema solar estão na Tab. 13-1.

13.2 A Lei da Gravitação

Depois de sua formulação das leis de movimentos (Cap. 7), a segunda, e talvez a maior, contribuição de Newton ao desenvolvimento da mecânica foi a descoberta da interação gravitacional: isto é, a interação entre dois corpos, planetas ou partículas, que produz um movimento, que pode ser descrito pelas leis de Kepler.

Em primeiro lugar, de acordo com a Sec. 7.14, a lei das áreas (ou segunda lei de Kepler) indica que a *fôrça associada à interação gravitacional é central*. Isto é, a fôrça age ao longo da linha que une os dois corpos em interação (Fig. 13-2), nesse caso, um planeta e o Sol. Em segundo lugar, se admitirmos que a interação gravitacional é uma propriedade *universal* de toda matéria, a fôrça F associada à interação deve ser proporcional à "quantidade" de matéria em cada corpo, isto é, às respectivas massas m e m' . Portanto podemos escrever $F = mm'f(r)$.

Figura 13-2. Interação gravitacional entre duas massas



A determinação da dependência da fôrça F com a distância r , expressa por $f(r)$, é um problema mais difícil. Poderíamos determinar experimentalmente essa dependência, medindo a fôrça entre as massas m e m' , para diversas distâncias de separação entre elas, e deduzindo, dessas observações, a relação entre F e r . Isso tem sido feito, mas exige um arranjo experimental muito sensível, porque a interação gravitacional é extremamente fraca e a fôrça gravitacional é muito pequena, a não ser que as duas massas sejam muito grandes (como as de dois planetas), ou a distância r seja muito pequena. Mas, no segundo caso, como veremos mais tarde, entram em jôgo outras interações mais fortes que a gravitacional, mascarando os efeitos gravitacionais. Os resultados dessas experiências permitem concluir que a *interação gravitacional é atrativa e varia inversamente com o quadrado da distância entre os dois corpos*, isto é, $f(r) \propto 1/r^2$.

Portanto escrevemos, para a fôrça de gravitação, a expressão

$$F = \gamma \frac{mm'}{r^2} \tag{13.1}$$

onde a constante de proporcionalidade γ depende das unidades utilizadas para as outras grandezas. Onde γ deve ser determinado experimentalmente, medindo-se a fôrça F entre duas massas conhecidas m e m' separadas por uma distância conhecida r (Fig. 13-3). O valor de γ no sistema MKSC é

$$\gamma = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \quad (\text{ou } \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2})$$

Com base principal de sua abordagem a este problema genérico, Newton usou a análise do volume enorme de observações planetárias feitas por Tycho Brahe. Embora os instrumentos astronômicos se tivessem tornado muitíssimo mais precisos nas décadas posteriores a Tycho, as gerais empíricas de Kepler do movimento planetário permaneceram válidas.

Um homem de tendências místicas que mantinha uma crença profunda em que o universo era simplesmente baseado em números, Kepler passou muitos anos pesquisando cada relação que pudesse achar, em seus esforços para demonstrar a regularidade do sistema solar. Em parte devido ao significado religioso que atribuiu ao Sol, ele baseou seu método de Copérnico com o Sol no centro e os planetas girando em torno dele. Como se imaginava, ele foi capaz de achar empiricamente muitas relações matemáticas e numéricas para um sistema tão complexo quanto o sistema solar. A maioria destas relações falhou pelo maior número de dados precisos surgiu, ou revelaram-se conseqüências triviais de outras, e foram a ser vistas como simples coincidências numéricas acidentais da espécie com que os astrônomos se deleitam.

Kepler havia usado três de tais relações para obter "vitória" em sua "guerra em Marte", e ele chamou seu longo e intenso esforço de uma década para descrever a órbita do planeta Marte deriva do nome do deus da guerra dos gregos. O desvio relativamente grande da realidade desta órbita constituiu um teste rigoroso para qualquer teoria cinemática proposta do movimento planetário. Ainda mais, Kepler tinha acesso a observações precisas de Tycho, e ele tinha trabalhado por curto período...

Comçando com uma das posições angulares de Marte observadas por Tycho, Kepler tentou encontrar uma posição angular posteriormente. Ele sabia que qualquer ajuste entre as suas previsões e as posições angulares observadas por Tycho tinha que ser bom dentro de 2 minutos de arco se sua cinemática fosse uma teoria válida. Neste teste uma descrição baseada em suas regras foi sucedida onde todas as outras haviam falhado.

Por Newton quem primeiro chamou as regras cruciais de as três leis de Kepler, deixando as outras regras empíricas de Kepler caírem na obscuridade. Newton demonstrou que as leis precisas nas puramente descritivas regras de Kepler eram conseqüências lógicas de sua própria lei da gravitação e das leis do movimento. Assim fazendo, Newton uniu tanto a ciência da mecânica terrestre quanto a ciência da mecânica celeste nas mesmas regras, e estabeleceu o estágio para transformação da Astronomia num ramo da Física.

As leis de Kepler são as seguintes:

1. A órbita de cada planeta no sistema solar é uma elipse tendo o Sol em um foco. Ver Fig. 11.8 e sua legenda.
2. Quando um planeta se move em sua órbita, sua velocidade, velocidade angular, e raio da órbita variam todos. No entanto, o vetor do Sol até o planeta varre áreas iguais em tempos iguais, como indicado na Fig. 11.8.
3. Se γ for a metade do comprimento do eixo maior (ver Fig. 11.8) da elipse orbital - o semi-eixo maior - e T for o período de revolução do planeta em torno do Sol quando visto por um observador fixo no espaço (o período sideral), então a relação γ^3/T^2 será a mesma para todos os planetas.

Com relação à primeira lei, Newton mostrou que a trajetória de uma partícula sob a ação de uma força do tipo "inversos dos quadrados" emanando de um ponto fixo é sempre uma seção cônica, isto é, uma circunferência, uma elipse, uma parábola, ou uma hipérbole.

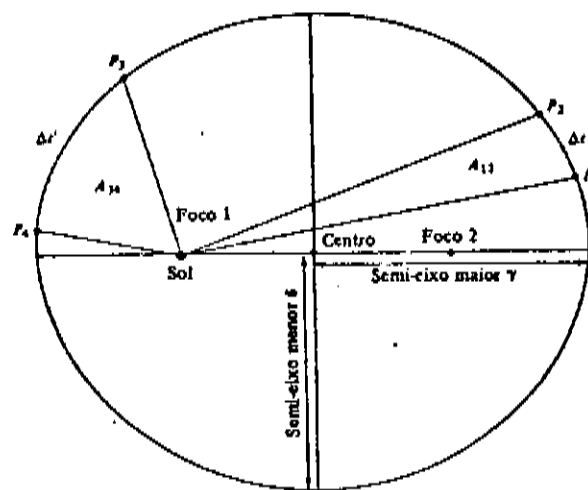


Fig. 11.8 Primeira e segunda leis de Kepler. Um planeta P orbita em torno do Sol. A órbita é uma elipse. Todos os pontos de uma elipse têm a propriedade de que suas distâncias de dois pontos especificados chamados focos, se somadas dão um mesmo valor especificado. O Sol permanece num dos dois focos da órbita. A linha que passa pelos focos é a mais longa que pode ser traçada através da elipse; ela é chamada eixo maior. Sua mediatriz é o eixo menor. O vetor desde o Sol até o planeta é o vetor de posição do planeta. O planeta passa de P_1 a P_2 num tempo Δt . Quando isto acontece, o vetor de posição varre a área A_{12} . Num tempo $\Delta t'$ o planeta passa de P_3 a P_4 , o vetor de posição varrendo a área A_{34} . Se Δt e $\Delta t'$ forem tempos iguais, então $A_{12} = A_{34}$.

A Fig. 11.9 esclarece a razão pela qual se chamam estas curvas de seções cônicas. Todos os planetas têm órbitas que são elipses que diferem apenas ligeiramente de circunferências. Mas há outros objetos no sistema solar, e em outros sistemas de lei de inversos de quadrados, que apresentam todas as trajetórias que Newton mostrou serem possíveis. A primeira lei de Kepler é estritamente verdadeira apenas se o centro de força - no caso do sistema solar, o Sol - é fixo no espaço. Isto constitui uma boa aproximação para o sistema solar, porque o Sol é muito mais pesado do que o restante do sistema. Por enquanto, prenderemos nossa atenção em tais sistemas.

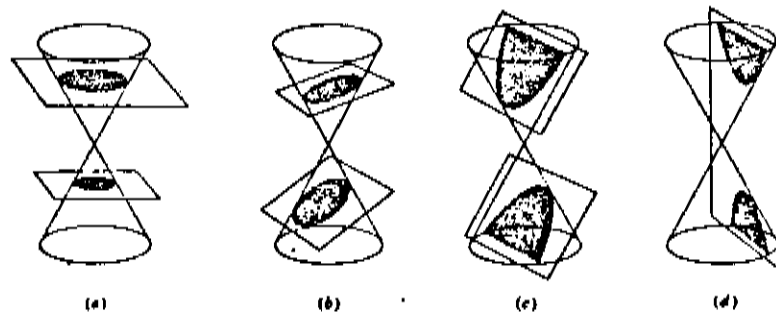


Fig. 11.9 Seções cônicas. As periferias curvas das regiões sombreadas são as interseções dos planos com os cones. Estas curvas são: circunferências em (a), elipses em (b), parábolas em (c) e hipérbolas em (d).

Com base principal de sua abordagem a este problema genérico, Newton usou a análise de Kepler do volume enorme de observações planetárias feitas por Tycho Brahe. Embora os dados astronômicos se tivessem tornado muitíssimo mais precisos nas décadas posteriores a Tycho, as regras gerais empíricas de Kepler do movimento planetário permaneceram válidas.

Um homem de tendências místicas que mantinha uma crença profunda em que o universo era governado principalmente baseado em números, Kepler passou muitos anos pesquisando cada relação matemática que pudesse achar, em seus esforços para demonstrar a regularidade do sistema solar. E mesmo em parte devido ao significado religioso que atribua ao Sol, ele baseou seu método no sistema de Copérnico com o Sol no centro e os planetas girando em torno dele. Como se pode imaginar, ele foi capaz de achar empiricamente muitas relações matemáticas e numéricas que não se encontram num sistema tão complexo quanto o sistema solar. A maioria destas relações falhou quando o maior número de dados precisos surgiu, ou revelaram-se conseqüências triviais de outras, e chegaram a ser vistas como simples coincidências numéricas acidentais da espécie com que os meteorologistas se deleitam.

Mas Kepler havia usado três de tais relações para obter “vitória” em sua “guerra em Marte”, e ele chamou seu longo e intenso esforço de uma década para descrever a órbita do planeta Marte do nome deriva do nome do deus da guerra dos gregos. O desvio relativamente grande da circularidade desta órbita constituiu um teste rigoroso para qualquer teoria cinemática proposta para o movimento planetário. Ainda mais, Kepler tinha acesso a observações precisas de Tycho, a quem ele tinha trabalhado por curto período.

Começando com uma das posições angulares de Marte observadas por Tycho, Kepler tentou prever uma posição angular posteriormente. Ele sabia que qualquer ajuste entre as suas previsões e as posições angulares observadas por Tycho tinha que ser bom dentro de 2 minutos de arco se a teoria cinemática fosse uma teoria válida. Neste teste uma descrição baseada em suas regras não bem sucedida onde todas as outras haviam falhado.

Foi Newton quem primeiro chamou as regras cruciais de as três leis de Kepler, deixando as outras regras empíricas de Kepler caírem na obscuridade. Newton demonstrou que *claramente precisas mas puramente descritivas regras de Kepler eram conseqüências lógicas de suas próprias leis da gravitação e das leis do movimento*. Assim fazendo, Newton colocou tanto a ciência da mecânica terrestre quanto a ciência da mecânica celeste nas mesmas bases, e estabeleceu o estágio para transformação da Astronomia num ramo da Física.

As leis de Kepler são as seguintes:

1. A órbita de cada planeta no sistema solar é uma elipse tendo o Sol em um foco. Ver Fig. 11.8 e sua legenda.
2. Quando um planeta se move em sua órbita, sua velocidade, velocidade angular, e raio da órbita variam todos. No entanto, o vetor do Sol até o planeta varre áreas iguais em tempos iguais, como indicado na Fig. 11.8.
3. Se r for a metade do comprimento do eixo maior (ver Fig. 11.8) da elipse orbital – o semi-eixo maior – e T for o período de revolução do planeta em torno do Sol quando visto por um observador fixo no espaço (o período sideral), então a relação r^3/T^2 será a mesma para todos os planetas.

Com relação à primeira lei, Newton mostrou que a trajetória de uma partícula sob a influência de uma força do tipo “inversos dos quadrados” emanando de um ponto fixo é sempre uma seção cônica, isto é, uma circunferência, uma elipse, uma parábola, ou uma hipérbole.

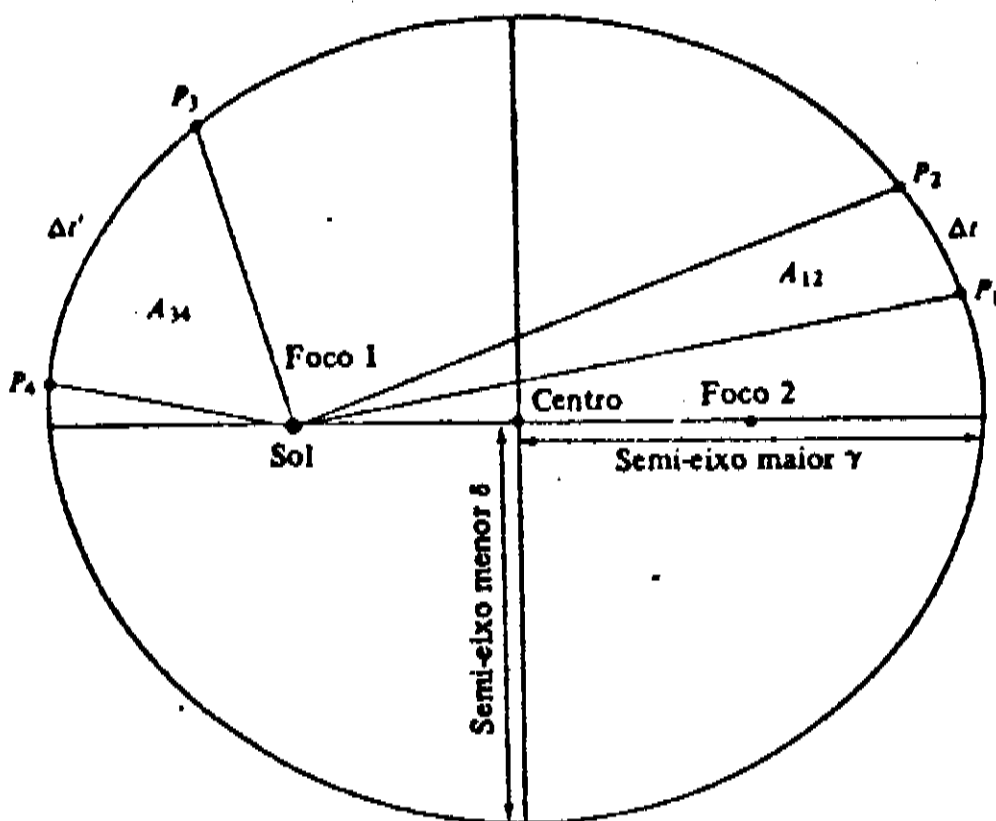


Fig. 11.8 Primeira e segunda leis de Kepler. Um planeta P orbita em torno do Sol. A órbita é uma elipse. Todos os pontos de uma elipse têm a propriedade de que suas distâncias de dois pontos especificados chamados focos, se somadas dão um mesmo valor especificado. O Sol permanece num dos dois focos da órbita. A linha que passa pelos focos é a mais longa que pode ser traçada através da elipse; ela é chamada eixo maior. Sua mediatriz é o eixo menor. O vetor desde o Sol até o planeta é o vetor de posição do planeta. O planeta passa de P_1 a P_2 num tempo Δt . Quando isto acontece, o vetor de posição varre a área A_{12} . Num tempo $\Delta t'$ o planeta passa de P_3 a P_4 , o vetor de posição varrendo a área A_{34} . Se Δt e $\Delta t'$ forem tempos iguais, então $A_{12} = A_{34}$.

A Fig. 11.9 esclarece a razão pela qual se chamam estas curvas de seções cônicas. Todos os planetas têm *órbitas* que são elipses que diferem apenas ligeiramente de circunferências. Mas há outros objetos no sistema solar, e em outros sistemas de lei de inversos de quadrados, que apresentam todas as trajetórias que Newton mostrou serem possíveis. A primeira lei de Kepler é estritamente verdadeira apenas se o centro de força — no caso do sistema solar, o Sol — é fixo no espaço. Isto constitui uma boa aproximação para o sistema solar, porque o Sol é muito mais pesado do que o restante do sistema. Por enquanto, prenderemos nossa atenção em tais sistemas.

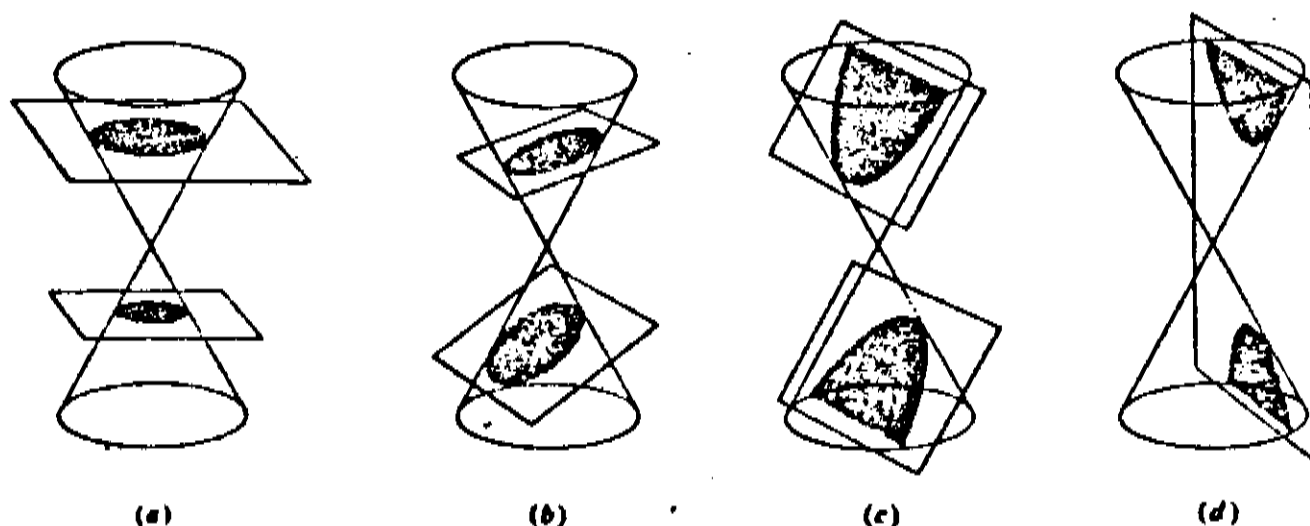
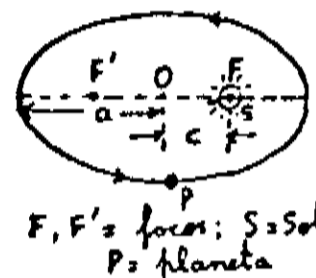


Fig. 11.9 Seções cônicas. As periferias curvas das regiões sombreadas são as intersecções dos planos com os cones. Estas curvas são: circunferências em (a), elipses em (b), parábolas em (c) e hipérboles em (d).

de circular, com o Sol no eixo mas não no centro. Após inúmeras tentativas infrutíferas de identificação da curva, Kepler acabou descobrindo que a órbita de Marte era uma elipse, com o Sol situado num dos focos - e que o mesmo valia para os demais planetas. Obteve assim a primeira de suas três grandes leis:

1ª lei de Kepler (lei das órbitas): "As órbitas descritas pelos planetas em redor do Sol são elipses com o Sol num dos focos."



Se a é o semieixo maior de uma elipse e c a semi-distância focal (fig.), a razão $e = c/a$ chama-se a excentricidade da elipse. Para $e = 0$, a elipse degenera num círculo; quanto maior for e , mais "achatada" a elipse.

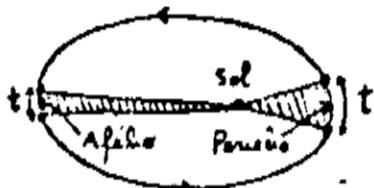
Planeta	e
Mercúrio	0,206
Vênus	0,007
Terra	0,017
Marte	0,093
Júpiter	0,048
Saturno	0,056

A tabela ao lado dá os valores de e para as órbitas dos planetas conhecidos na época de Kepler. Embora a de Mercúrio seja mais excentrica, havia poucas observações de Mercúrio disponíveis. A órbita de Marte, utilizada por Kepler, era a mais excentrica depois da de Mercúrio.

Além de verificar que a órbita de Marte não é circular, Kepler também percebeu através de suas observações que o movimento do planeta ao longo da órbita não é uniforme: a velocidade é maior quando ele está mais próximo do Sol. Kepler procurou entender estes resultados em termos de uma ação do Sol como causa dos movimentos dos planetas. Para isto, imaginou um modelo

extremamente peculiar, em que o Sol teria uma rotação em torno de seu eixo e emitiria raios confinados somente ao plano da órbita, que atuariam lateralmente sobre o planeta, "varrendo-o" em torno da órbita. Imaginou assim uma "força" que teria todas as características erradas: confinada ao plano da órbita, tangencial à órbita em lugar de central, e supôs ainda que variasse inversamente com a distância. Partindo desse modelo inteiramente errado, Kepler fez um cálculo também errado das áreas varridas pelo raio vetor que liga cada planeta ao Sol, e acabou chegando, miraculosamente, à lei certa:

2ª lei de Kepler (lei das áreas): "O raio vetor que liga um planeta ao Sol descreve áreas iguais em tempos iguais."



Assim, num dado intervalo de tempo t , o planeta descreve uma porção maior da órbita quando está no periélio (posição mais próxima do Sol) do que no afélio (posição mais distante do Sol; cf. fig.). Kepler acabou percebendo que tinha cometido erros que se cancelavam, e procurou explicar por que. A explicação que deu também estava errada!

Kepler publicou as duas primeiras leis em seu livro "Astronomia Nova" (1609). Foi só muitos anos mais tarde que chegou à formulação de sua 3ª lei. Desde sua juventude, ele havia procurado correlacionar umas com as outras as órbitas planetárias, através de alguma regularidade ligando os raios médios das órbitas, bem como seus períodos de revolução. Foi só perto do fim de sua vida, em 1618, após inúmeras tentativas infru-

tíferas, que ele acabou descobrindo a regularidade que buscava, na forma da sua 3ª lei.

3ª lei de Kepler (lei dos períodos): "Os quadrados dos períodos de revolução de dois planetas quaisquer estão entre si como os cubos de suas distâncias médias ao Sol."

Assim, se T_1 e T_2 são os períodos de revolução de dois planetas cujas órbitas têm raios médios R_1 e R_2 , respectivamente, a 3ª lei afirma que

$$(T_1/T_2)^2 = (R_1/R_2)^3 \quad (10.4.1)$$

Kepler exultou com sua descoberta: "A 8 de março deste ano de 1618, ... a (solução) apareceu-me na cabeça. Mas eu estava sem sorte, e quando a testei pelo cálculo rejeitei-a como falsa. Afinal, a idéia voltou-me em 15 de maio, e em novo ataque conquistou a obscuridade da minha mente; concordava tão perfeitamente com os dados obtidos em meus dezessete anos de trabalho sobre as observações de Tycho que pensei primeiro estar sonhando..."

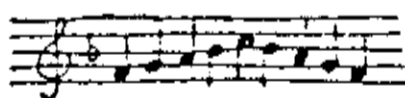
A tabela abaixo ilustra o teste feito por Kepler com seus dados (pgs. 300, 301) e os valores atuais:

Verificação da 3ª lei de Kepler

Planeta	Valores de Copérnico			Valores atuais		
	T (anos)	R (U.A.)	T ² /R ³	T (anos)	R (U.A.)	T ² /R ³
Mercúrio	0,241	0,38	1,06	0,241	0,387	1,00
Vênus	0,614	0,72	1,01	0,615	0,723	1,00
Marte	1,881	1,52	1,01	1,881	1,524	1,00
Júpiter	11,8	5,2	0,99	11,862	5,203	1,00
Saturno	29,5	9,2	1,12	29,457	9,539	1,00

Note-se que para a Terra, por definição, $T = 1$ ano e $R = 1$ U.A., de modo que $T^2/R^3 = 1$.

Kepler publicou sua 3ª lei em 1619, no prefácio de seu livro "Harmonices Mundi", onde também escreveu: "Os dados estão lançados; estou escrevendo este livro - não importa se para ser lido pelos meus contemporâneos ou pela posteridade. Ele pode esperar 100 anos por um leitor, já que Deus pôde esperar 6.000 anos pelo aparecimento de um contemplador da sua obra". O título do livro se refere a uma interpretação literal por Kepler da "harmonia das esferas", procurando demonstrar que os planetas, em seu movimento, executam uma espécie de música celeste. Cada planeta emitiria uma ou mais notas musicais conforme suas variações de velocidade na órbita. Vênus, com a menor excentricidade, emitiria sempre a mesma nota; Marte, cuja excentricidade na órbita leva a maiores variações de velocidade, emitiria várias notas diferentes, correspondendo à melodia ilustrada ao lado...



Kepler também foi o autor de uma das primeiras obras de ficção científica, "Somnium", onde descreve uma viagem à Lua!

10.5. Galileu

Depois da invenção do telescópio, usualmente atribuída ao holandês Lippershey, alguns desses instrumentos (utilizados como lunetas) foram levados por navegantes para a Itália. Em 1609, Galileu construiu uma versão aperfeiçoada, que ampliava a área dos objetos por um fator da ordem de 1.000, reduzindo sua distância aparente por um fator da ordem de 30, e apontou-o pela primeira vez para o céu. Foi um dos grandes

LEIS DE KEPLER. A verificação, feita por Kepler de que as órbitas dos planetas são elipses em torno do sol foi uma das descobertas experimentais mais importantes na história da humanidade. Em conjunto com a sua formulação empírica das leis do movimento planetário, forneceu as evidências experimentais originais para as leis de Newton da mecânica e para a teoria de gravitação universal. Kepler enunciou as três leis essencialmente da seguinte maneira:

I. Todos os planetas movem-se em orbital elítica com o sol num dos focos.

II. Uma reta unindo o sol a um planeta varre áreas iguais em tempos iguais.

III. Os quadrados dos períodos de rotação dos vários planetas em torno do sol são proporcionais aos cubos dos semi-eixos maiores das elipses. (Este enunciado é mais geral do que a formulação original de Kepler). Em toda nossa discussão desprezamos os efeitos dos demais planetas sobre o que estivesse sob consideração.

Acabamos de demonstrar acima que as órbitas fechadas são elíticas. A segunda lei de Kepler foi demonstrada no Cap. 6, Eq. (65), onde foi mostrado que ela é simplesmente um enunciado da conservação do momento angular.

Deduziremos, agora, a terceira lei de Kepler. Se dS for a área varrida no tempo dt pelo raio vetor do sol ao planeta, provamos que

$$\frac{dS}{dt} = \frac{J}{2\mu} = \text{const.}, \quad (84)$$

onde J é o momento angular e μ a massa reduzida. Integrando a (84) sobre um período de movimento, T , temos

$$S = \frac{JT}{2\mu}; \quad \text{ou} \quad T = \frac{2S\mu}{J} = \frac{2\pi ab\mu}{J}. \quad (85)$$

Aqui, $S = \pi ab$ é a área de uma elipse com a como semi-eixo maior e b como o menor.

Uma propriedade óbvia de uma elipse é $2a = r_{\max} + r_{\min}$; usando a (75) temos

$$2a = \frac{se}{1+e} + \frac{se}{1-e} = \frac{2se}{1-e^2}. \quad (86)$$

Objectivos Desde o início o Harvard Project Physics teve três grandes objectivos: organizar um curso de física orientado humanisticamente, atrair um número maior de alunos para o estudo da física introdutória e descobrir algo mais sobre os factores que influenciam a aprendizagem da ciência. O último envolveu pesquisa educacional extensa: cujos resultados foram já publicados em revistas.

Há cerca de dez anos tornava-se claro ser necessário um novo curso introdutório que atraísse maior número de candidatos. O problema que se punha ao Harvard Project Physics era o de projectar um curso humanístico que fosse útil e interessante para alunos com uma gama variada de capacidades, conhecimentos prévios e projectos futuros de carreira. Na prática, significava projectar um curso que deveria ter os seguintes efeitos:

1 — Ajudar os alunos a aumentarem o seu conhecimento do mundo físico concentrando-os nas ideias que melhor caracterizam a física enquanto ciência, em vez de os centrar em pedaços isolados de informação.

2 — Ajudar os alunos a verem a física como uma maravilhosa actividade com muitas facetas humanas. Isto significa apresentar o assunto numa perspectiva cultural e histórica, e mostrar que as ideias da física têm uma tradição ao mesmo tempo que modos de adaptação e mudança evolutivos.

3 — Aumentar a oportunidade de cada aluno na participação em experiências de ciência, imediatamente compensadoras, mesmo enquanto adquirindo o conhecimento e as capacidades úteis a longo prazo.

4 — Tornar possível aos professores a adaptação do curso aos interesses e capacidades variados dos seus alunos.

5 — Ter em conta a importância do professor no processo educativo no vasto espectro de situações de ensino.

LIVROS-TEXTOS ANALISADOS

1. Primeiro grau

- a. LOPES, P.C. - "Ciências e Programas de Saúde - PAI - Processo Auto Instrutivo, 8ª série", Editora Saraiva, 2ª edição, São Paulo, 1979
- b. GOMES, W.C. e outros - "Novo CPS - Ciências - Programa de Saúde - Ecologia - Vol. IV, 8ª série, editora L&L
- c. PROENÇA - "Estudos Sociais" - 5ª série - Instituto Brasileiro de Edições Pedagógicas

2. Segundo grau

- a. BEDAQUE, P. - "Física I - Mecânica" - Editorial do Brasil S/A, São Paulo, 1982
- b. RAMALHO e outros - "Os Fundamentos da Física, vol. I", Editora Moderna, 2ª edição, São Paulo, 1977
- c. OMOTE, N.- "Física - Série Sinopse", Editora Moderna, São Paulo
- d. BONJORNO, J. R. e outros - "Física I" - Editora FTD S/A, São Paulo
- e. ROBORTELLA, J. R. e outros - "Física 3 - Mecânica" - Editora Ática, São Paulo, 1982

3. terceiro grau

- a. LUCIE, P. - "Física Básica - Mecânica I", Editora Campus, Rio de Janeiro, 1979
- b. GOLDEMBERG, J. - "Física Geral e Experimental, vol. 1", Editora Nacional e Editora da USP, São Paulo, 1968
- c. PAULI, U. P. e outros - "Física I - Mecânica" - Editora Pedagógica Universitária Ltda, São Paulo, 1978
- d. HALLIDAY, R. e RESNICK - "Física - vol. 2", Livros Técnicos e Científicos, 3ª edição, Rio de Janeiro, 1982
- e. ALONSO, M. e FINN, E. J. - "Física - Um Curso Universitário"; Editora Edgar Bluchner Ltda, São Paulo, 1972
- f. EISBERG, R. M. e LERNER, L. S. - "Física - Fundamentos e Aplicações, vol. II" - Editora McGraw-Hill, São Paulo, 1982
- g. NUSSENZWEIG, H. M. - "Curso de Física Básica - 1 - Mecânica", Editora Edgar Bluchner Ltda, São Paulo, 1981
- h. KITTEL, C. e outros - "Curso de Física de Berkeley, vol. I Mecânica" - Editora da UnB e Editora Edgar Bluchner Ltda, São Paulo, 1970

4. Especial

- a. Vários autores - "Projecto Física - unidade 1 - Conceitos de Movimento - Harvard Project Physics" - Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, Portugal, 1978

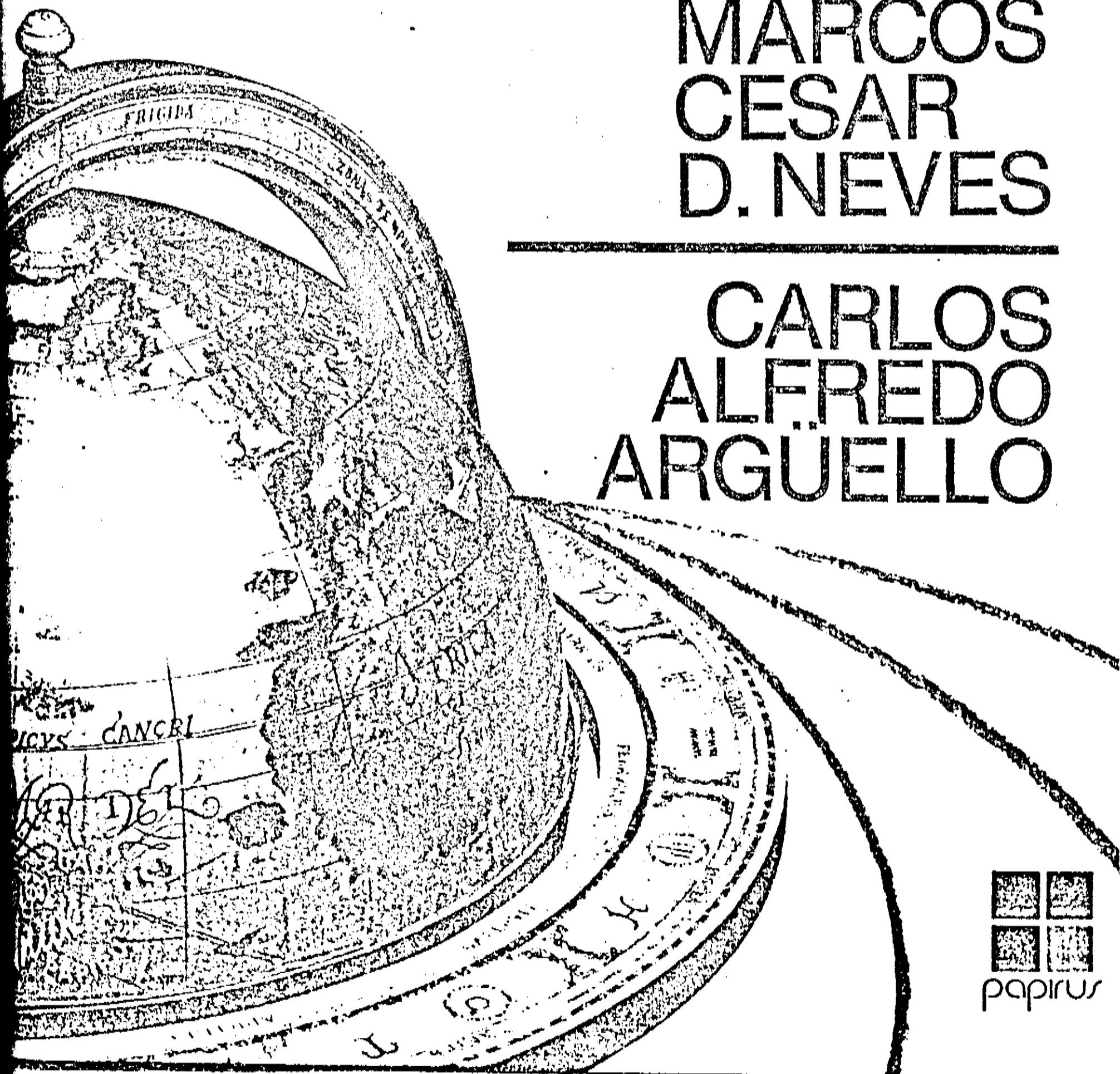
O LIVRO

ASTRONOMIA DE REGUA E COMPASSO

DE KEPLER A PTOLOMEU

MARCOS
CESAR
D. NEVES

CARLOS
ALFREDO
ARGÜELLO



MARCOS CÉSAR DANHONI NEVES
CARLOS ALFREDO ARGÜELLO

ASTRONOMIA
DE
RÉGUA E
COMPASSO:
DE KEPLER A PTOLOMEU

A Tereza, Batista, Adriano,
Cláudia e Paulo,
com amor

M. C. D. N.

"Temos um sistema educacional montado de tal forma, que transforma uma criança criativa de sete anos num idiota com título de doutor aos vinte e cinco"

C. A. Argiello

A G R A D E C I M E N T O S

O presente trabalho, que começou há cerca de dois anos, contou com a colaboração direta ou indireta de diversas pessoas, sem as quais, este livro seria impossível.

Quero agradecer aos professores Manoel Jacó G. Gimenez, Décio Sperandio, Sonia M. Stivari e Arlindo Antonio Savi, da Universidade Estadual de Maringá; ao diretor Sr. Nereu Carradorie, à Srta. Cláudia Soares Bueno e à professora Zenozia D. Inocencio, do Colégio "Duque de Caxias" de Maringá. Ao prof. Eliziário Palermo do Centro de Ciências, Letras e Artes de Campinas; pela colaboração inestimável que estes me prestaram no fornecimento do material e do espaço físico necessários para o trabalho que desenvolvemos com alunos de 1.º, 2.º e 3.º graus.

Aos meus alunos, que foram os principais responsáveis pela forma final do livro.

A Paulo do Santos Abreu e seu irmão Marcos, pelas críticas valiosas.

É finalmente, ao Prof. Carlos Alfredo Argüello, que como orientador, proporcionou-me a oportunidade de trabalhar numa área ainda não muito explorada em centros de pesquisa (ciência ligada ao ensino); e que, como pessoa, compartilhou de sua experiência e de seu senso crítico apurado em relação aos problemas ligados ao ensino. A ele, devo o mérito principal do trabalho que aqui se apresenta.

Campinas, fevereiro de 1986

Marcos Cesar Danhoni Neves

ÍNDICE GERAL

Prefácio	11
I — Introdução	13
II — A Esfera Celeste	19
III — Um Pouco de História	33
IV — O Tempo	37
V — Modelos Planetários e as Leis de Kepler	43
VI — A Elipse	49
VII — Elementos Orbitais	53
VIII — Método das Circunferências Descentradas	67
VIII.1 — Exemplo: Obtendo as Órbitas de Mercúrio e da Terra	71
VIII.2 — Traçado da Trajetória Aparente de Mercúrio para o Ano de 1985	83
IX — Cálculo da Órbita do Cometa Halley Utilizando o Método dos “Triângulos na Elipse”	101
X — Conclusão	127
Apêndices	
1 — A Elipse e Formas de Construí-la	137
2 — Dedução da Equação da Elipse na Forma Polar ...	143
3 — Equação da Circunferência Descentrada	145
4 — Segunda Lei de Kepler: Velocidade Orbital (Lei das Áreas)	147
5 — Cálculo da Latitude Eclíptica	149
6 — Variações nas Coordenadas Equatoriais do Sol	153
Referências Bibliográficas	157

P R E F Á C I O

Observar os céus, tem produzido e continua produzindo no homem, sensações de imensidão, solidão, beleza, mistério, e induzem profundos sentimentos, religiosos ou românticos.

Poetas e filósofos, sob estas influências, têm cantado os céus desde a origem da humanidade.

Uma observação mais cuidadosa, nos apresenta características relevantes.

O movimento dos corpos celestes, apesar de muito complicado, revela periodicidades extraordinariamente exatas, que nos fazem pensar sobre a própria estrutura do tempo.

Os céus se transformaram para o homem num grande e complicado relógio, cujo mecanismo era necessário conhecer e dominar. Este relógio, determinava as estações, a época de plantio, das chuvas, das secas, das marés, o comprimento de nossas sombras, a duração dos dias e das noites, a posição do Sol no horizonte ao nascer e ao se pôr, a duração do ano, etc.

A Lua sugeria através das suas fases, os períodos mensais e semanais. O corte das madeiras, o tutano dos ossos, a menstruação das mulheres, tudo parecia sofrer esta influência. Como funcionava este relógio?

Esta é a pergunta que impulsionou a ciência por milênios.

Hoje os cientistas conhecem o funcionamento deste relógio em seus mínimos detalhes, com as suas engrenagens planetárias, obedecendo a leis conhecidas, de validade universal.

A ciência enriqueceu com estes conhecimentos e a humanidade cresceu; mas, o homem comum, hoje, não observa o céu; desconhece a importância histórica do seu estudo, e nem suspeita da sua precisão cronométrica. O céu foi vítima, através das diferentes formas de poluição, da tecnologia que ele impulsionou.

Este trabalho se propõe resgatar o estudo dos céus e a sua importância, popularizando-os e, mostrando como podemos prever os movimentos da máquina celeste, a partir de leis universais, e

percorrer o mesmo caminho, que historicamente foi percorrido pelos gigantes da astronomia e da ciência.

Os instrumentos para este estudo foram simplificados, para pô-los ao alcance dos jovens estudantes. As ferramentas utilizadas são a régua e o compasso, acompanhados de noções simples de geometria, o que nos mergulha de certa forma, nas técnicas da Grécia de há 1.800 anos atrás.

Esta viagem no tempo é elucidativa. A simplificação das leis atuais e universais do movimento dos sistemas planetários, nos leva a uma reinterpretação da visão grega do problema. Podemos entender a irrelevância da luta entre geocentristas e heliocentristas, que consumiu tempo e vidas e que aparece de forma clara e dramática.

O trabalho se propõe fornecer ao ensino, material suficiente para que a atitude dominante, passiva e enciclopedista, se transforme em observadora, construtiva e participativa.

Predizer um evento, nos aproxima dos cientistas.

Predizer um movimento celeste, nos aproxima dos deuses. Há prazer nisto. É do prazer de fazer ciência, que a ciência se nutre e cresce!

O professor Marcos Cesar Danhoni Neves, elaborou este texto, que é parte da sua tese de mestrado em instrumentação para o ensino, que tenho o prazer de orientar, no Instituto de Física da UNICAMP.

Este texto, e o seu conteúdo, foi experimentado em diversos cursos, fornecidos através do Centro de Ciências de Campinas, na cidade de Campinas* e na cidade de Maringá**, no Paraná, dirigido a alunos de 1.º, 2.º e 3.º graus.

Na UNICAMP, este material foi também utilizado nos cursos de reciclagem, ministrados para professores estaduais de 1.º e 2.º graus, em convênio com a CENP***.

Esperamos desta forma estar contribuindo na divulgação correta do conhecimento e atitudes científicas.

Prof. Dr. Carlos A. Argüello
Professor Titular do Instituto de Física — Unicamp
Coordenador do NIMEC (Núcleo Interdisciplinar para
Melhoria do Ensino de Ciências).
Coordenador do programa "Implantação do Centro de
Ciências de Campinas" — Capes — Unicamp

* Novembro de 1985

** Dezembro de 1985

*** Janeiro de 1986

I — INTRODUÇÃO

Jamais saberemos quando os homens pré-históricos notaram pela primeira vez os céus e quando começaram uma busca para a sua compreensão. Mas, é certo que isto foi feito um dia, inaugurando assim, um dos mais fascinantes ramos da ciência: a Astronomia, mãe de todas as outras ciências.

A queda das folhas de uma árvore, seu florescimento, o aparecimento dos frutos, a migração de animais e a posição do Sol no horizonte em cada uma destas etapas, devem ter despertado no homem primitivo a curiosidade de se relacionar tais fenômenos e a induzi-lo a compreender o movimento solar e mais tarde o movimento geral dos céus. Stonehenge (um observatório construído há cerca de 2500 anos a.C. na Inglaterra) é um exemplo desta compreensão.

Durante séculos, o homem construiu modelos que permitissem a sua localização no Universo, baseado na constante observação do movimento dos astros na abóbada celeste.

Hoje, fizemos homens pousarem na Lua; enviamos naves-robôs muito além da órbita de Urano. Chegamos inclusive, a apontar nossos radiotelescópios a um determinado ponto do espaço, enviando mensagens codificadas, à procura de uma resposta das estrelas.

É notável o progresso que atingimos. Porém, este salto, que se processou de forma gradual, da Astronomia antiga para a moderna Astronomia, da Astrofísica e da Astronáutica, provocou uma seqüela no homem moderno. Este, enclausurado nas grandes cidades, povoadas de arranha-céus e indústrias, mal consegue perceber o seu horizonte. Desconhece o ponto exato onde nasce e se põe o Sol durante o ano. Mal consegue ver as estrelas sob um céu opaco pela poluição. Na verdade, o homem comum de hoje sabe mais sobre complexos mecanismos da evolução estelar, mas desconhece os elementos mais básicos que expliquem o que se passa neste grande laboratório que o rodeia: a esfera celeste; vitimado talvez, por um sistema que valorize o

complexo e o abstrato, negligenciando, por falha ou omissão, o método científico, que permitiu o amadurecimento da Astronomia para o que ela é hoje.

Se é assim, devemos nos insurgir contra tal sistema. E para isso, devemos fazer valer um velho dito: "a clareza deve ser a gentileza do filósofo"; não somente do filósofo, mas de todos aqueles ligados à educação.

Se agirmos neste sentido, estaremos estimulando nos mais jovens a clara compreensão dos fenômenos que nos rodeiam, e colaborando para que aquelas "coisas mágicas" ligadas à ciência, e que nos maravilhavam tanto quando crianças, perpetuem-se durante toda a vida, num processo dinâmico que faça obscurecer algo bastante triste que é observado atualmente: um declínio da criatividade, que se agrava de maneira diretamente proporcional à idade e à escolaridade do indivíduo.

Não podemos negar nosso passado evolucionário, que caracterizou-se sempre por uma busca ininterrupta do conhecimento. Quando aquele primata de alguns milhões de anos atrás, abandonou o conforto das florestas, para enfrentar os riscos numa savana hostil, em algum lugar na África Oriental, sua sobrevivência dependeria não somente da astúcia, mas desta aliada a algo mais complexo: a inteligência. Esta, desenvolveu-se de forma lenta e gradual. O homem, conseguia, com o "avanço de uma lesma", pequenas conquistas que asseguravam-lhe uma chance a mais de sobreviver. Talvez, a preensão de precisão (a união dos dedos indicador e polegar), tenha sido a primeira e a mais sensacional destas "pequenas" conquistas, obtida pelo *Homo habilis* (o primeiro a fabricar instrumentos de pedra). Daí por diante, o homem dominou o planeta: inventou a linguagem; milhares de culturas surgiram em todas as regiões do mundo; acumulou conhecimento, e perpetuou-o através da escrita. Passamos por várias revoluções, que começaram com a Revolução Agrícola, há 10 mil anos atrás e, agora, com a Revolução Tecnológica da qual estamos participando, direta ou indiretamente.

Nessa longa história, é difícil imaginarmos como poderíamos ter chegado ao estágio atual, ignorando um processo que levou três milhões de anos, só no gênero *Homo*, para ser adquirido.

Ao apresentarmos aqui, problemas que Kepler discutiu há mais de 300 anos e ainda de uma maneira simplificada, é uma forma de rendermos tributo à Compreensão, nem que para isto, tenhamos de "reinventar a roda".

Religião, ciência e poesia se confundem na história que tentaremos recontar através deste livro. Para tanto, vamos começar nossa discussão com os elementos da esfera celeste, utilizando para isto uma esfera armillar (fotografia 1) (instrumento que os povos mais antigos já faziam uso) ou um globo negro (fotografia 2). Passaremos em seguida, para os movimentos planetários, com uma breve discussão anterior sobre os vários modelos propostos para aqueles através da História.

Com um método aproximativo, obteremos as órbitas dos planetas e os movimentos aparentes destes nos céus da Terra, utilizando a primeira e segunda leis de Kepler para o movimento planetário (ver capítulo V — "Modelos Planetários e as Leis de Kepler"): a lei das órbitas e a lei das áreas, respectivamente.

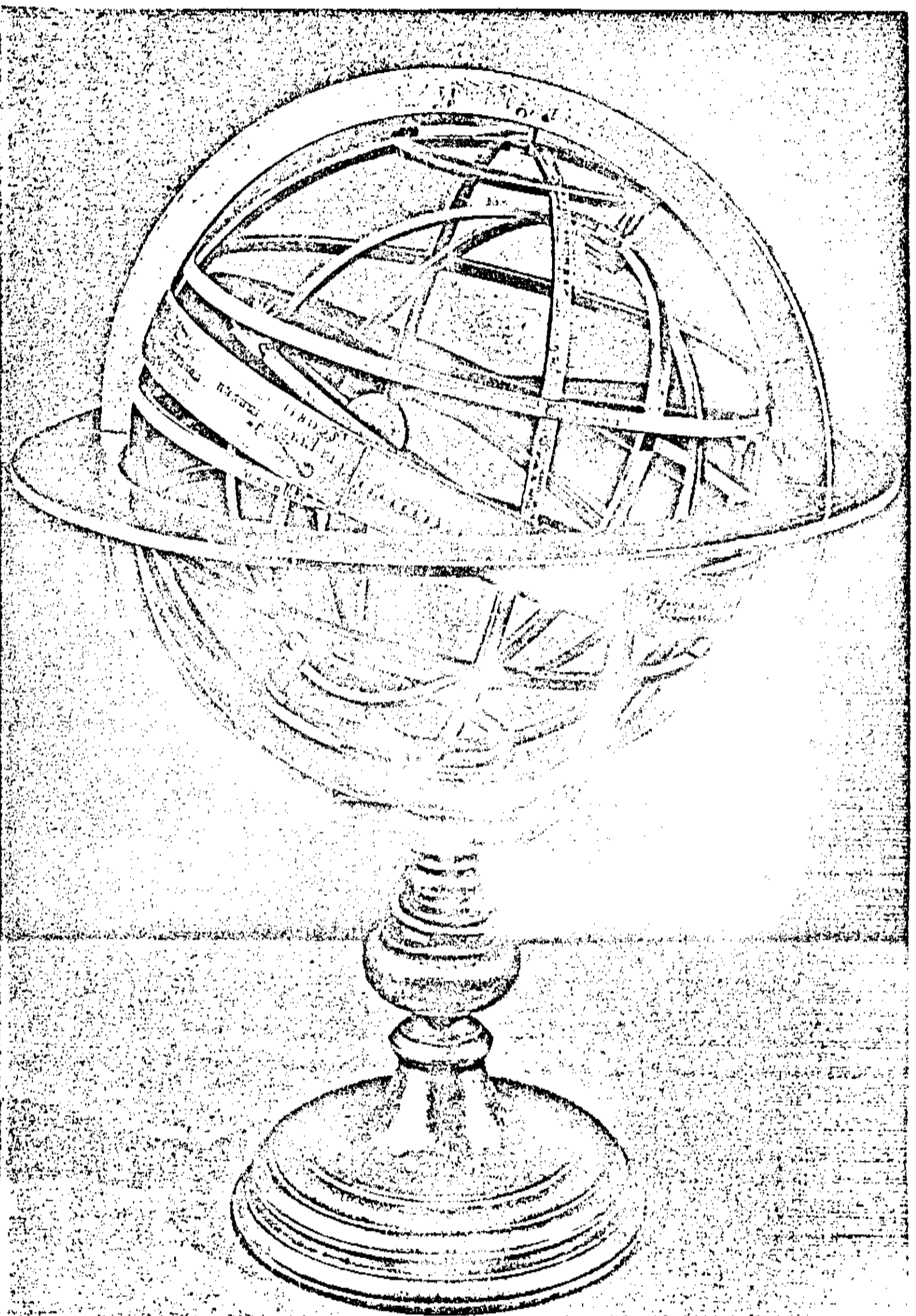
Calcularemos também a órbita do Cometa Halley (que não poderia faltar!).

Todo o desenvolvimento matemático deste livro está contido nos apêndices. Isto porque a inclusão de cálculos matemáticos no texto, truncaria sua leitura.

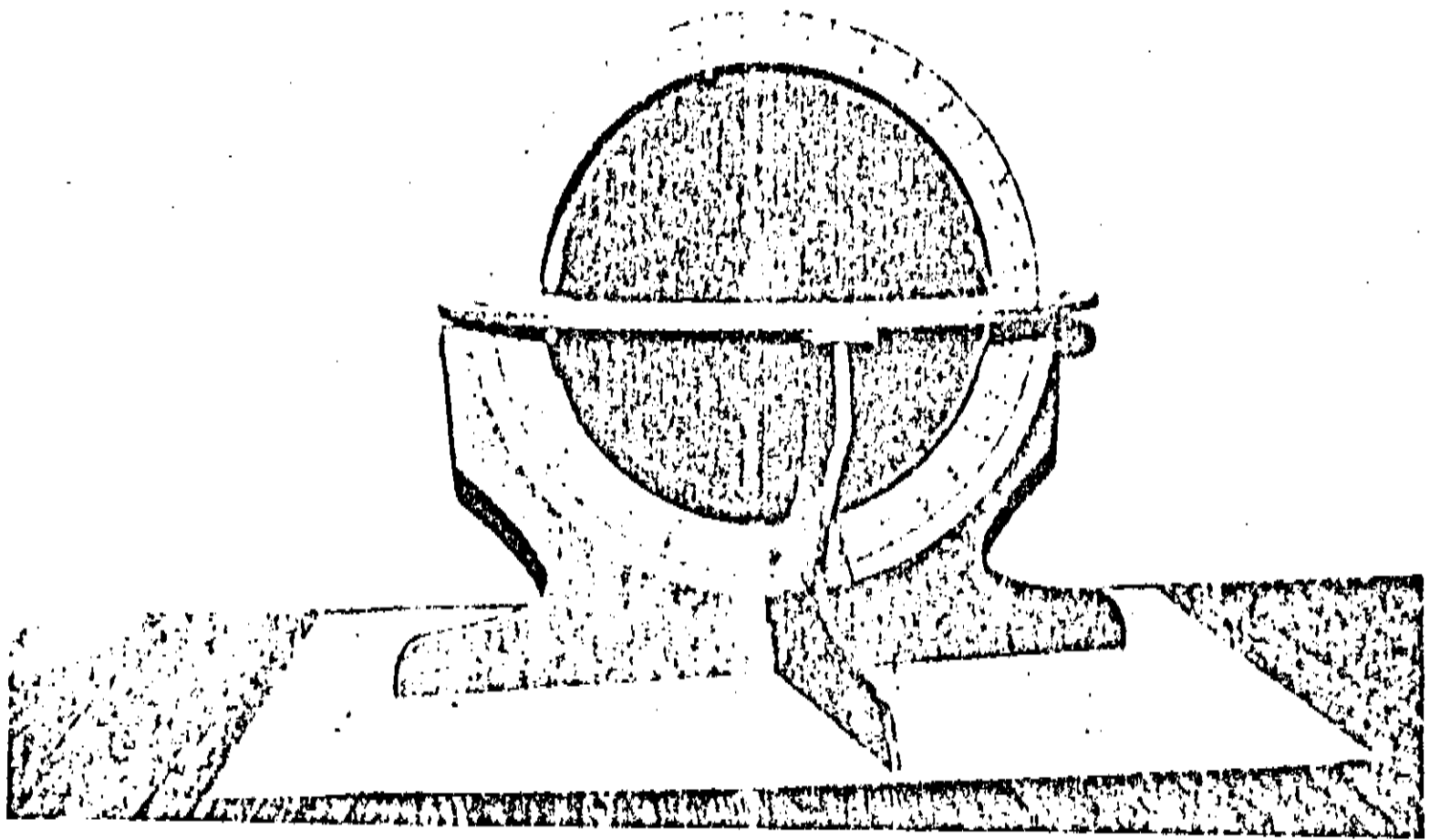
Com este método, procuramos nos inserir dentro de um objetivo amplo e complexo: o de levar ao leigo, conhecimentos astronômicos, fazendo com que ele saiba manipular e dominar a linguagem usada em Astronomia de observação, e remover aquela idéia errônea de que Astronomia só se faz com o auxílio de um instrumento óptico, uma luneta ou um telescópio. Para tanto, basta lembrar que Kepler estabeleceu suas três leis do movimento planetário, sem nunca ter olhado anteriormente o Universo através da ocular de qualquer telescópio.

A parte inicial do curso, consistirá pois, de elementos e conceitos básicos de Astronomia (esfera celeste, tempo, movimentos planetários,

estações do ano, etc.), em cujo domínio, repousa o sucesso do método que aqui será desenvolvido.



Fotografia 1.
Esfera Armillar.



Fotografia 2.
Globo Negro.

II — A ESFERA CELESTE

Se nos afastarmos das grandes cidades, para lugares distantes da incômoda presença das luzes e da poluição, iremos descobrir um céu pontilhado de milhares de estrelas.

Se olharmos ao nosso redor, até onde nossos olhos conseguem enxergar, notaremos que o local onde nos encontramos se apresenta como um disco plano (se esquecermos os acidentes do terreno), limitado por uma circunferência, que denominamos de *horizonte*. (Figs. 1a e 1b)

Estamos no interior de uma grande abóbada celeste, que nos rodeia a todos. Temos a impressão que os astros celestes estão pregados nela, devido à lenta procissão das estrelas sob nossas cabeças. Alguns pontos brilhantes caminham “erraticamente”, ao longo dos meses, por entre as estrelas, cuja distância angular entre si é constante; estes pontos são os planetas. O Sol também parece mover-se ao nosso redor e a idéia de um sistema geocêntrico (com a Terra no centro do Universo), nos parece tentadora, uma vez que, fixando o referencial em nosso planeta, tudo orbita ao seu redor.

Nas escolas aprendemos que o Sol é o centro do sistema solar e que os planetas se movem ao seu redor numa órbita elíptica (o que está correto!).

Mas, aparentemente não é isso que observamos. Assim, vamos fixar nosso referencial na Terra e adotar, por enquanto, a visão geocêntrica.

Uma vez que a esfera celeste tem raio “infinito” (devido à enorme distância que nos separa das estrelas; mesmo as mais próximas!), a Terra pode ser considerada de tamanho desprezível, o que nos permite aproximar o centro terrestre para o olho do observador.

Olhando a figura 1(c), vemos que a linha imaginária que passa pelo observador e que é perpendicular ao plano do horizonte, corta a esfera celeste em dois pontos: o zênite z e o nadir n , no ponto acima da cabeça do observador e o outro na direção oposta, imediatamente abaixo, respectivamente.

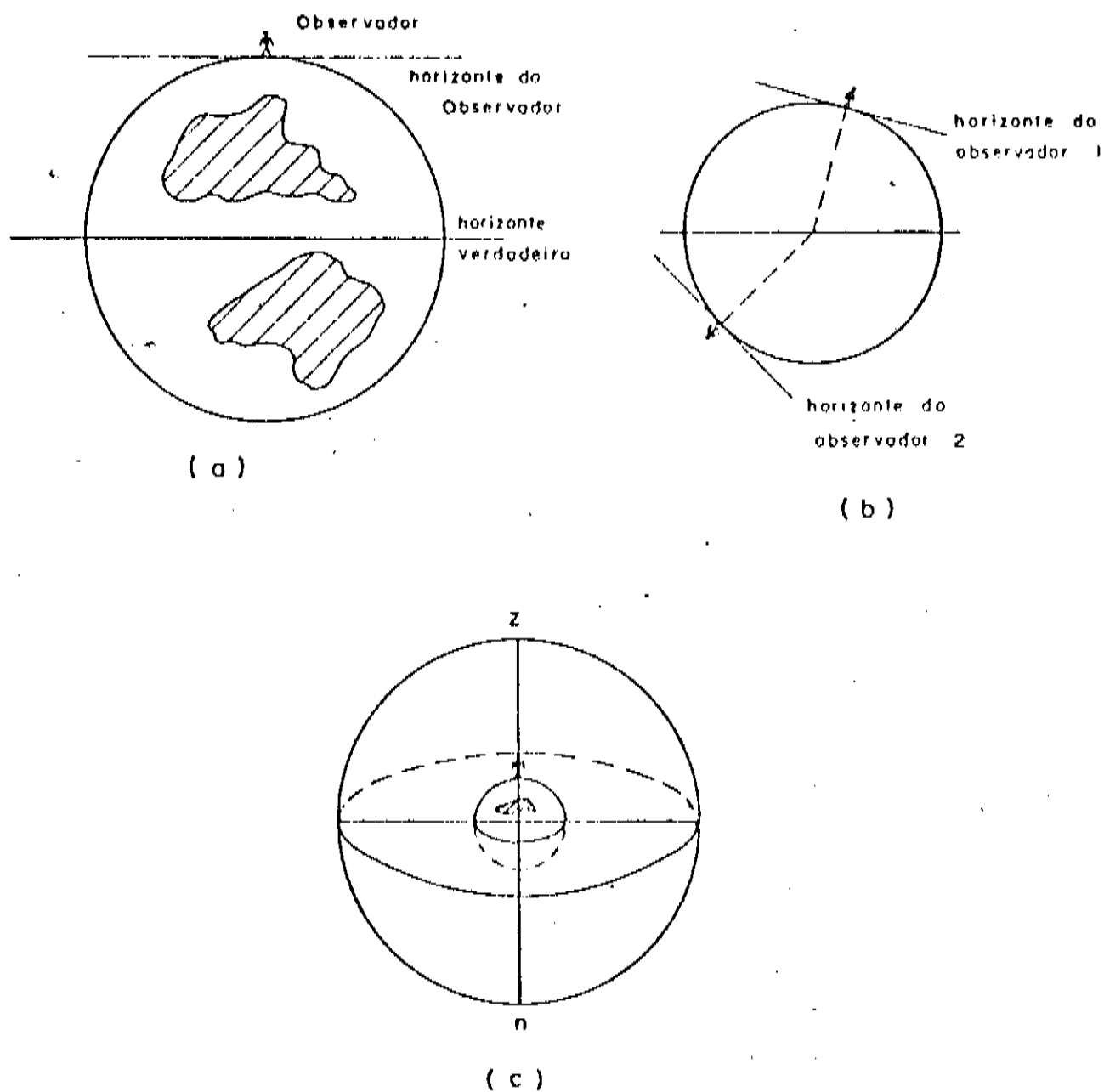


Figura 1.

Como já falamos anteriormente, notamos que a esfera celeste gira ao nosso redor. Se tomarmos uma máquina fotográfica e tirarmos uma foto de longa exposição, perceberemos que o caminho descrito pelas estrelas na abóbada celeste, é circular. A figura 2 ilustra isto.

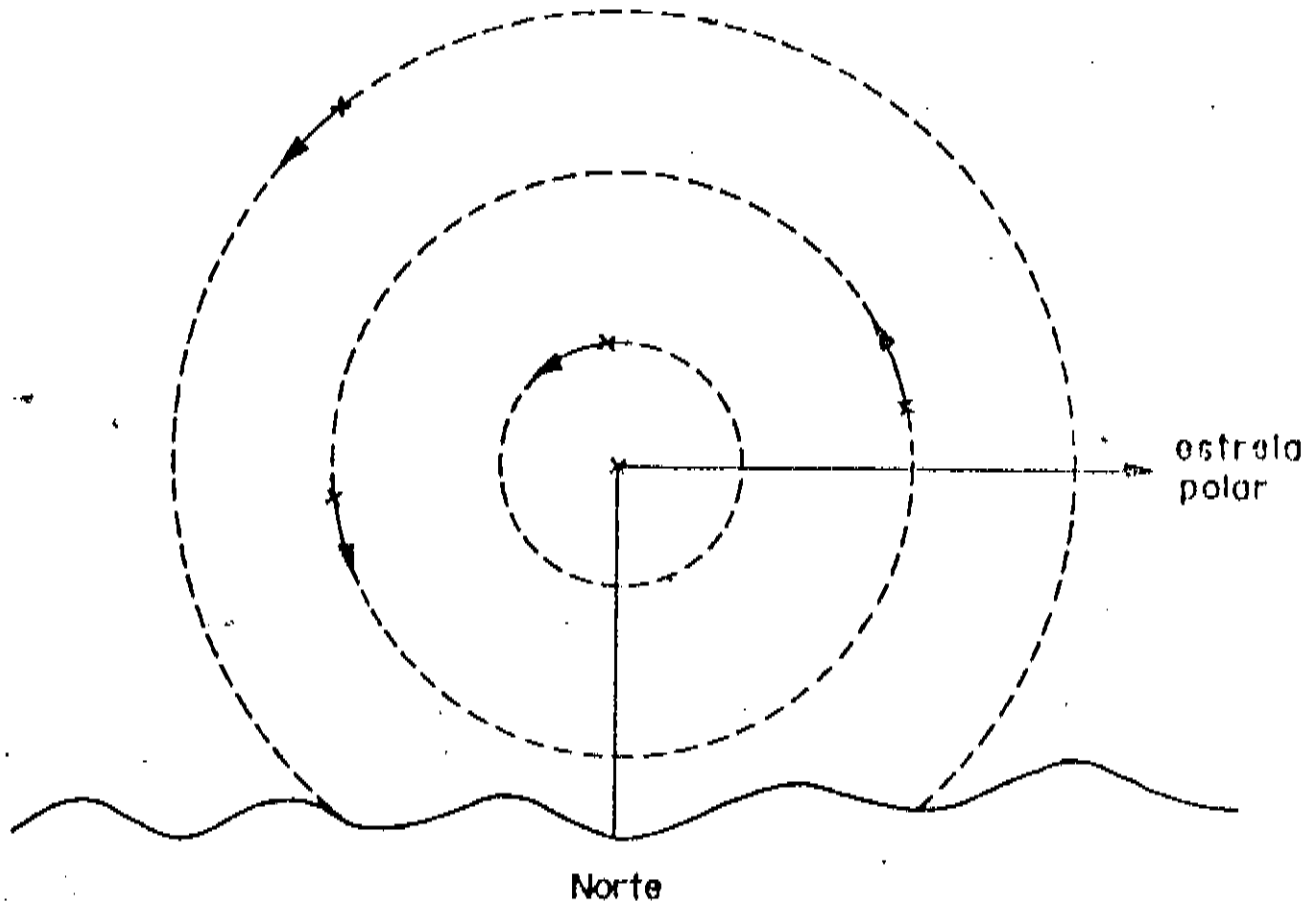


Figura 2.
Trajétória aparente das estrelas.

Assim, se as estrelas estão pregadas na esfera celeste, que gira ao redor da Terra, então deve existir um eixo imaginário que passa pelo centro de nosso planeta, para que tal movimento (aparente!) seja possível.

Para um observador nos trópicos (de Câncer ou Capricórnio), este eixo estará inclinado em relação ao horizonte verdadeiro, de cerca de 23° e um de seus pólos, o pólo elevado, estará preso, para o Trópico de Capricórnio, próximo ao Cruzeiro do Sul, e na estrela polar, para o Trópico de Câncer. A figura 3 ilustra melhor isto que acabamos de dizer.

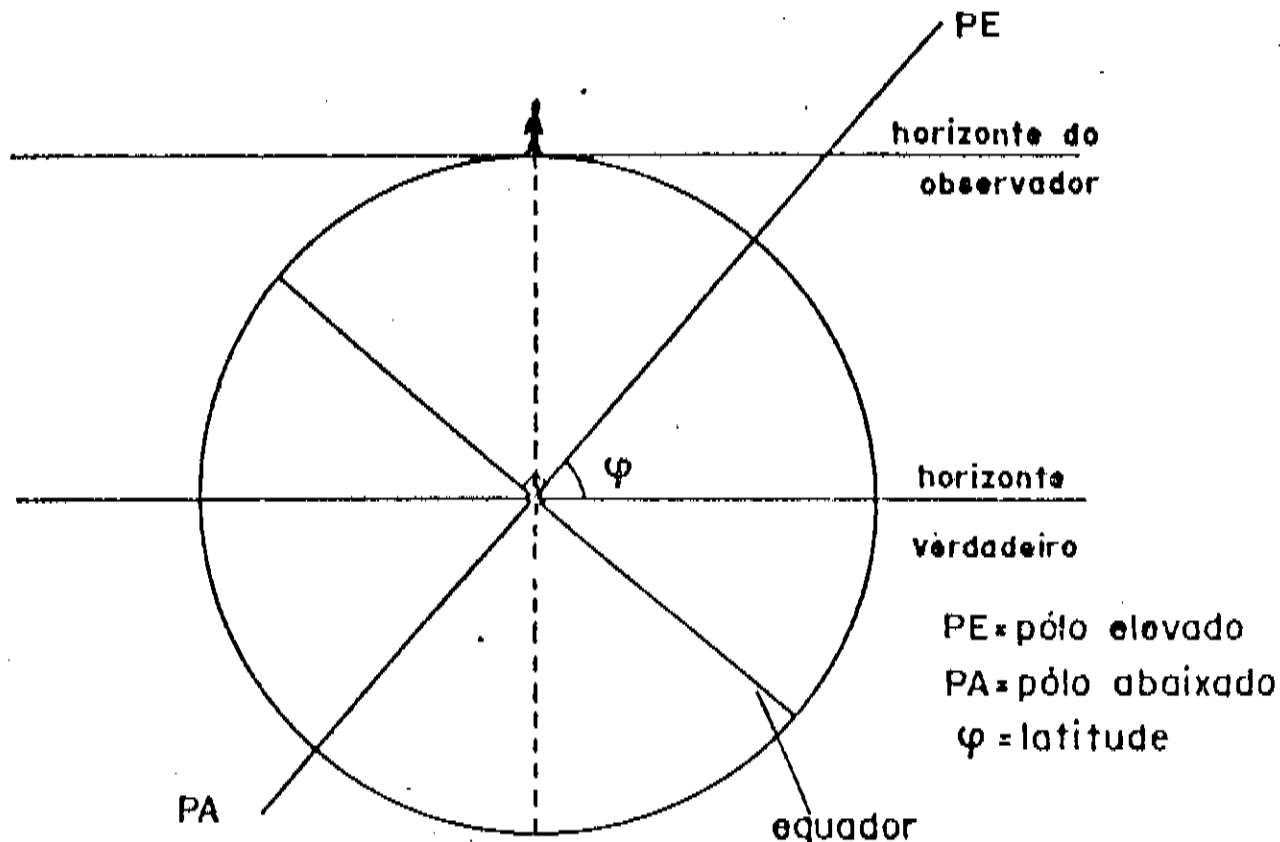


Figura 3.

Da figura 3, vemos que o ângulo φ , feito entre o eixo e o horizonte verdadeiro, define a latitude do local onde se encontra o observador.

Da figura 4, o plano perpendicular ao eixo polar e que corresponde à latitude 0° , é definido como *equador*:

A latitude também pode ser definida de uma maneira diferente:

Latitude de um ponto é a distância, em graus, medida sobre o *meridiano* (círculo que passa pelos pólos) entre o equador (tomado como origem) e o *paralelo* (círculo paralelo ao equador) do ponto considerado. A latitude varia de 0° a 90° (ver figura 4).

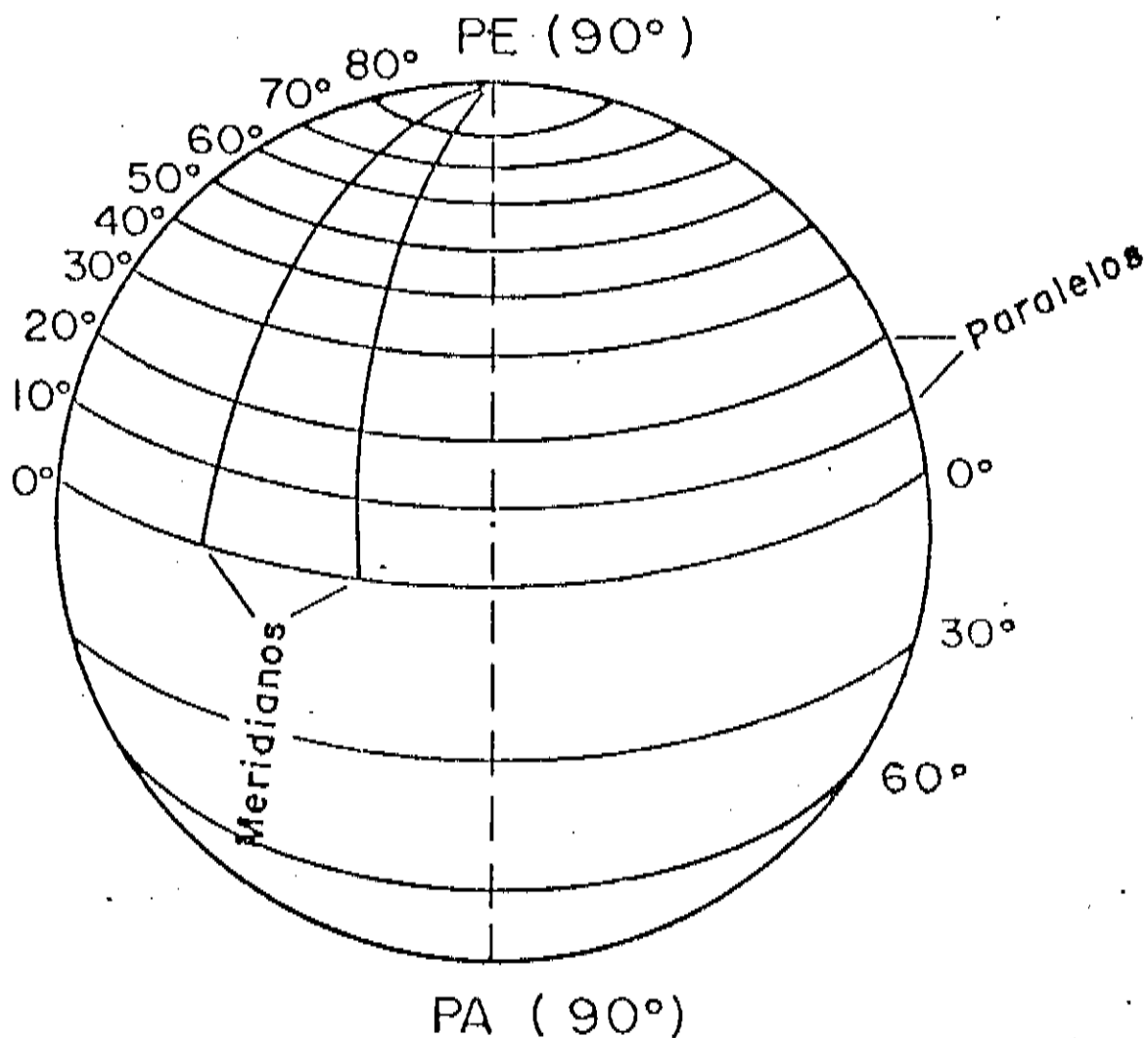


Figura 4.

De posse destes conceitos, vejamos como um observador em várias latitudes veria a trajetória das estrelas na abóbada celeste.

Se o pólo celeste está exatamente sobre a cabeça do observador, o que equivale dizer que ele está exatamente no pólo terrestre, as estrelas percorrerão arcos que nunca cortam o plano do horizonte. Se o observador permanecer neste local, ele jamais verá as estrelas que correspondem ao outro hemisfério celeste, que permanecerá sempre abaixo do horizonte.

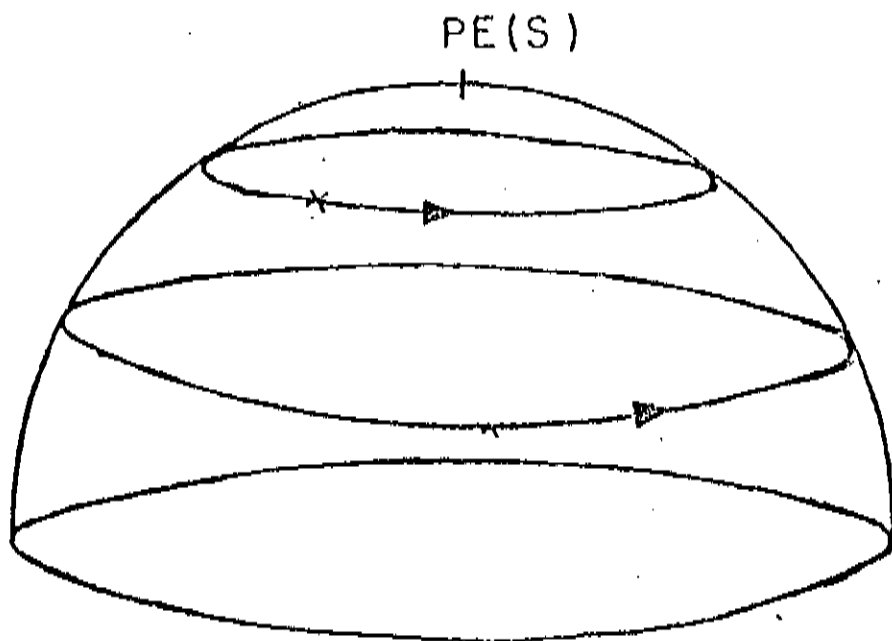


Figura 5.
Esfera Paralela.

Neste caso, todas as estrelas são chamadas circumpolares. Aqui, a esfera recebe o nome de *esfera paralela* (Figura 5).

Se o observador está exatamente sobre o equador terrestre, os pólos celestes estarão exatamente na direção sul ou norte do horizonte.

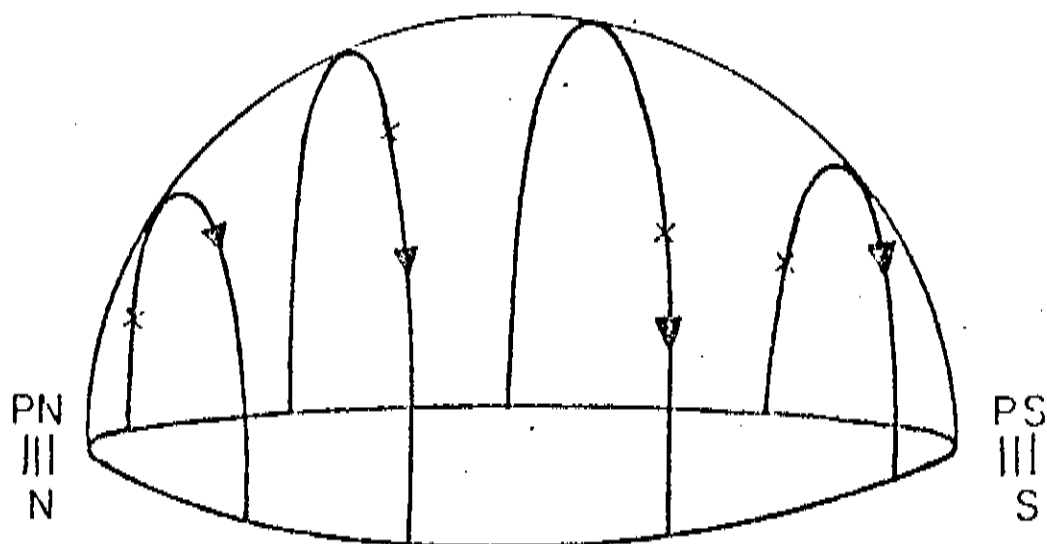


Figura 6.
Esfera Vertical.

Aqui, não temos nenhuma estrela circumpolar. O observador pode ver qualquer estrela, se permanecer no local tempo suficiente. O tempo que as estrelas permanecem acima do horizonte é o mesmo que permanecem abaixo dele. O arco diurno de todas as estrelas é igual ao seu arco noturno. Neste caso particular, a esfera celeste é chamada *esfera vertical* (Figura 6).

O caso mais geral e o mais comum é aquele que já comentamos, ou seja, quando o observador está numa latitude φ diferente de 0°

(equador) ou 90° (pólos). Neste caso, o pólo celeste elevado PE, estará a um ângulo φ do horizonte do observador.

Vemos da figura 7, que serão circumpolares, aquelas estrelas cuja distância angular ao pólo elevado (distância polar ou codeclinação) seja menor que a latitude do lugar de observação.

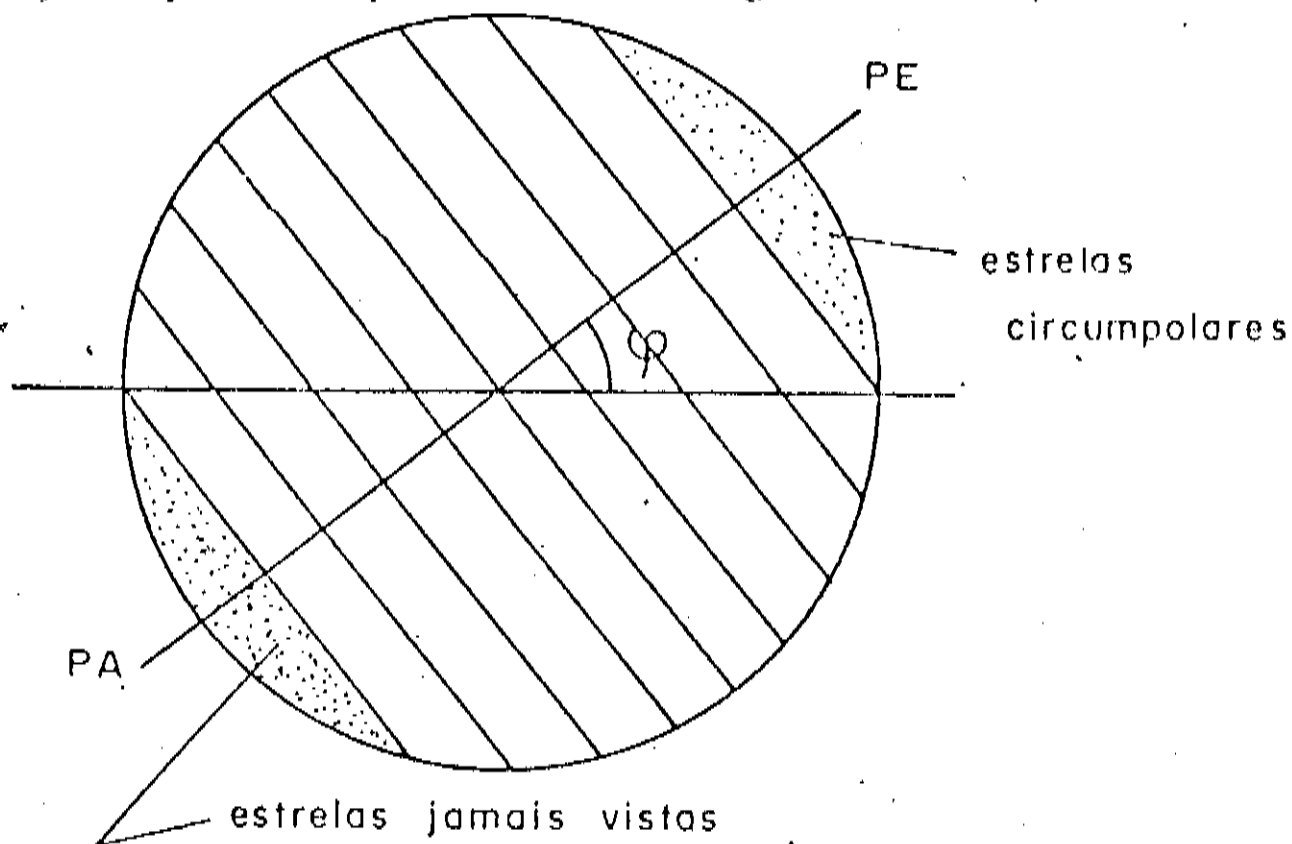


Figura 7.

Não serão vistas jamais, aquelas estrelas cuja distância angular ao pólo abaixado seja menor que a latitude do local de observação.

As estrelas fora destes dois casos extremos ($\varphi = 0^\circ$ e $\varphi = 90^\circ$) terão arcos acima e abaixo do horizonte de duração desigual.

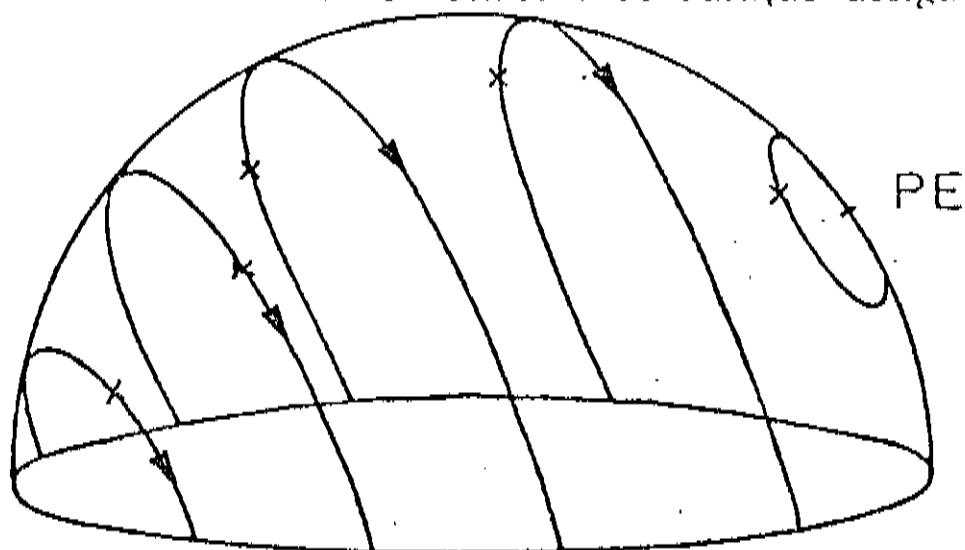


Figura 8.
Esfera Obliqua.

Neste caso, a esfera celeste é chamada de *esfera oblíqua* (Figura 8).

Até agora, falamos apenas no movimento aparente das estrelas, e não comentamos nada a respeito de uma estrela muito mais próxima de nós do que aquelas "cravadas" na abobada celeste: o Sol.

Se observarmos o movimento solar, perceberemos que as posições de seu nascer e de seu ocaso variam durante o ano. Isto quer dizer que, *o Sol não nasce nem se põe no mesmo ponto do horizonte, em dias consecutivos, variando também, a duração do arco diurno, ou seja, a duração do período de luz solar durante o dia, ao longo do ano.*

É devido a este fato, que o Brasil resolveu adotar o *horário de verão*, como meio de se economizar energia elétrica.

É que no dia *22 de dezembro*, inicia-se o verão (inverno, no hemisfério norte), ou seja, nesta data, o Sol não nasce exatamente a leste, mas numa posição mais extrema, mais ao sul, e culmina no seu ponto mais alto (no zênite, para um observador situado nos trópicos). Neste dia, o arco diurno é maior que o noturno, e conseqüentemente, *o dia é mais longo que a noite.*

De dezembro a março, a trajetória solar afasta-se desta posição mais extrema, em direção ao leste. No dia *21 de março*, o Sol nasce exatamente a leste e põe-se exatamente a oeste, movimentando-se sobre o equador celeste. Como este corta a Terra em duas partes iguais, temos em *21 de março, dia e noite de mesma duração.* É o início do outono (primavera no hemisfério norte).

A trajetória solar continua a se afastar, desta vez para uma outra posição mais extrema, mais ao norte. Em *22 de junho*, o Sol culmina no ponto mais afastado do zênite. O arco diurno é menor que o noturno. *É o dia mais curto do ano*, e também o início do inverno (verão no hemisfério norte).

A partir de *22 de junho*, a trajetória solar inverte seu movimento e a duração do dia volta a aumentar, até que a *23 de setembro*, o Sol nasce novamente a leste e põe-se exatamente a oeste, como a *21 de março*. Novamente, *dia e noite têm a mesma duração.* É o início da primavera (outono no hemisfério norte).

A *22 de dezembro*, a trajetória solar afasta-se para sua posição mais extrema, tornando o dia (arco diurno) mais longo que a noite (arco noturno). O ciclo fecha-se então, com o Sol nascendo mais próximo do sul. É novamente o início do verão (ver figura 9).

O tempo dispendido pelo Sol para dar uma volta completa ao redor da Terra (visão geocêntrica) é dividido em quatro períodos,

limitados por pontos, denominados solstícios e equinócios, que se caracterizam por variações climáticas e que dão origem a cada uma das estações do ano: o verão, compreendido de 22 de dezembro a 20 de março; o outono, de 21 de março a 21 de junho; o inverno, de 22 de junho a 22 de setembro e a primavera, de 23 de setembro a 21 de dezembro (datas no hemisfério sul).

Assim, o início do outono e da primavera são chamados pontos de *equinócio*, porque na data em que estes ocorrem, 21 de março e 23 de setembro, respectivamente, *dia e noite têm a mesma duração*.

O início do verão e do inverno são chamados pontos de *solstícios*, porque, próximo às datas em que estes ocorrem, 22 de dezembro e 22 de junho, respectivamente, a trajetória solar desloca-se muito lentamente, até quase parar. Por alguns dias, o deslocamento da trajetória parece estar *estacionário*, até retornar novamente ao seu movimento de inversão (vai-e-vem).

Tudo isto pode ser observado facilmente, ao longo do ano, valendo-se de simples instrumentos, que nos permitam, por exemplo, marcar a posição do Sol no horizonte, ao nascer e ao se pôr.

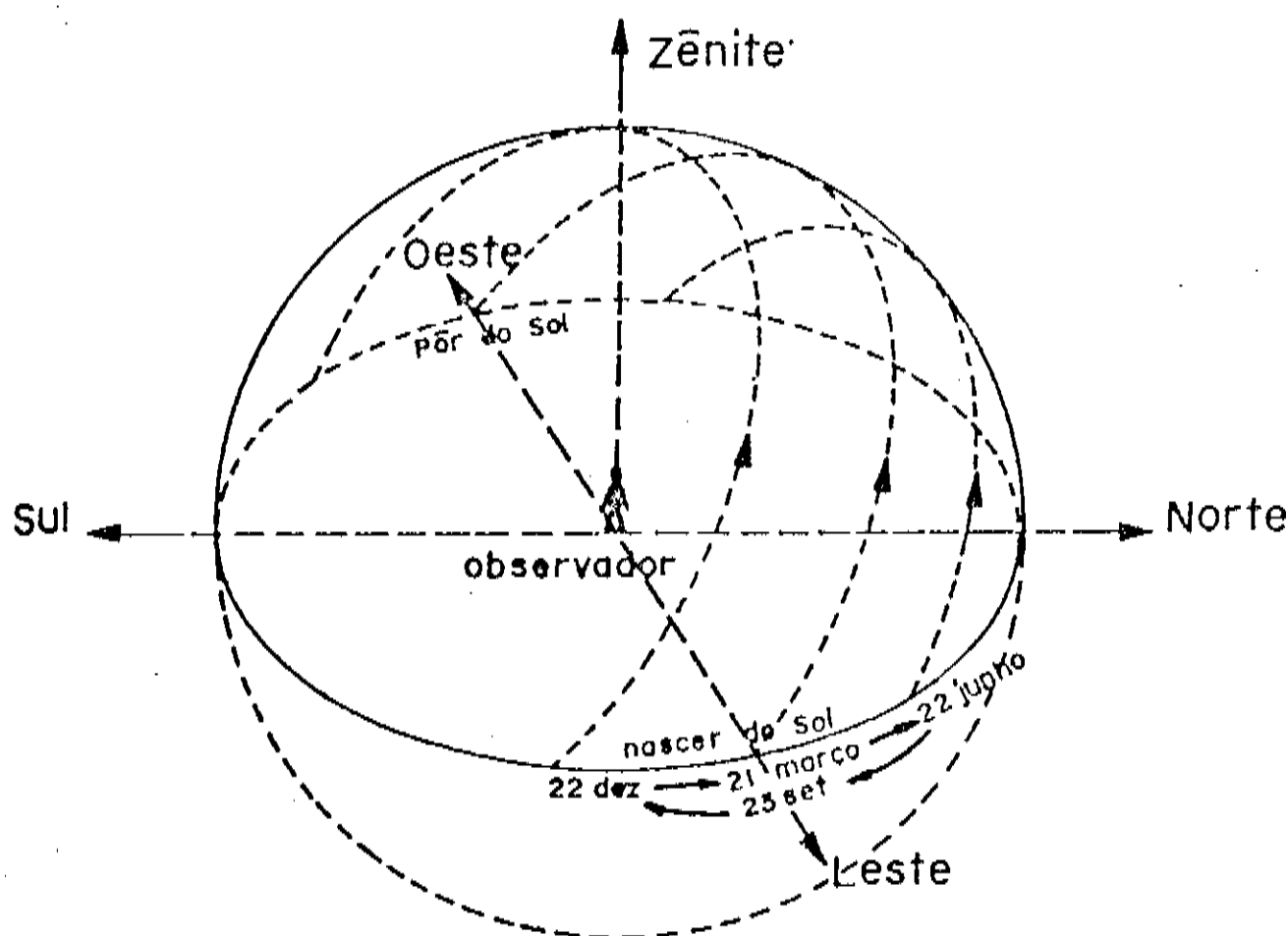


Figura 9.
Movimento aparente anual do Sol.

A pergunta que nos fazemos então, é a seguinte: como ocorre esse movimento de vai-e-vem?

Se imaginarmos o Sol orbitando ao redor da Terra, perceberemos que as sucessivas posições que ele ocupará no ano, são explicadas se a trajetória solar estiver contida num círculo inclinado em relação ao plano do equador de um ângulo de 23,5°. Isto explica justamente o movimento aparente acima relatado (ver figuras 9, 10a e 10b).

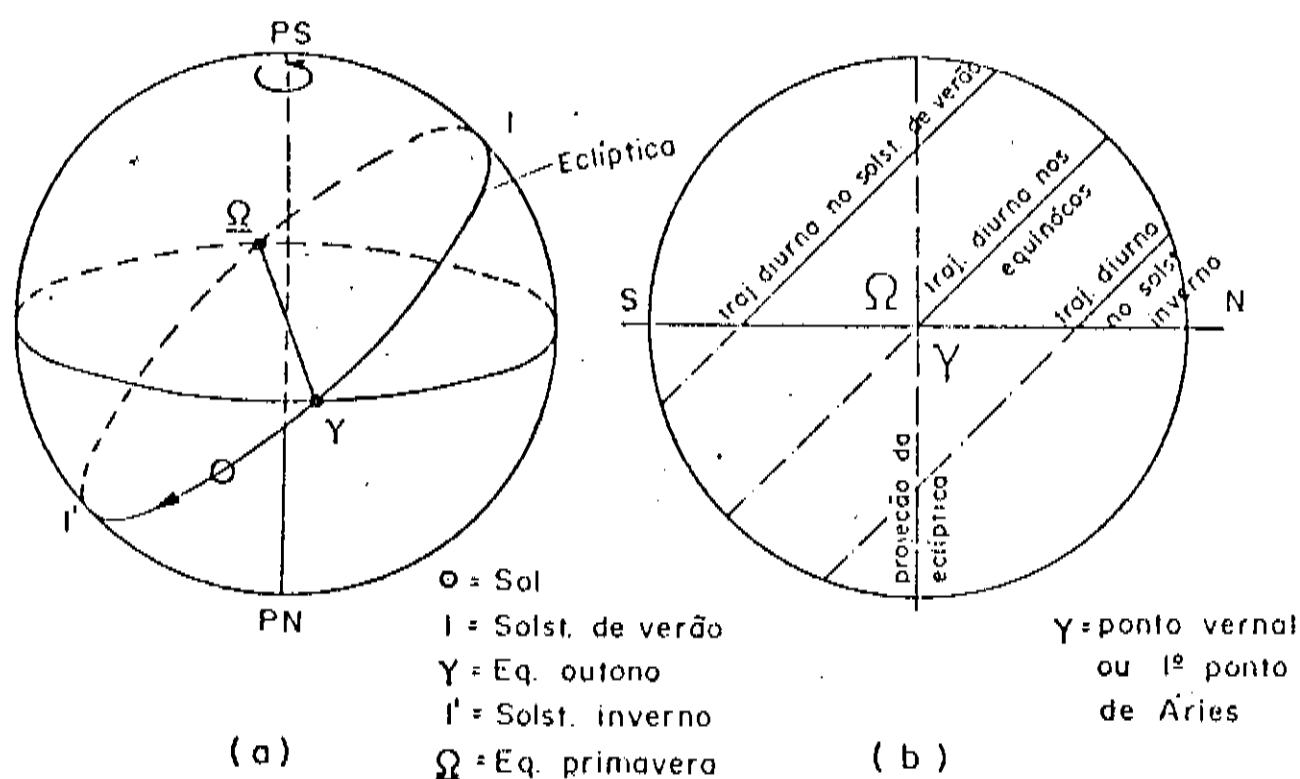


Figura 10.
A Eclíptica.

Este círculo é denominado de *eclíptica*, que é o círculo descrito pelo Sol em um ano, em sentido contrário ao do movimento das estrelas. Neste movimento, o Sol se atrasa cerca de um grau por dia em relação às estrelas, no sentido oeste-leste.

Ao final de um ano, o movimento aparente do Sol seria aquele ilustrado na figura 11, ou seja, um movimento espiralado.

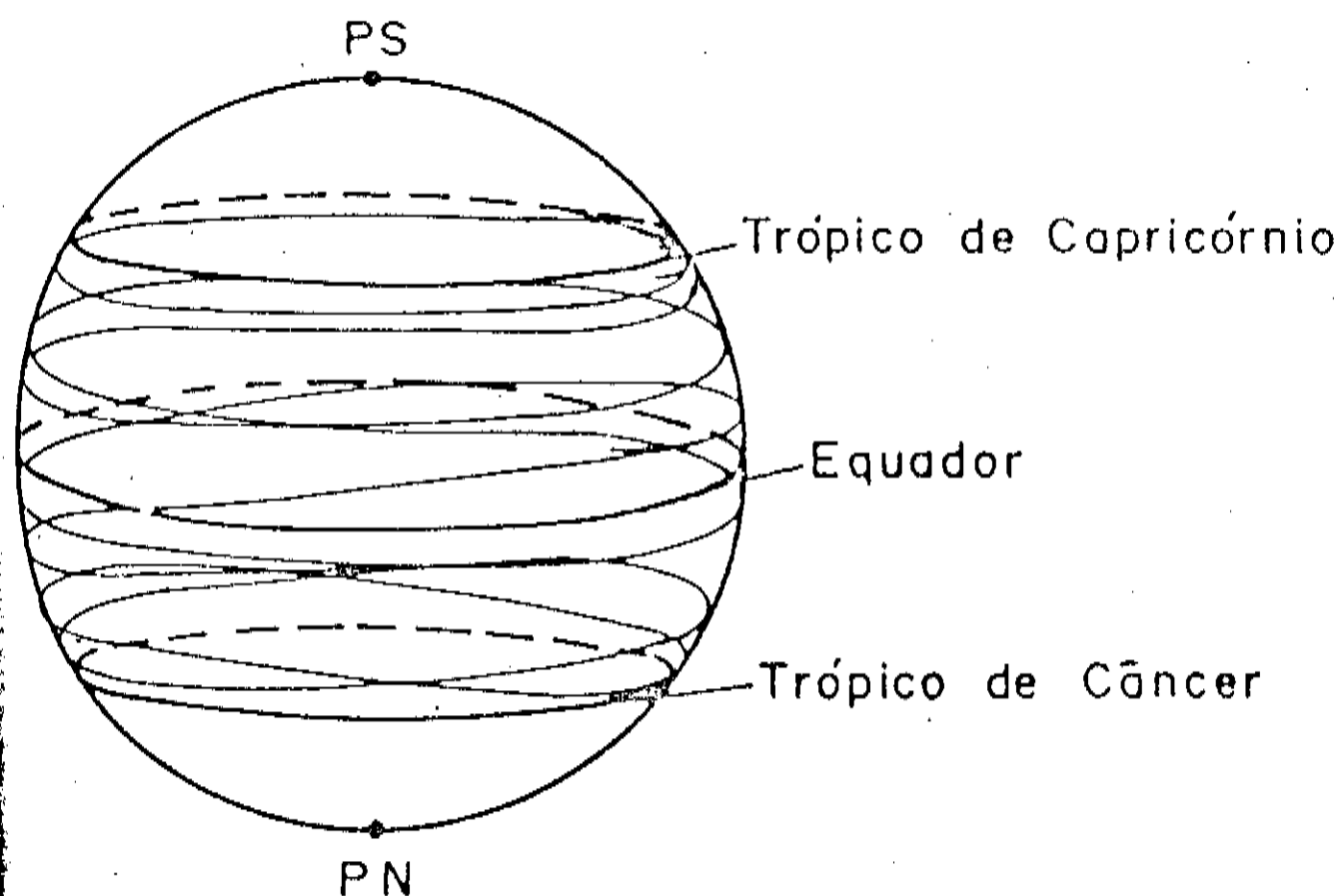


Figura 11.
Movimento espiralado aparente do Sol.

Já que falamos em dias de equinócios e solstícios, devemos comentar sobre uma das evidências da forma elíptica da órbita da Terra ao redor do Sol, que consiste na desigualdade das estações do ano.

Hoje, sabemos como se efetua o movimento de translação da Terra. A segunda lei de Kepler (ver capítulo V — “Modelos Planetários e as Leis de Kepler”) indica que a Terra percorrerá sua órbita ao redor do Sol a uma velocidade variável (note que estamos adotando uma visão heliocêntrica!): o raio vetor Sol-Terra varre áreas iguais em tempos iguais. Quando o planeta se aproxima do Sol, ele se desloca mais depressa e, ao contrário, desacelera ao se afastar. Isto nos mostra que não pode haver igualdade de duração entre as diferentes estações.

Quando a Terra passa pelo periélio (posição mais próxima do Sol), é inverno (verão) no hemisfério norte (Sul); portanto, inverno e outono serão estações mais curtas nesse hemisfério; ao contrário, a primavera e o verão serão mais longos (ver figura 12).

A duração das estações no hemisfério Norte (e Sul) são dadas abaixo:

- Primavera (outono) — 92 dias e 20 horas
- Verão (inverno) — 93 dias e 15 horas
- Outono (primavera) — 89 dias e 19 horas
- Inverno (verão) — 89 dias (ver figura 13).

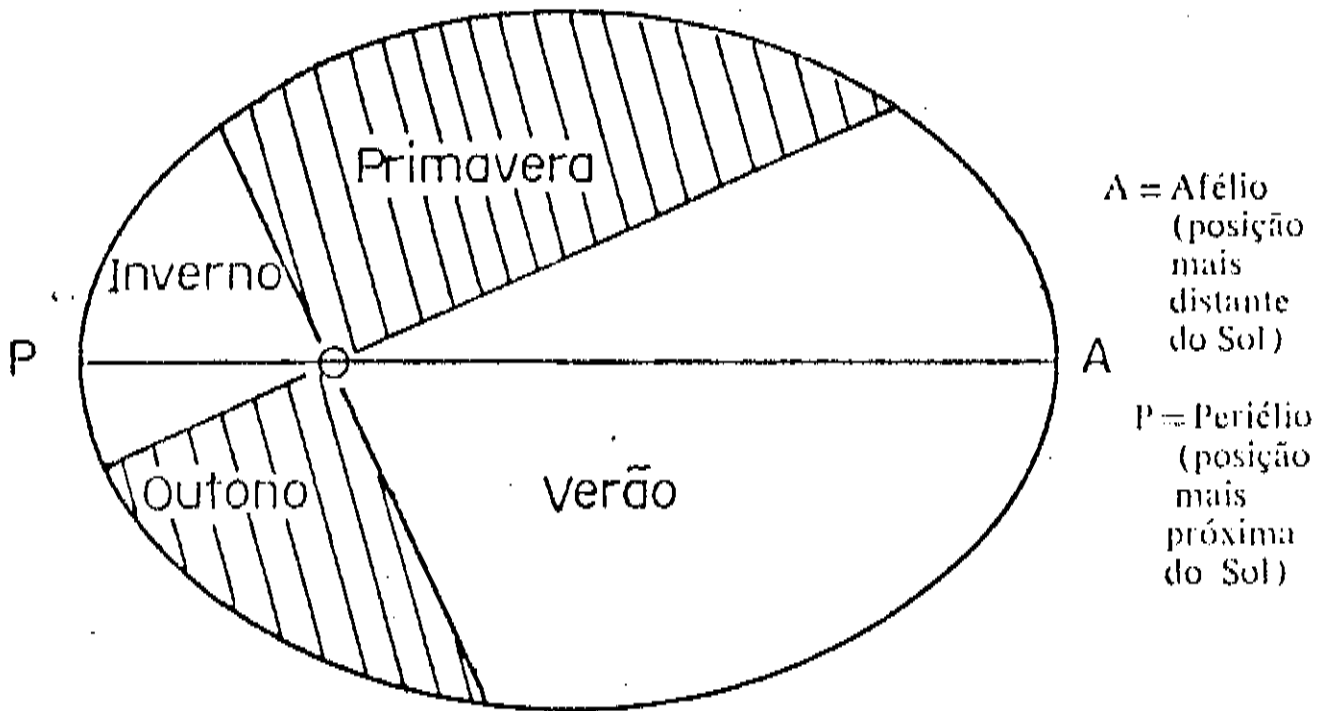


Figura 12.
Duração das Estações do ano (hem. norte).

Antes de finalizar este capítulo, vamos falar de um outro movimento da Terra: a precessão dos equinócios; fenômeno praticamente inobservável para uma geração.

A precessão dos equinócios consiste em um movimento cônico do eixo da Terra (como o movimento de um pião) em torno da linha dos

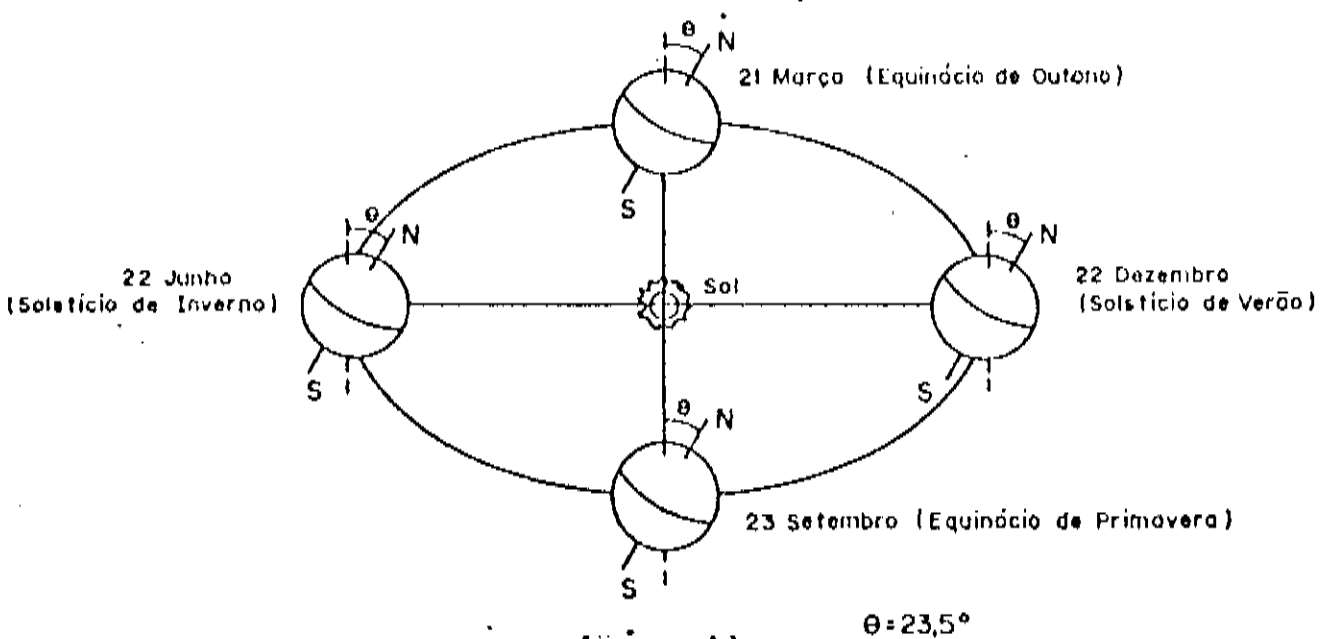


Figura 13.
As Estações.

pólos da eclíptica (figura 14). A Terra completa um ciclo precessional em cada 25.800 anos aproximadamente, ou seja, o pólo se move aproximadamente $50''{,}2$ por ano. Este movimento é o responsável pela retrogressão do equinócio de outono (hemisfério Sul) ou equinócio da primavera (hemisfério Norte), sobre a eclíptica, fazendo com que o ponto vernal γ (ver figura 10) outrora na constelação de Áries, já decorridos 2.000 anos, encontre-se hoje na constelação de Peixes.

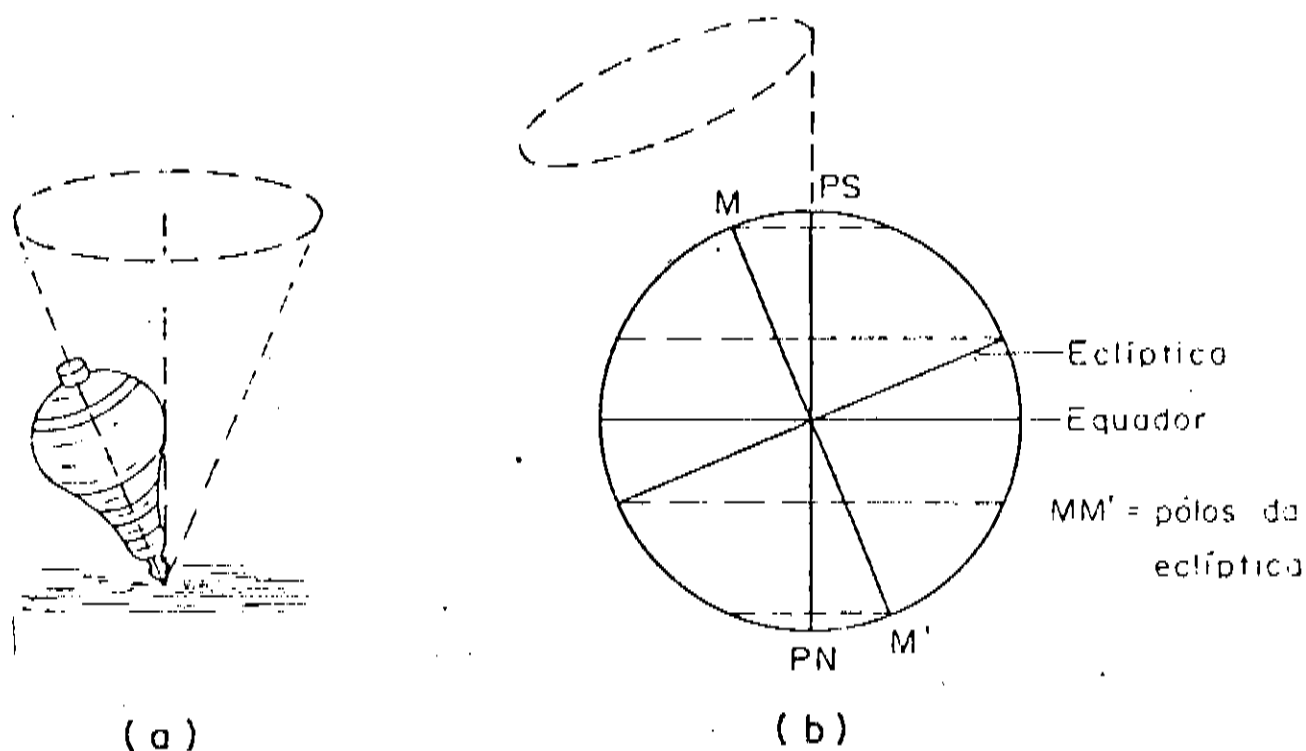
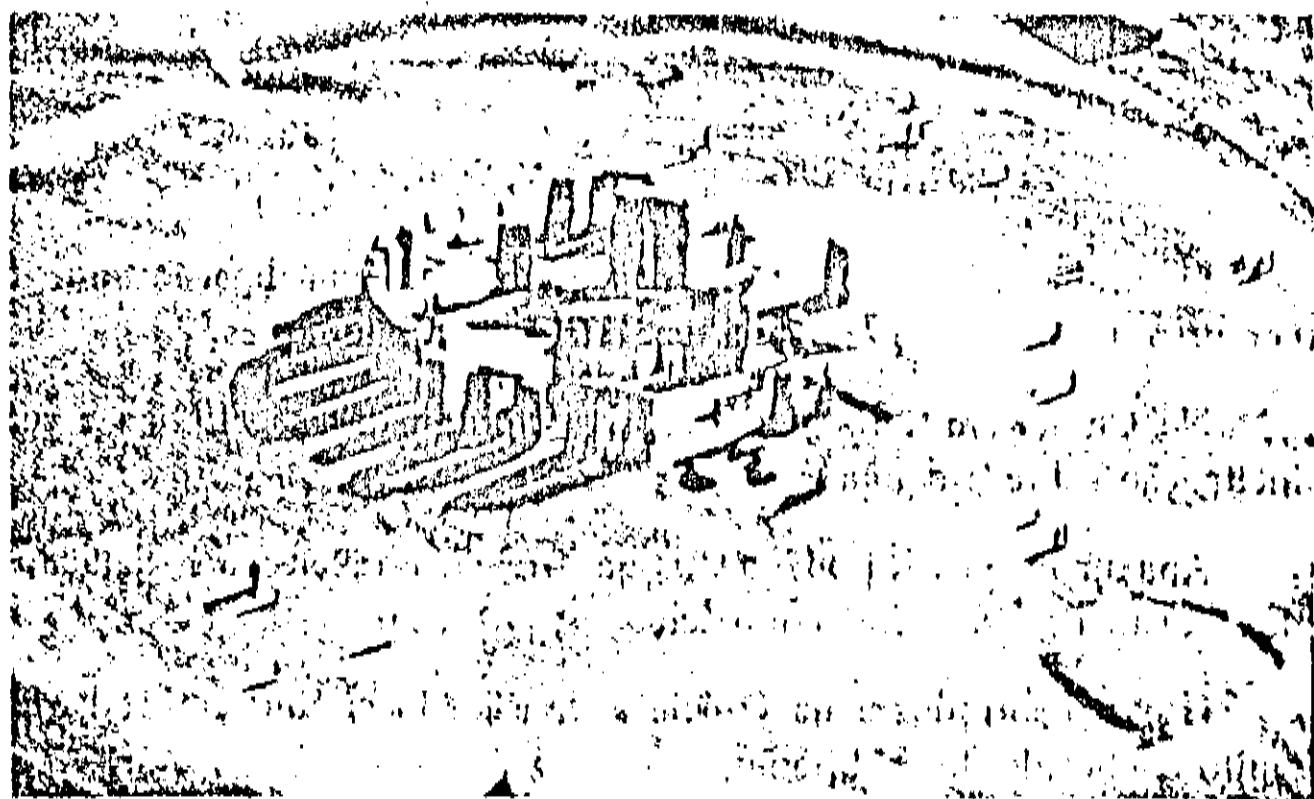


Figura 14.
A Precessão.

III — UM POUCO DE HISTÓRIA

Todos os conceitos expostos aqui, são de há muito conhecidos pelo homem. Um exemplo deste conhecimento, é Stonehenge, na Inglaterra. Monumentos megalíticos, que datam de mais de 2500 anos a.C., construídos com pedras de mais de sete toneladas, transportadas de regiões longínquas, por terra e água. É capaz de predizer as posições extremas do nascer e ocaso do Sol e da Lua e, segundo alguns estudiosos, a ocorrência também de eclipses (ver fotografia 3).



Fotografia 3
Vista Geral de Stonehenge

A "Roda da Medicina" de Saskatchewan é, possivelmente, o mais antigo observatório astronômico das Américas. Foi construído por volta do ano 600 a.C. (ver figura 15).

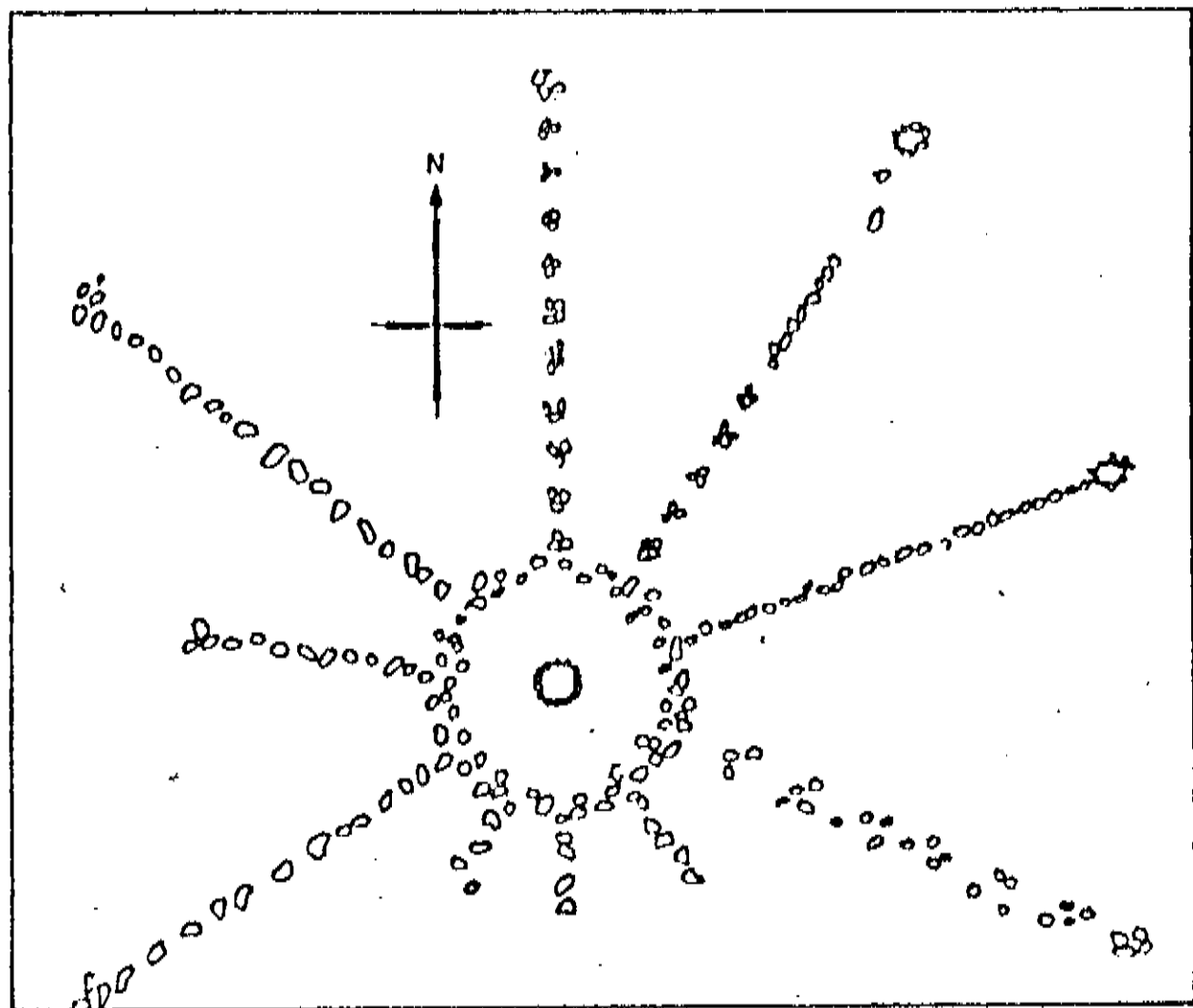


Figura 15.
A "Roda da Medicina".

Os árabes foram os primeiros a estabelecer uma ligação entre o percurso do Sol e a alternância das estações e as lunações.

Na China, em 1.100 a.C., foram determinadas a eclíptica e sua inclinação sobre o equador.

Anaximandro (611-547 a.C.), na Grécia, estabeleceu a data dos dois solstícios e dos dois equinócios.

Hiparco introduziu na Grécia a divisão do círculo em 360°, há muito conhecido dos babilônios.

Os índios Hopi-Navajo construíram um calendário para marcar os dias mais importantes do ano através da posição do nascer do Sol em relação aos picos de seu horizonte local (ver figura 16).

Não devemos esquecer os maravilhosos observatórios construídos por incas, maias e astecas.

No Brasil, o grupo indígena Apinajé realiza um ritual para comemorar a passagem do Sol de um hemisfério para outro.

Estes são apenas alguns exemplos dessa formidável busca do homem para a compreensão dos fenômenos que ocorrem ao seu redor.

Cada uma destas descobertas teve importância capital para cada um das épocas em que ocorreram, e suas motivações foram várias: fatores econômicos (navegação e agricultura, principalmente), religiosos e até supersticiosos (nascimento da Astrologia), e a observação aliada à curiosidade, foram as propulsoras para o desenvolvimento das teorias e dos modelos que permitissem a localização do homem no Universo. Foram, em síntese, as responsáveis pela gênese do método científico.



Figura 16.
"Calendário Solar" dos índios Hopi-Navajo.

Novamente exemplificando, recordemos o cálculo notável de Eratóstenes, diretor da grande biblioteca de Alexandria, no século III a.C., do comprimento da circunferência terrestre. Este cálculo baseou-se no seguinte:

No solstício de verão (21 de junho — hemisfério norte), ele notou que em Siena, a 800 Km de Alexandria (ele conhecia esta distância, pois pagou um homem para medi-la, em passos!) um obelisco não apresentava sombras (fenômeno conhecido como "sol a pino", que ocorre uma vez ao ano para quem se encontra nos trópicos, no solstício de verão, e duas vezes ao ano, para quem se encontra em latitudes compreendidas entre os trópicos), enquanto em Alexandria, mais ao norte, havia uma sombra pronunciada (ver figura 17).

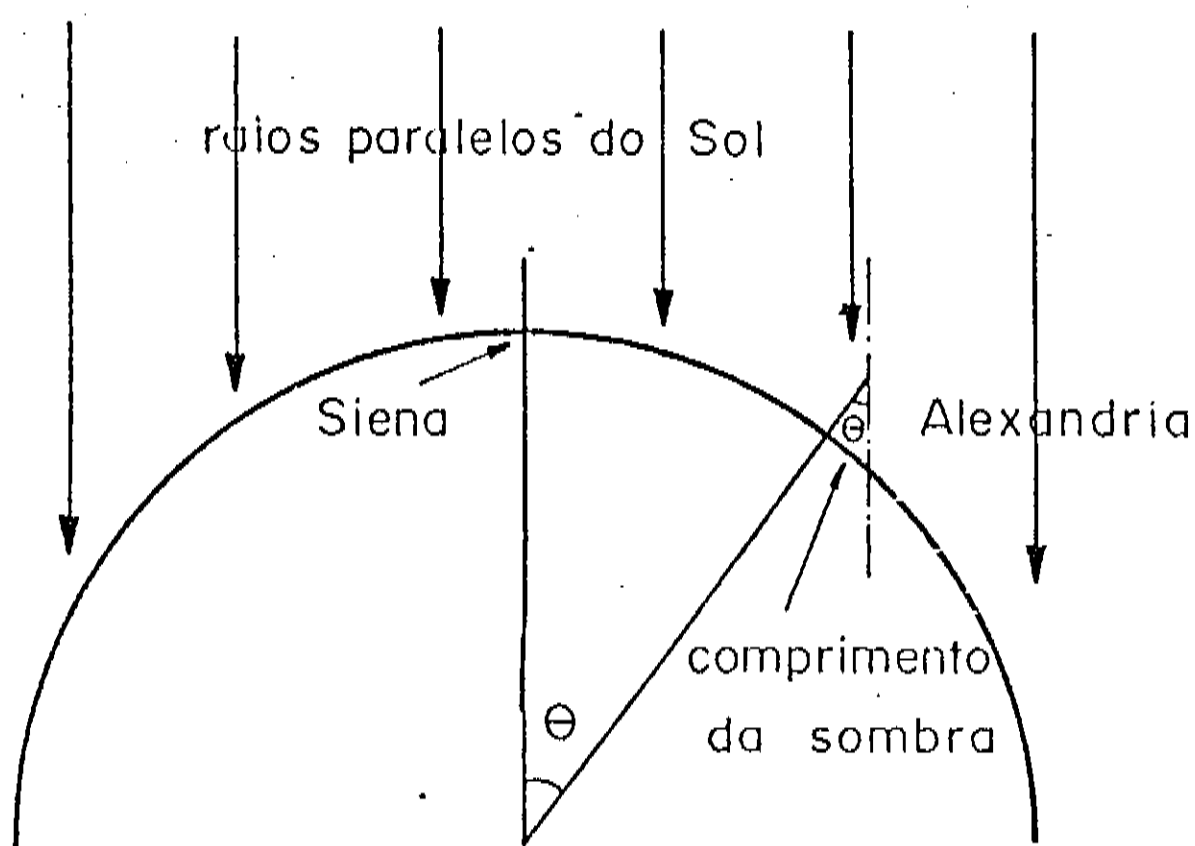


Figura 17.

Experiência de Eratóstenes para o cálculo da circunferência terrestre.

Pelo comprimento da sombra, em Alexandria, Eratóstenes determinou o ângulo θ , cujo valor foi de sete graus.

Sete graus correspondem mais ou menos a um quinquagésimo de 360° da superfície terrestre. Então, se a distância entre Siena e Alexandria é de 800 km, este valor multiplicado por 50 fornece o resultado de 40.000 km, de modo que este deveria ser o valor da circunferência da Terra.

Engenhoso, não? Tentem agora, caros leitores, imaginar, baseado em suas observações, outros argumentos que provem a esfericidade da Terra.

IV — O TEMPO

No mundo conturbado de hoje, poucos são os que não recorrem a uma agenda como auxílio. Somos escravos do tempo e em geral, desconhecemos o que se esconde atrás de um simples relógio de pulso.

É sobre tempo, e conseqüentemente sobre relógios (de sol!) que iremos falar neste capítulo, como forma de mostrar uma das aplicabilidades da observação contínua do movimento dos astros.

O relógio mais antigo do mundo, não passa de uma vareta fincada no chão: é o *gnomon*. A sombra de qualquer objeto vertical no momento da passagem meridiana do Sol fornece o meio-dia local.

Os antigos encontravam o meridiano como os astrônomos ainda fazem hoje: pelo "método das iguais altitudes", e que consiste em marcar a direção do Sol num determinado horário da manhã, e marcá-la novamente à tarde quando o Sol tem a mesma altitude (figura 18).

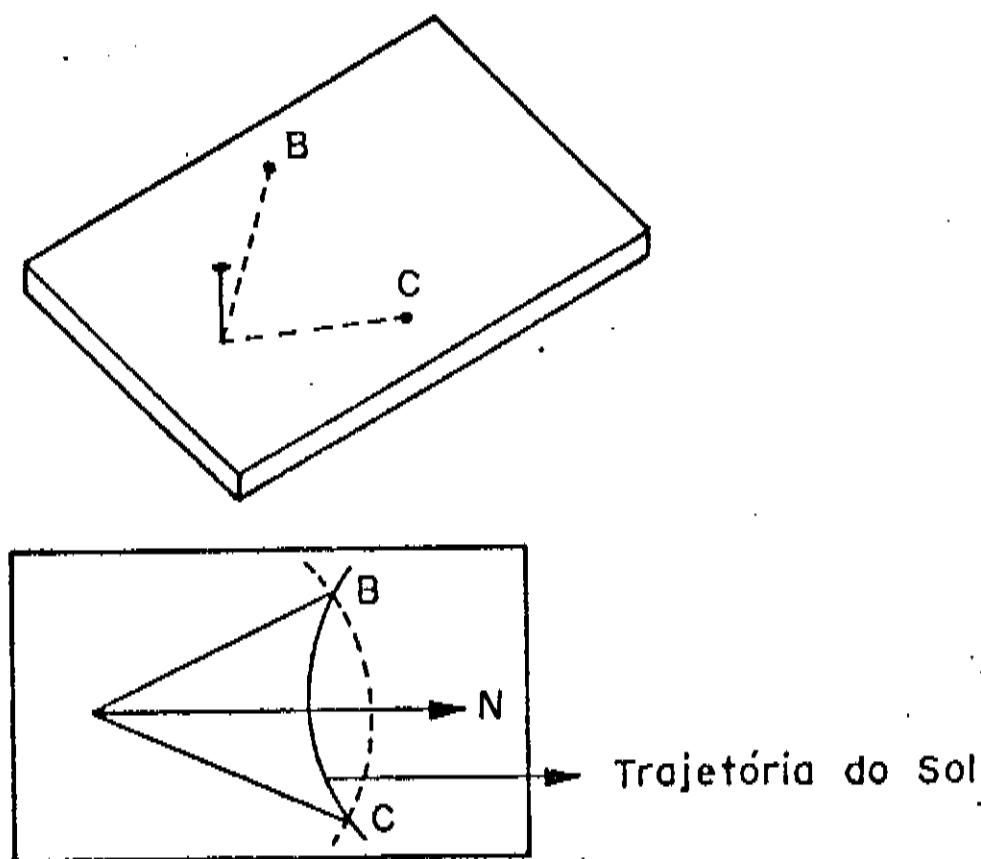


Figura 18.
Encontrando o meridiano pelo "método das iguais altitudes".

O arco metade BC, é a linha do meio-dia, orientado no sentido N-S (Norte-Sul).

Um outro relógio-de-sol, é o *relógio equatorial* ou inclinante, e como o nome sugere, seu mostrador é colocado paralelamente ao equador celeste. A haste que atravessa o disco está orientada na direção dos pólos. Há dois mostradores: o *austral* e o *boreal*, dispostos um de costas para o outro; isto se deve à posição que o Sol ocupa na esfera celeste durante o ano: no hemisfério sul (austral) e no hemisfério norte (boreal). Nas datas de equinócio é de se esperar que o relógio não funcione, pois a trajetória solar está justamente sobre o equador e conseqüentemente não há sombra.

Na figura 19 mostramos um relógio equatorial e a forma de construí-lo para uma latitude φ qualquer.

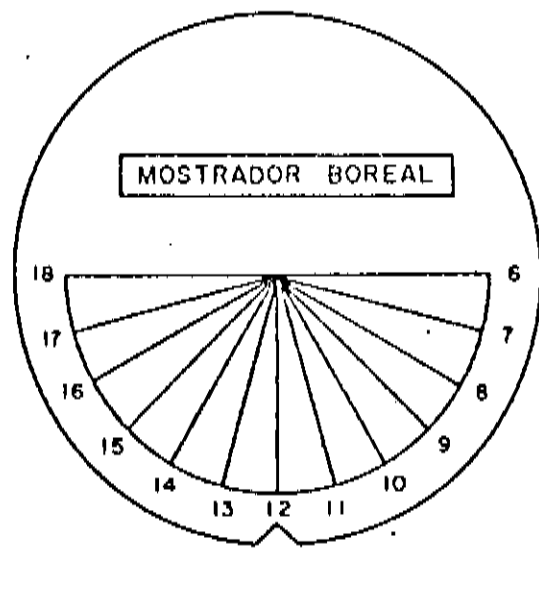
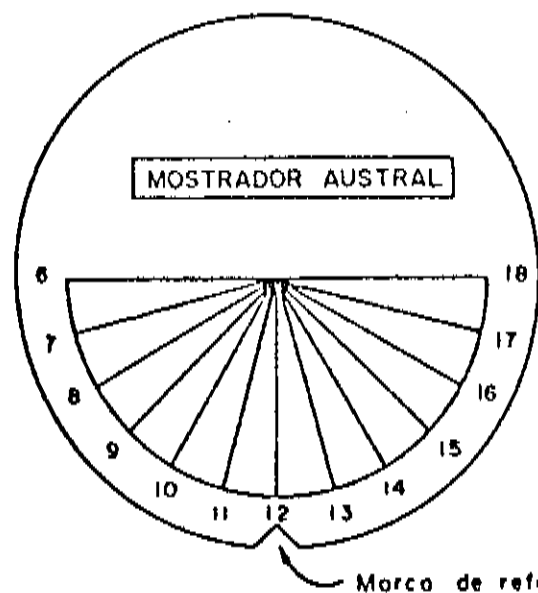
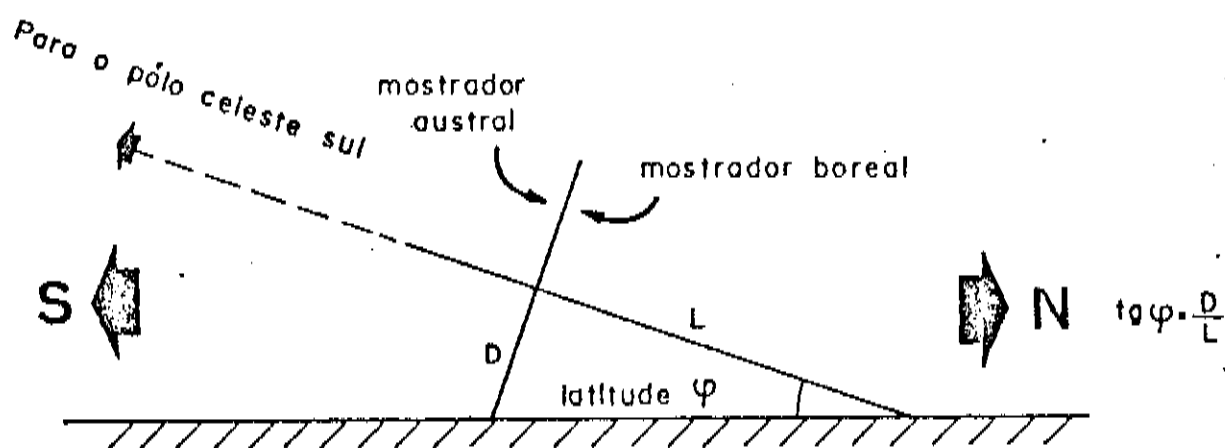


Figura 19.
O Relógio Equatorial.

Existem outros tipos de relógios-de-sol (horizontal e vertical), que necessitam de certas técnicas geométricas para a confecção das escalas nos mostradores, que não iremos colocar aqui.

O relógio-de-sol não é um bom relógio, pois a velocidade do Sol na eclíptica não é constante. Criou-se então, um fator de correção, que é a *equação do tempo*, que indica em quantos minutos devemos adiantar ou atrasar o tempo lido no mostrador de relógios-de-sol (ver figura 20).

Falamos até agora em tempo solar, mas conhece-se também um outro tempo: o *tempo sideral*.

Se fosse possível vermos uma estrela e o Sol nascerem juntos e no mesmo instante, veríamos o nascer da estrela no dia seguinte depois de 23h56 min (dia sideral), enquanto o Sol chegaria ao mesmo

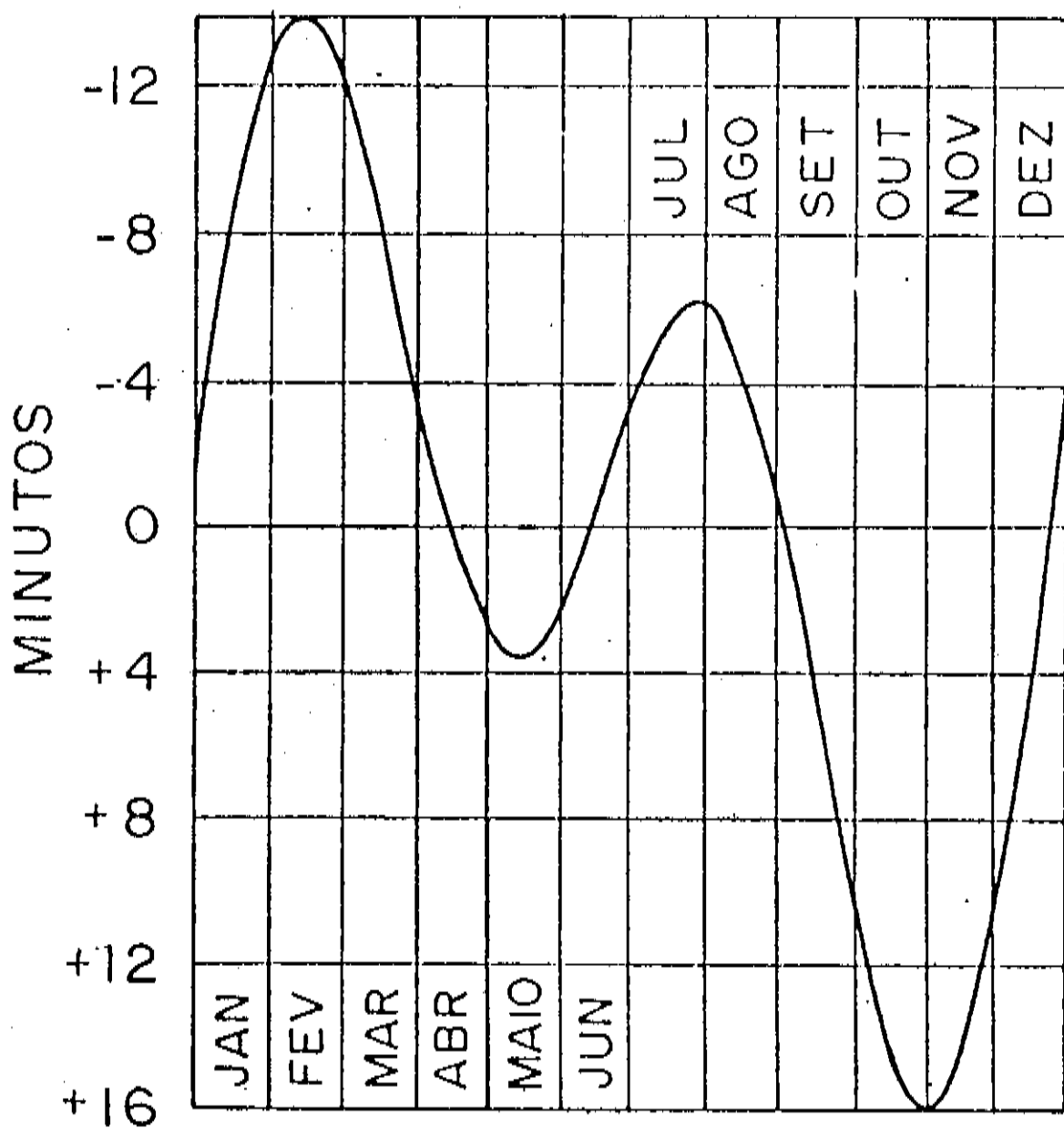


Figura 20.
A Educação do Tempo.

ponto que partiu no dia anterior, quatro minutos depois. Isto, devido ao movimento de "recoo" do Sol em relação às estrelas, pois gira em $360^\circ - 1^\circ = 359^\circ$, ao contrário das estrelas que giram em 360° . O grau suplementar que falta para completar uma volta é percorrido em $1/365$ de 24 horas, ou seja, 4 minutos. Assim, o *dia solar dura 24 horas*.

Como dissemos anteriormente, o Sol não tem velocidade constante na eclíptica, comprometendo a leitura do tempo nos relógios-de-sol. Para sanar este problema, o homem criou um *sol médio*, que é um sol imaginário e que percorre o equador celeste com movimento uniforme, no sentido para leste, com a média da velocidade do Sol verdadeiro na eclíptica. O sol médio surgiu, portanto, da necessidade imposta de se buscar uma referência para a medida do tempo que resultasse em dias de duração constante. Os *dias médios são rigorosamente iguais, por definição*.

A hora obtida com a adoção do sol médio é a *hora média local* (HML) ou *hora civil local* (HCL).

A *equação do tempo* (ET), pode ser definida então, como sendo a diferença entre a hora média e a hora verdadeira (HVL) num mesmo instante para um determinado local:

$$ET = HML - HVL \quad (1)$$

onde,

HVL é a hora verdadeira local, fornecida pelo sol verdadeiro.

A adoção do Sol médio acarretaria um sério inconveniente: o de termos horas médias distintas que variariam de acordo com a longitude de determinados lugares. Pela figura 21, na passagem meridiana do Sol, um observador no ponto 1 marcaria meio-dia em seu relógio. Para um observador no ponto 2, esta passagem se daria, por exemplo, cinco minutos depois, se o relógio deste último estivesse sincronizado com o do primeiro observador. Assim, para evitar-se tal problema, dividiu-se a Terra em 24 fusos, cada qual, extendendo-se $7,5^\circ$ em longitude para cada lado de um meridiano central.

Vê-se na figura 22, que o Brasil apresenta 4 fusos diferentes: Fernando de Noronha e Trindade (ilhas do Atlântico Sul) fazem parte

do fuso 2; a parte oriental do Brasil, incluindo toda a costa e Brasília estão no fuso 3; a parte ocidental está no fuso 4 e o Acre está no fuso 5.

Na figura 22, para um ponto situado a 30° E (L), teríamos:

$$\begin{aligned} \text{HMG} &= \text{HML} - 2\text{h} \\ \text{HML} &= \text{HMG} + 2\text{h} \end{aligned} \quad (2)$$

onde,

HMG é a hora média de Greenwich.

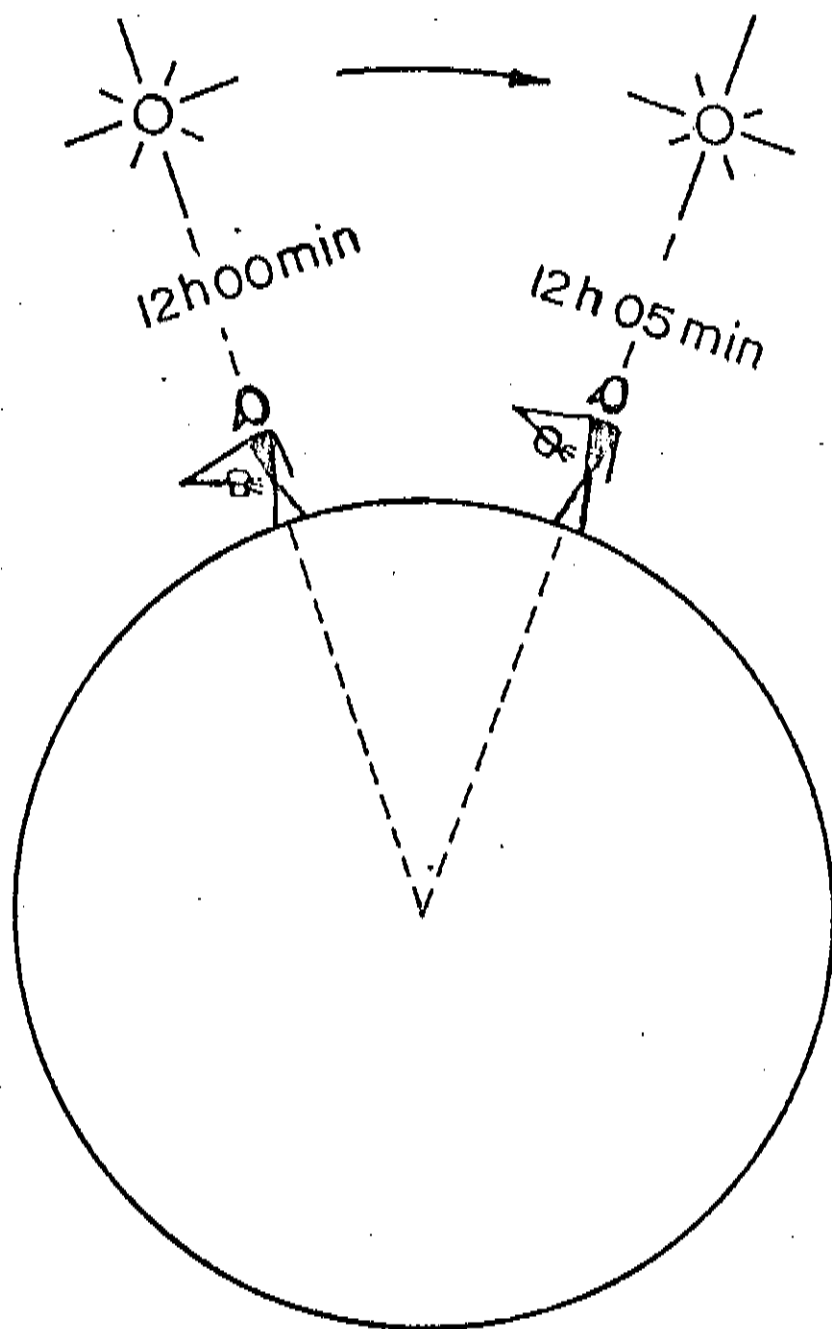


Figura 21.
Inconveniente causado pela não adoção do sol médio.

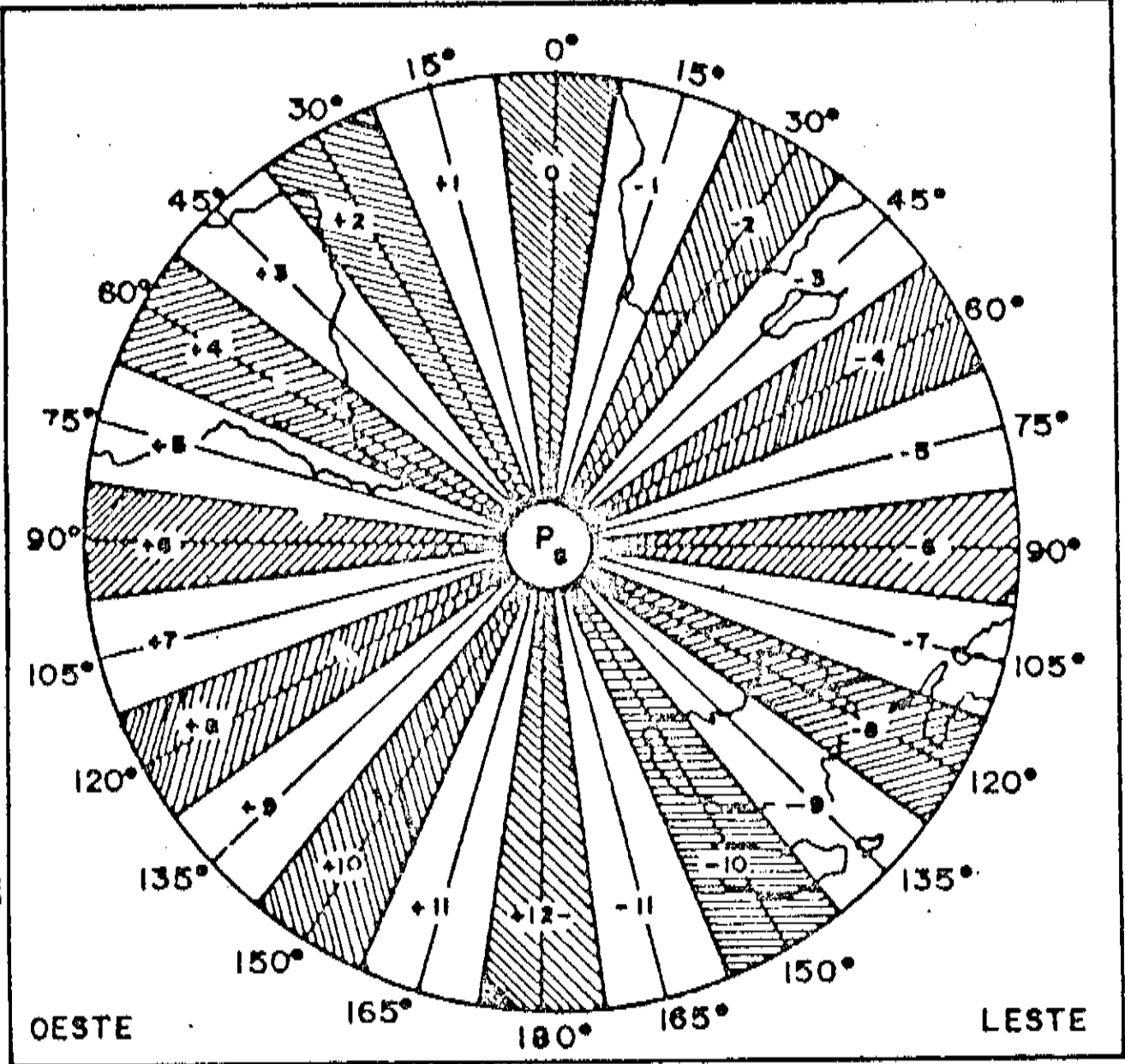


Figura 22.
Os Fusos Horários.

V — MODELOS PLANETÁRIOS E AS LEIS DE KEPLER

Até aqui falamos apenas nos movimentos aparentes das estrelas e do Sol e nada acerca dos planetas.

Ao observarmos o céu noturno, em meio a milhares de pontos luminosos, podemos distinguir cada planeta com seu brilho (devido à reflexão da luz solar) constante, e seu movimento lento (ao longo de meses) próximo à eclíptica (figura 23).

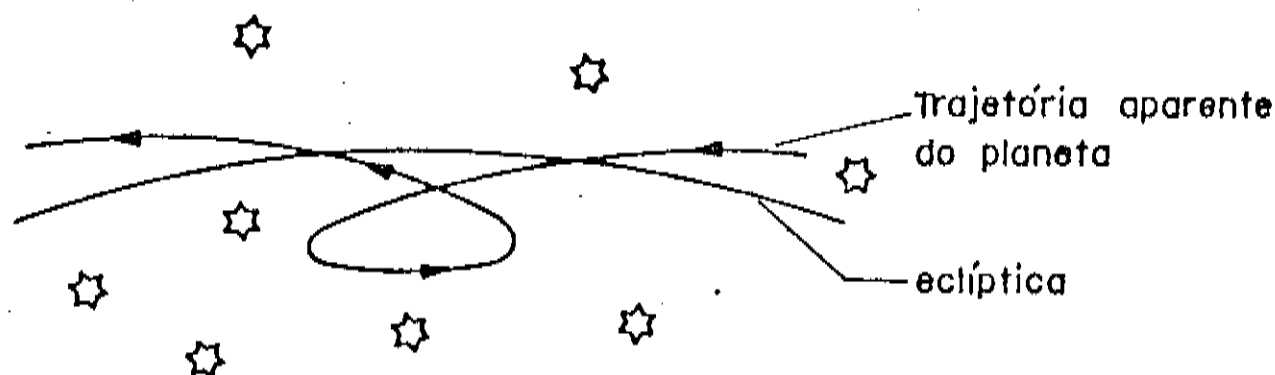


Figura 23.

Movimento em "laço" (retrogressão) de um planeta.

Este movimento acidentado é que deu o nome a estes astros do Sistema Solar: os planetas, cujo significado é "astros errantes". Tal fato se deve à composição do movimento terrestre juntamente com a dos demais planetas (trajetória aparente) ao redor do Sol, descrevendo nos céus da Terra, curiosos movimentos em "laço", ou de retrogressão.

Nos capítulos anteriores, adotamos um referencial fixo, a Terra, numa visão geocêntrica (Terra no centro do Sistema Solar) e agora acima, falamos em "movimento ao redor do Sol".

Esta transição do modelo geocêntrico para o heliocêntrico (Sol no centro do Sistema Solar) deu-se muito lentamente, de maneira tortuosa e muitas vezes dolorosa (Giordano Bruno foi queimado vivo pela Inquisição e Galileu Galilei teve de se retratar pública e vergonhosamente diante desta).

Um dos primeiros modelos para explicar o movimento aparente dos planetas é o das "Esferas Homocêntricas" proposta por Eudóxo, discípulo de Platão. O modelo consistia em anéis concêntricos, cuja disposição explicava com uma certa precisão os movimentos de retrogressão. Era notável. Porém, não explicava, por exemplo, as variações do brilho dos planetas.

Contrapondo-se a esta teoria, Aristarco de Samos propunha um sistema heliocêntrico, com a Terra efetuando uma rotação ao redor de seu eixo. Mas, sua teoria caiu vencida por contra-argumentações irrespondíveis na época, como por exemplo: se a Terra realmente gira ao redor de seu eixo, como Aristarco propunha, então, como explicar que uma pedra deixada cair em queda livre do alto de uma torre fosse parar em sua base e não num ponto afastado dela?

Nó século II d.C., Claudius Ptolomeu, da Grécia e diretor da grande Biblioteca de Alexandria, publica a sua obra máxima, o *Almagesto*, na qual propõe um modelo planetário geocêntrico baseado em excêntricos, deferentes, epiciclos e pontos equante. Na verdade, a sua obra é uma declaração de fé à doutrina aristotélica, que propunha entre outras coisas: o geocentrismo, a esfericidade da Terra e sua imobilidade total no espaço.

O geocentrismo Ptolomaico explicava muito bem os movimentos planetários e com uma precisão notável para os instrumentos da época. Sua obra é um monumento geométrico. Ptolomeu reconhecia, ele próprio, que sua teoria consistia num modelo apenas e que, usando a geometria, reproduzia com fidelidade o que era observado nos céus.

Avidos por uma teoria que colocasse o homem no centro do Universo, comprovando assim, que nos constituíramos na "coroação máxima da obra de Deus", a Igreja adota o modelo Ptolomaico como dogma; verdade absoluta e inquestionável, punível com a morte para aqueles que ousassem contradizê-la.

Seriam necessários quase 1500 anos, para que um homem se opusesse a esta teoria e acendesse uma luz para iluminar a longa noite em que estava mergulhada a ciência. Este homem foi Nicolau Copérnico (1473-1543) que em seu livro, *De Revolutionibus Orbium Coelestium* (Da Revolução das Orbes Celestes), introduz um sistema heliocêntrico, com os planetas conhecidos da época (até Saturno) revolucionando ao redor do Sol.

Copérnico utiliza ainda aqueles verdadeiros prodígios da geometria que os gregos usaram, e introduz um complicado sistema de

epiciclos. Para o movimento da Lua ele utilizou 4 círculos; três para a Terra; sete para Mercúrio (devido ao seu movimento irregular — órbita bastante excêntrica em relação aos outros planetas), e cinco para cada um dos planetas. Apesar deste fator complicante, Copérnico não deixa de ser notável, pois a admissão do movimento terrestre e de um sistema heliocêntrico, constituiu-se numa verdadeira revolução; numa inversão de todos os conceitos de física e astronomia.

Nicolau Copérnico não viveu para assistir as repercussões de sua obra, pois recebeu a primeira publicação do *Revolutionibus* já em seu leito de morte em 1543, já que temia que sua publicação em vida (como acertadamente prenunciou!) recebesse veemente condenação da Igreja.

Três anos após a morte de Copérnico, nasce na Dinamarca Tycho Brahe (1546-1601) que viria a se tornar o maior gênio observacional que a história da ciência já conheceu. Construiu dois grandes observatórios (a olho nu pois o telescópio ainda não havia sido inventado), um em Uraniburgo e outro em Stalleborg. Deixou uma obra vasta e rica, consistindo de três livros: o primeiro, terminado por Kepler; o segundo, *De Mundi Aetherei Recentioribus Phaenomenis Liber Secundus*, e o terceiro, *Astronomiae Instauratae Mechanica*.

Tycho criou um modelo planetário, que era um misto de geocentrismo e heliocentrismo: sobre um deferente (ver capítulo X — “Conclusão”) girava o Sol, que por sua vez, era o centro de rotação para Mercúrio e Vênus. Ao redor deste sistema, revolucionava os demais planetas e a esfera das estrelas fixas.

Detinha as observações mais precisas da época, que foram estudadas e complementadas por outro homem, com um grande poder de síntese e de um apurado senso crítico em relação aos resultados que obtinha de suas observações. Este homem, foi Johannes Kepler (1571-1630).

Kepler, acreditava que Deus era um “grande geômetra”. Esta fé, até então inquebrantável, foi responsável entre seus primeiros trabalhos pela busca em se tentar encontrar uma possível relação entre os seis planetas (incluindo a Terra) até então conhecidos e suas distâncias relativas ao Sol, com as relações entre os cinco sólidos regulares da geometria (cubo, tetraedro, dodecaedro, icosaedro e octaedro). Chegou a construir um modelo tridimensional, que batizou de “Mistério Cosmográfico”.

Abandonando esta visão, devido ao seu amadurecimento científico, Kepler passou a prestar mais atenção aos trabalhos desenvolvidos por dois homens: Tycho Brahe e Galileu Galilei.

Aproximou-se de Tycho, mas este, com receio de ter "roubadas" suas observações, não as passava de forma integral a Kepler. Somente em seu leito de morte, Brahe decidiu compartilhar integralmente seu maravilhoso trabalho de longos anos de observação (catalogação de milhares de estrelas; observação precisa do movimento planetário, etc.).

Com suas observações e com as de Tycho, Kepler passou a estudar com afincos os movimentos planetários, e devotou atenção especial à órbita de Marte, que para o sistema Copernicano de simples movimentos uniformes (mesmo quando o ponto equante (ver capítulo VIII — "Método das Circunferências Descentradas" e capítulo X — "Conclusão") era usado) não estava de acordo com os dados de que dispunha.

Depois de quatro anos de cálculos (o cálculo diferencial e integral ainda não haviam sido inventados), ele ainda encontrou discrepâncias no modelo proposto por Copérnico: continuava a encontrar, nos novos dados, um erro de oito minutos de arco para a órbita de Marte. Kepler concluiu que tal erro (equivalente a $1/8$ de grau) poderia muito bem ter passado despercebido pelos dados que Copérnico dispunha; porém, Tycho Brahe com seu olho infalível e com seus instrumentos soberbos nunca poderia ter errado em oito minutos. Com uma integridade que tem se tornado característica na atitude de homens que lidam com ciência, diante de fatos quantitativos, ele recusou-se a esconder esta discrepância atrás de alguma suposição conveniente. Para Kepler, estes oito minutos significavam simplesmente que o modelo das esferas concêntricas baseadas em epíciolos de Copérnico, já não resistia à evidência dos fatos, quando observações foram feitas com uma precisão maior.

Após muito estudar esta "irregularidade" na órbita de Marte e abandonar momentaneamente esta preocupação, Kepler adotou um movimento circular para a órbita daquele planeta, só que com movimento angular constante em relação ao ponto equante (ponto simetricamente disposto ao redor do centro do círculo; o outro ponto, é ocupado pelo Sol). Conseguira demonstrar então, que a velocidade do planeta no periélio (ponto mais próximo do Sol) era maior que no afélio (ponto mais afastado do Sol), estabelecendo portanto, que a

velocidade do planeta é *inversamente proporcional* à sua distância ao Sol.

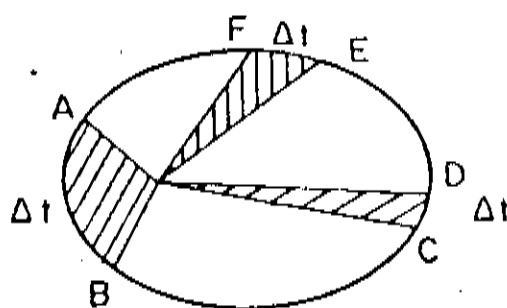
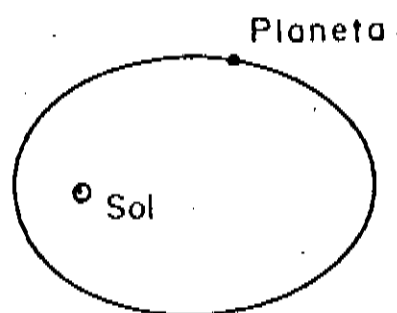
Depois disso, reconheceu na elipse a forma real para as órbitas planetárias, resumindo-a em sua primeira lei:

Primeira Lei (ou Lei das Órbitas): As órbitas dos planetas são elipses, com o Sol ocupando um dos focos destas;

Sumarizou suas novas descobertas, em duas outras leis:

Segunda Lei (ou Lei das Áreas): O raio vetor que une planeta-Sol varre áreas iguais em tempos iguais;

*Terceira Lei (ou Lei Harmônica):** Existe uma razão constante entre os quadrados dos períodos (T) e os cubos dos semi-eixos maiores (a) das órbitas dos planetas: $T^2 / a^3 = \text{constante}$.



$\Delta t =$ intervalo do tempo

$$S_{AB} = S_{CD} = S_{EF}$$

S = área

Figura 24.
As Leis de Kepler.

Com estas três leis, Kepler estabelece uma verdade há muito procurada e que por mais de 40 séculos movimentou os homens ligados à ciência numa busca incessante e sem tréguas.

* Para o método que aqui desenvolveremos, usaremos somente as duas primeiras leis.

VI — A ELIPSE

Sabendo que um planeta descreve uma órbita elíptica ao redor do Sol, vamos discutir com detalhes os elementos de uma elipse. Em primeiro lugar, vamos à sua definição:

Elipse é o lugar geométrico dos pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos do mesmo plano, denominados focos, é constante e igual a $2a$.

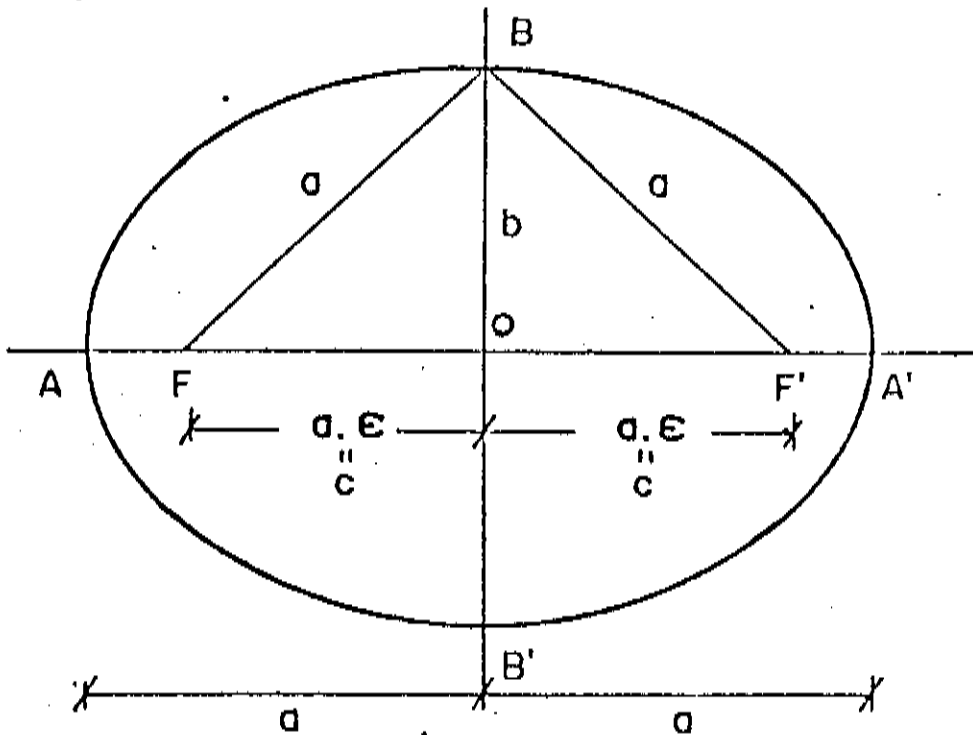


Figura 25.
Elementos da Elipse.

Os elementos principais são:

- | | |
|----------------|---|
| A, A', B e B' | — vértices da elipse; |
| F e F' | — focos da elipse (F = foco principal e F' = foco conjugado); |
| $A'A = 2a$ | — eixo maior da elipse; |
| $B'B = 2b$ | — eixo menor; |
| $A'O = OA = a$ | — semi-eixo maior; |
| $B'O = OB = b$ | — semi-eixo menor; |
| $F'F = 2c$ | — distância focal; |
| $OF = OF' = c$ | — semidistância focal. |

Se dividirmos a semidistância focal c pelo semi-eixo maior a , obteremos a forma (o "achatamento") da elipse, que é dada pela excentricidade ϵ ($= c/a$).

Ao olhar para a tabela de elementos orbitais (tabela 3), podemos verificar que as excentricidades para os planetas do sistema solar são muito pequenas; sendo que as maiores são as de Mercúrio ($\epsilon = 0,206$) e Plutão ($\epsilon = 0,256$).

Dispomos de várias maneiras de se construir uma elipse (ver apêndices 1 e 2) e talvez, uma das mais curiosas (e mais simples!) seja aquela em que se usa apenas duas tachinhas, barbante e lápis. O método consiste no seguinte:

Tome um barbante de comprimento qualquer ($2a$) e fixe as duas tachinhas distantes uma da outra (distância $= 2c$). Estes pontos, os quais as tachinhas representam, corresponderão aos focos. Prenda o barbante conforme a figura 26; estique-o com a ponta de um lápis e comece a traçar a elipse.

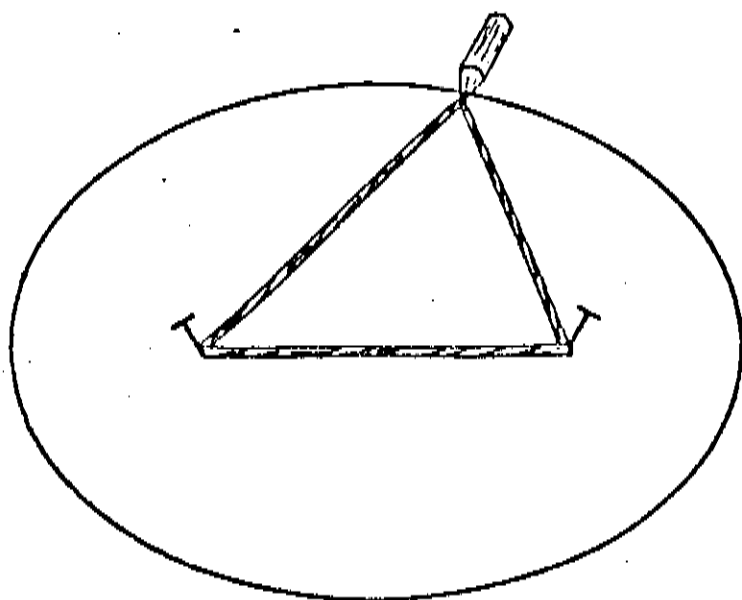


Figura 26.

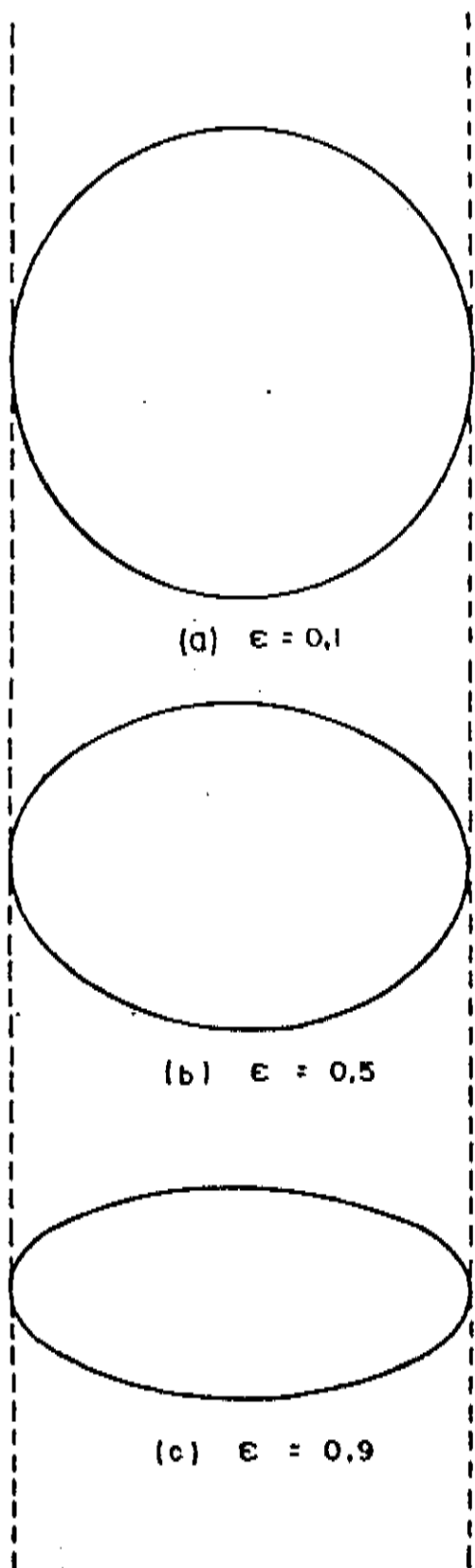
Traçando uma elipse com auxílio de tachinhas e barbante.

Se fixarmos o barbante nas tachinhas, encontraremos dificuldades para terminarmos o desenho, uma vez que o barbante enroscará naquelas, atrapalhando o livre correr do lápis. Para evitar esta dificuldade, tome um barbante de tal maneira que seu comprimento seja $2a + 2c$ (comprimento de eixo maior $2a$, mais o comprimento da distância focal $2c$). Adotando esta forma, o desenho sairá melhor e de certo modo, mais perfeito.

Vamos fazer alguns exercícios:

Tome um barbante e com o método que acabamos de descrever, construa elipses de várias excentricidades. Por exemplo, $\epsilon = 0,1$,

$\epsilon = 0,5$ e $\epsilon = 0,9$, conforme os desenhos da figura 27. Destes, percebemos que a elipse de menor excentricidade (figura 27-a) assemelha-se bastante a um círculo, enquanto as demais (b e c), possuem uma forma mais achatada (o que se assemelha às órbitas cometárias). A figura 27(a) é portanto, a forma que mais se assemelha às órbitas planetárias, devido às excentricidades pequenas (vide tabela de elementos orbitais no capítulo VII — "Elementos Orbitais").



O círculo é um caso especial da elipse e poderíamos defini-lo como uma elipse de excentricidade nula.

Devido a esta pequena excentricidade iremos considerar, pelo método que desenvolveremos, órbitas, não elípticas, mas circulares, numa aproximação (por circunferências descentradas) bastante razoável, ao compararmos os valores que aqui obteremos com os encontrados nos anuários astronômicos.

Porém, antes de passarmos para a descrição do método, vamos estudar os *elementos orbitais*, sendo que o seu domínio conceitual será de fundamental importância para a clara compreensão do presente método.

Figura 27.
Elipses de várias excentricidades.

O sistema solar é composto por nove planetas (especula-se sobre um décimo), uma infinidade de asteróides entre as órbitas de Marte e Júpiter e vários cometas. Visíveis a olho nu, nos céus da Terra, são apenas cinco: Mercúrio (muito difícil de ser visto, por estar sempre muito próximo do Sol), Vênus (ou também como é conhecido, "estrela D'alva"), Marte, Júpiter e Saturno.

Os outros três planetas: Urano, Netuno e Plutão foram descobertos por cálculos matemáticos, depois de se analisar as perturbações causadas nas órbitas planetárias; e são invisíveis a olho nu.

Mercúrio e Vênus são chamados de *planetas inferiores ou interiores* (órbita inferior a da Terra), enquanto os demais planetas, de Marte a Plutão, são conhecidos por *exteriores ou superiores* (órbitas exteriores a da Terra).

Quando um planeta se encontra alinhado com o Sol, visto da Terra, diz-se que ele está em *conjunção*. Assim, os planetas inferiores entram em conjunção em dois pontos nas suas órbitas — uma vez quando se encontram entre a Terra e o Sol, *conjunção inferior*; e de novo, quando estão além do Sol, *conjunção superior*. Os planetas superiores só podem encontrar-se em conjunção superior, já que não podem passar entre a Terra e o Sol.

Quando um dos planetas inferiores se encontra à sua maior distância aparente do Sol, o ângulo entre a Terra, o planeta e o Sol, é de 90°. Esta posição é chamada *elongação máxima*, leste ou oeste, dependendo do planeta parecer encontrar-se a leste ou a oeste do Sol no céu. Numa elongação leste, o planeta é visível no céu no começo da noite e, numa elongação oeste, ele pode ser visto antes do Sol nascer (ver figura 28).

Um planeta exterior que se encontra numa linha que passa através do Sol e da Terra, estará em *oposição*, encontrando-se então, no seu ponto mais próximo da Terra, e brilhando ao máximo, podendo ser visto melhor no meio da noite. Quando o ângulo entre o Sol, a Terra e o planeta é de 90° , diz-se que o planeta está em *quadratura* (ver figura 29). O período entre duas sucessivas oposições de um planeta é chamado de *período sinódico* e não é o mesmo que seu *período orbital ou sideral*, simplesmente porque a Terra está se movendo e, são os movimentos relativos dos dois planetas que dão origem a fenômenos tais como as oposições.

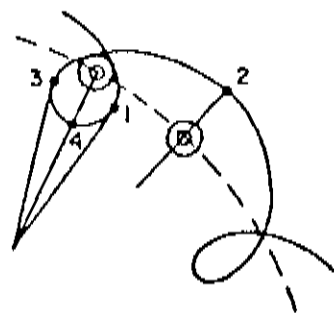
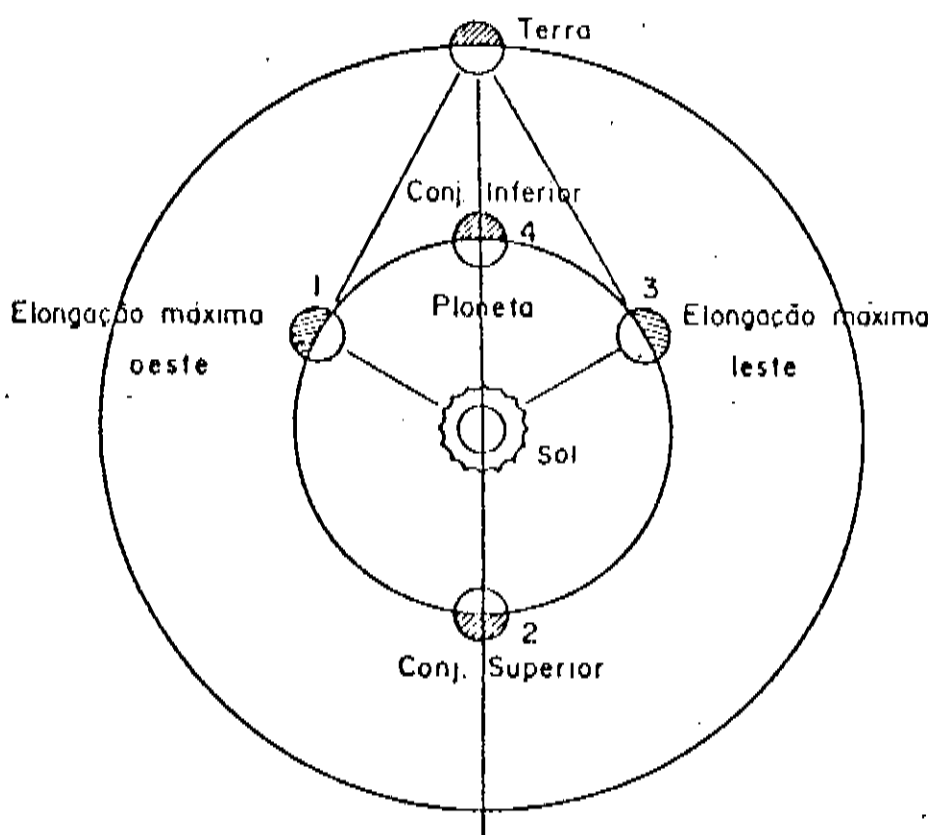


Figura 28.
Conjunção e elongação máxima de um planeta. No desenho menor, a trajetória aparente do planeta.

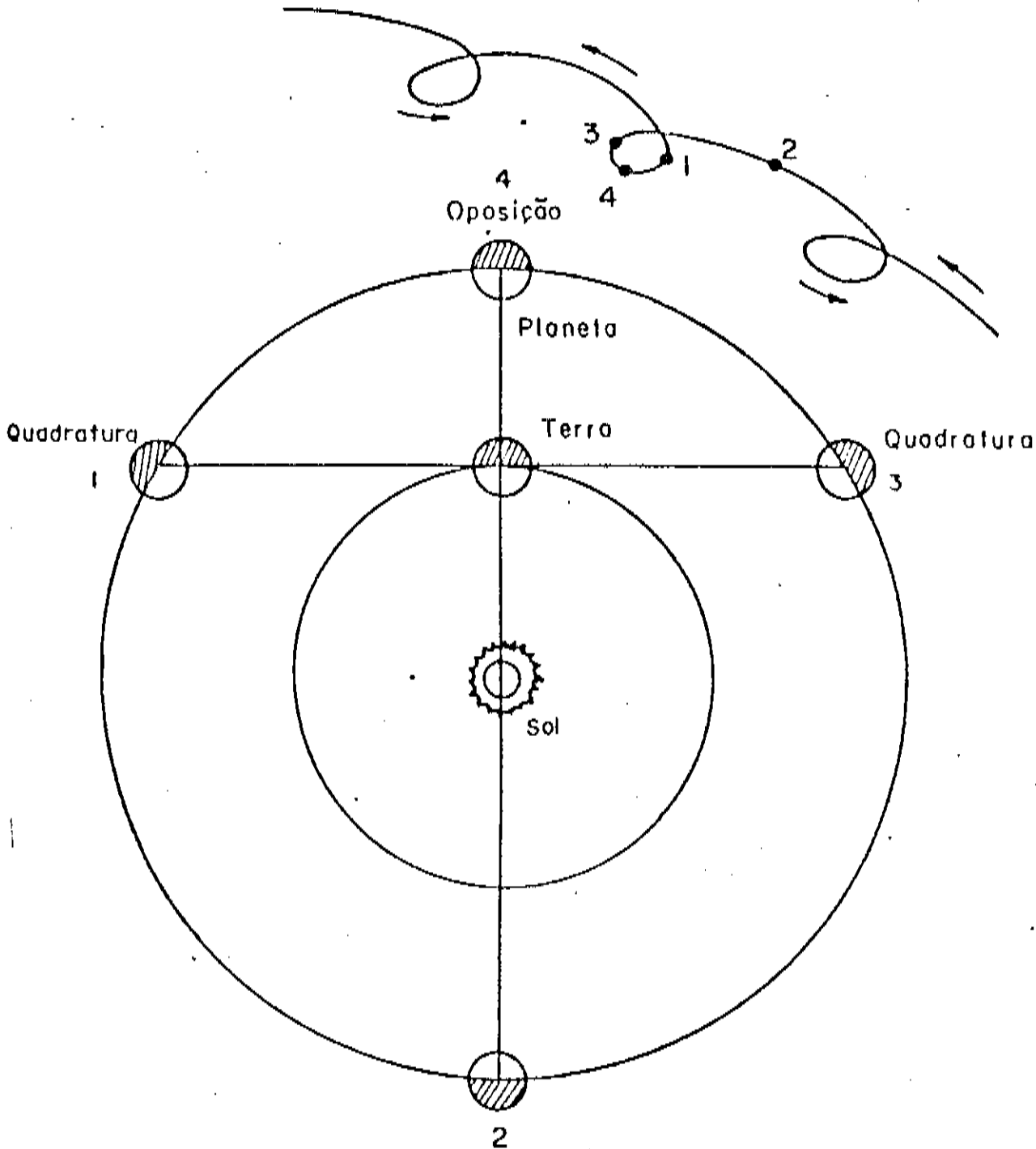


Figura 29:

Oposição e quadratura de um planeta. No desenho menor, a trajetória aparente do planeta.

O primeiro homem a obter a relação entre os períodos sinódico e sideral de um planeta foi Copérnico. O raciocínio dele baseou-se no seguinte:

A figura 30 representa a órbita da Terra e a de um planeta superior ao redor do Sol. A Terra orbita ao redor deste astro na razão angular de $360/T$ graus por dia (o círculo é dividido em 360 partes!); onde, T é o tempo gasto pela Terra para completar uma revolução completa ao redor do Sol. Um planeta superior possui movimento mais lento que o da Terra, e enquanto esta efetua uma

revolução completa, aquele terá percorrido apenas parcialmente a sua órbita (posição 2 na figura 30). Ambos estarão em oposição novamente no ponto 3. O planeta move-se portanto na razão angular de $360/P$ (P é o período sideral do planeta). Quando a Terra completar uma revolução (posição 2), ela terá $S - T$ (onde S é o período sinódico do planeta) dias para chegar à posição 3. Durante o período sinódico inteiro S , o planeta superior mover-se-á de 1 a 3. Assim, podemos obter a seguinte relação:

$$(S - T) \cdot (360/T) = S \cdot (360/P)$$

$$(S - T)/T = S/P$$

$$(S/T) - 1 = S/P$$

$$S/T - S/P = 1$$

$$S \cdot (1/T - 1/P) = 1$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{P}$$

Para um planeta inferior, a Terra será vista como um planeta superior, de tal forma que, basta trocarmos T por P . Assim, chegamos finalmente ao resultado de Copérnico:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{P} \quad (\text{para um planeta superior}) \quad (1a)$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{P} - \frac{1}{T} \quad (\text{para um planeta inferior}) \quad (1b)$$

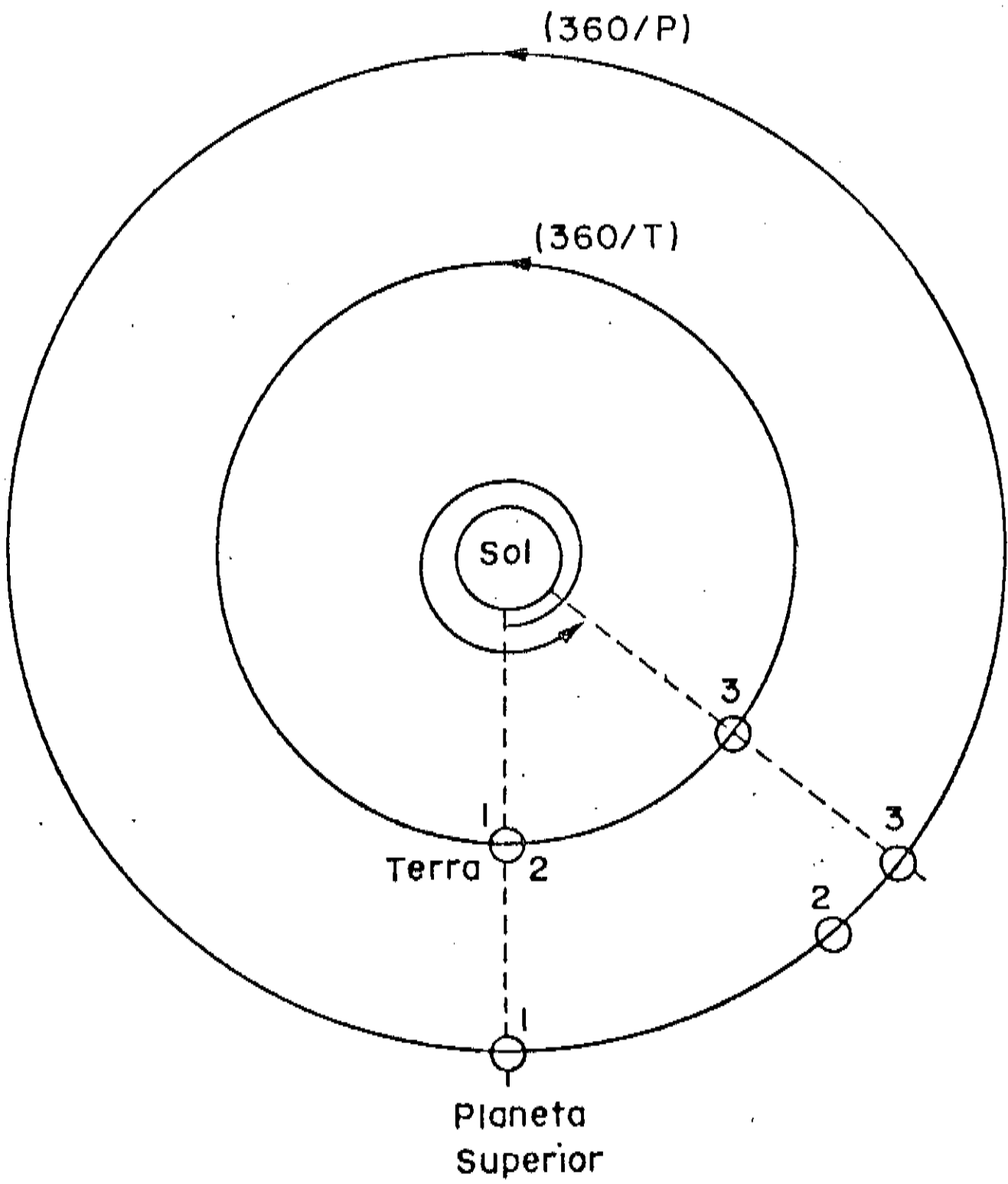


Figura 30.
 Períodos de revolução orbital da Terra e de um planeta superior.

Com este cálculo, Copérnico obteve resultados bastante precisos. A tabela 1 fornece os valores obtidos por Copérnico e os aceitos atualmente:

Planeta	Período Sinódico (em dias)	Período Sideral	
		por Copérnico	Atual
Mercúrio	115,88	87,97 dias	87,97 dias
Vênus	538,92	224,70 dias	224,70 dias
Terra	—	365,26 dias	365,26 dias
Marte	779,04	1,882 anos	1,881 anos
Júpiter	398,96	11,87 anos	11,862 anos
Saturno	378,09	29,44 anos	29,457 anos

Tabela 1.

Foi Copérnico também, o primeiro a deduzir as distâncias relativas dos planetas ao Sol. Seu cálculo baseou-se no fato de que os planetas inferiores estão sempre dentro de um ângulo máximo que une a Terra ao Sol. Este ângulo ρ é para Mercúrio da ordem de $22,5^\circ$, enquanto que para Vênus é de 46° . A figura 31 ilustra o que acabamos de dizer:

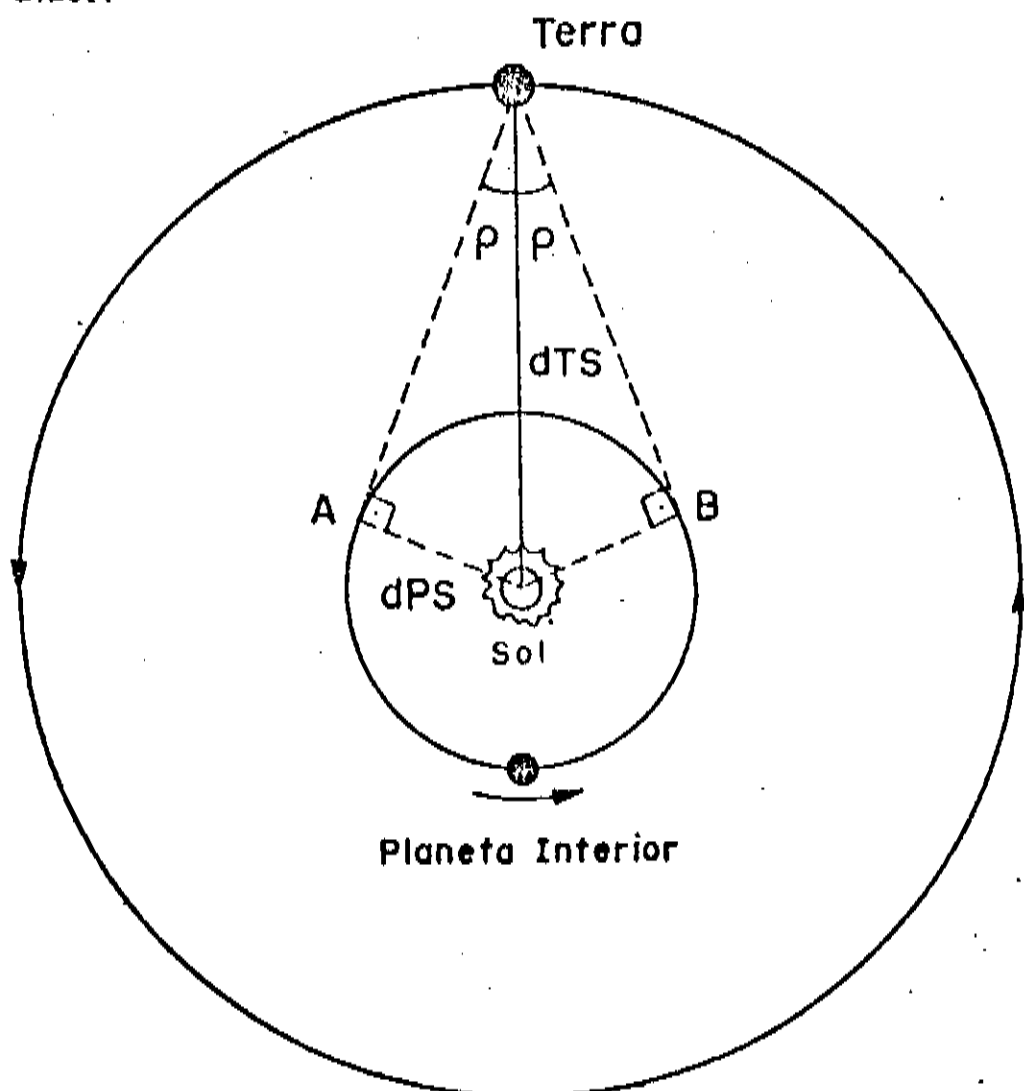


Figura 31.

Método para se determinar as distâncias planetárias relativas.

Como o segmento de reta que une a Terra aos pontos A e B tangenciam a órbita planetária, podemos obter a relação:

$$\text{sen } \rho = \text{dPS}/\text{dTIS} \quad (2)$$

onde,

dTS é a distância que separa a Terra do Sol, e é igual a 1 UA (unidade astronômica — medida padrão, que equivale à distância da Terra ao Sol); e dPS é a distância que separa o planeta do Sol.

Para os planetas superiores, é só trocar PS por TS e vice-versa em (2).

A tabela 2 mostra comparativamente os valores das distâncias relativas obtidas por Copérnico com os valores aceitos atualmente.

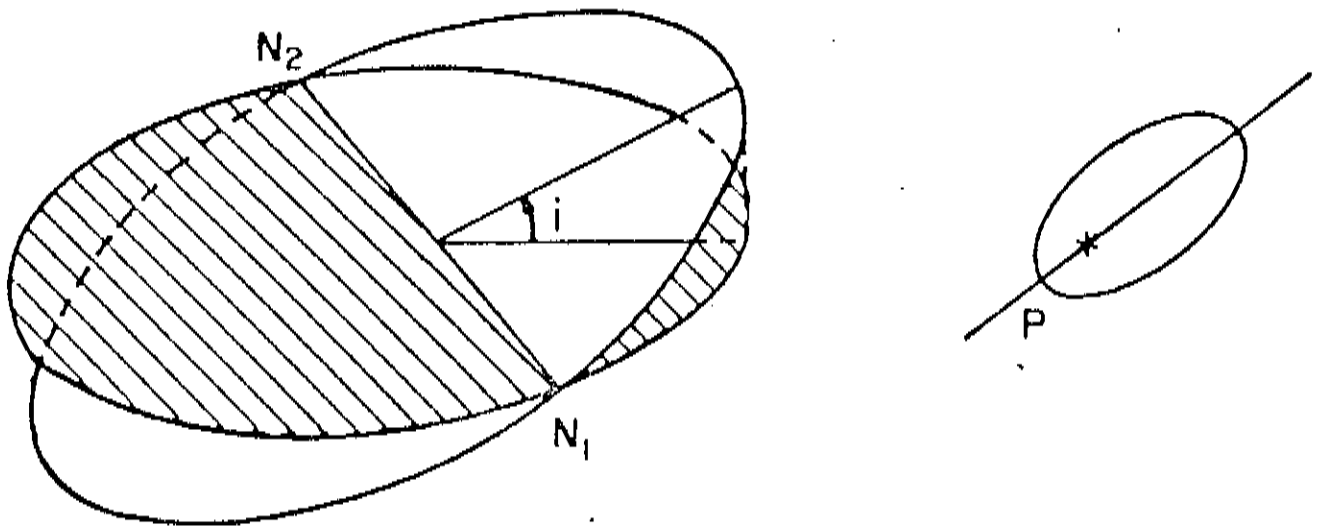
Planeta	Distância relativa que separa o planeta do Sol em UA (unidade astronômica)	
	por Copérnico	Atual
Mercúrio	0,3763	0,3871
Vênus	0,7193	0,7233
Terra	1,0000	1,0000
Marte	1,5198	1,5237
Júpiter	5,2192	5,2028
Saturno	9,1743	9,5388

Tabela 2.

Como já deu para perceber, mudamos o referencial que tínhamos adotado no início do texto, ou seja, passamos do geocentrismo para o heliocentrismo, e, o plano da eclíptica, que outrora constituía-se no plano que continha o Sol, passa agora a ser o plano que contém a órbita terrestre.

No sistema heliocêntrico, e portanto no sistema real, todos os planetas se deslocam ao redor do Sol numa órbita elíptica (vide primeira lei de Kepler), que está contida num plano. Projetando este plano sobre a esfera celeste, obtemos um círculo máximo que cortará o plano da eclíptica em dois pontos diametralmente opostos, N₁ e N₂, denominados nodos ascendente e descendente, respectivamente. Estes dois planos (eclíptica e da órbita planetária) formam entre si, um

ângulo i , chamado *inclinação eclíptica da órbita do planeta* (ver figuras 32 e 33 e Fotografia 4).



(a) inclinação i de uma órbita planetária
 N_1 = nodo ascendente
 N_2 = nodo descendente

(b) P = periélio. É a menor distância planeta-sol e implica numa direção.

Figura 32.

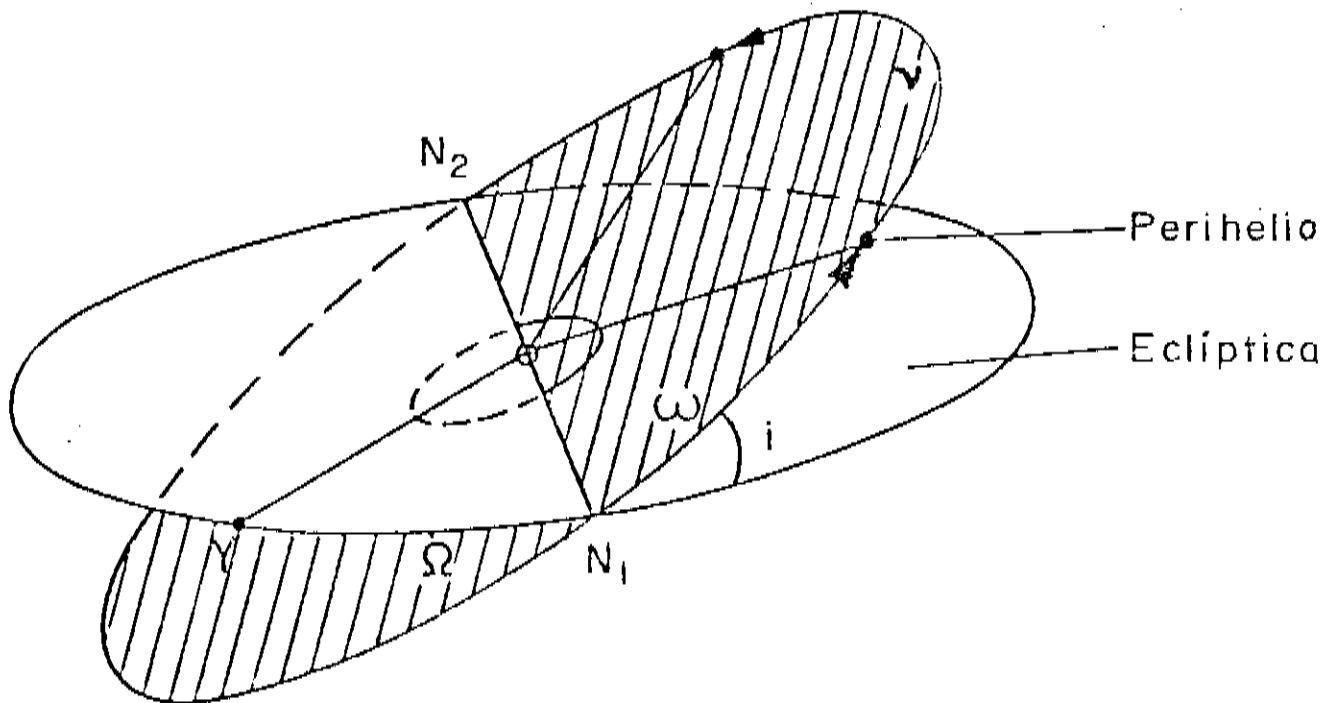
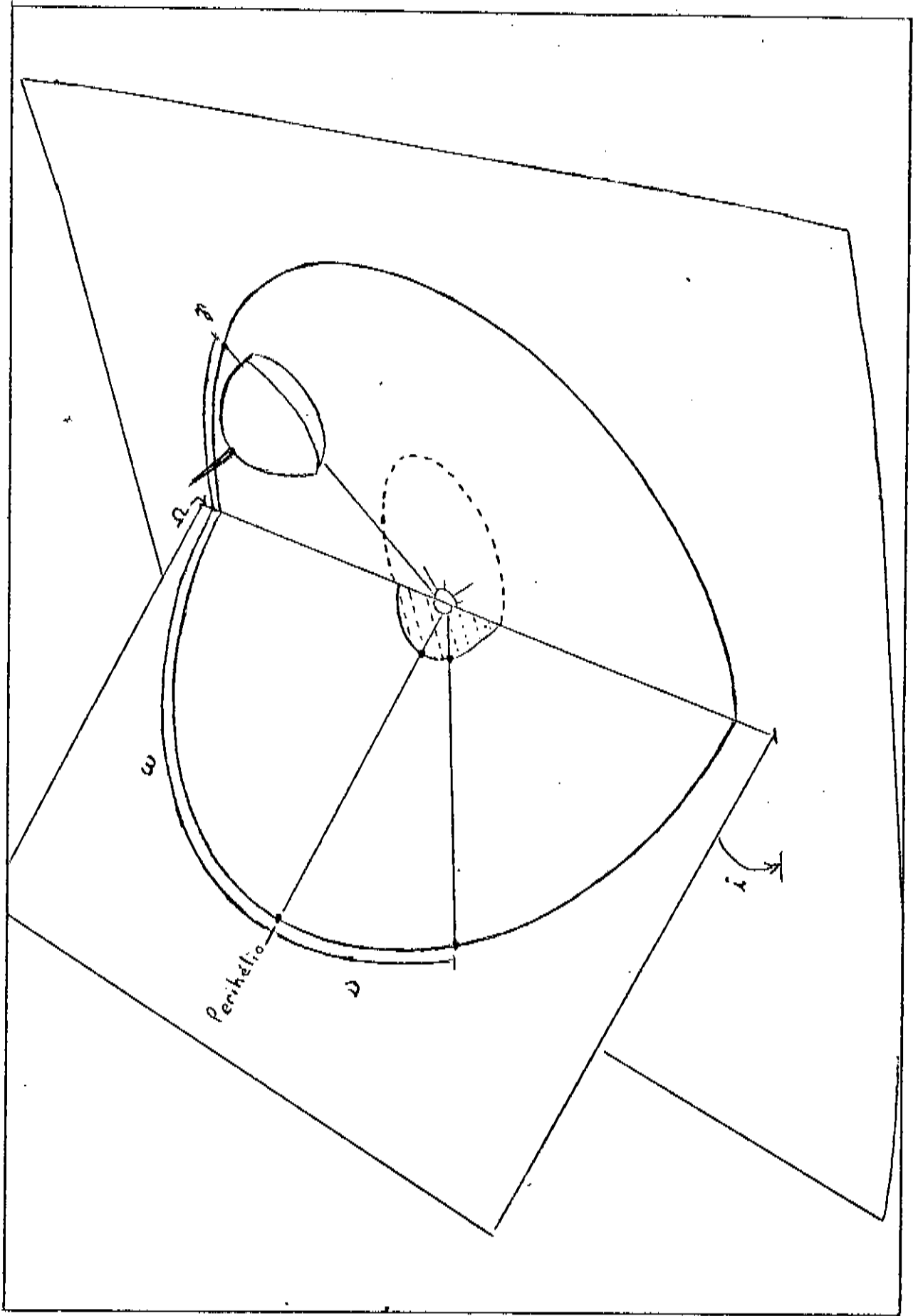


Figura 33.

Os Elementos Orbitais. Aqui, exagerou-se a inclinação i da órbita do planeta, para efeito de melhor compreensão.



Fotografia 4.
Modelo Tridimensional de uma Órbita planetária em relação à eclíptica.

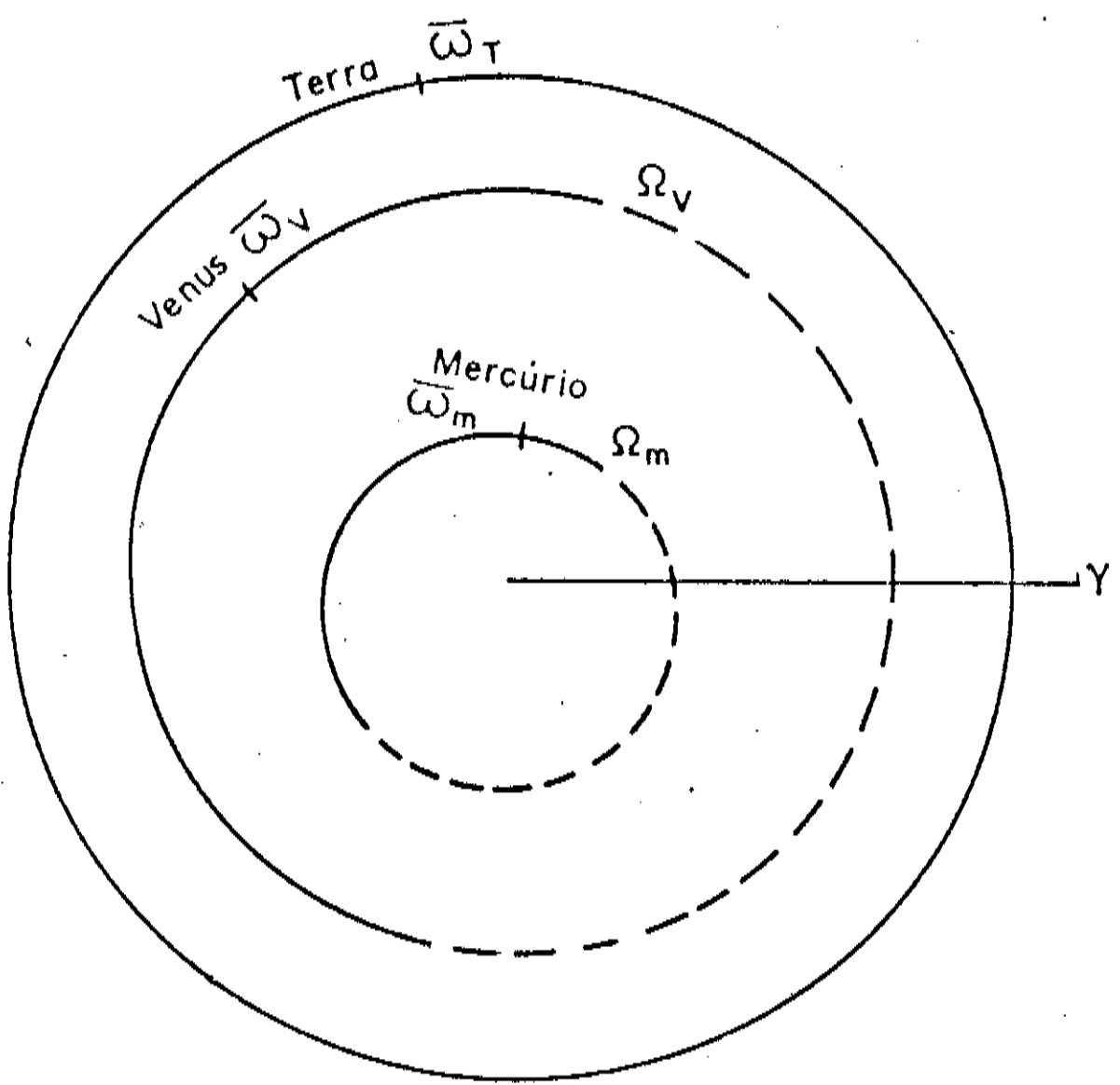


Figura 34.

Posição do periélio $\bar{\omega}$ e do nó ascendente Ω para Terra, Vênus e Mercúrio. (Notar a não existência de traços pontilhados na órbita da Terra; você é capaz de saber por quê?)

A partir do ponto vernal (γ) — ponto onde a eclíptica corta o equador celeste; correspondendo ao equinócio de outono (primavera) no hemisfério sul (norte) — ou primeiro ponto de Áries, mede-se a longitude eclíptica do nó ascendente Ω . Assim, Ω é a distância angular desde γ até o ponto onde a órbita planetária corta a eclíptica, N_1 .

A partir de N_1 , podemos determinar a posição do periélio da órbita, ou seja, a distância mínima do planeta ao Sol, que é dada pelo ângulo ω , conhecido como *argumento do periélio*. Este dado é muito usado para as órbitas cometárias. Porém, para os planetas, o que interessa, é a *longitude do periélio*, $\bar{\omega}$ que é a soma da longitude eclíptica do nodo ascendente Ω e do argumento do periélio ω . Note que estamos efetuando uma soma de ângulos que não pertencem ao mesmo plano.

Para determinar a posição do planeta em qualquer tempo é necessário conhecer as coordenadas orbitais para um instante determinado. Este instante é chamado de *época*.

Outro dado importante é a *longitude do planeta* λ na época, que é dado pela soma da longitude do periélio e do ângulo descrito pelo planeta desde sua posição periélica até à posição ν em que se encontra o planeta na referida época, ou seja, $\lambda = \bar{\omega} + \nu$.

Quando formos construir as órbitas planetárias, devemos localizar a longitude do nodo ascendente Ω na tabela 3 de elementos orbitais e, nos pontos em que o planeta encontrar-se acima da eclíptica fazer o desenho com traço cheio, enquanto que, quando encontrar-se abaixo, desenhar com traços pontilhados, conforme a figura 34.

Para traçarmos a trajetória aparente de um planeta, necessitamos de um gráfico ascensão reta α por declinação δ (ver capítulo VIII.2 — “Traçado da Trajetória Aparente de Mercúrio para o Ano de 1985”). Estas duas coordenadas α e δ fazem parte do “Sistema de Coordenadas Equatoriais ou Absoluto” (absoluto, pois este sistema independe da posição do observador, uma vez que suas coordenadas são equatoriais).

A ascensão reta α de um corpo celeste C é definida como sendo o arco medido sobre o equador desde o ponto γ até o meridiano onde C se encontra.

A declinação δ é o arco do meridiano do corpo celeste C, medido desde o equador até o local onde C se encontra. A figura 35 mostra este sistema de coordenadas.

O ângulo β , que podemos distinguir na figura 36, corresponde à posição angular que um observador terrestre teria do planeta desde a eclíptica. β é portanto, a latitude eclíptica geocêntrica. O capítulo VIII — “Método das Circunferências Descentradas” discute com mais detalhes estas coordenadas e o meio de obtê-las.

PLANETAS	MERCÚRIO	VÊNUS	TERRA	MARTE	JÚPITER	SATURNO	URANO	NETUNO	PLUTÃO
Distância média do Sol em UA = a	0,387	0,723	1	1,524	5,203	9,539	19,18	30,06	39,44
Período de revolução = T	88 dias	224,7 dias	365,26 dias	687 dias	11,86 anos	29,46 anos	84,01 anos	164,8 anos	247,7 anos
Excentricidade da órbita = e	0,206	0,007	0,017	0,093	0,048	0,056	0,047	0,009	0,25
$a \cdot e$	0,0797	0,005	0,017	0,142	0,2497	0,5341	0,90146	0,27054	9,86
inclinação com a eclíptica = i	7°	3,4°	0°	1,9°	1,3°	2,5°	0,8°	1,8°	17,2°
Long. do nodo ascendente = Ω	48,10°	76,50°	0°	49,41°	100,24°	113,51°	74,00°	131,52°	109,98°
Long. do pericélio = $\bar{\omega}$	77,15°	131,29°	102,6°	335,7°	14,01°	92,67°	173,0°	47,87°	\approx 223°
Dist. média (10^6 Km)	57,9	108,2	149,6	227,9	778,3	1427,0	2869,6	4496,6	5900,0

Tabela 3.
Elementos orbitais ($1 \text{ UA} \approx 1,5 \cdot 10^8 \text{ Km}$)

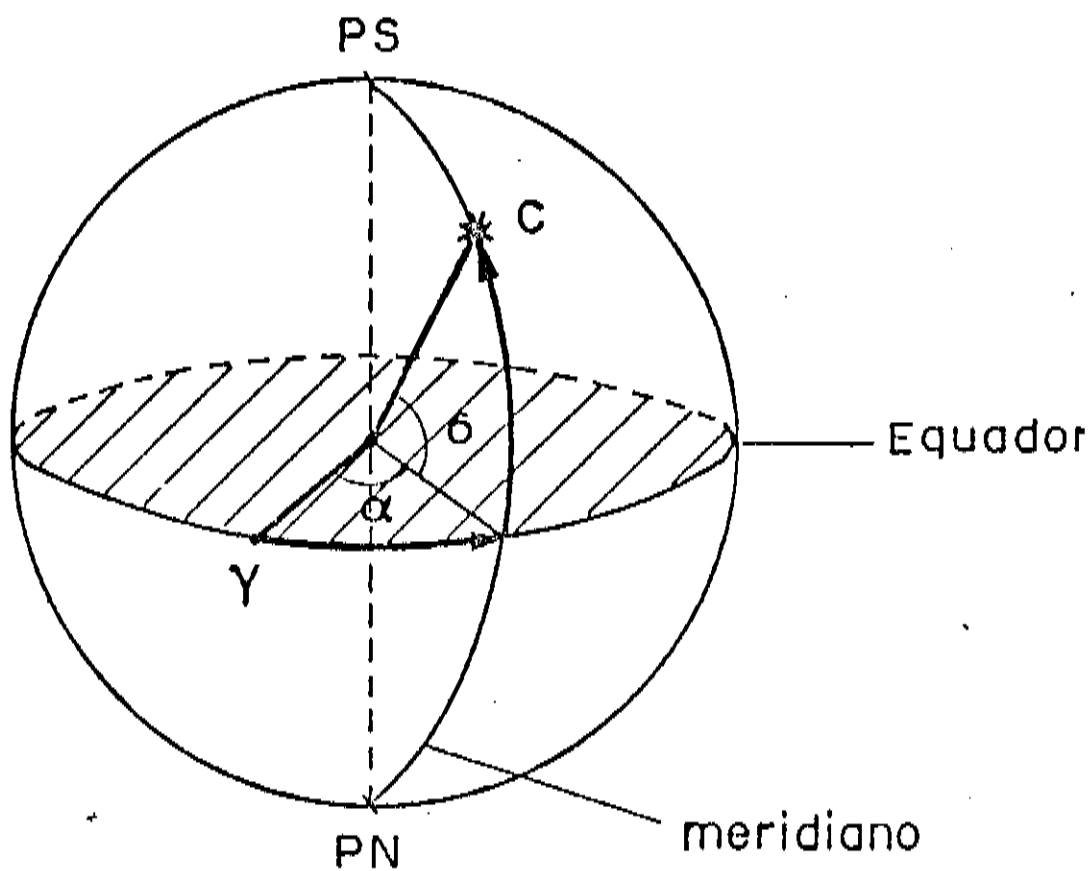


Figura 35.
Sistema de Coordenadas Equatoriais ou Absoluto.

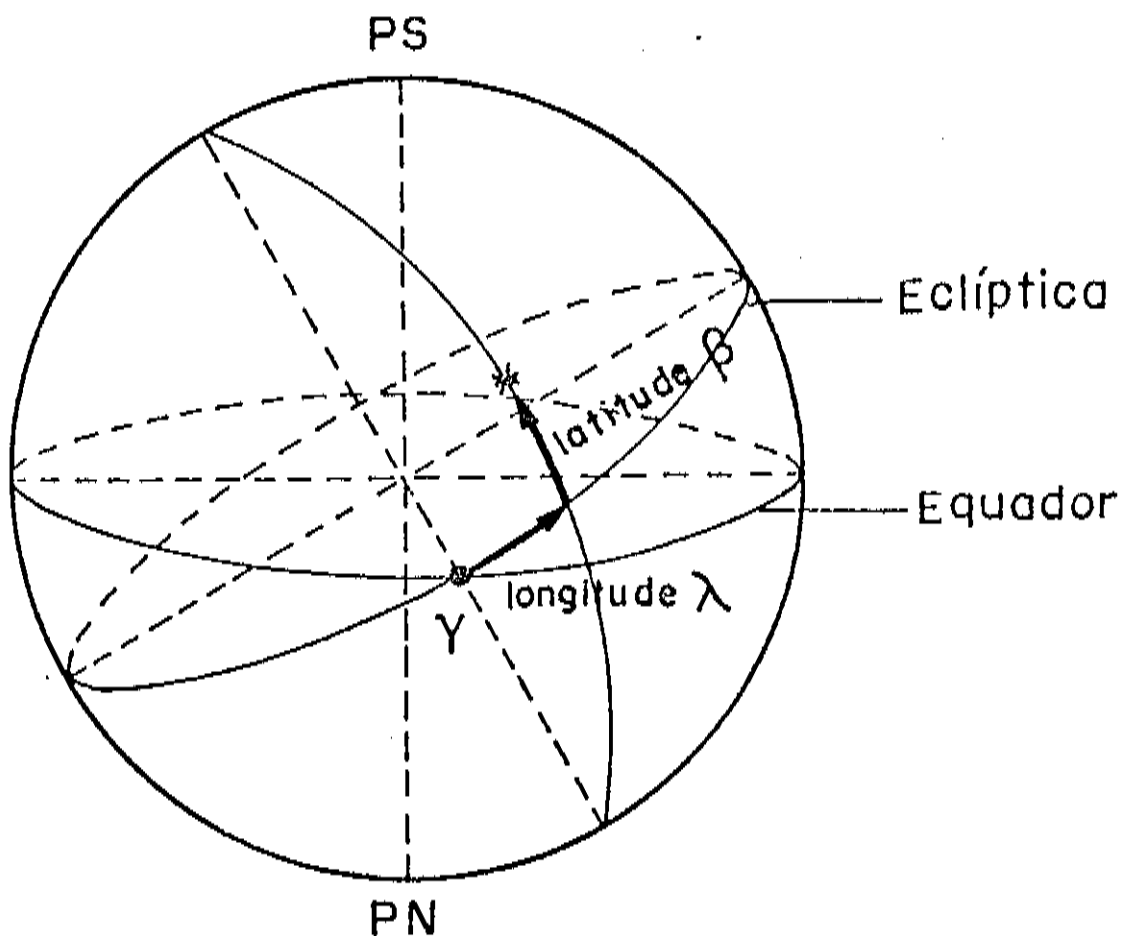


Figura 36.
Sistema de Coordenadas Eclípticas.

VIII — MÉTODO DAS CIRCUNFERÊNCIAS DESCENTRADAS

Como dissemos no capítulo VI — “A Elipse”, e como podemos notar pela tabela 3 dos elementos orbitais, percebemos que a excentricidade das órbitas planetárias é pequena.

O método das circunferências descentradas que iremos desenvolver neste capítulo, consiste em substituir a forma elíptica das órbitas planetárias por círculos descentrados (figura 37).

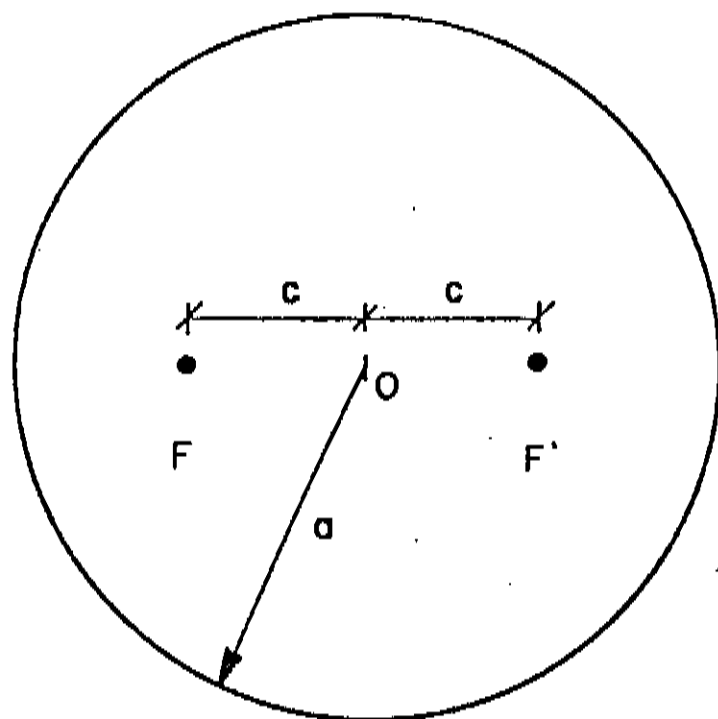


Figura 37.
Circunferência Descentrada de raio a .

A circunferência descentrada tem simetricamente disposta ao redor de seu centro O, dois pontos que correspondem (lembrem-se da elipse!) ao foco principal F (foco solar) e ao foco conjugado F' (foco angular). A distância que separa o centro O de ambos os focos é $c = a \cdot \epsilon$ ($OF = OF' = c$), onde a é o raio da órbita (ver apêndices 2 e 3).

Assim, por este método, dentro da aproximação de excentricidades pequenas, consideraremos a órbita de cada planeta com forma aproxi-

madamente circular, de raio a , estando o Sol colocado num ponto distante a ϵ do centro do círculo.

Já que trabalharemos num método aproximativo, usando somente técnicas geométricas de fácil percepção, utilizaremos a segunda lei de Kepler, mas de uma maneira reformulada, apresentando-a em função do conceito de velocidade angular.

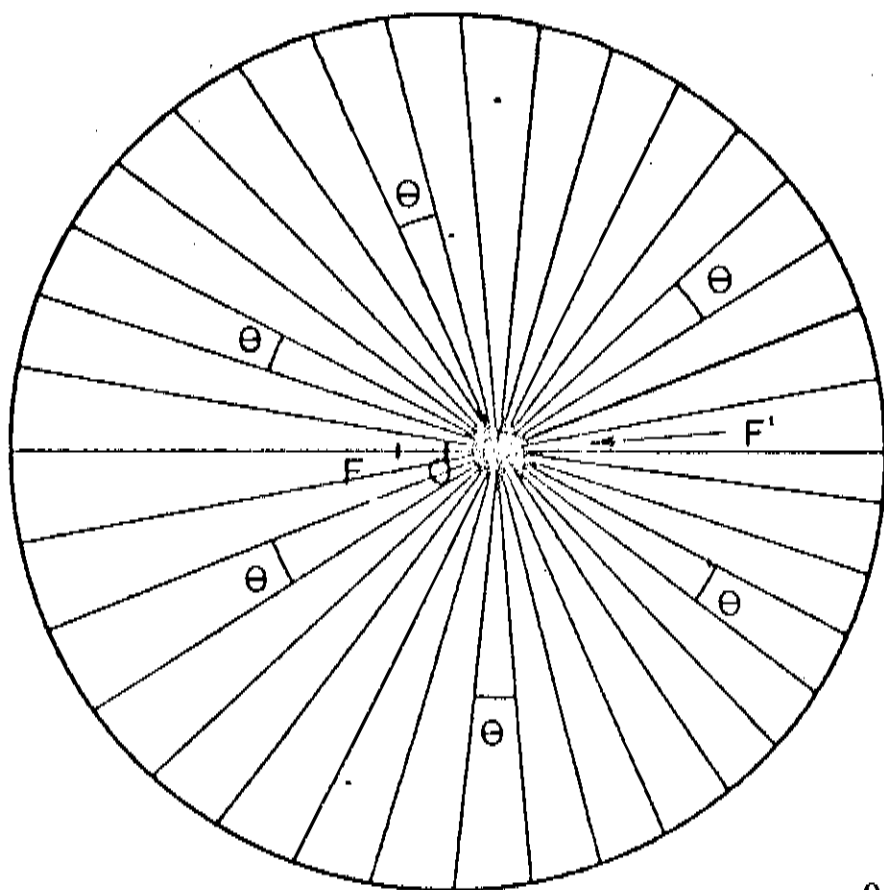
E como faremos isto?

Pois bem, na descrição da elipse ou da circunferência descentrada vemos que simetricamente disposto ao redor de um centro O , temos os dois focos, F e F' . O foco conjugado F' terá aqui fundamental importância, pois ele corresponde ao que Ptolomeu já falava no *Almagesto* (guardada as diferenças nos modelos, obviamente!), ao *ponto equante*, ou seja, ao ponto onde a velocidade angular (variação angular com respeito ao tempo) do planeta em relação a este foco conjugado é aproximadamente constante.

Para vermos isto geometricamente, basta traçarmos uma circunferência de raio qualquer a . Tomemos uma excentricidade (pequena) qualquer. Na figura 38, utilizamos $\epsilon = 0,1$. Multiplique agora a excentricidade ϵ pelo raio a , $\epsilon \cdot a$ e encontraremos a semidistância focal c . Equidiste simetricamente em relação ao centro O do círculo, a distância encontrada. Estes são os focos. Chame um deles de foco principal (ou solar) F e o outro, de foco conjugado (ou angular) F' .

Como F' é o ponto onde as velocidades angulares são constantes, dividamos então o círculo com respeito a F' em intervalos de, por exemplo, $\theta = 10^\circ$ (poderia ser escolhido qualquer intervalo, mas deve-se evitar grandes variações angulares, pois quando formos realizar o cálculo das áreas, para comprovar a segunda lei de Kepler, a imprecisão aumentará).

Assim, com um transferidor *centrado em F'* , trace os intervalos angulares de 10 em 10 graus, até completar o círculo. Feito isto, una os pontos encontrados ao foco conjugado por intermédio de uma régua, conforme a figura 38.

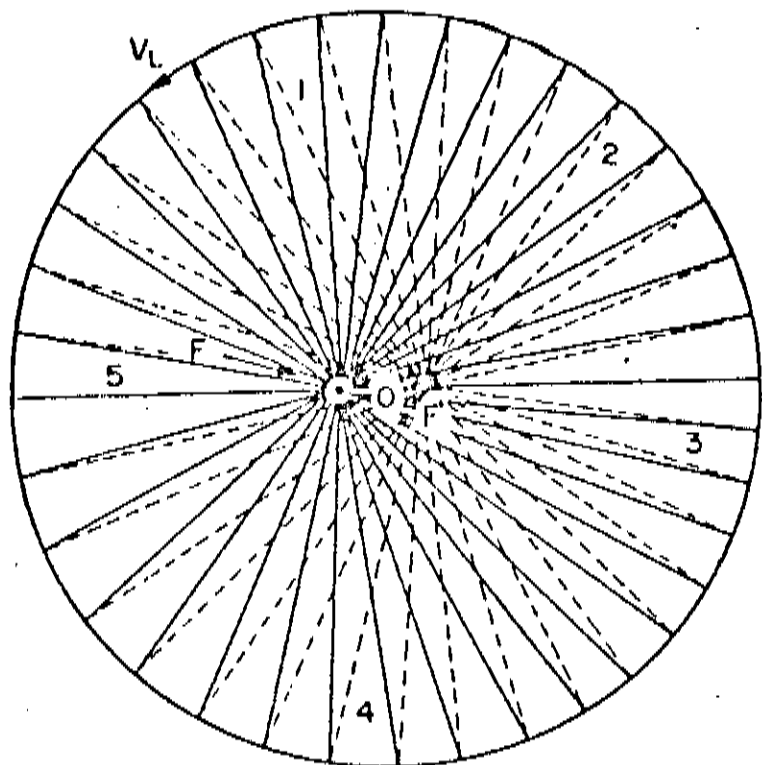


$$\begin{aligned} \epsilon &= 0,1 \\ a &= 4,3 \text{ cm} \\ a \cdot \epsilon &= c = 0,43 \text{ cm} \\ \theta &= 10^\circ \end{aligned}$$

Figura 38.
Deslocamentos angulares constantes.

Terminada esta parte, uma agora, pelos pontos onde as retas saindo do foco conjugado cortam o círculo, até o foco principal F (figura 39). Lembrando a segunda lei de Kepler (temos que tê-la sempre em mente!), deveremos obter áreas iguais, ou velocidades areolares (variação da área no decorrer do tempo) constantes. A figura 39 mostra o desenho já acabado e o cálculo das áreas pela fórmula de Heron em cinco posições diferentes. Percebemos que, dentro da aproximação de excentricidades pequenas, o presente método concorda com o estabelecido pela "lei das Áreas".

Usando o método das "tachinhas e do barbante", reproduza estes mesmos cálculos para uma elipse de excentricidade $\epsilon = 0,1$. Compare depois os resultados.



fórmula de Heron para o cálculo de áreas,

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

onde,

A = área;

p = semiperímetro = $(a + b + c)/2$

a, b e c = lados do triângulo.

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = A_5$$

Figura 39.
Método das circunferências descentradas

Da figura 39, podemos ver simplesmente através da geometria (veja prova matemática no apêndice 4) que a velocidade linear do planeta é maior nos pontos próximos ao foco principal (posição ocupada pelo Sol) e menor para pontos afastados deste foco, ou seja, a velocidade linear v_L do planeta na sua órbita é inversamente proporcional à sua distância ao Sol.

O método consiste basicamente nisto que foi discutido até aqui neste capítulo. Agora, vamos fazer os cálculos para um planeta, por exemplo, Mercúrio. Após desenharmos sua órbita (juntamente com a da Terra — capítulo VIII.1), colocaremos em um gráfico ascensão reta X declinação (capítulo VIII.2), as coordenadas que obteremos destes, e graficaremos a trajetória aparente de Mercúrio em relação à Terra, comparando o resultado obtido com aquele dado pelas Efemérides (anuários astronômicos).

VIII.1 — EXEMPLO: OBTENDO AS ÓRBITAS DE MERCÚRIO E DA TERRA

Para esta parte, devemos consultar constantemente a tabela de elementos orbitais e ter em mãos, um compasso, régua, esquadros, transferidor, lápis e principalmente, borracha!

Como queremos obter a órbita de Mercúrio e da Terra, e sendo Mercúrio um planeta interior, devemos começar o desenho pela sua órbita.

A primeira coisa a fazer é escolher a escala para o desenho. Aqui, utilizamos (o ideal para folhas do tamanho de papel sulfite!) para uma unidade astronômica, 1 UA (distância média que separa Terra-Sol \cong 150.000.000 Km), 8,3 cm, ou seja, 1 UA = 8,3 cm, que é uma escolha arbitrária.

Pela tabela de elementos orbitais (tabela 3), vemos que a distância média que separa Mercúrio do Sol (a_m ; o índice m indica Mercúrio) em UA, é de 0,387 UA. Então, em nossa escala, esta distância convertida em unidades de comprimento, equivaleria a $a_m = 0,387 \times 8,3 \text{ cm} \cong 3,2 \text{ cm}$.

O segundo dado importante é o da excentricidade da órbita de Mercúrio, $\epsilon_m \cong 0,206$. Lembrando o que foi dito nos capítulos VI — “A Elipse” e VIII — “Métodos das Circunferências Descentradas”, vemos que a semidistância focal c_m , é dada pelo produto da excentricidade pela distância média planeta-Sol. Assim,

$$c_m = \epsilon_m \cdot a_m = 0,206 \times 3,2 \text{ cm} \cong 0,66 \text{ cm}.$$

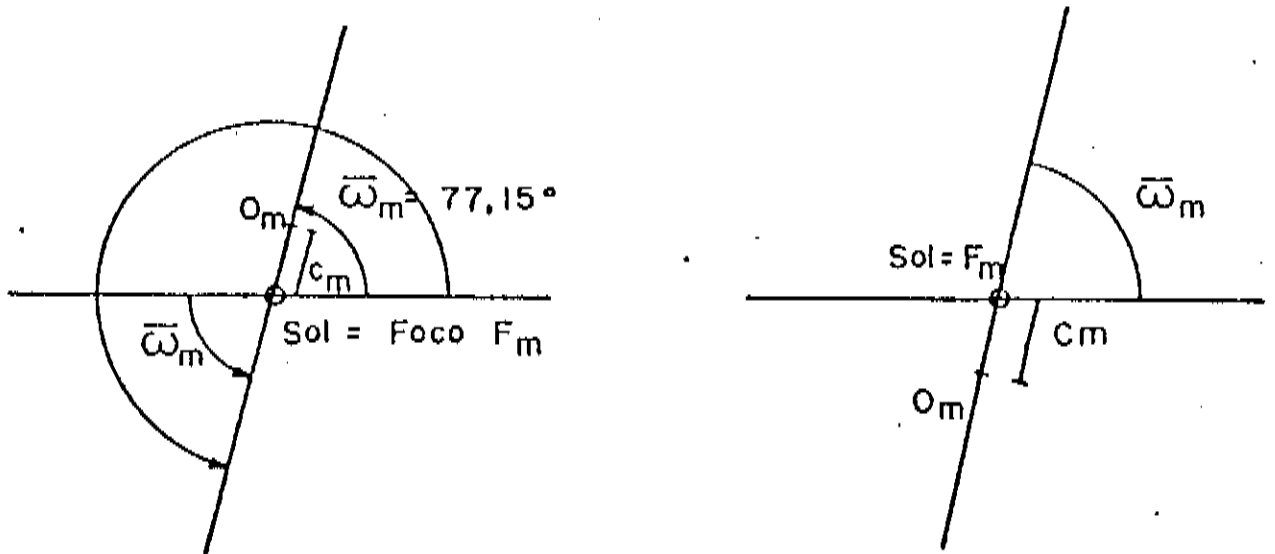
Com estes dados iniciais, já podemos construir a órbita. A primeira coisa a ser feita é localizar o Sol em algum lugar no papel de desenho (de preferência, no centro!).

Outro dado importantíssimo é a longitude do periélio, isto é, o ponto onde o planeta se encontra mais próximo do Sol, é que para Mercúrio ocorre a $\bar{\alpha}_m = 77,15^\circ$.

Localizado o Sol, tracemos por ele uma linha, γ , que corresponde, como já dissemos anteriormente, à linha equinocial, isto é, à linha derivada do cruzamento do plano da eclíptica com o equador terrestre. Desenhada esta linha, trace (de leve!) uma outra, inclinada de $77,15^\circ$ (com a ajuda de um transferidor) em relação a γ , o que corresponderá à posição periélica de Mercúrio. Só que aqui aparece uma dúvida: a posição do periélio, como sabemos, está nesta linha; mas, está localizado na sua parte de cima ou de baixo?

Esta dúvida se desfaz utilizando os elementos orbitais calculados acima, para nossa escala de $1 \text{ UA} = 8,3 \text{ cm}$. Encontramos a semi-distância focal $c_m = 0,66 \text{ cm}$. Como o Sol ocupa um dos focos da órbita (elíptica ou circular descentrada!), para acharmos o centro O_m desta, devemos afastar $0,66 \text{ cm}$ do foco ocupado pelo Sol, na direção da linha periélica e com sentido para baixo, pois se adotássemos o sentido contrário, o planeta nunca atingiria o periélio na distância angular dada pela tabela de elementos orbitais ($\bar{\omega}_m = 77,15^\circ$). A figura 40 ilustra este procedimento.

Localizado o centro O_m , devemos recordar que o foco conjugado, ou ponto equante, tem fundamental importância em nosso método aproximativo. Sabemos que a distância que separa o centro O_m do foco principal é igual a c_m , ou seja, a mesma distância que separa O_m do foco conjugado F'_m ($O_m F'_m = c_m$). Portanto, a $0,66 \text{ cm}$ de O_m (no sentido para baixo, pois os focos distribuem-se simetricamente ao redor de O_m) encontramos o F'_m , o ponto equante!



(a) ERRADO

Se colocássemos o centro O_m no sentido para cima, a longitude periélica, deixaria de ser $77,15^\circ$ para ser $257,15^\circ$ ($180^\circ + \bar{\omega}_m$).

(b) CORRETO

Esta é a posição certa, correspondendo à verdadeira posição periélica de Mercúrio

Figura 40.

Agora, com o compasso aberto na distância 3,2 cm (a distância média Mercúrio-Sol em nossa escala, a_m), e centrado no ponto O_m (centro da órbita do planeta), tracemos uma circunferência.

O próximo passo é trabalharmos com o período de revolução do planeta. De acordo com a tabela de elementos orbitais, Mercúrio revoluciona ao redor do Sol em $T_m = 88$ dias (terrestres!).

Sabemos que a circunferência é dividida em 360 partes (graus). Como Mercúrio revoluciona em 88 dias então, dividamos 360 por 88, isto é, $\theta = 360/88 \approx 4,09^\circ$. Isto quer dizer que cada dia na revolução de Mercúrio equivale a cada $4,09^\circ$ na circunferência. Porém, para marcarmos estes pontos, deveríamos marcar 88 deles, o que consistiria um imenso trabalho. Para evitarmos tal "proeza", vamos intervalar os dias, não mais de um em um ($4,09^\circ$ em $4,09^\circ$), mas de cinco em cinco. Assim, com uma regra de três simples, achamos para cada cinco dias um intervalo $\Delta\theta = 5 \cdot 4,09^\circ = 20,45^\circ$.

Aqui é que o ponto equante, ou foco conjugado, revelará a sua importância. Só que antes disso, lembremo-nos que estamos trabalhando com alguns dados fornecidos pela bibliografia. E um destes dados corresponde à *época* (que já comentamos anteriormente), ou seja, para se determinar a posição do planeta em qualquer tempo é necessário conhecer as suas coordenadas orbitais para um determinado instante.

Pela tabela 4, vemos que a longitude de Mercúrio às zero horas do dia 01/01/1980 (1980.0) é de aproximadamente 231° . Assim, de posse desta informação, centralize o transferidor no Sol (foco principal F), alinhe-o com a linha equinocial e marque a posição em que Mercúrio encontrava-se na época 1980.0 (posição zero da órbita).

	Período; T (anos tropi- cals)	Longitude na época, (graus)	Longitude do perélio (graus)	Excentrici- dade da órbita	Semi-eixo maior a em UA	Tamanho angular em 1 UA
Mercúrio	0,240 85	231,297 3	77,144 212 8	0,205 630 6	0,387 098 6	6,74
Vênus	0,615 21	355,733 52	131,289 379 2	0,006 782 6	0,723 351 6	16,92
Terra	1,000 04	98,833 540	102,596 403	0,016 718	1,000 000	—
Marte	1,880 89	126,307 83	335,690 816 6	0,093 386 5	1,523 688 3	9,36
Júpiter	11,862 24	146,966 365	14,009 549 3	0,048 465 8	5,202 561	196,74
Saturno	29,457 71	165,322 242	92,665 397 4	0,055 615 5	9,554 747	165,60
Urano	84,01242	228,070 855 1	172,736 328 8	0,046 323 2	19,218 14	65,80
Netuno	164,795 58	260,357 899 8	47,867 214 8	0,009 002 1	30,109 57	62,20
Plutão	250,9	209,439	222,972	0,253 87	39,784 59	8,20

Tabela 4.
Elementos orbitais. Época 1980.0 (31/12/1979).

Encontrado este ponto, *centralize o transferidor em F'_m* (guarde bem isto!) e alinhe-o com a posição zero da órbita. Agora, vá intervalando de 20,45 em 20,45 graus, até que complete a órbita (no sentido anti-horário). Marque para cada um destes pontos, os respectivos intervalos de dias que os separam do ponto zero (no caso de Mercúrio, de 5 em 5 dias, pela maneira que tratamos aqui) (ver figura 41).

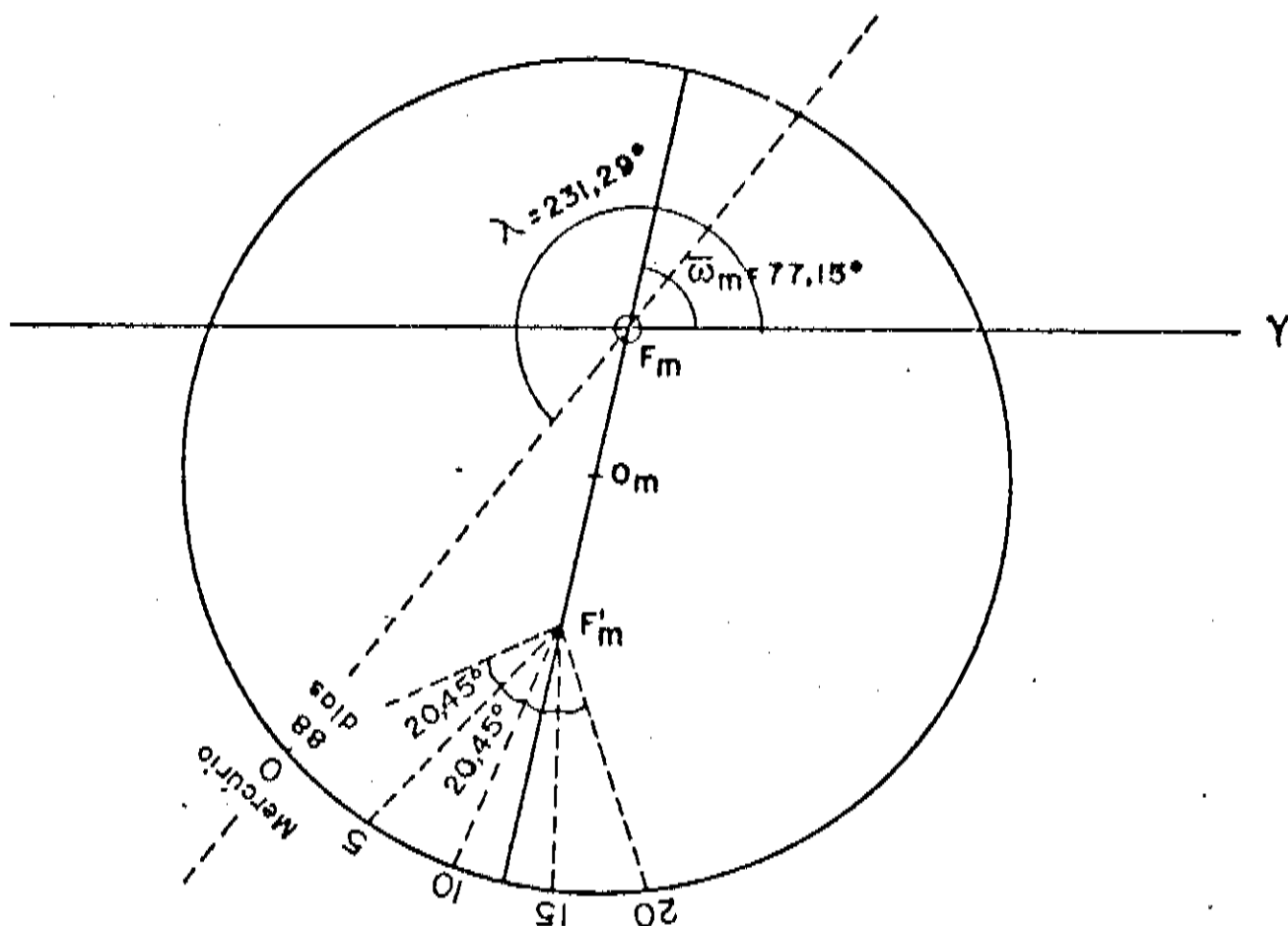


Figura 41.

Intervalando os dias na órbita de Mercúrio desde a época, 1980.0.

Outro dado importante que temos é o da longitude do nodo ascendente Ω , que para Mercúrio é de $48,10^\circ$ em relação a γ . Trace (de leve!) esta linha e desenhe a parte da circunferência que corresponde à posição do planeta abaixo da eclíptica (lembrem-se da inclinação i da órbita em relação à eclíptica) com linhas pontilhadas; e a parte em que o planeta fica acima, com linhas cheias (figura 42).

Terminada a órbita de Mercúrio, vamos construir agora a da Terra, para depois podermos traçar a trajetória aparente de Mercúrio (com os laços retrógrados) nos céus terrestres, contra o fundo de estrelas fixas.

Devido ao fato das inclinações entre os planos orbitais de cada planeta em relação à eclíptica serem muito pequenas (ver tabela 3),

consideraremos como primeira aproximação que os planos da órbita da Terra e de Mercúrio coincidem.

O desenho da órbita terrestre segue os mesmos passos daqueles utilizados para Mercúrio: encontra-se a excentricidade, $e_T \approx 0,017$, multiplica-se este valor por $a_T = 1 \text{ UA} = 8,3 \text{ cm}$ (distância média Terra-Sol) e obtém-se a semidistância focal $c_T = e_T \cdot a_T \approx 0,14 \text{ cm}$ (notar que a órbita da Terra é quase circular). Traçar a linha do periélio, $\bar{\omega}_T = 102,60^\circ$ e sobre ela, encontrar o centro da órbita, O_T e o foco conjugado F'_T .

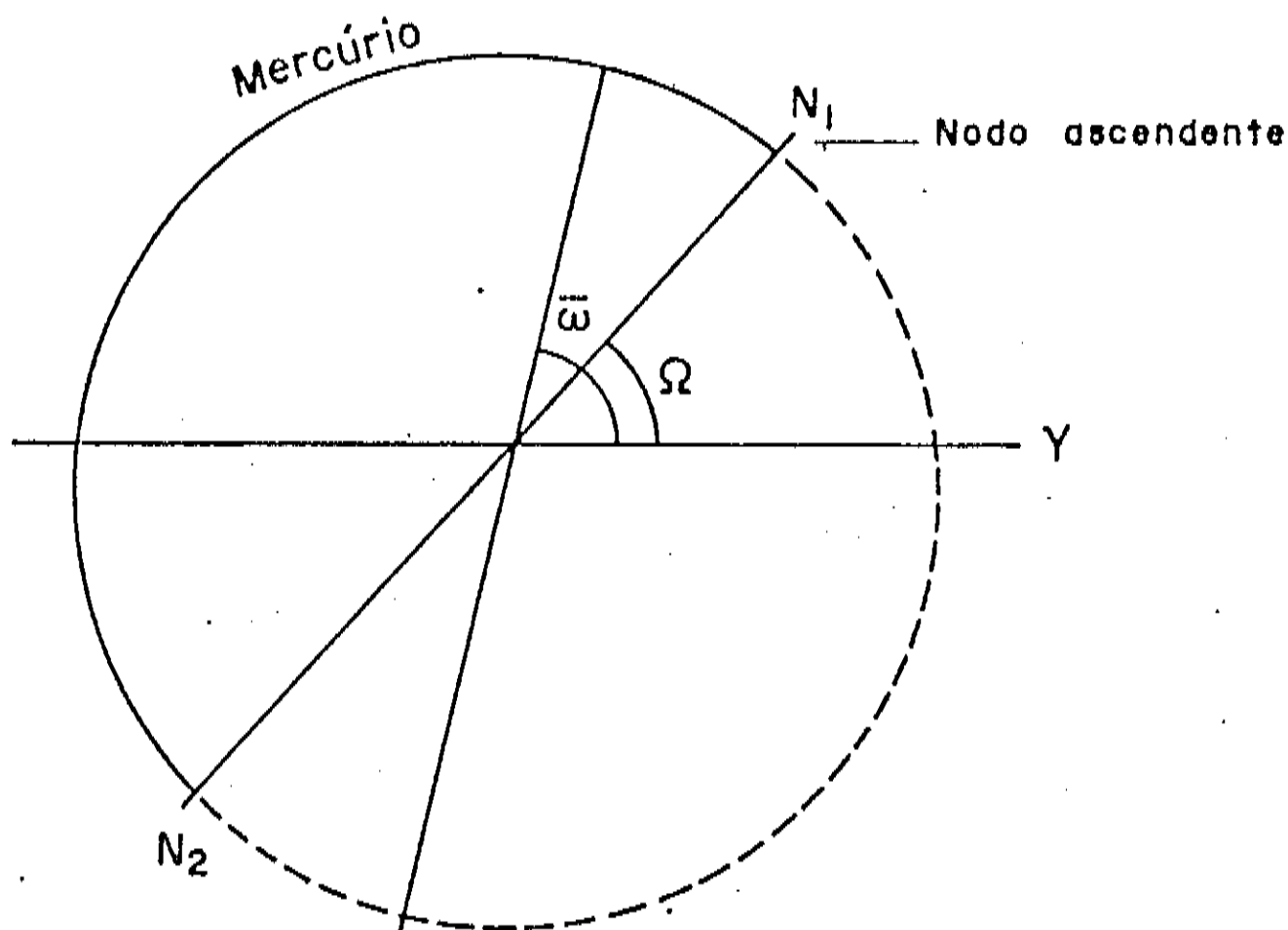


Figura 42.
Órbita de Mercúrio.

Pela época 1980.0 (tabela 4), a longitude da Terra corresponde a aproximadamente 99° . Se dividirmos as 360 partes da circunferência pelos 365,26 dias da revolução de nosso planeta ao redor do Sol, encontraremos $\theta = 0,985^\circ$ (equivalente a um dia). Como marcar 365 dias é uma tarefa inglória e cansativa, intervalaremos de 10 em 10 dias, e portanto, $\Delta\theta = 0,985 \times 10 = 9,85^\circ$.

Com o transferidor centrado em F'_T , encontre o ponto zero e depois vá intervalando de 10 em 10, com o intervalo de ângulo cal-

culado ($9,85^\circ$) e com o zero do transferidor no ponto zero de revolução na órbita.

Já deu para perceber que este ponto zero (para qualquer planetal!) corresponde sempre ao final de seu período de revolução.

A figura 46 mostra o desenho terminado. Nota-se por ele, já as datas terrestres. Como o intervalo angular corresponde a 10 dias, note por exemplo, que de 30 de janeiro até 9 de fevereiro há 10 dias; ou que, de 19 de fevereiro a 1 de março, também mantém-se o mesmo intervalo, pois fevereiro tem 28 dias (quando não é ano bissexto).

Note que usamos um fator de escala, ideal para folhas do tamanho de papel sulfite, porém, poderíamos trabalhar também com escalas maiores, reproduzindo tais desenhos em folhas de cartolina.

Mas aí, aparecerão aqueles que irão perguntar: "mas como fazer um desenho grande, se para isso precisaríamos daqueles compassos de extensão caríssimos?". Enganam-se, pois podemos construir um "compasso tupiniquim", de custo irrisório, e que consiste em cortar uma tira de compensado (destes de caixote) e com uma furadeira (ou até com um prego) fazer um orifício numa de suas extremidades, para passar a ponta de uma caneta ou de um lápis. A agulha deste compasso seria uma tachinha, que, conforme a variação do raio, teria sua posição também variada (figura 43).

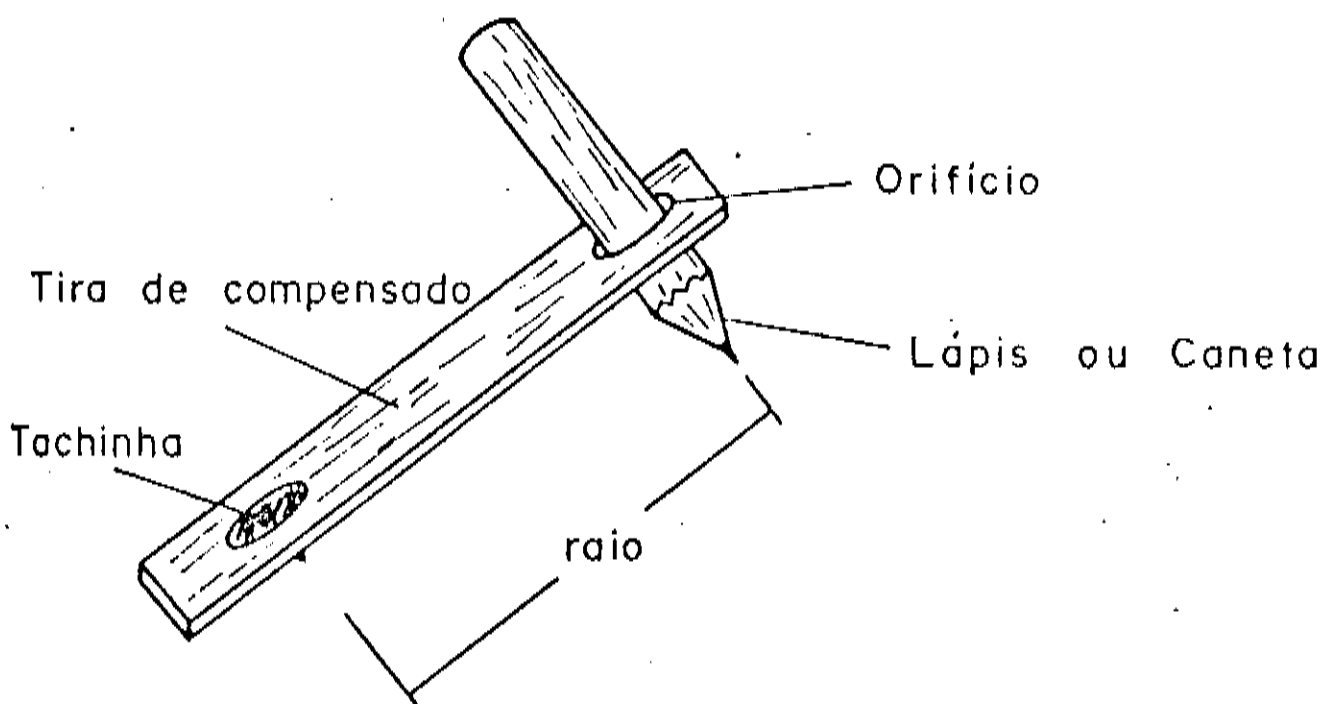


Figura 43.
Compasso "tupiniquim"

Da figura 46 vemos ainda, que a órbita da Terra e de Mercúrio (assim como de todos os outros planetas) estão contidas no interior de um círculo maior dividido em graus (divida-o de cinco em cinco graus, de preferência). Este círculo tem seu centro no foco principal das órbitas, isto é, no Sol. Tal círculo corresponde à esfera das estrelas fixas, de raio "infinito" e com as constelações do zodíaco (figura 44).

A figura 45 mostra um resumo ilustrativo da construção da órbita de Mercúrio e da Terra, descritos acima.

As figuras 47, 48 e 49 mostram as órbitas dos demais planetas, calculadas pelo método das circunferências descentradas.

Devem ser feitas aqui algumas observações: quando começar a fazer as medidas com uma régua, esquadro ou transferidor, termine-as sempre com o mesmo instrumento de medição.

Ao intervalar os ângulos a partir do ponto zero da revolução na órbita para cada planeta, faça numa folha separada uma tabela com a soma destes ângulos, para leitura automática no transferidor. Nunca arredonde os valores angulares obtidos para cada soma, pois os erros tendem a se propagar com muita facilidade, o que acarretaria sérias imprecisões ao seu desenho.

O próximo passo agora é obter através do que foi visto aqui, a trajetória aparente do planeta Mercúrio nos céus da Terra.

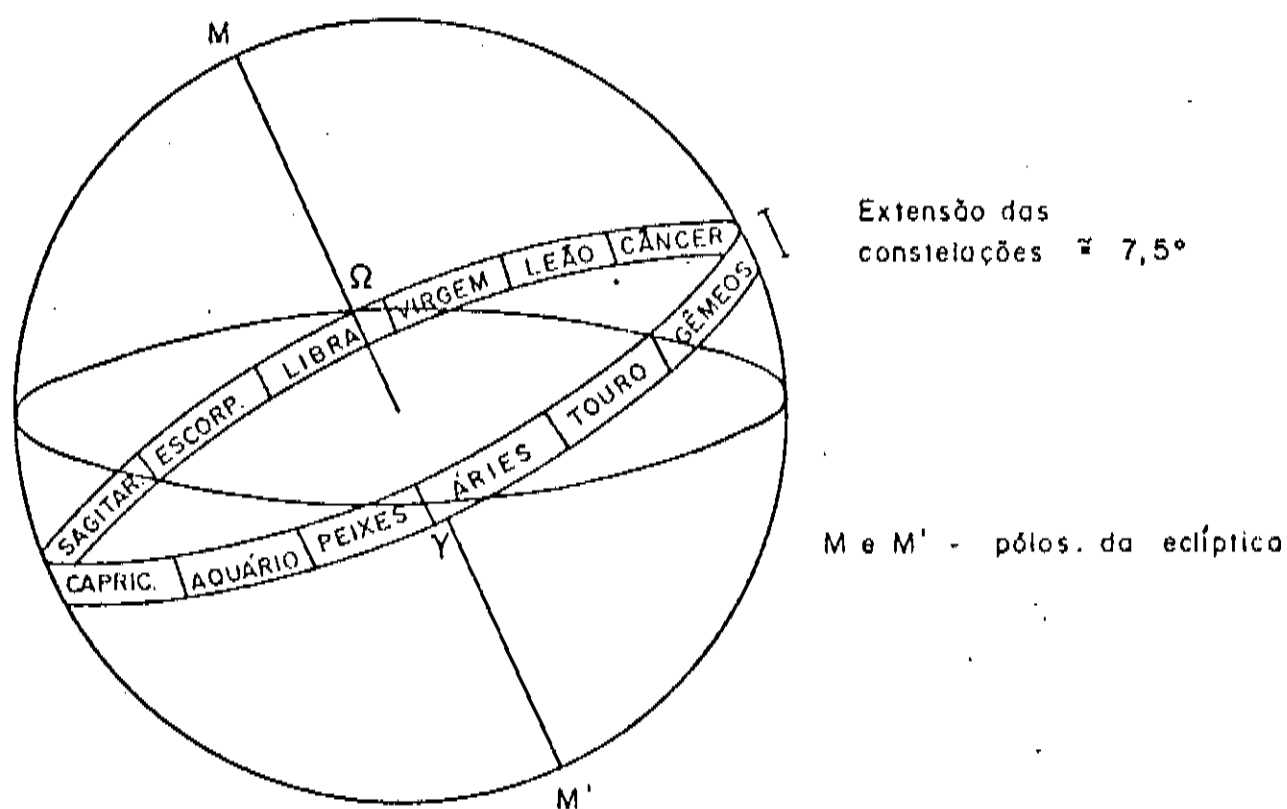


Figura 44.
O Zodíaco

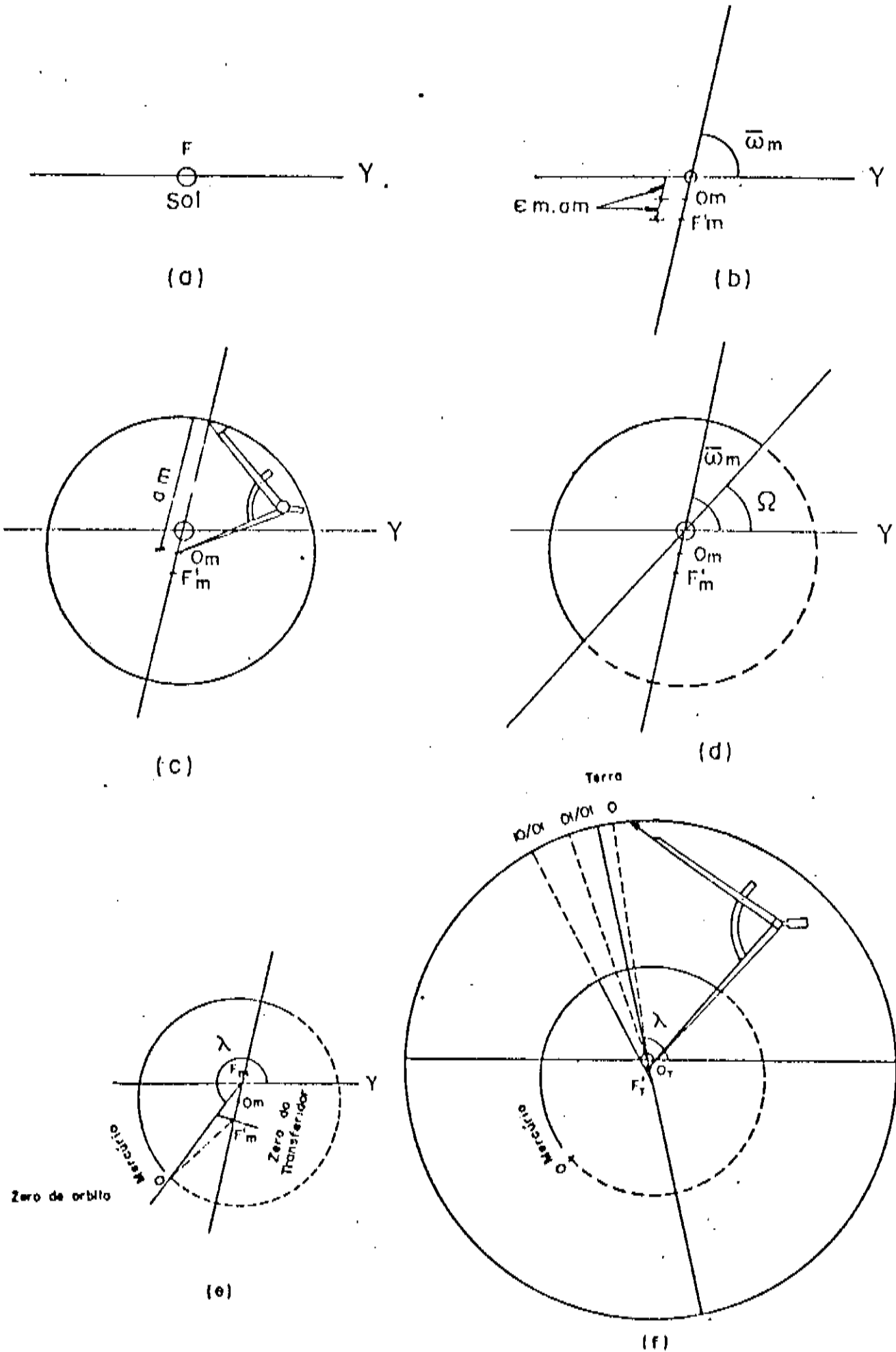


Figura 45.

Resumo ilustrativo da aplicação do método das circunferências descentradas para as órbitas de Mercúrio e da Terra.

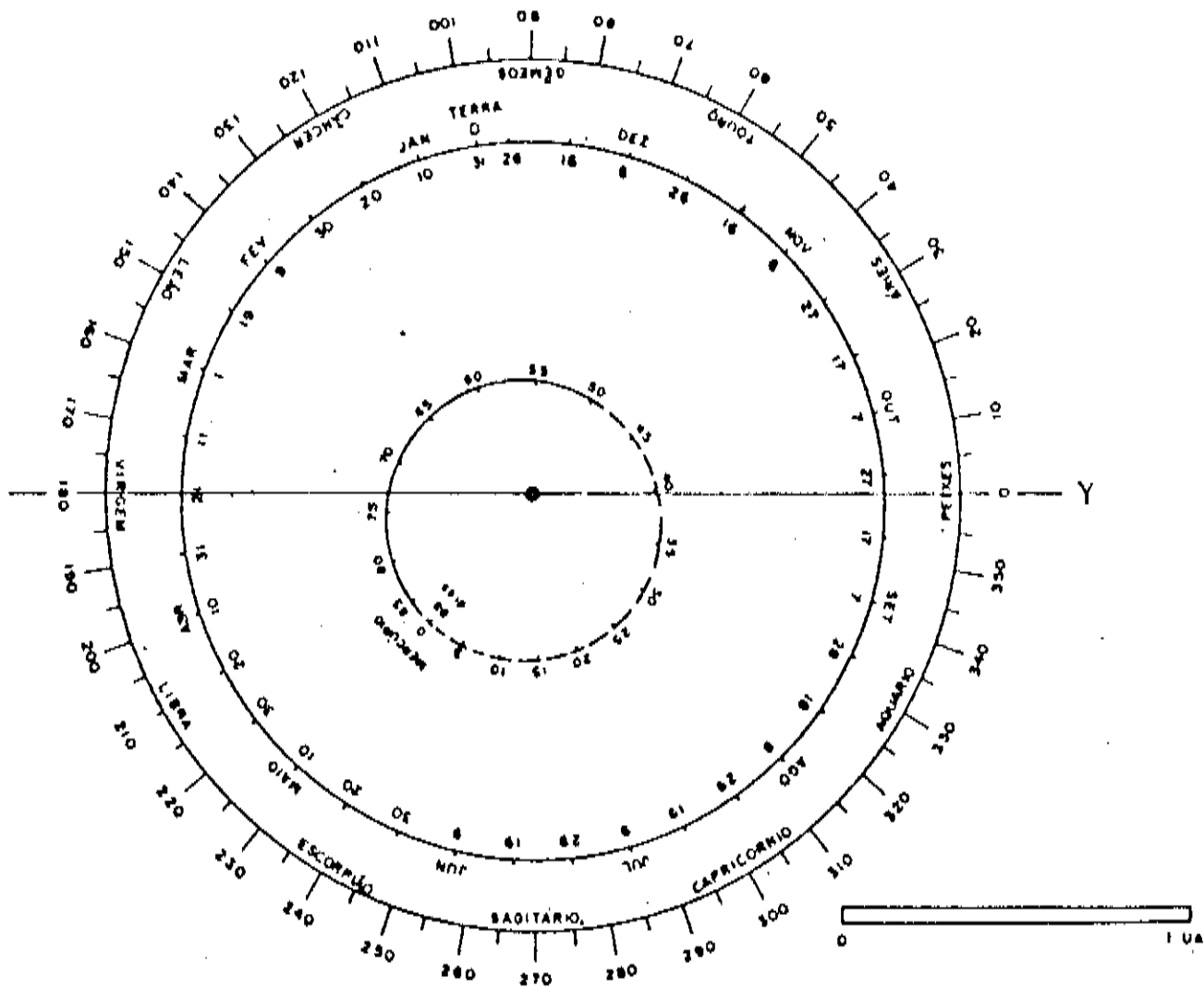


Figura 46.
*Órbitas de Mercúrio e da Terra pelo método das
 circunferências descentradas (M.C.D.)**

* M.C.D. = Método das Circunferências Descentradas.

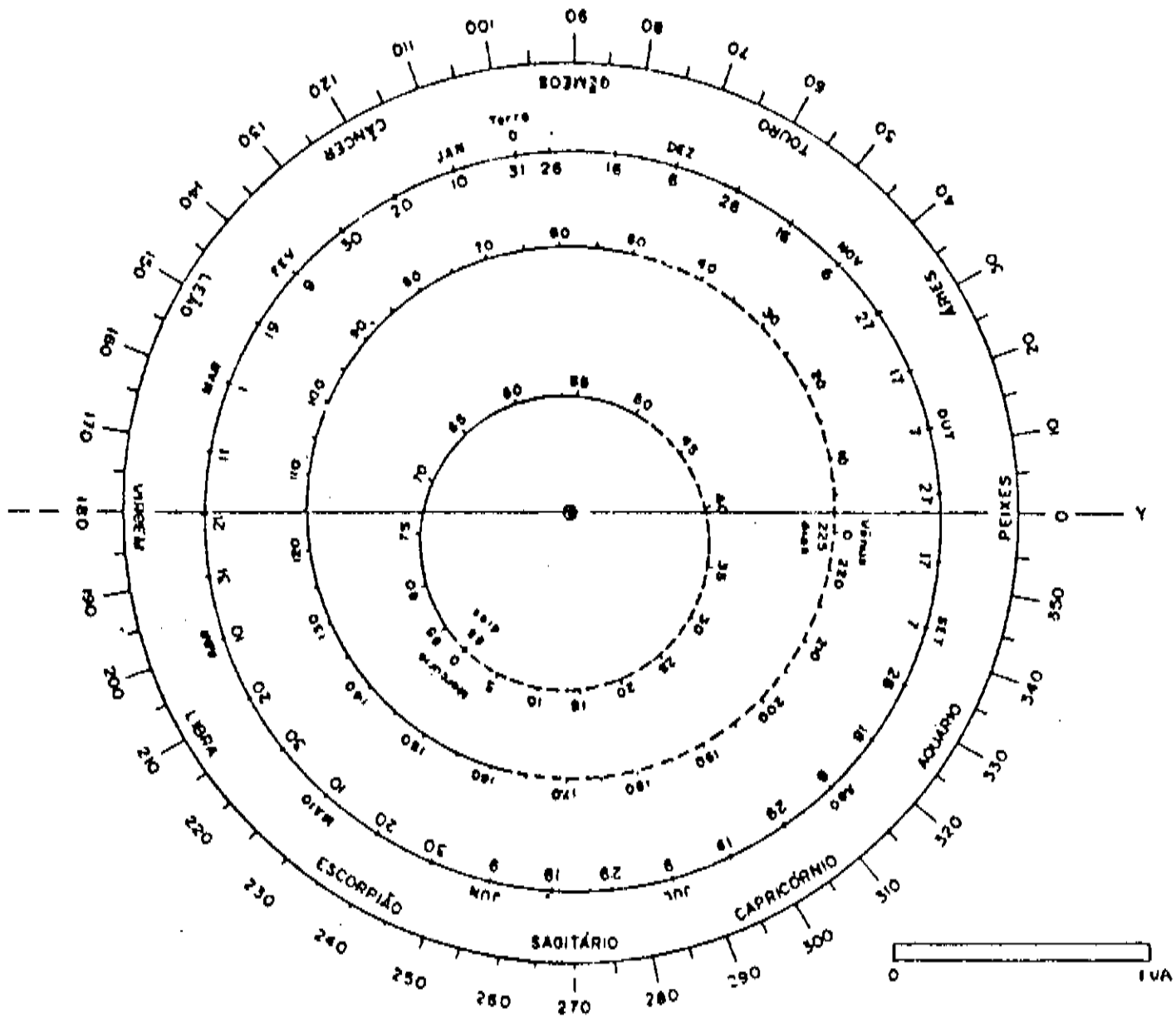


Figura 47.
Órbitas de Mercúrio, Vênus e da Terra pelo M.C.D.

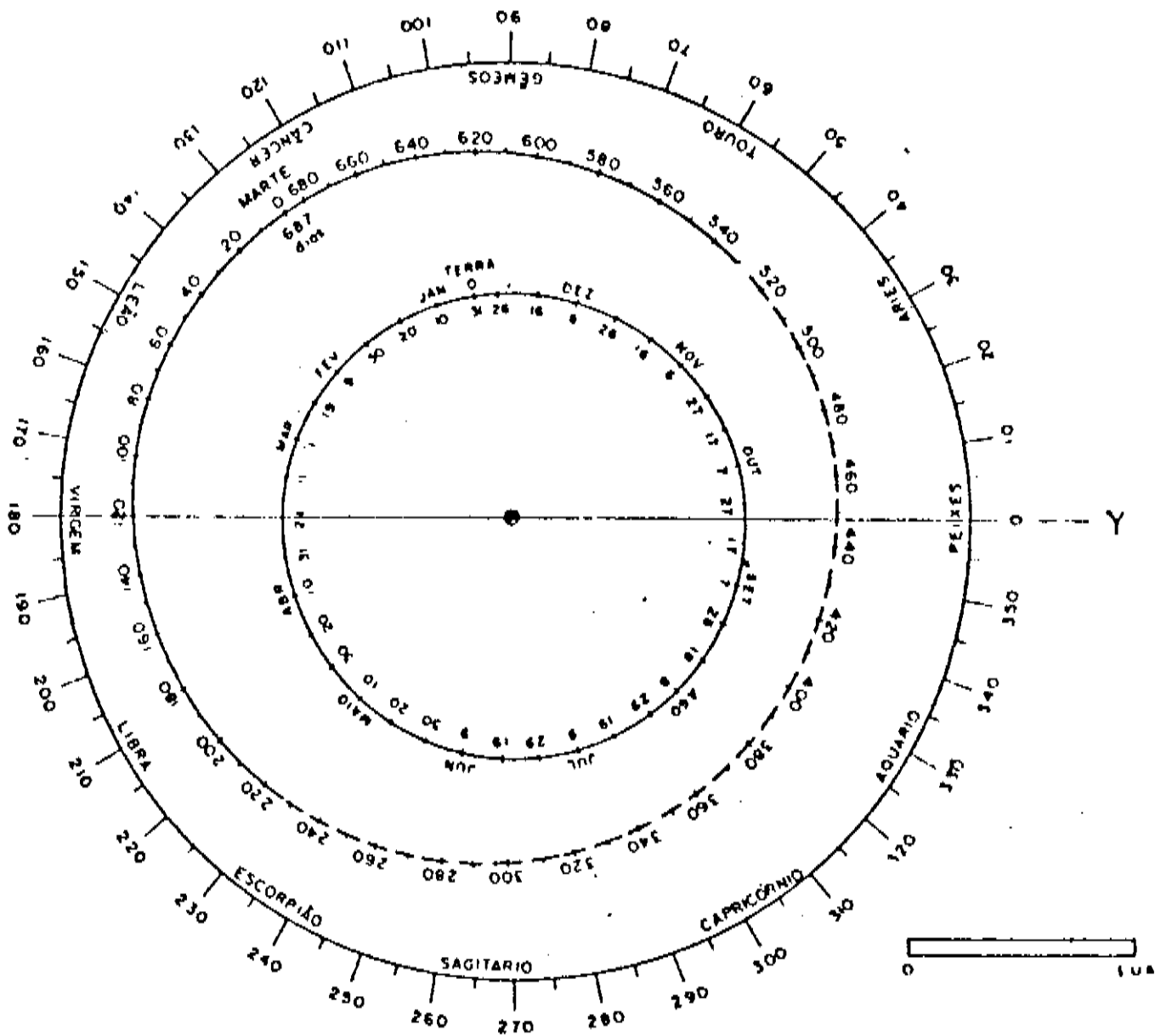


Figura 48.
Órbitas da Terra e de Marte pelo M.C.D.

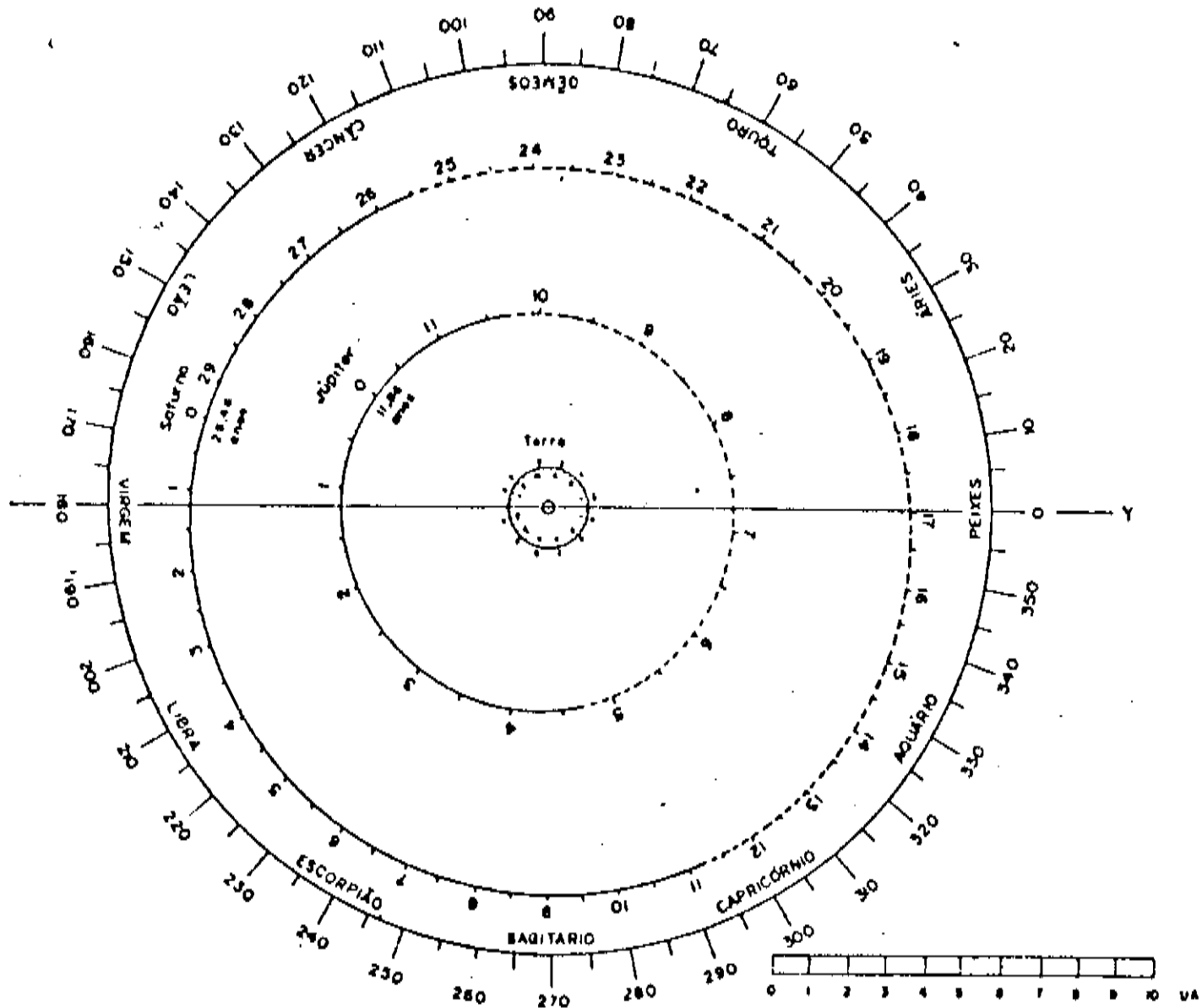


Figura 49.
Órbitas da Terra, Júpiter e Saturno pelo M.C.D.

VIII.2 — TRAÇADO DA TRAJETÓRIA APARENTE DE MERCÚRIO PARA O ANO DE 1985*

Uma vez desenhadas as órbitas de Mercúrio e da Terra, não é difícil obtermos o comportamento de Mercúrio nos céus terrestres.

Para obtermos este comportamento, devemos retornar novamente à época escolhida, 1980.0 (= 31/12/1979). Para traçarmos a trajetória aparente do planeta no ano de 1985, devemos calcular o número de dias que separam as datas, 31/12/1979 a 31/12/1984. Efetuando-se a soma total e lembrando que 1980 e 1984 foram anos bissextos (366 dias), temos um intervalo de 1827 dias desde a época.

Para o dia 01/01/1985 teríamos, transcorridos desde a época, $1827 + 1 \text{ dia} = 1828 \text{ dias}$.

Se dividirmos este número pelo período de revolução orbital de Mercúrio, $T_m = 88 \text{ dias}$, obteremos da divisão o valor 20, e um resto (da divisão!) igual a 68. Isto quer dizer que, desde 31/12/1979 até 01/01/1985, Mercúrio completou 20 revoluções ao redor do Sol, mais sessenta e oito dias em sua órbita.

Utilizando a figura 46, e com o auxílio de um esquadro, una o dia 01/01 na órbita da Terra com os 68 dias de revolução na órbita de Mercúrio. Esta união fornecerá no círculo mais externo (o das estrelas fixas) uma leitura em graus desde o ponto zero deste (onde a linha y o corta). Porém, esta leitura não tem significado algum, pois o círculo que circunda as órbitas planetárias, o círculo zodiacal, tem raio "infinito". Portanto, no infinitamente grande, todo sistema solar reduz-se a um ponto, que é o Sol.

Sendo assim, façamos escorregar o esquadro, com auxílio de outro, de tal forma que, tracemos uma paralela àquela posição anteriormente obtida, até encontrar o Sol. Agora, faça a leitura angular, que para este dia (01/01), fornece um valor em torno de 257 graus

* Não apresentamos os cálculos para 1986, pois quando estes foram realizados, ainda não estavam prontos os anuários astronômicos para este ano. Como necessitamos destes dados para fins de comparação, resolvemos adotar aqueles referentes ao ano de 1985.

(ver figura 50). É conveniente, para título de comparação com os valores fornecidos pela bibliografia, converter graus em horas; o que se faz mediante uma regra de três simples:

$$\begin{array}{rcl} 24 \text{ h} & \text{-----} & 360^\circ \\ 1 \text{ h} & \text{-----} & x \\ x & = & 15^\circ \end{array}$$

Se uma hora corresponde a 15 graus, 257 graus convertidos em horas equivalerão a 17,1 horas.

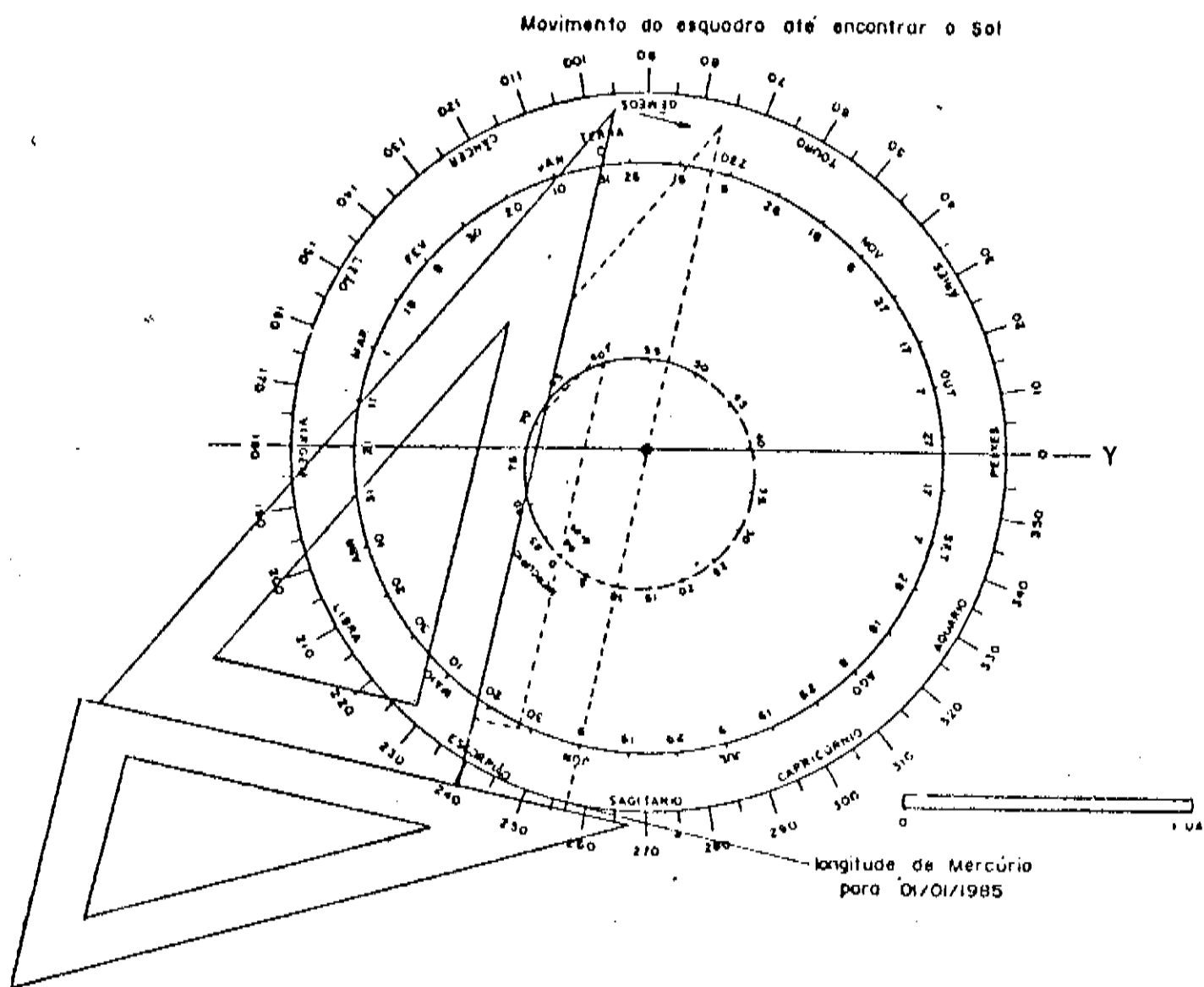


Figura 50.
Método para se encontrar a longitude eclíptica λ de Mercúrio.

Continue este procedimento para todos os dias marcados na órbita terrestre (intervalos de 10 dias). Anote o valor da divisão e do resto, e liste-os como na tabela 5.

Esta leitura que obtemos é a longitude eclíptica λ e que corresponde à distância angular desde o ponto γ (1.º ponto de Áries, ou,

onde ocorre o equinócio de outono no hemisfério sul) até a posição onde se encontra o planeta. Na figura 51, a longitude λ é a distância $V\gamma$ em horas (ou graus).

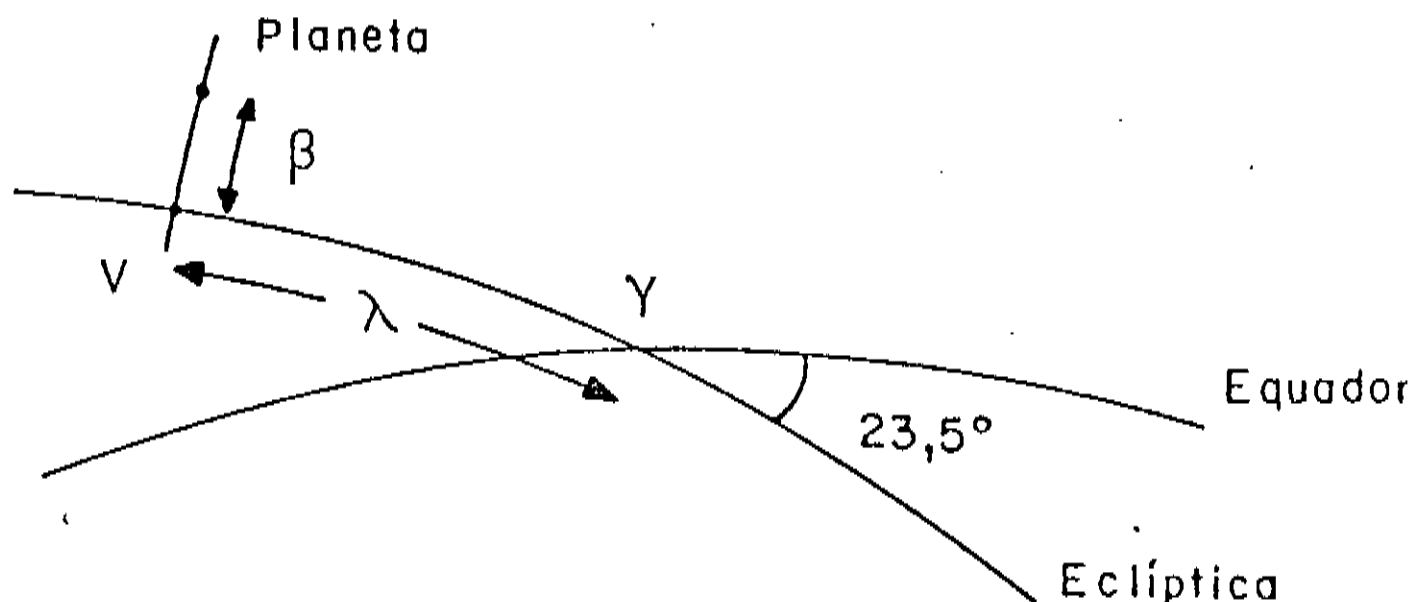


Figura 51.
Coordenadas Eclípticas.

Outra coordenada que nos interessa é a latitude eclíptica geocêntrica β , ou seja, como um corpo seria visto desde a Terra, contados a partir da eclíptica e cujo cálculo é apresentado no apêndice 5.

Se tomarmos a esfera celeste e sobre ela passarmos um cilindro, conseguiremos, após "desenrolá-lo", obter uma projeção cilíndrica da esfera dos céus, mostrando as várias "longitudes" eclíptica (ascensão reta) e as "latitudes" eclíptica (declinação) (ver figura 52).

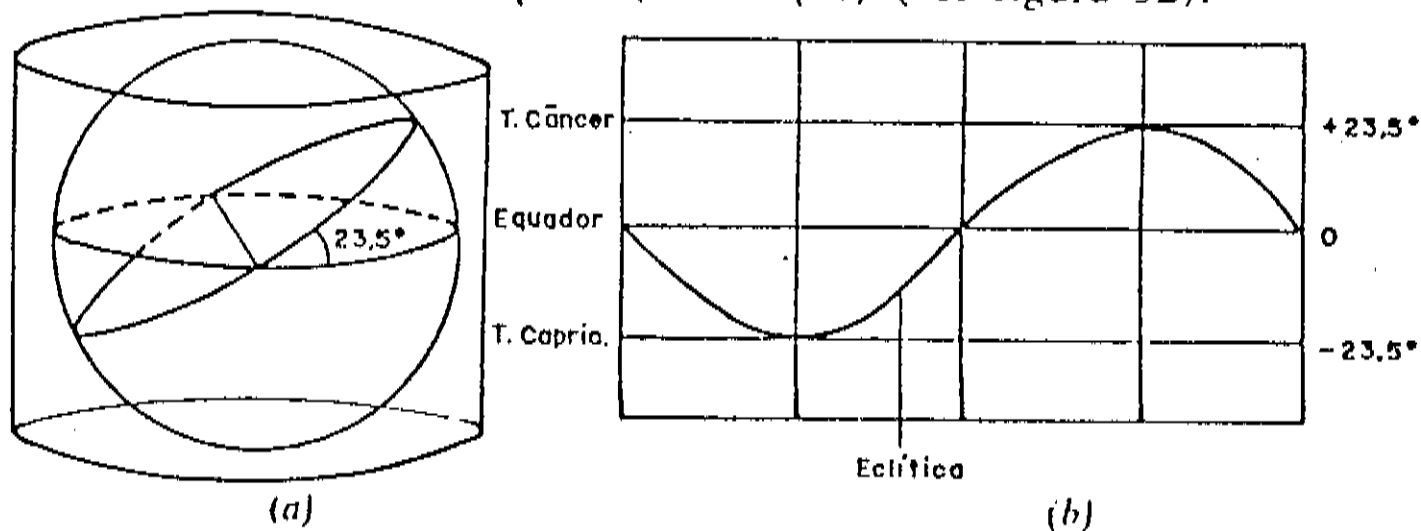


Figura 52.
Projeção Cilíndrica.

Os termos longitude e latitude encontram-se entre aspas, pois na verdade, a longitude eclíptica λ_{\odot} *, como o próprio nome diz, é uma coordenada medida sobre a eclíptica, enquanto a ascensão reta

* O símbolo \odot refere-se ao Sol. Assim, λ_{\odot} , por exemplo, corresponde à longitude eclíptica solar.

α_{\odot} , é a projeção do ponto onde o Sol se encontra no equador. A figura 53 mostra a diferença entre as duas coordenadas. Porém, como o método que estamos usando é aproximativo (notar que para as posições 0° , 90° , 180° e 270° $\lambda_{\odot} = \alpha_{\odot}$), consideraremos a longitude eclíptica aproximadamente igual à ascensão reta.

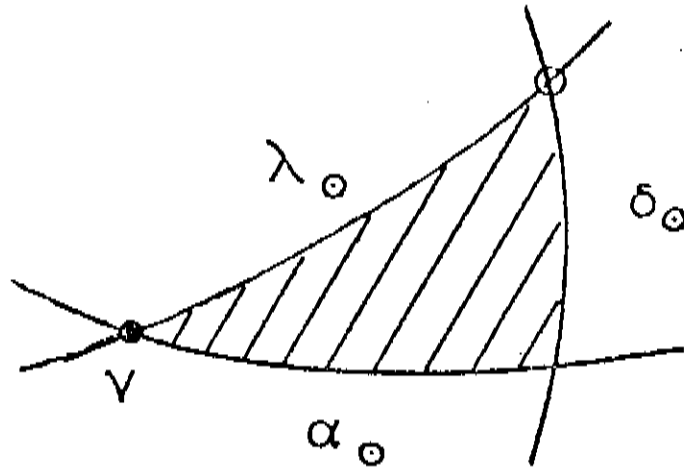


Figura 53.

Utilizamos esta "linguagem", para estabelecermos um paralelo entre a latitude a longitude terrestres.

A projeção cilíndrica da figura 52 b representa um gráfico ascensão reta (horizontal α) \times declinação (vertical δ), $\alpha \times \delta$. Nesta mesma figura é mostrada a posição da eclíptica, com os valores extremos para a ascensão reta solar α_{\odot} e a declinação solar δ_{\odot} . Estes valores extremos são as datas de solstícios e equinócios (ver figura 54).

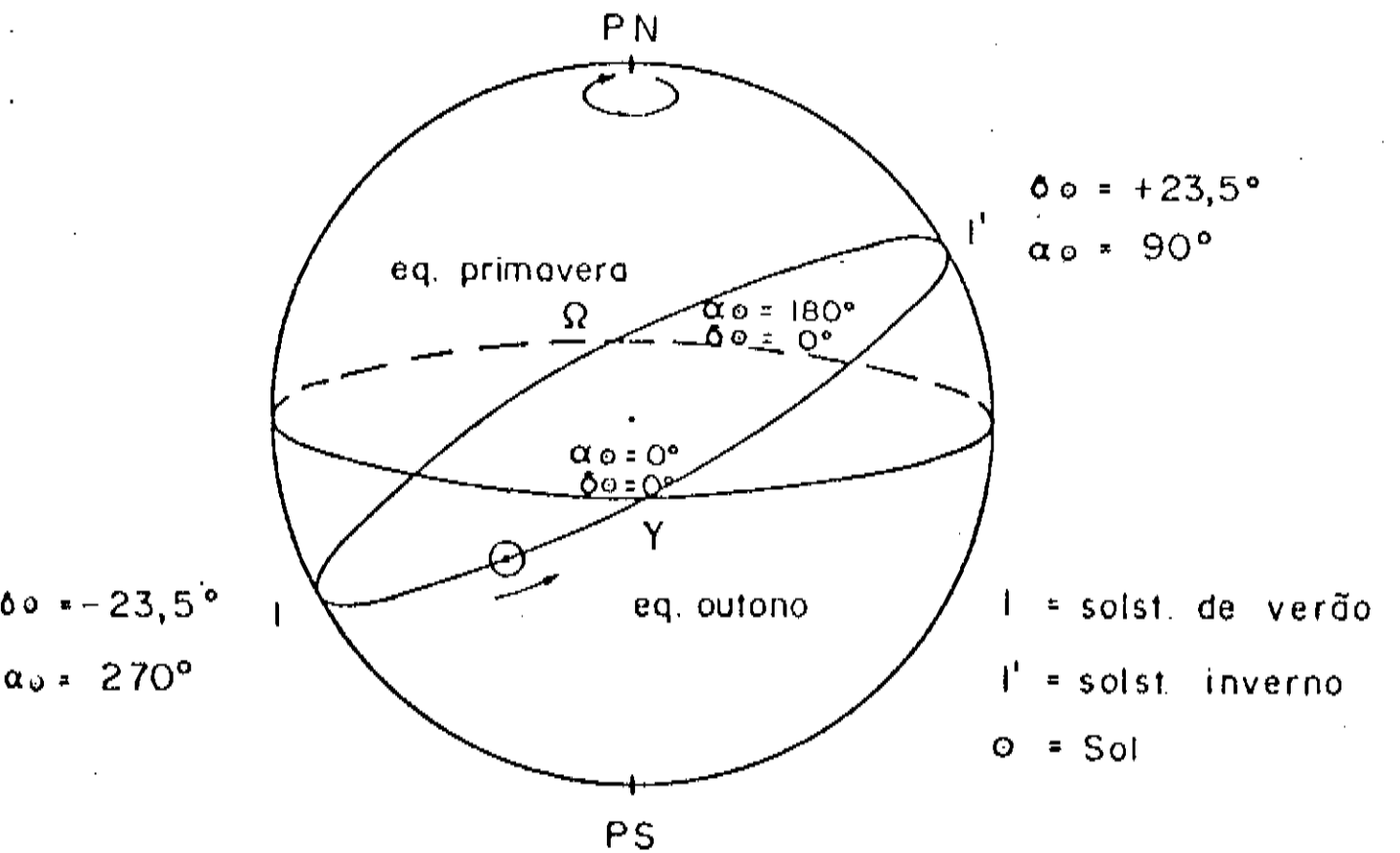


Figura 54.

A ascensão reta solar α_{\odot} é o arco medido desde γ , no equador até o meridiano onde o Sol se encontra (varia de 0 a 360 graus).

A declinação solar δ_{\odot} é o arco do meridiano do Sol ao equador celeste até à posição em que ele se encontra (varia de 0° a 90°).

Da figura 54, podemos montar a tabela abaixo (para o hemisfério sul):

Ponto da Eclíptica	δ_{\odot}	α_{\odot} (graus)	α_{\odot} (horas)
Eq. de outono	0°	0°	0
Solst. de inverno	$\delta_{\min} = + 23,5^{\circ}$	90°	6
Eq. de primavera	0°	180°	12
Solst. de verão	$\delta_{\max} = - 23,5^{\circ}$	270°	18

Poderíamos encontrar esta tabela de um modo mais fácil: intuitivamente. Já que conhecemos as constelações do zodíaco e que a declinação máxima do Sol ocorre nos solstícios a $+ 23,5^{\circ}$ ou $- 23,5^{\circ}$ do equador (trópico de Câncer e Capricórnio, respectivamente) e a mínima ($= 0$) nas datas de equinócio, então é possível desenhar a "linha" da eclíptica (trajetória aparente anual do Sol) num gráfico α em função de δ (veja uma forma mais correta de se determinar esta "linha" no apêndice 6). O que acabamos de falar é mostrado na figura 55.

Já temos condições de obter a latitude eclíptica.

O apêndice 5 demonstra um método aproximativo, que permite o cálculo da latitude eclíptica geocêntrica β , ou seja, a distância angular que separa o planeta do plano da eclíptica, como visto desde a Terra. A latitude eclíptica geocêntrica difere da heliocêntrica (como o planeta seria visto desde o Sol), devido à mudança de referencial. A latitude heliocêntrica α' varia de $- i < \alpha' < + i$.

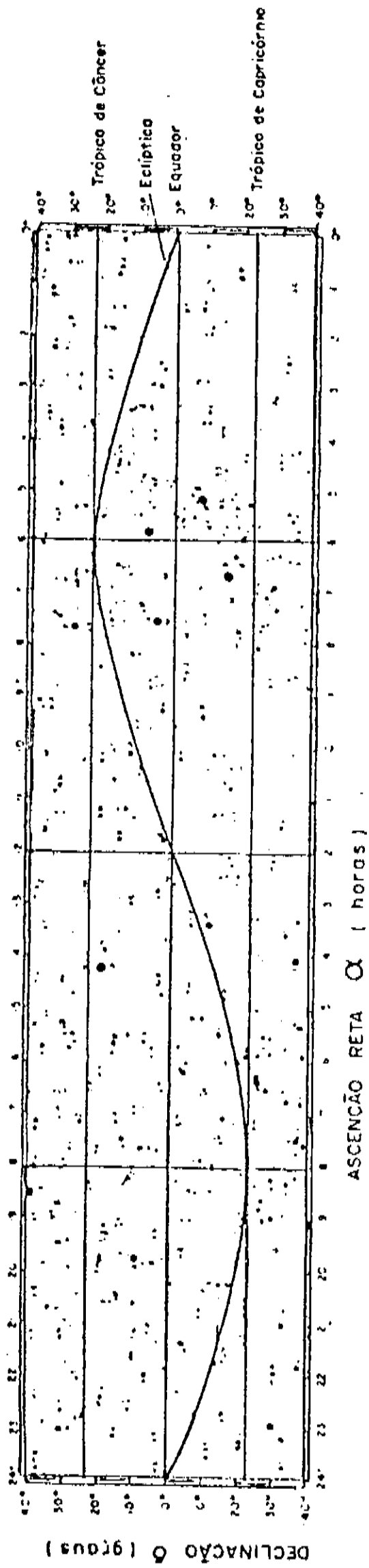


Figura 55.
Gráfico ascensão reta α em função da declinação δ

Pela equação (3) do referido apêndice, devemos ter em mãos vários dados, e entre eles, a distância que separa a Terra de Mercúrio, DTP, a longitude do planeta λ e a distância que separa Mercúrio do Sol, DPS.

Todos estes dados são tirados da figura 46 e suas leituras são imediatas. A longitude de Mercúrio para o dia 01/01/1985, por exemplo, quando o planeta encontra-se em sua posição 68, é de 159° , que equivale à distância angular desde a linha equinocial γ até à posição do planeta na referida data (posição 68 para 01/01/1985).

Depois de preencher toda a tabela 5, só nos resta localizar os 37 pontos obtidos, e isto se faz de maneira muito fácil: localize o valor da ascensão reta (na horizontal) e neste ponto, conforme o sinal da latitude, suba (+) ou desça (—) este valor, em graus, em relação a "linha" da eclíptica. Marque no gráfico todos os pontos, enumerando cada um deles logo após sua marcação.

Terminado este procedimento, una todos os pontos obtidos. Da tabela 5, do desenho das órbitas e agora mais claramente, do gráfico obtido, notamos os curiosos laços retrógrados, descritos por Mercúrio no ano de 1985. A figura 56 mostra o gráfico terminado, e a figura 57 é fornecida pelos anuários astronômicos (ver referências 1, 2, 3 e 6).

Percebe-se a semelhança de ambas as figuras, comprovando portanto, que o método que adotamos aqui, dentro de excentricidades pequenas, está dentro de uma aproximação bastante razoável.

Assim, da mesma forma como construímos este exemplo, poderíamos estender os cálculos que aqui foram feitos, para todos os demais planetas. As figuras 58, 60, 62 e 64 mostram a trajetória aparente dos demais planetas para o ano de 1985, obtidas a partir das figuras 47, 48 e 49, com o método das circunferências descentradas, e as figuras 59, 61, 63 e 65 são os gráficos fornecidos pelos anuários astronômicos para as trajetórias aparentes de Vênus, Marte, Júpiter e Saturno para o ano de 1985.

N.º	Dias para o ano 1985 (Data)	Número de dias desde a época (31/12/1979) até as datas em 1985 N.º	Divisão (N.º/Período de revolução) = voltas ao redor do Sol	Resto da Divisão (dias)	Longitude (graus) m e c	Longitude (horas) m e c	Distância Terra - Planeta DTP (cm)	Distância Planeta - Sol - DPS (cm)	Longitude do Planeta na data λ (graus)	Latitude β (graus)
1	01/01	1828	20	68	257	17,1	7,1	3,2	159	+2,9
2	10/01	1837	20	77	265	17,7	8,7	3,6	199	+1,4
3	20/01	1847	20	87	277	18,5	10,0	3,9	226	+0,3
4	30/01	1857	21	09	292	19,5	11,0	4,0	255	-1,2
5	09/02	1867	21	19	308	20,5	11,6	3,9	283	-1,9
6	19/02	1877	21	29	326	21,7	11,8	3,7	316	-2,2
7	01/03	1887	21	39	345	23,0	11,3	3,1	359	-1,5
8	11/03	1897	21	49	04	0,3	9,9	2,7	49	0,0
9	21/03	1907	21	59	18	1,2	7,7	2,8	112	+2,3
10	31/03	1917	21	69	23	1,5	5,7	3,3	164	+3,6
11	10/04	1927	21	79	17	1,1	4,8	3,7	202	+2,4
12	20/04	1937	22	01	12	0,8	5,1	3,9	233	-0,5
13	30/04	1947	22	11	13	0,9	6,1	4,0	261	-2,5
14	10/05	1957	22	21	22	1,5	7,4	3,9	290	-3,3
15	20/05	1967	22	31	35	2,3	8,9	3,6	324	-2,8
16	30/05	1977	22	41	53	3,5	10,2	3,1	08	-1,4
17	09/06	1987	22	51	74	4,9	11,1	2,7	61	+0,4
18	19/06	1997	22	61	95	6,3	11,0	2,7	122	+1,7
19	29/06	2007	22	71	115	7,7	9,9	3,3	171	+2,0
20	09/07	2017	22	81	131	8,7	8,5	3,7	207	+1,1
21	19/07	2027	23	03	142	9,5	7,1	4,0	237	-0,6
22	29/07	2037	23	13	149	9,9	6,0	4,0	265	-2,8
23	08/08	2047	23	23	147	9,8	5,1	3,9	294	-4,9
24	18/08	2057	23	33	139	9,3	5,2	3,5	331	-4,6
25	28/08	2067	23	43	136	9,1	6,7	3,0	15	-1,7
26	07/09	2077	23	53	146	9,7	9,1	2,7	77	+1,0
27	17/09	2087	23	63	163	10,9	10,9	2,9	134	+1,9
28	27/09	2097	23	73	182	12,1	11,8	3,4	181	+1,5
29	07/10	2107	23	83	199	13,3	11,9	3,8	215	+0,5
30	17/10	2117	24	05	216	14,4	11,5	4,0	244	-0,7
31	27/10	2127	24	15	231	15,4	10,8	4,0	271	-1,8
32	06/11	2137	24	25	245	16,3	9,7	3,8	302	-2,6
33	16/11	2147	24	35	256	17,1	8,0	3,4	338	-2,8
34	26/11	2157	24	45	257	17,1	6,1	2,9	27	-1,2
35	06/12	2167	24	55	246	16,4	5,7	2,7	87	+2,1
36	16/12	2177	24	65	242	16,1	7,2	3,0	145	+2,9
37	26/12	2187	24	75	250	16,7	9,1	3,5	188	+1,7

Tabela 5.

Valores obtidos para o traçado da trajetória aparente de Mercúrio

Época = 31/12/1979 = 1980.0

1 UA = 8,3 cm

Total de dias até 31/12/1984 = 1827 dias

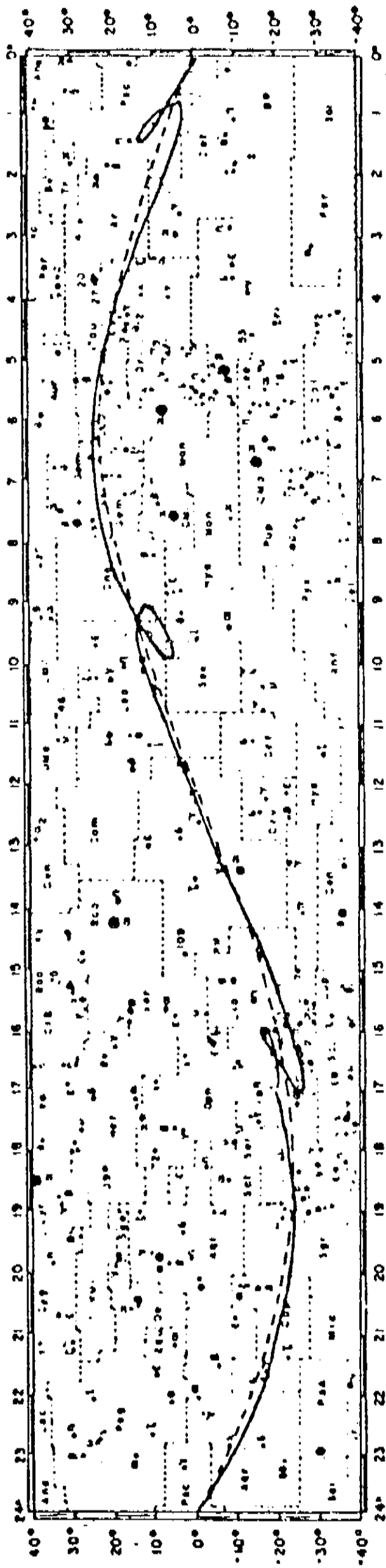


Figura 56.
*Trajetória aparente do planeta Mercúrio para o ano de 1985,
 calculada pelo M.C.D.*

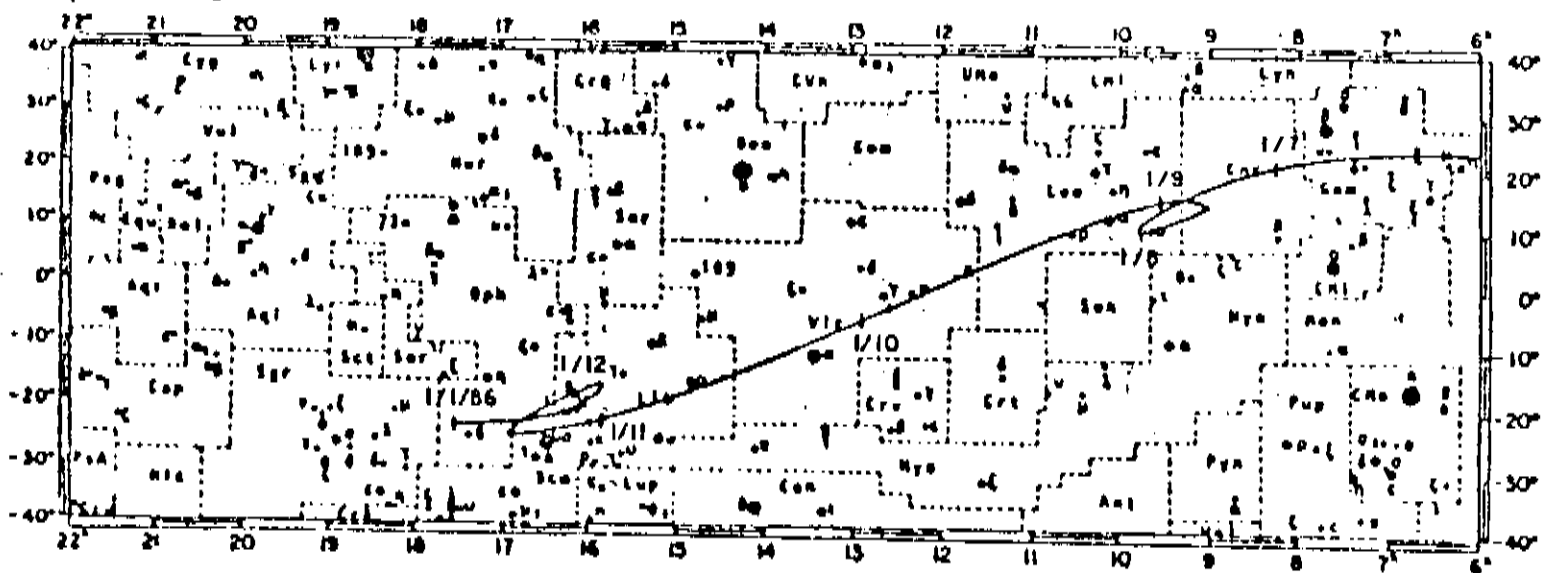
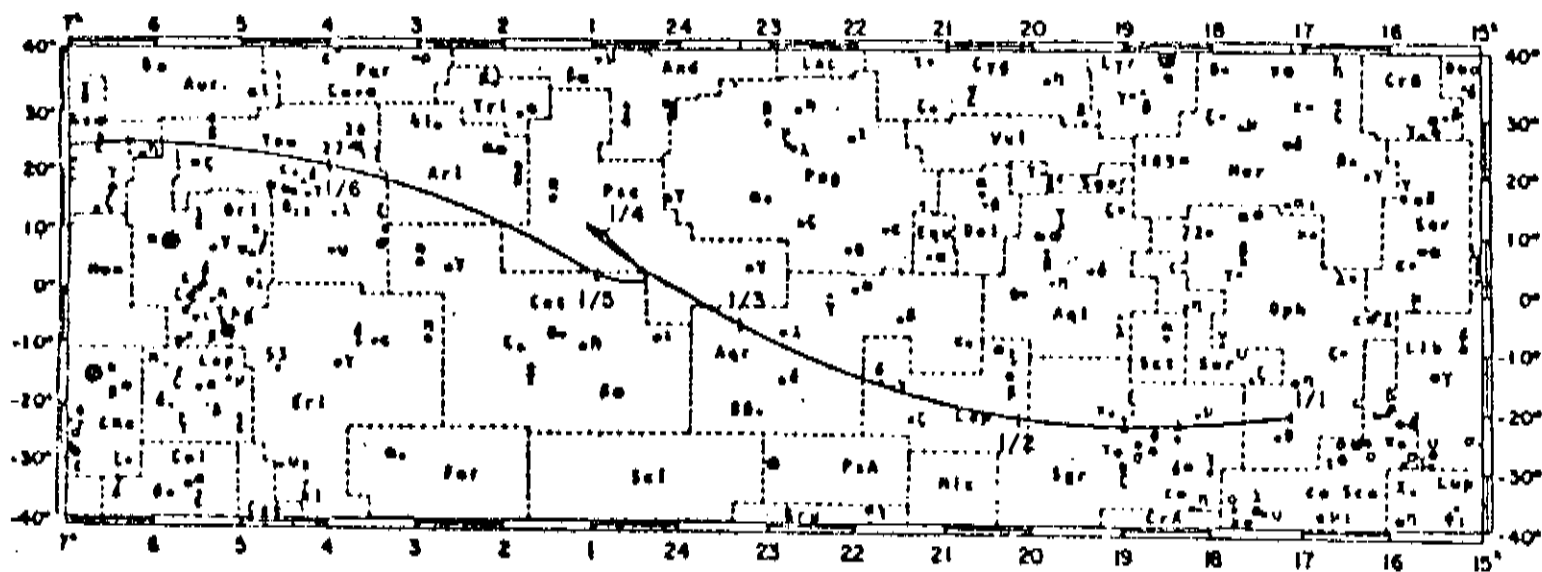


Figura 57.
Trajétória aparente de Mercúrio - 1985 (Anuário Astronômico)

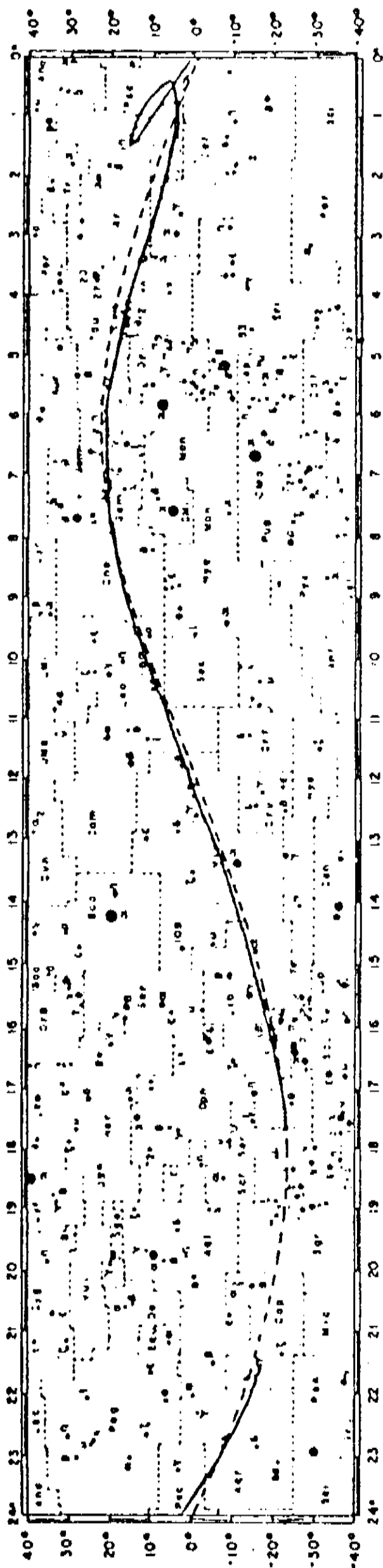


Figura 58.
*Trajetória aparente do planeta Vênus para o ano de 1985,
 calculada pelo M.C.D.*

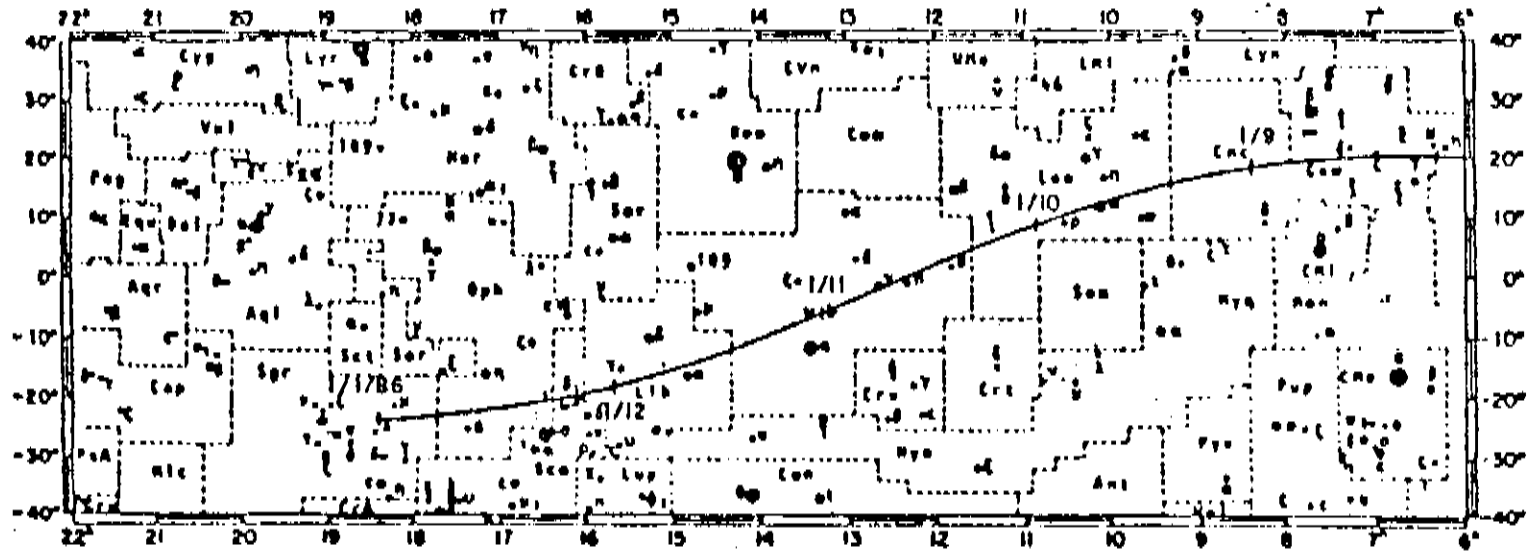
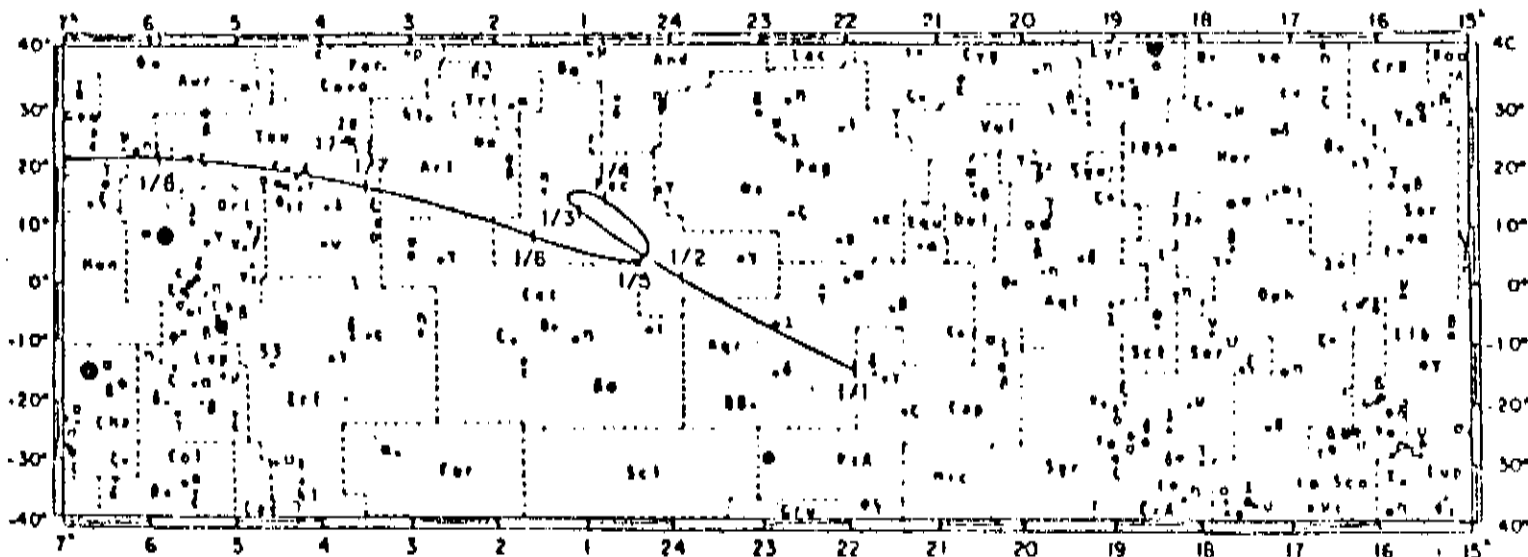


Figura 59.
Trajtória aparente de Vênus - 1985 (Anuário Astronômico)

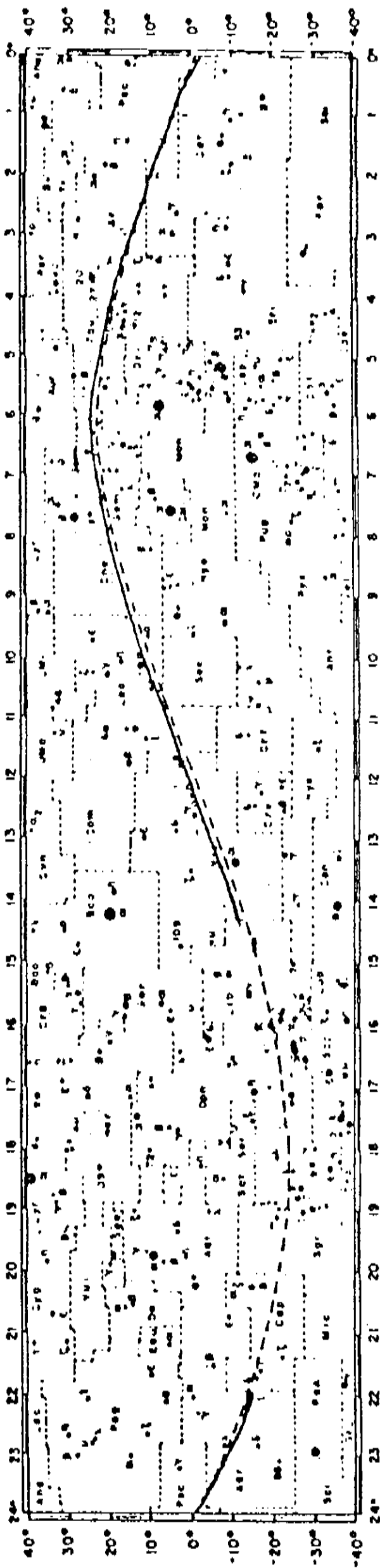


Figura 60.
 Trajetória aparente do planeta Marte para o ano de 1985,
 calculada pelo M.C.D.

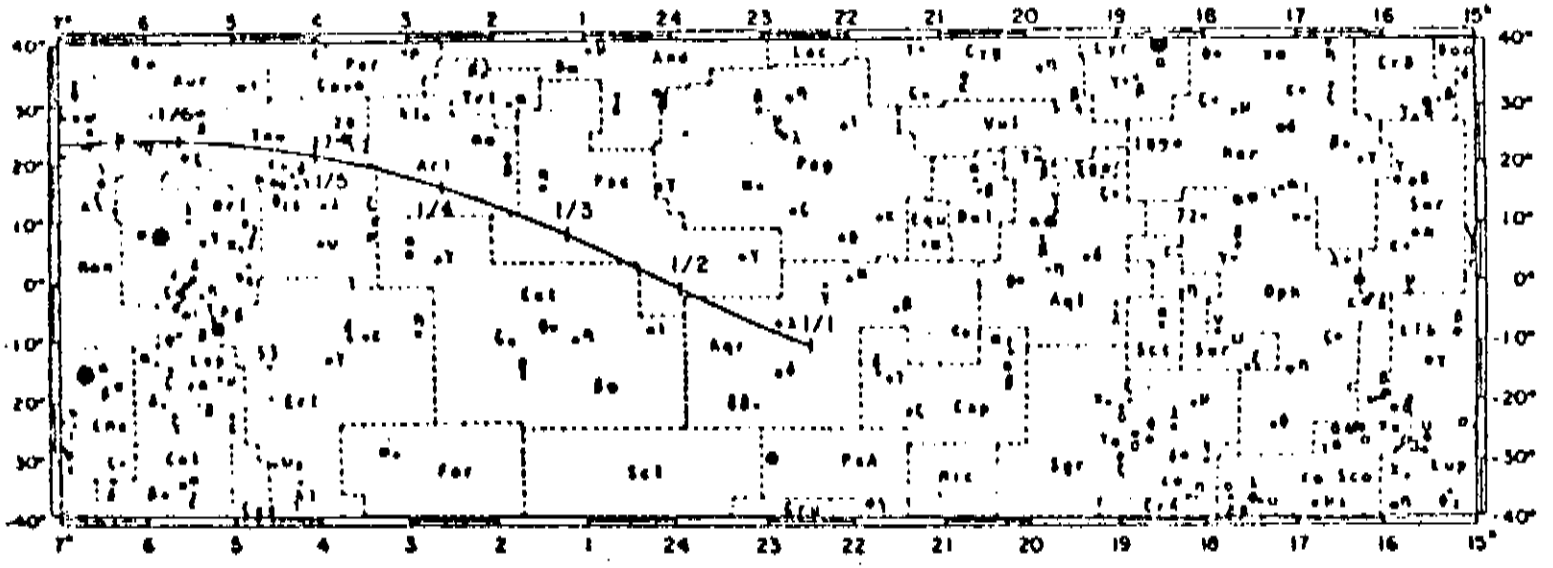
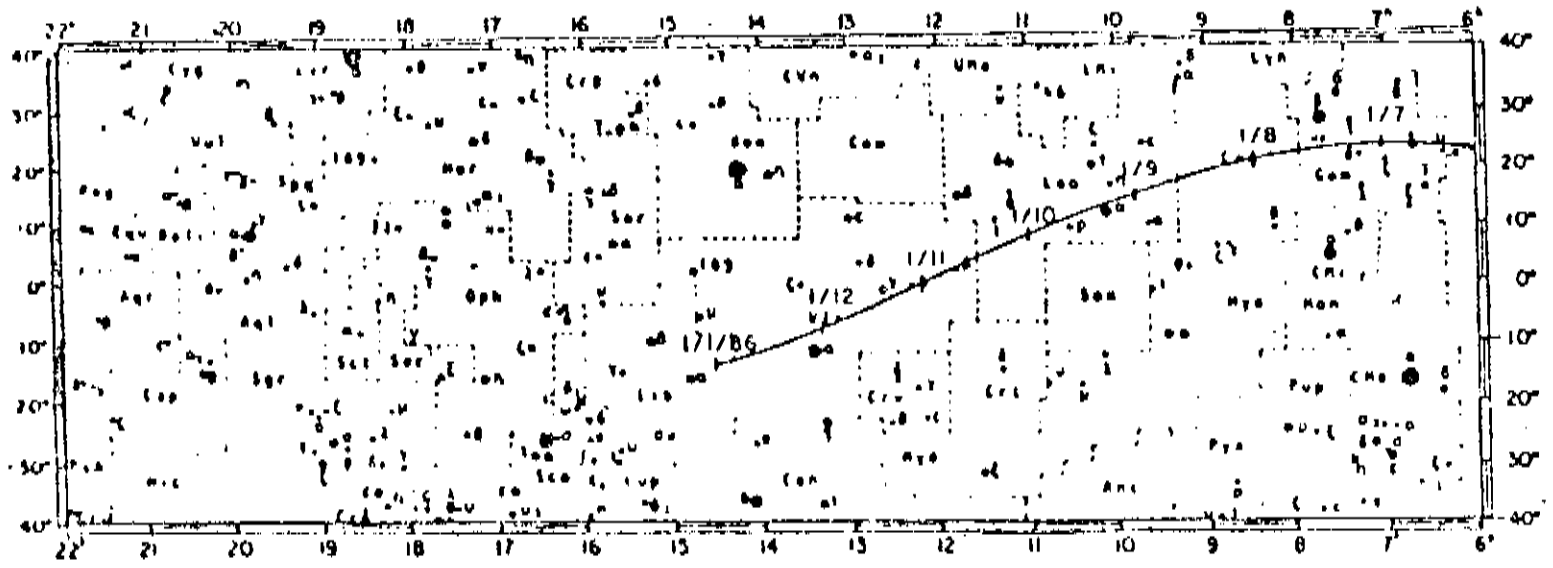


Figura 61.
Tranetória aparente de Marte - 1985 (Anuário Astronômico)

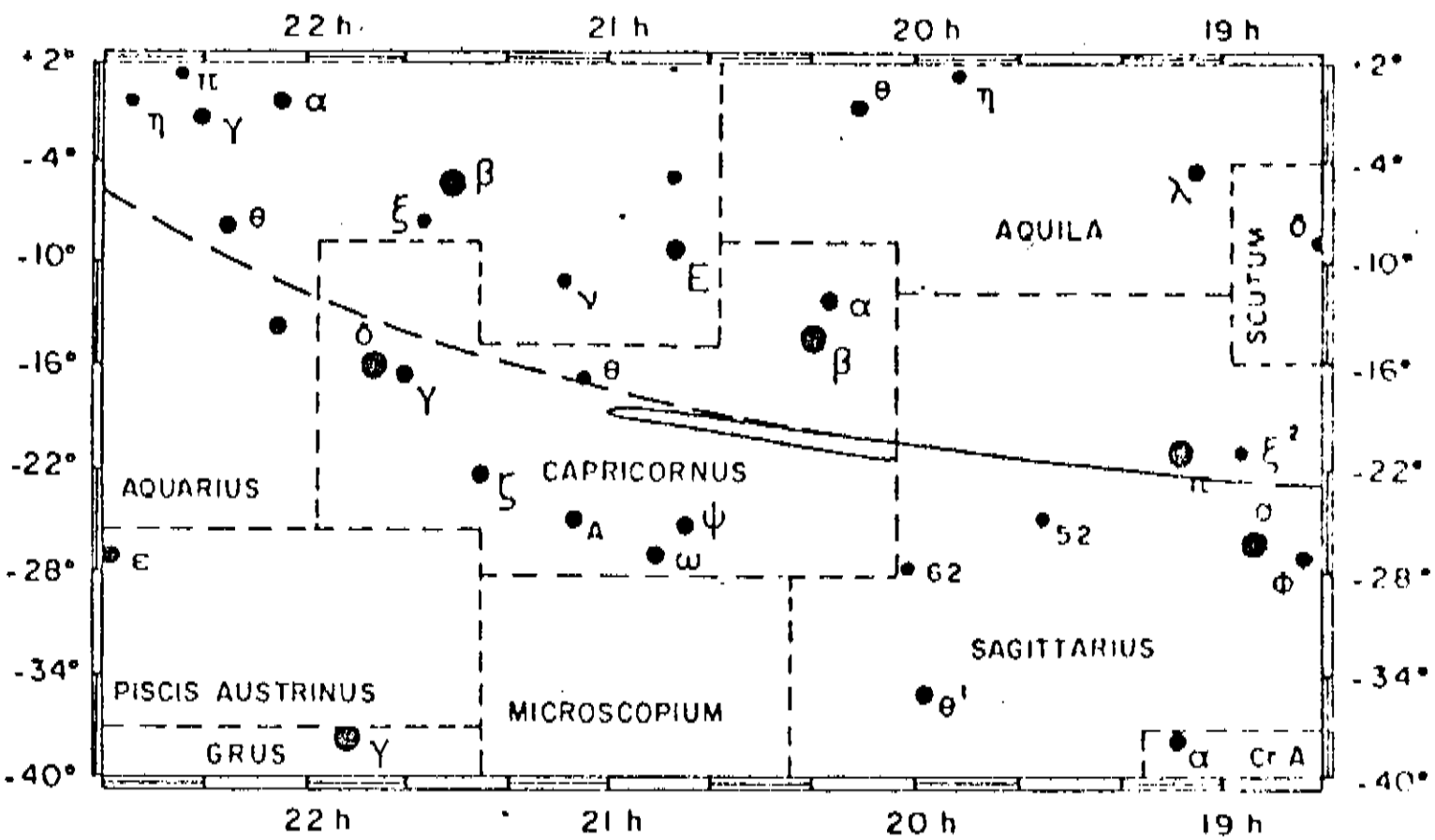


Figura 62.
 Trajetória aparente do planeta Júpiter para o ano de 1985,
 calculada pelo M.C.D.

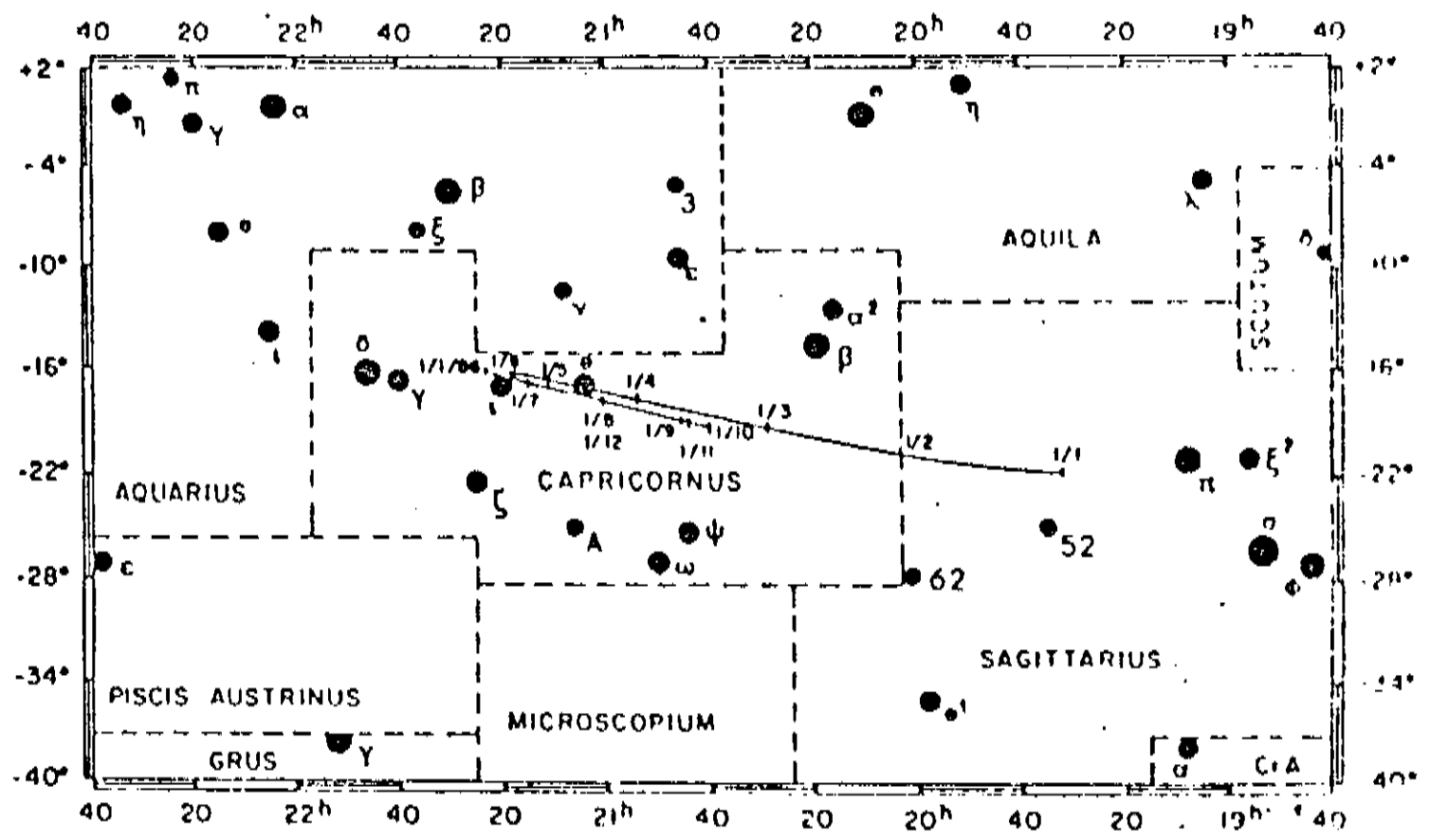


Figura 63.
 Trajetória aparente de Júpiter - 1985 (Anuário Astronômico)

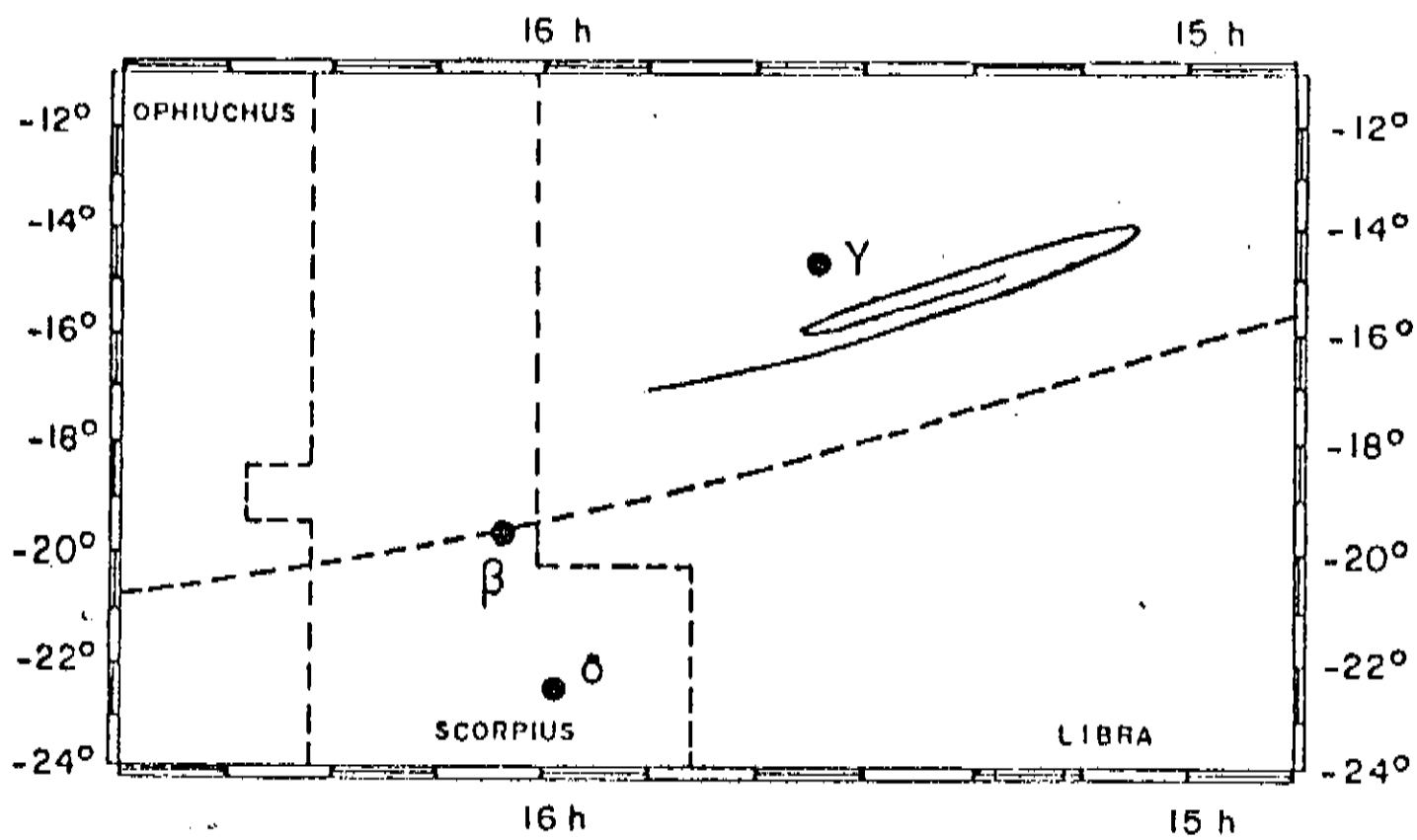


Figura 64.
 Trajetória aparente do planeta Saturno para o ano de 1985,
 calculada pelo M.C.D.

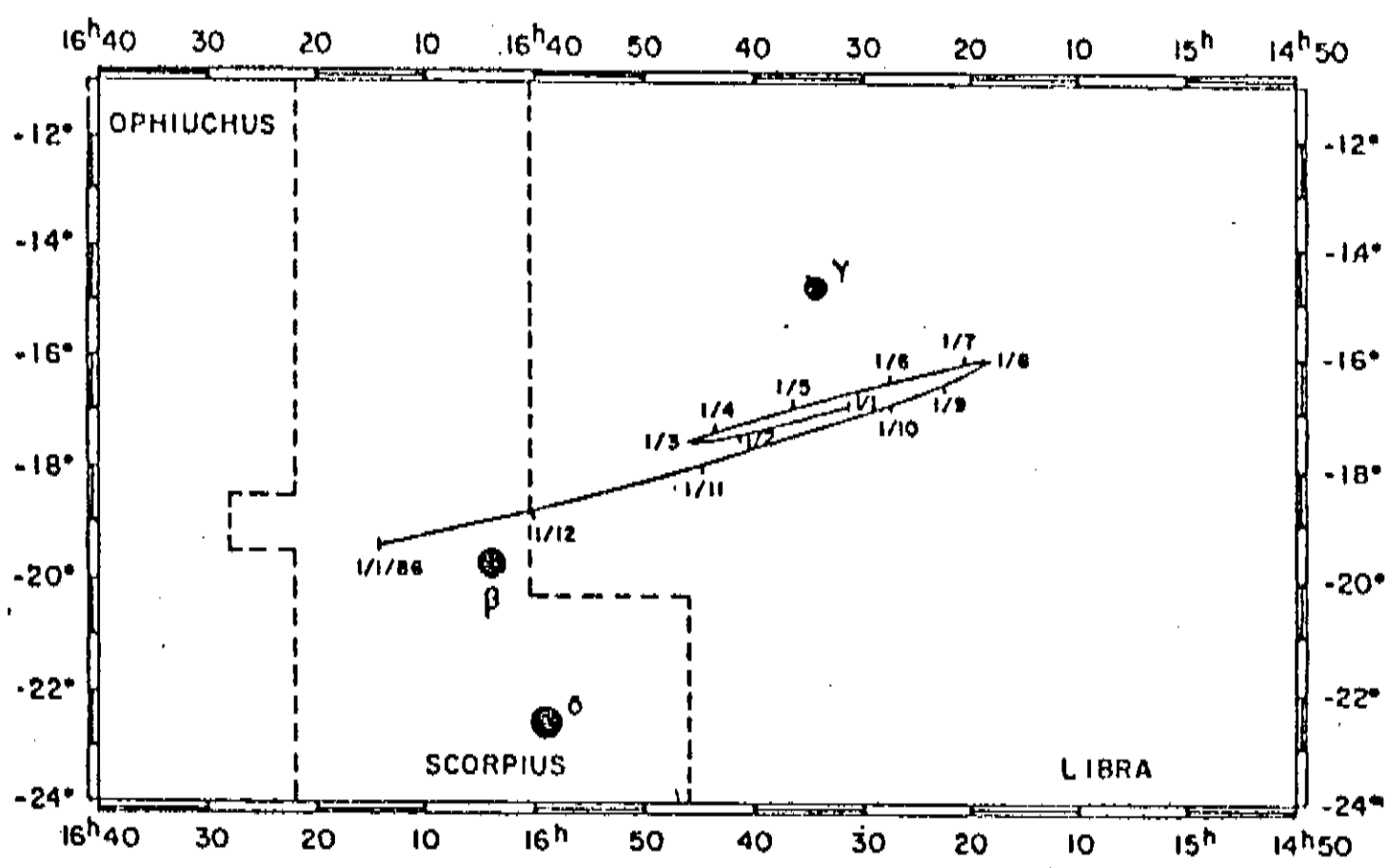


Figura 65.
 Trajetória aparente de Saturno - 1985. (Anuário Astronômico)

Algumas aproximações feitas até aqui podem parecer grosseiras, mas os resultados obtidos são a melhor justificativa da sua validade.

Com este método, podemos mudar a origem de nosso sistema de coordenadas para qualquer um dos planetas. Assim, de forma análoga ao exemplo Terra-Mercúrio, poderíamos sugerir como um hipotético habitante de Saturno, por exemplo, observaria o movimento aparente da Terra no céu de seu planeta.

Apresentado o método e antes de fazermos a conclusão que podemos tirar dele (Capítulo X — “Conclusão”), vamos calcular a órbita e a trajetória aparente do “maior astro” do sistema solar. Com vocês, senhoras e senhores, Mr. Halley no próximo capítulo.

IX — CÁLCULO DA ÓRBITA DO COMETA HALLEY UTILIZANDO O MÉTODO DOS "TRIÂNGULOS NA ELIPSE"

Como estamos vivendo um momento único, que marca toda uma geração: a aparição de um grande cometa, não poderíamos deixar de omitir aqui, um capítulo especial para estes estranhos companheiros que revolucionam ao redor do Sol numa órbita bastante excêntrica.

Um cometa é um corpo constituído de gases congelados (por exemplo, amônia, metano, dióxido de carbono e água), moléculas neutras misturadas com uma poeira muito fina. É algo assim como uma "bola de neve suja".

Os cometas apresentam, como já dissemos, órbitas bastante excêntricas, e em sua maioria com inclinações muito acentuadas, não estando assim, contidos (ou próximos, como o caso dos planetas; exceto Plutão) no plano da eclíptica.

No seu ponto mais distante do Sol (afélio), os cometas deslocam-se muito lentamente (lembrem-se da segunda lei de Kepler), percorrendo poucos quilômetros por segundo. No periélio, o cometa Halley deverá atingir uma velocidade de aproximadamente 54,5 Km/s.

A origem dos cometas ainda é desconhecida, mas há uma teoria, de autoria do holandês Jan Oort, que estabelece que há 150.000 UA, existe uma nuvem cometária, constituída por bilhões desses objetos, que remontam talvez à época da formação do sistema solar.

Os cometas contidos neste imenso reservatório seriam expulsos para o espaço cósmico quando atraídos por alguma estrela próxima. Isto pode ter ocorrido com o Cometa Halley, capturado pela atração gravitacional do Sol, entrando em órbita no nosso sistema.

O Cometa Halley foi o primeiro cometa a ter sua periodicidade reconhecida e embora não seja o maior deles, possui um brilho excepcional, além de possuir elementos orbitais bastante definidos, que permitem que sejam feitas previsões de seus retornos com grande precisão e antecedência.

É por isso que a vinda do cometa Halley despertou tanto interesse, haja visto as várias naves espaciais que foram lançadas para interceptá-lo e estudá-lo em detalhes, para que nos conte um pouco mais sobre a origem do sistema solar.

Ao aproximar-se do Sol (cerca de 2 UA), o núcleo cometário em contato com a radiação e o vento solar começa a sublimar sua massa líquida congelada (sublimação é o processo físico em que um corpo congelado passa para o estado gasoso sem se liquefazer), desenvolvendo uma nuvem de aspecto difuso ao redor deste núcleo. Esta parte do cometa é conhecida por *coma*, *cabeça* ou *cabeleira*.

Ao se aproximar ainda mais do Sol (cerca de 1 UA), começa a aparecer o detalhe mais curioso e que mais chama atenção, a cauda. Esta, pode atingir milhões de quilômetros. A do Halley já chegou a atingir 110.000.000 Km (quase 1 UA).

A figura 66 ilustra as partes de um cometa.

Um detalhe interessante é que as caudas dos cometas estão sempre voltadas para o lado oposto ao Sol (figura 67).

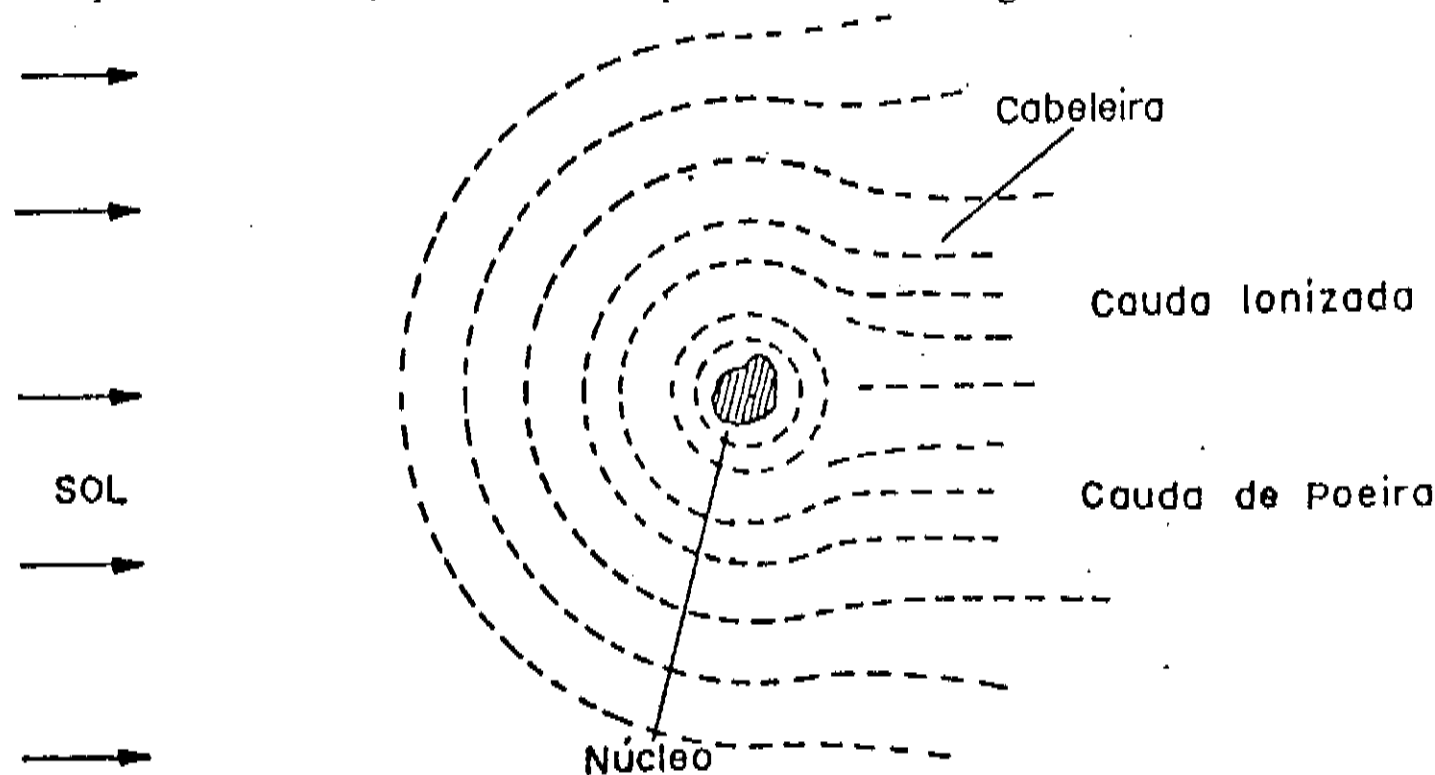


Figura 66.
Partes de um cometa.

Vamos agora tentar como Edmund Halley (astrônomo que descobriu a periodicidade do cometa que leva seu nome e predisse, acertadamente, sua aparição para o ano de 1758), predizer a órbita do Halley, apontando em que posição ele aparecerá nos céus da Terra e quando.

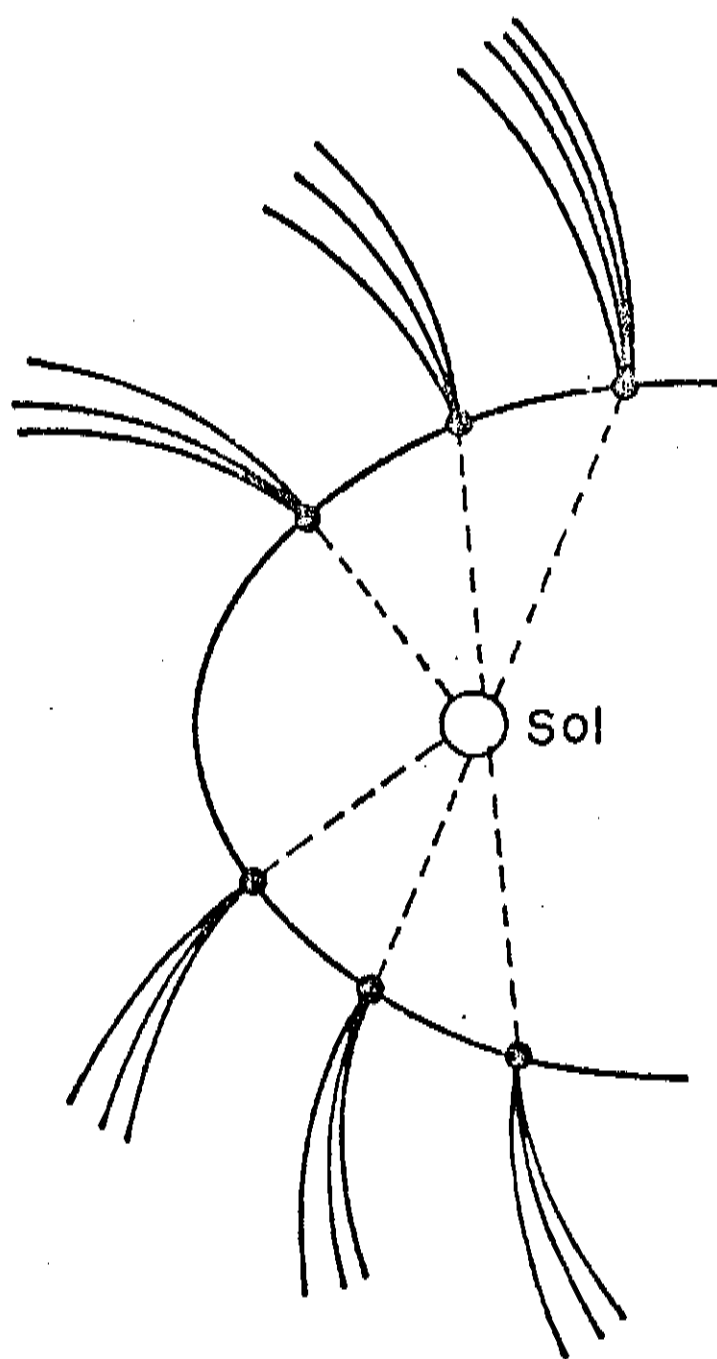


Figura 67.
Posições da cauda cometária.

Só que antes de efetuarmos estes cálculos, vamos discutir como, obedecendo a lei das áreas, obter áreas iguais numa órbita elíptica (com uma excentricidade bastante grande).

O método utilizado até aqui se baseou na característica das órbitas planetárias apresentarem uma excentricidade ϵ muito pequena (ver tabela 3); desta forma, as aproximações desenvolvidas nos apêndices 2, 3 e 4 não são mais válidas quando tratamos de órbitas de cometas, por estes apresentarem excentricidades próximas da unidade ($\epsilon \cong 1$).

O método que desenvolvemos aqui para órbitas cometárias consiste no seguinte:

Construa um triângulo Δ_1 numa elipse, partindo do foco principal (posição ocupada pelo Sol). Ache a altura deste triângulo h_1 , conforme o mostrado na figura 68.

Estenda o comprimento h_1 , mantendo o ângulo reto, perpendicular ao cateto deste triângulo. Com a ajuda de dois esquadros, escoregue um deles até encontrar uma parte (um ponto!) da elipse que forneça o mesmo comprimento da altura h_1 . Marcado este ponto, passe uma reta por ele, encontrando o Sol. Assim, obtemos um segundo triângulo Δ_2 , de mesma área que o primeiro Δ_1 , utilizando como base comum, o cateto do triângulo anterior. A figura 69 ilustra este processo e a figura 70 mostra o método aplicado em sua totalidade numa órbita de excentricidade bastante acentuada.

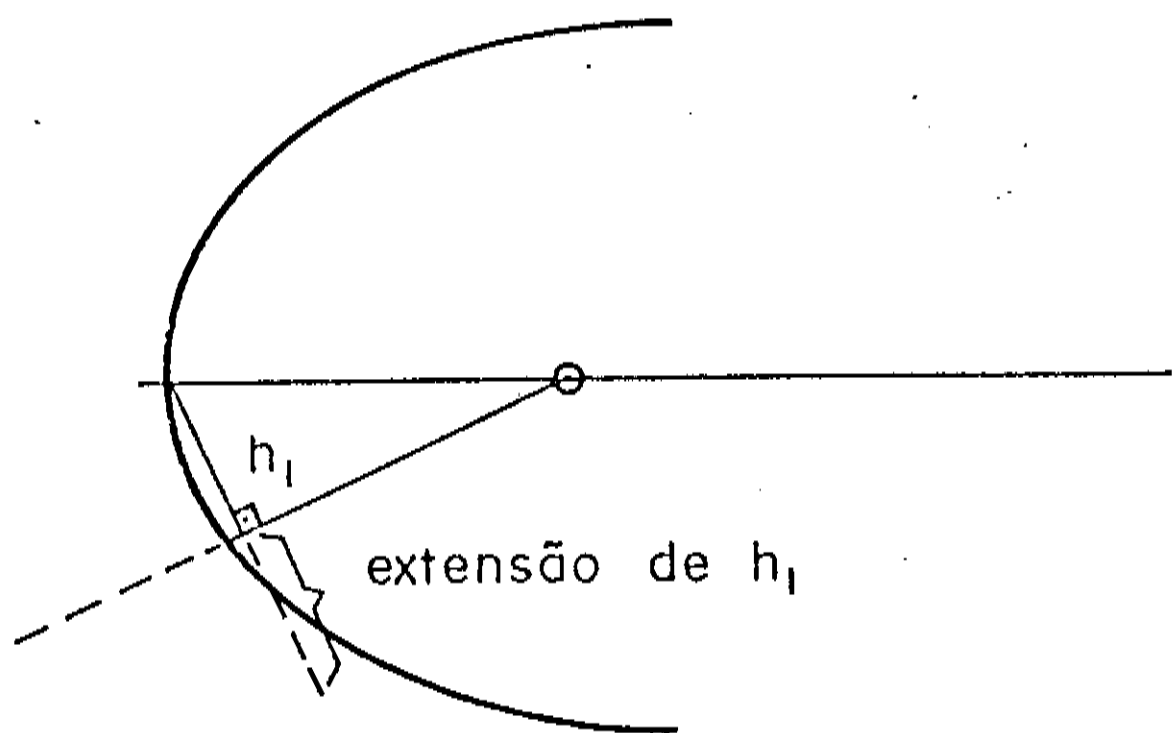
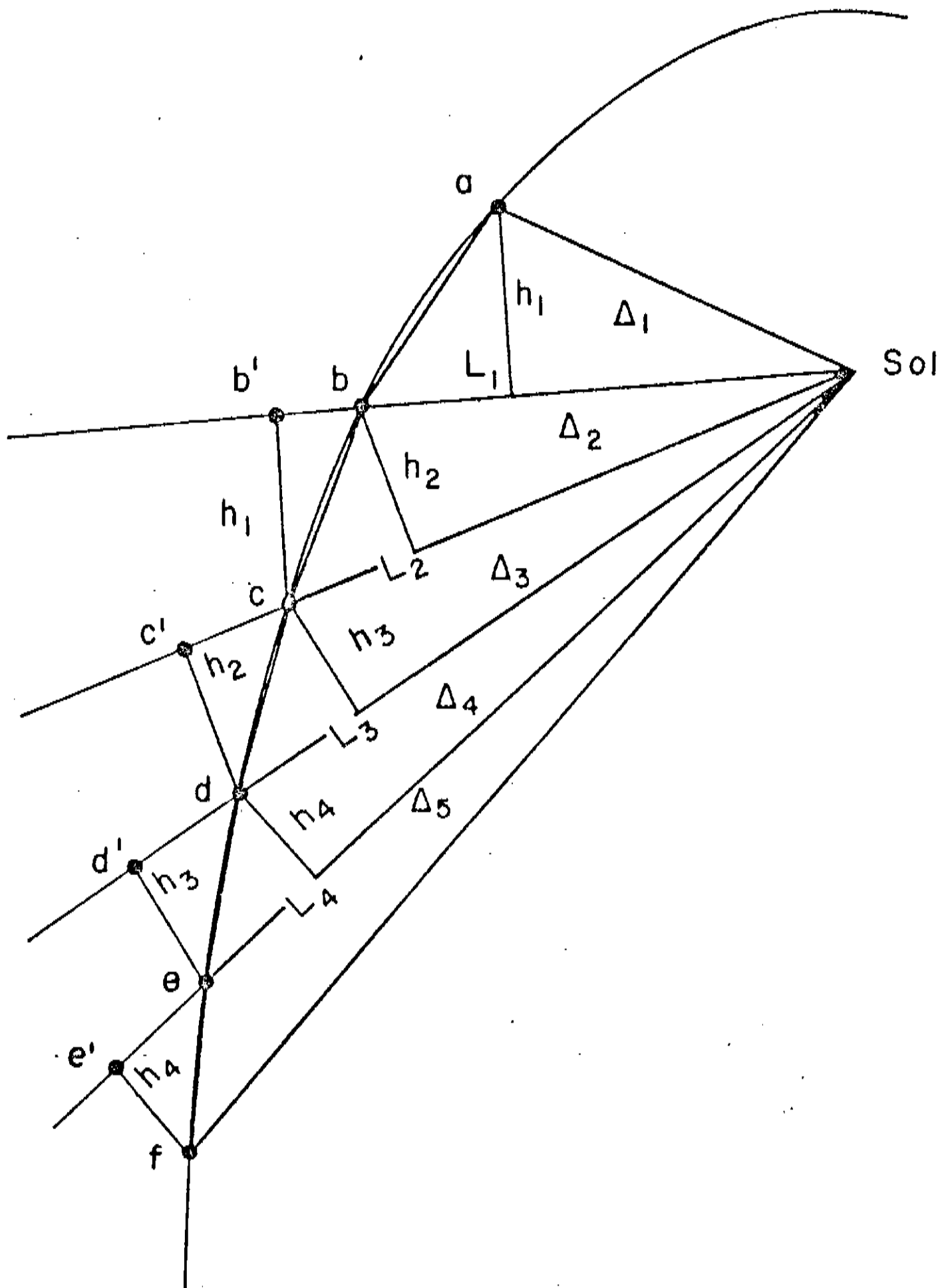


Figura 68.
Método dos "Triângulos na Elipse"



Área $\Delta_1 =$ Área Δ_2 por terem igual base (L_1) e altura (h_1)
 Área $\Delta_2 =$ Área Δ_3 por terem igual base (L_2) e altura (h_2)
 Área $\Delta_3 =$ Área Δ_4 por terem igual base (L_3) e altura (h_3)
 Área $\Delta_4 =$ Área Δ_5 por terem igual base (L_4) e altura (h_4)

Figura 69.
 Método dos "Triângulos na Elipse"

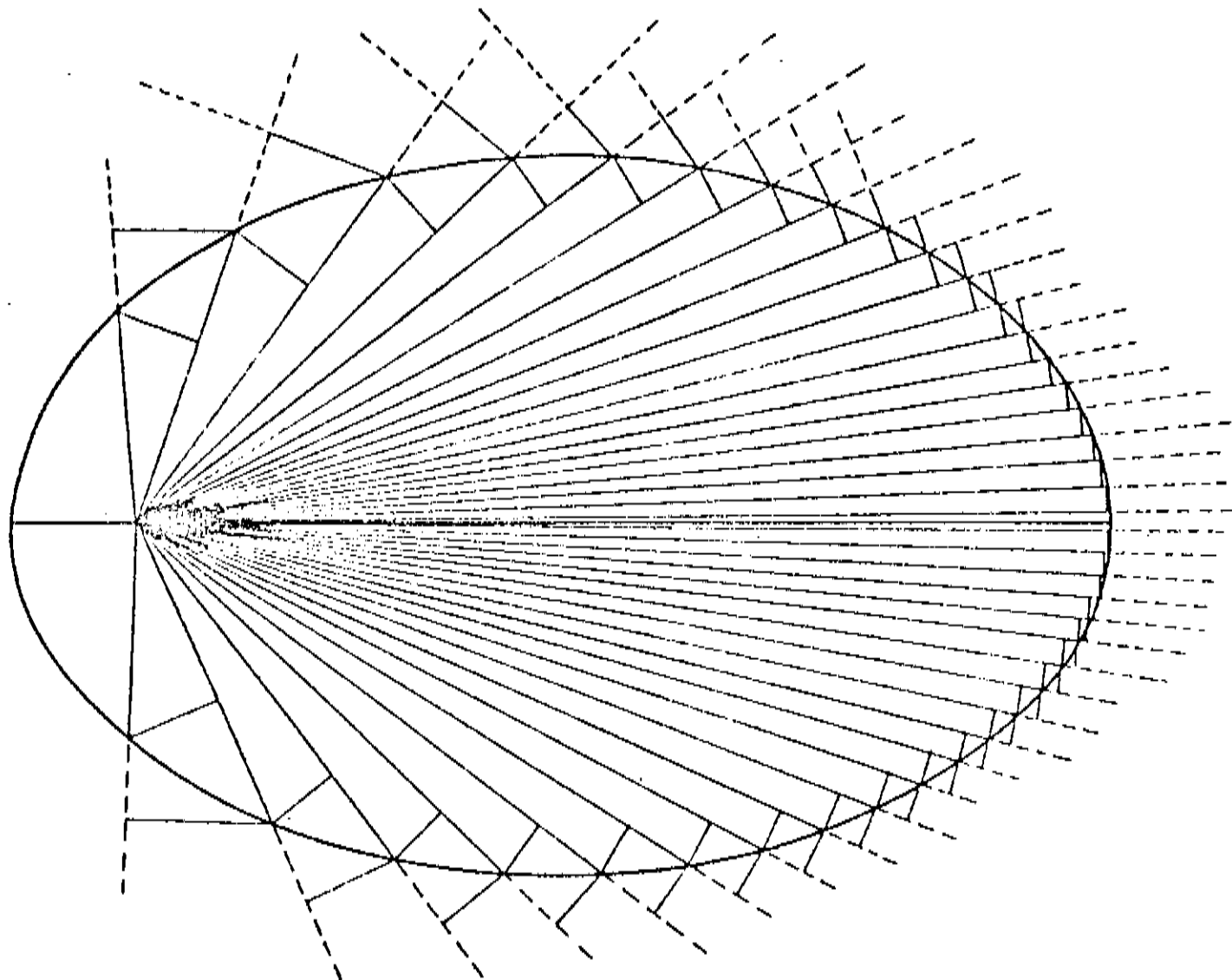


Figura 70.
M.T.E. aplicado em sua totalidade.*

Pela figura 70, notamos claramente que quanto mais distante do Sol, menor a velocidade linear do cometa (ou de qualquer outro corpo) em sua órbita e vice-versa, o que obedece à segunda lei de Kepler.

Agora, para se determinar a órbita mais provável do cometa Halley em 1985-86, extrapolam-se no tempo os dados referentes às aparições anteriores, de 1759, 1835-36 e 1909-11.

As características orbitais do cometa Halley são as seguintes:

* *M.T.E.* — *Método dos Triângulos na Elipse.*

- * Período, $T = 76,008$ anos;
- * Distância mínima do cometa ao Sol (periélio) $= a' = 0,587$ UA;
- * Inclinação do plano da órbita em relação à eclíptica, $i = 162,24^\circ$;
- * Semi-eixo maior, $a = 17,94$ UA;
- * Longitude do nodo ascendente, $\Omega = 58,15^\circ$;
- * Argumento do periélio, $\omega = 111,8^\circ$;
- * Distância mínima do cometa à Terra (perigeo) $= 0,42$ UA, em 11 de abril de 1986;
- * Tempo da passagem periélica: 9 de fevereiro de 1986;
- * Excentricidade da órbita: $e = 0,97$;
- * Próxima passagem afélica: 2024;
- * Última passagem afélica: 1948;
- * Sentido do movimento orbital: retrógrado;
- * Velocidade orbital no afélio: 1 Km/s;
- * Velocidade orbital no periélio: 54,5 Km/s.

A figura 71 mostra os elementos orbitais do cometa Halley.

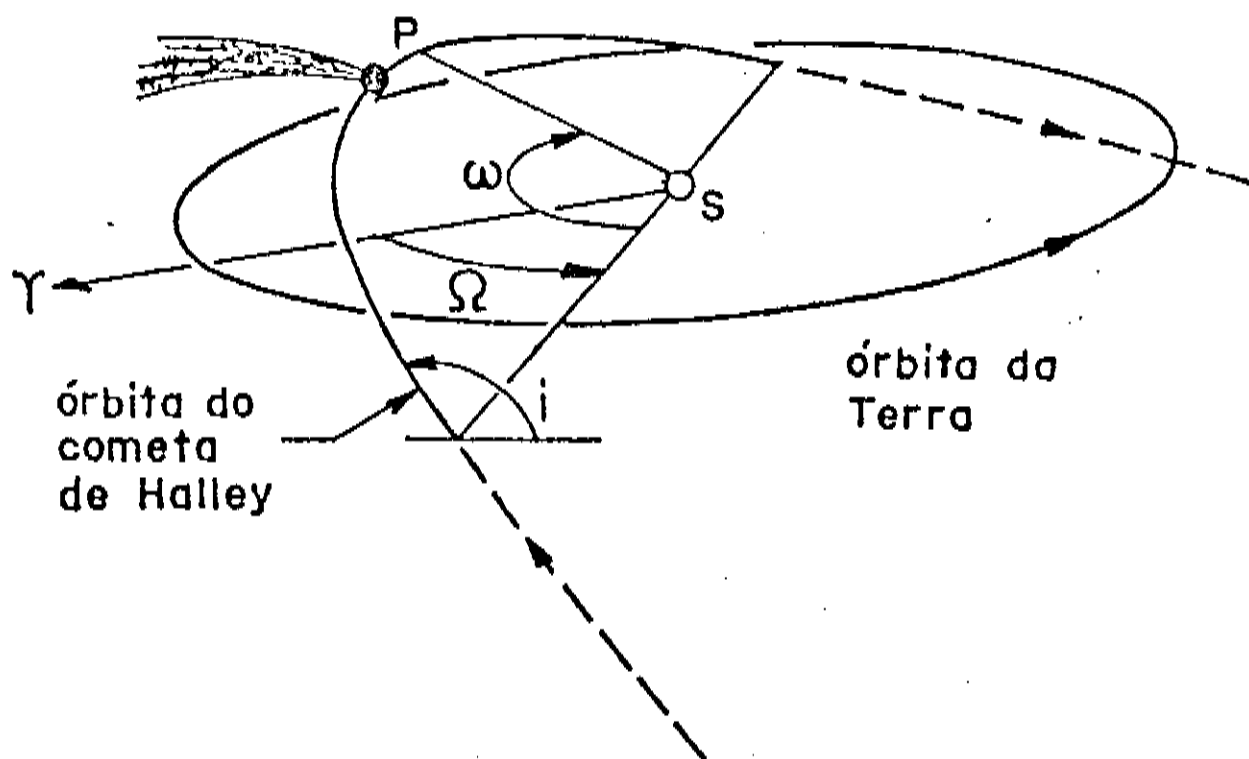


Figura 71.

Elementos angulares da órbita do Cometa Halley.

Para construirmos a órbita do Halley e posteriormente sua trajetória aparente, a primeira coisa a ser feita é desenhar a órbita da

Terra. Como seria extremamente cansativo tornar a fazer este desenho, utilize a cópia dele dada no final do capítulo.

Desenhada a órbita terrestre e de acordo com a figura 71, dois dados são extremamente importantes logo de início, a longitude do nodo ascendente, $\Omega = 58,15^\circ$ e o argumento do periélio, $\omega = 111,85^\circ$. Trace a linha dos nodos (passando pelo Sol!) e em relação a ela, encontre o argumento do periélio (no sentido horário), conforme a figura 71. Marque este ponto e entre ele e o Sol trace uma reta, que corresponderá à data 09/02/86, pois este será o ponto correspondente à data da passagem periélica do cometa.

Iremos trabalhar na escala 1 UA = 4,3 cm. De acordo com os apêndices 1 e 2, podemos encontrar o valor da distância periélica a' . Repetimos aqui, a figura 1 deste apêndice, para questão de melhor esclarecimento.

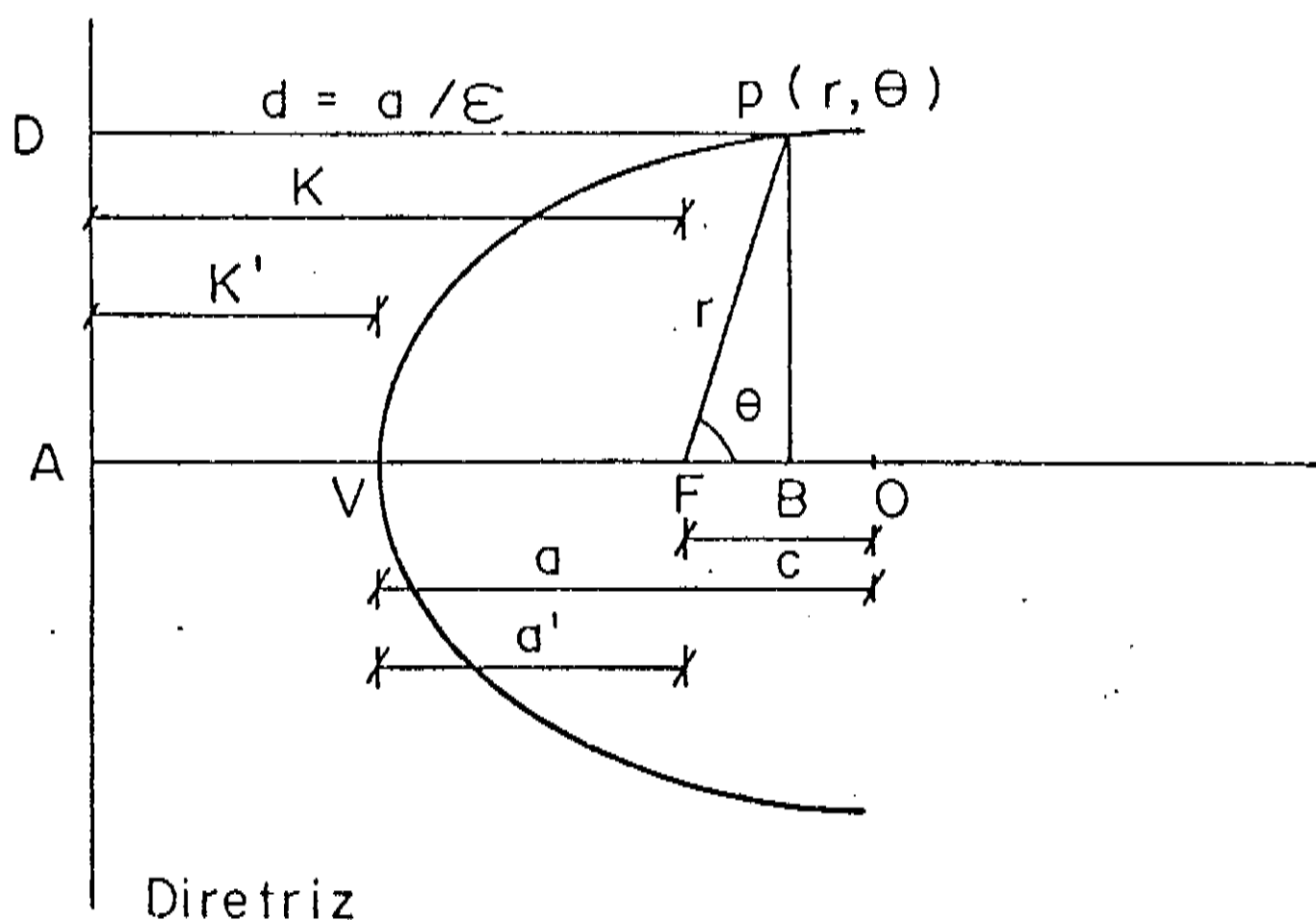


Figura 72.
Elementos de uma cônica.

A distância periélica corresponde à distância $FV = a'$ e é igual a $a' = a - c$, pela figura acima. Como c é a distância focal, $c = \epsilon \cdot a$, então,

$$a' = a - \epsilon a$$

$$a' = a \cdot (1 - \epsilon) \tag{1}$$

Se o semi-eixo maior ($= a$) é igual a 17,94 UA, na nossa escala, teremos $a = 17,94 \times (4,3 \text{ cm}) \cong 77,10 \text{ cm}$. Assim,

$$\begin{aligned} a' &= 77,10 \times (1,00 - 0,97) \\ a' &\cong 2,50 \text{ cm} \end{aligned} \quad (2)$$

Na linha do periélio, marque esta distância.

Agora, utilizando a fórmula em coordenadas polares, dada no apêndice 2, podemos obter os vários pontos que definirão a órbita elíptica do cometa Halley.

A fórmula que iremos utilizar é:

$$r = \frac{K \cdot \epsilon}{1 - \epsilon \cdot \cos \theta} \quad (3)$$

onde,

r é a distância (variável com o ângulo θ) desde o foco principal até um ponto $P(r, \theta)$ na elipse.

A distância K , da diretriz até o foco onde se encontra o Sol, é obtida da seguinte forma:

Se a distância desde a diretriz até o centro O da elipse é $d = a/\epsilon$, então K deve ser a diferença deste valor e da semidistância focal c , ou seja,

$$\begin{aligned} K &= d - c \\ K &= (a/\epsilon) - a \cdot \epsilon \\ K &= (a - a \epsilon^2)/\epsilon \\ K &= (a/\epsilon) \cdot (1 - \epsilon^2) \end{aligned} \quad (4)$$

Substituindo o valor acima em (3), encontramos:

$$\begin{aligned} r &= \frac{(a/\epsilon) \cdot (1 - \epsilon^2) \cdot \epsilon}{1 - \epsilon \cos \theta} \\ r &= \frac{a(1 - \epsilon^2)}{1 - \epsilon \cos \theta} \end{aligned} \quad (5)$$

Com esta fórmula podemos obter a forma elíptica da órbita do Halley. Já conhecemos a distância periélica, que na figura 72 corresponde à distância FV. Neste ponto, o ângulo θ é igual a 180° . Se substituirmos este valor em (5), ficamos com:

$$r = \frac{a(1 - \epsilon^2)}{1 - \epsilon \cos 180^\circ} ; \cos(180^\circ) = -1$$

$$r = \frac{a(1 - \epsilon^2)}{1 + \epsilon},$$

porém, $(1 - \epsilon^2) = (1 + \epsilon)(1 - \epsilon)$,

$$r = \frac{a(1 + \epsilon)(1 - \epsilon)}{1 + \epsilon}$$

$$r = a(1 - \epsilon)$$

Só que este valor, corresponde à distância a' (fórmula 1), ou seja, a própria distância periélica.

$$\therefore r = a' = 2,5 \text{ cm para } \theta = 180^\circ (1 \text{ UA} = 4,3 \text{ cm}) \quad (6)$$

Como o semi-eixo maior a é igual a 17,94 UA, em nossa escala teríamos:

$$\begin{aligned} a &= 17,94 \text{ UA} = 17,94 \times 4,3 \\ a &\cong 77,1 \text{ cm} \end{aligned} \quad (7a)$$

A distância focal c é:

$$\begin{aligned} c &= \epsilon \cdot a \\ c &= 0,97 \times 77,1 \\ c &\cong 74,6 \text{ cm} \end{aligned} \quad (7b)$$

O semi-eixo menor b de uma elipse, encontra-se pelo teorema de Pitágoras (ver figura 25 do capítulo VI):

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 \\ b^2 &= a^2 - c^2 \\ b &= \sqrt{(77,1)^2 - (74,6)^2} \\ b &= \pm 19,5 \text{ cm} \end{aligned} \quad (7c)$$

Como a e e são valores fixos (não variáveis com o ângulo ou com a distância r), podemos reescrever (5) como:

$$\begin{aligned} r &= \frac{77,10 \times (1,00 - (0,97)^2)}{1,00 - 0,97 \times \cos \theta} \\ r &= \frac{4,90}{1,00 - 0,97 \times \cos \theta} \end{aligned} \quad (8)$$

De (8) percebemos que, para obtermos a elipse, basta introduzir os valores angulares θ .

Intervalando θ de 10 em 10 graus (escolha arbitrária), obtemos os valores da tabela 6.

Agora, de posse destes valores, podemos começar a traçar a órbita do Halley. Com a órbita terrestre previamente desenhada (juntamente com o círculo zodiacal), encontre os valores Ω e ω , distância do nodo ascendente e argumento do periélio, respectivamente, e marque a distância periélica a' (que para nossa escala corresponde a $a' = 2,5$ cm). Com o transferidor posicionado na linha periélica, centrado no Sol (foco principal) e com sua posição 180° , no ponto correspondente a $a' = 2,5$ cm, comece a marcar as posições de 10 em 10 graus (bem de leve, pois estes pontos devem ser apagados mais tarde!).

Marcadas as posições angulares, com o auxílio de uma régua, marque as distâncias r encontradas para cada θ particular. Nota-se que num papel de desenho do tamanho de uma folha de sulfite, não iremos marcar todos os r , devido à extrema excentricidade da órbita do cometa. Obteremos aqui somente uma parte da elipse e a que

mais interessa, pois corresponderá à época em que o Halley foi visível para nós.

A figura 74 ilustra os passos aqui utilizados para o desenho final da órbita.

Sabemos que o periélio do cometa ocorreu no dia 09/02/86, ou seja, em $a' = 2,5$ cm, e a partir deste ponto, iremos utilizar o método dos "triângulos na elipse".

θ (graus)	r (cm)	θ (graus)	r (cm)
0	151,7	190	2,5
10	104,7	200	2,6
20	54,5	210	2,7
30	30,6	220	2,8
40	19,2	230	3,0
50	13,1	240	3,3
60	9,6	250	3,7
70	7,4	260	4,2
80	5,9	270	4,9
90	4,9	280	5,9
100	4,2	290	7,4
110	3,7	300	9,6
120	3,3	310	13,1
130	3,0	320	19,2
140	2,8	330	30,6
150	2,7	340	54,5
160	2,6	350	104,7
170	2,5	360	151,7
180	2,5		

Tabela 6.
(1 UA = 4,3 cm)

Suponhamos que queiramos saber qual será a posição do cometa em sua órbita de 10 em 10 dias.

Se o período de revolução do Halley é de cerca de 76 anos, e a área de uma elipse corresponde a $S_T^* = \pi \cdot a \cdot b$ ($\pi \cong 3,1416$), então é possível encontrarmos a área correspondente que o cometa descreverá em 10 dias.

* A área da elipse $S_{\text{elipse}} = \pi \cdot a \cdot b$ é muito parecida com a de uma circunferência, $S_{\text{circ}} = \pi \cdot r^2$, pois como esta última é uma elipse de excentricidade nula, então $a = b = r$
 $\therefore \pi \cdot a \cdot b \rightarrow \pi \cdot r^2$ quando $e = 0$

Utilizando os valores de a e b , obtidos em (7a) e (7c), respectivamente, encontramos como área total S_T o valor:

$$\begin{aligned} S_T &= \pi \cdot a \cdot b \\ S_T &= \pi \times 77,1 \times 19,5 \\ S_T &= 4723,2 \text{ cm}^2 \end{aligned} \quad (9)$$

Esta é a área percorrida em 76 anos pelo cometa Halley em sua órbita elíptica ao redor do Sol, para um fator de escala $1 \text{ UA} = 4,3 \text{ cm}$.

Se quisermos saber a área percorrida em 10 dias, basta efetuar uma regra de três simples,

$$\begin{array}{r} 76 \text{ anos} \text{ ----- } x \\ 1 \text{ ano} \text{ ----- } 365,26 \text{ dias} \\ x = 27759 \text{ dias} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27759 \text{ dias} \text{ ----- } S_T = 4723,2 \text{ cm}^2 \\ 10 \text{ dias} \text{ ----- } S_P \end{array}$$

$$S_P = \frac{10 \times 4723,2}{27759}$$

$$S_P \cong 1,7 \text{ cm}^2 \quad (10)$$

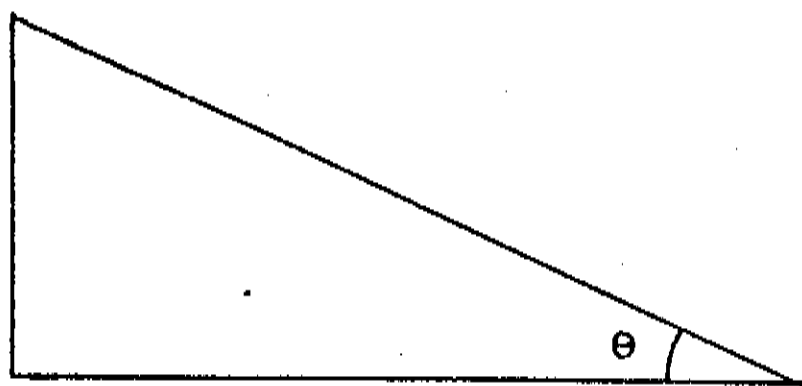
Assim, a área percorrida parcial S_P em 10 dias corresponde a $1,7 \text{ cm}^2$.

Para acharmos o triângulo inicial (o primeiro!), que nos permitirá encontrar todos os demais, predizendo a posição do cometa sempre no intervalo de 10 dias, vamos em primeiro lugar utilizar a fórmula da área de um triângulo de dois lados diferentes (isto corresponde a uma aproximação, pois estamos calculando uma área sobre a elipse).

A área correspondente ao triângulo da figura 73 é:

$$S = (\text{base} \times \text{altura})/2 \quad (11)$$

altura



base

Figura 73.

Voltando ao nosso caso, já temos a base, que corresponde a distância periélica a' . Como já calculamos a área S_p para 10 dias, podemos encontrar a altura do triângulo

$$\text{altura} = (2 \cdot S_p) / \text{base} = (2 \cdot S_p) / a'$$

Substituindo os valores (10) e (2) acima, encontramos:

$$\text{altura} = (2 \times 1,7) / 2,5 = 1,4 \text{ cm} \quad (12)$$

Agora, é só desenhar o primeiro triângulo e pelo método descrito logo no início deste capítulo, obter todos os demais.

A figura 75 mostra o desenho terminado. Os pontos de 0 a 13 ou de 0 a 13' correspondem às datas em que o cometa se encontrará (ou já se encontrou), e sua conversão de pontos para datas, está mostrada na tabela 7.

Esta tabela fornece o valor da longitude eclíptica, que é obtida da mesma forma que obtivemos para as órbitas planetárias, isto é, com a ajuda de uma régua, encontre a posição do cometa para um dia determinado em relação à Terra. Com a ajuda de um esquadro, escorregue a régua paralelamente até encontrar o Sol. A leitura feita no círculo mais externo, o das estrelas fixas, fornece a longitude do cometa para aquele dia específico.

Vemos da figura 75 alguns detalhes importantes como, por exemplo, os dias de oposição, conjunção (ver capítulo VII — “Elementos Orbitais”), o ponto onde ocorrerá o perigeo (no presente caso, distância do perigeo = 1,7 cm ou 0,40 UA no dia 11/04/86); a direção dos nodos, etc.

Podemos apreciar aqui a precisão oferecida pelo método. O valor de perigeo obtido foi de 0,40 UA, enquanto o valor encontrado na bibliografia é de 0,42 UA.

A tabela 8 mostra comparativamente, as datas de oposição e conjunção calculadas, com as fornecidas pela bibliografia.

Da figura 75, podemos também prever as datas dos chuviros de meteoros. Segundo a figura que obtivemos, estas datas ocorrerão próximas aos dias 05 de maio e 22 de outubro. A primeira destas chuvas é conhecida por *Eta Aquaridas*, pois se dá na constelação de *Aquarius*; a segunda é conhecida por *Orionidas*, pois ocorre na constelação de *Órion*.

Estes chuviros ocorrem pois nestes pontos o cometa, quando de suas passagens anteriores, deixou milhares de partículas de seu núcleo. Assim, a Terra ao cruzar tais "depósitos de sujeira cometária" é bombardeada por centenas de partículas que se incendiam, devido ao atrito, nas camadas mais altas da atmosfera. Estes fenômenos proporcionam um belo espetáculo aos nossos curiosos olhos.

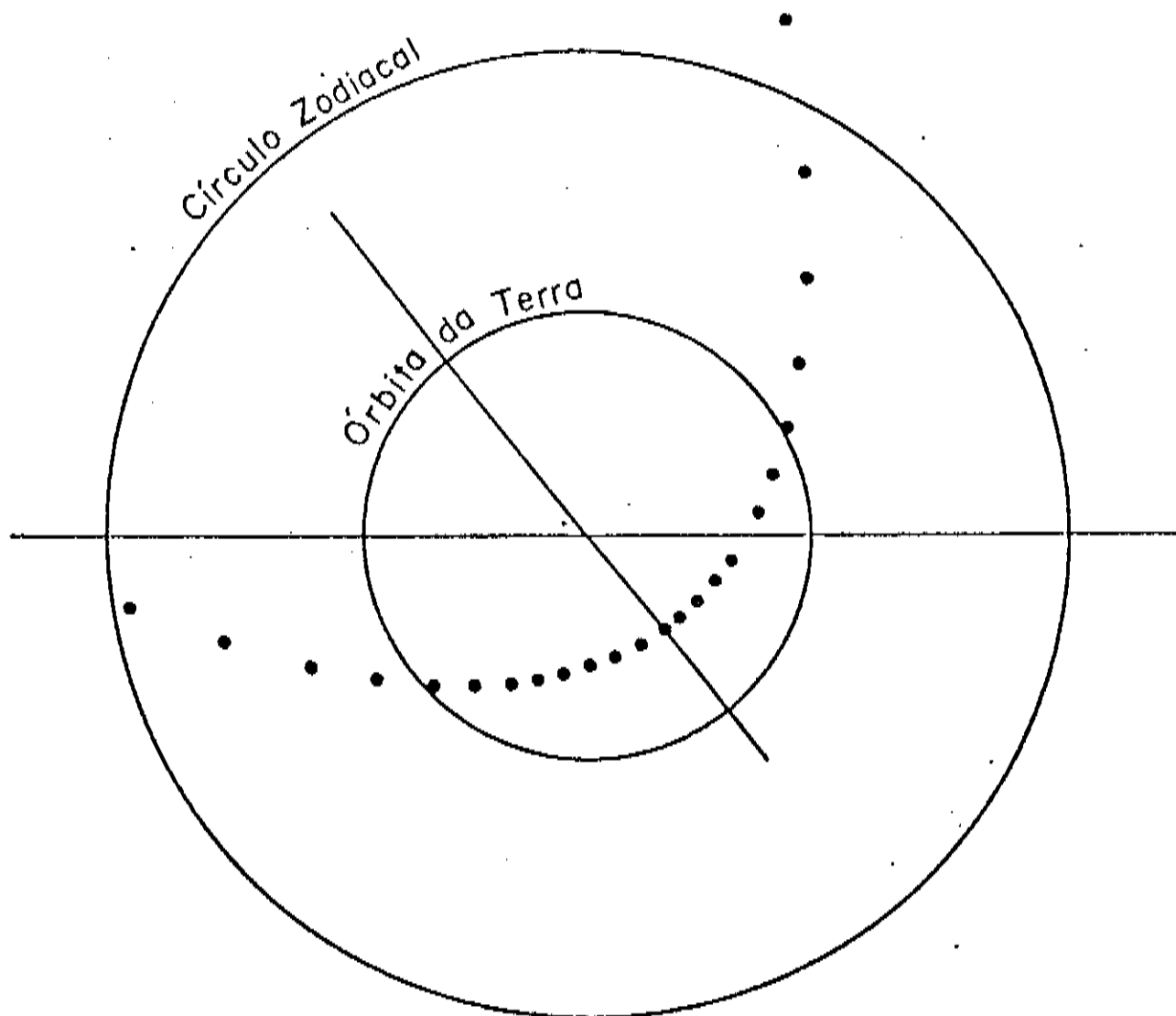


Figura 74.
Desenhando a órbita do Halley.

Pontos na órbita do cometa Halley	Data correspondente	Longitude eclíptica	
		graus	horas
13'	01/10/85	93	6,2
12'	11/10	91	6,0
11'	21/10	87	5,8
10'	31/10	84	5,6
9'	10/11	72	4,8
8'	20/11	52	3,5
7'	01/12	25	1,7
6'	11/12	0	0,0
5'	21/12	344	22,9
4'	31/12/1985	335	22,3
3'	10/01/1986	328	21,9
2'	20/01	325	21,7
1'	30/01	321	21,4
0	09/02 (periélio)	315	21,0
1	19/02	309	20,6
2	01/03	305	20,3
3	11/03	299	19,9
4	21/03	291	19,4
5	31/03	273	18,2
6	10/04	232	15,5
7	20/04	187	12,5
8	30/04	172	11,5
9	10/05	164	10,9
10	20/05	160	10,7
11	30/05	159	10,6
12	09/06	159	10,6
13	19/06	160	10,7

Tabela 7.

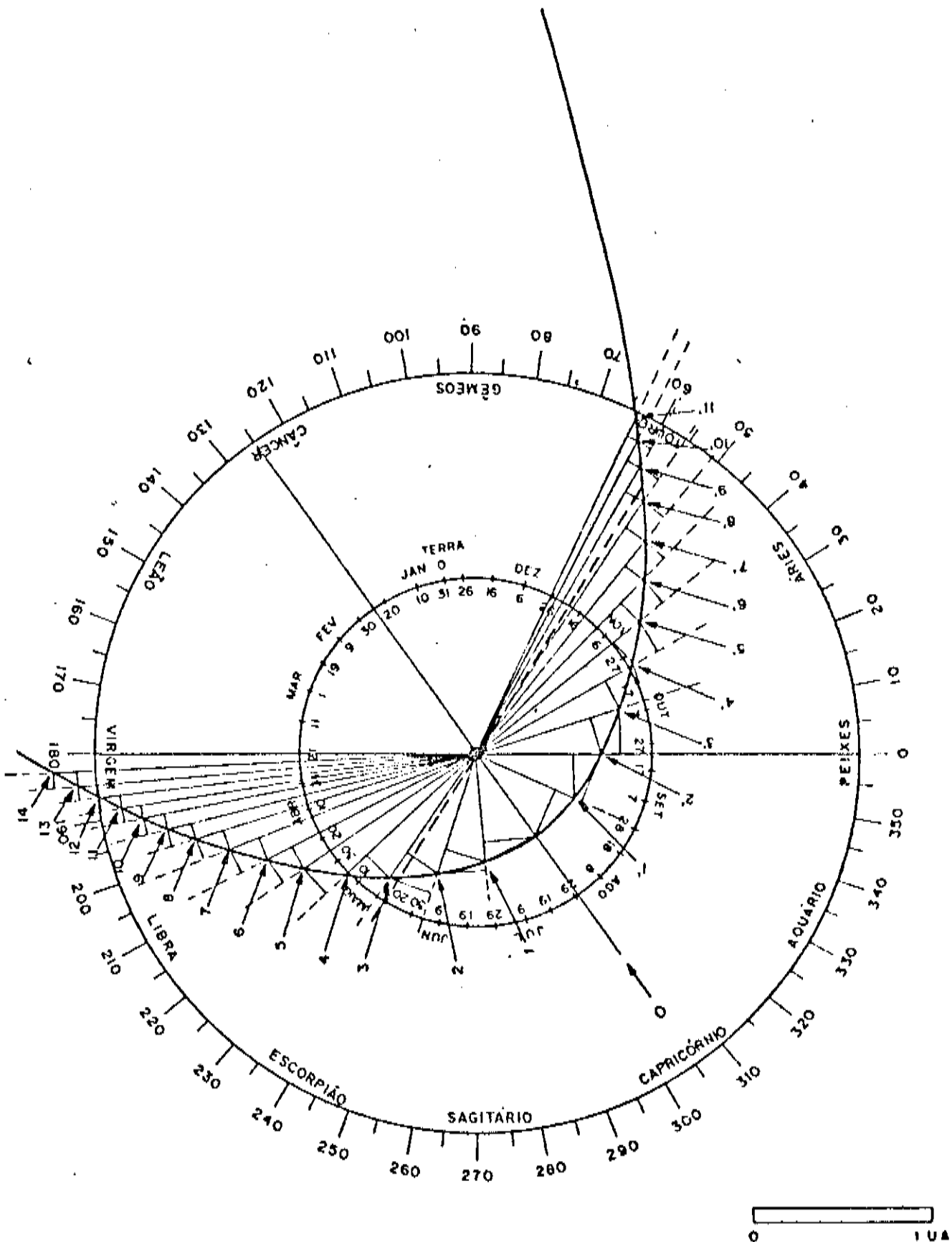


Figura 75.
Órbita da Terra e do cometa Halley.

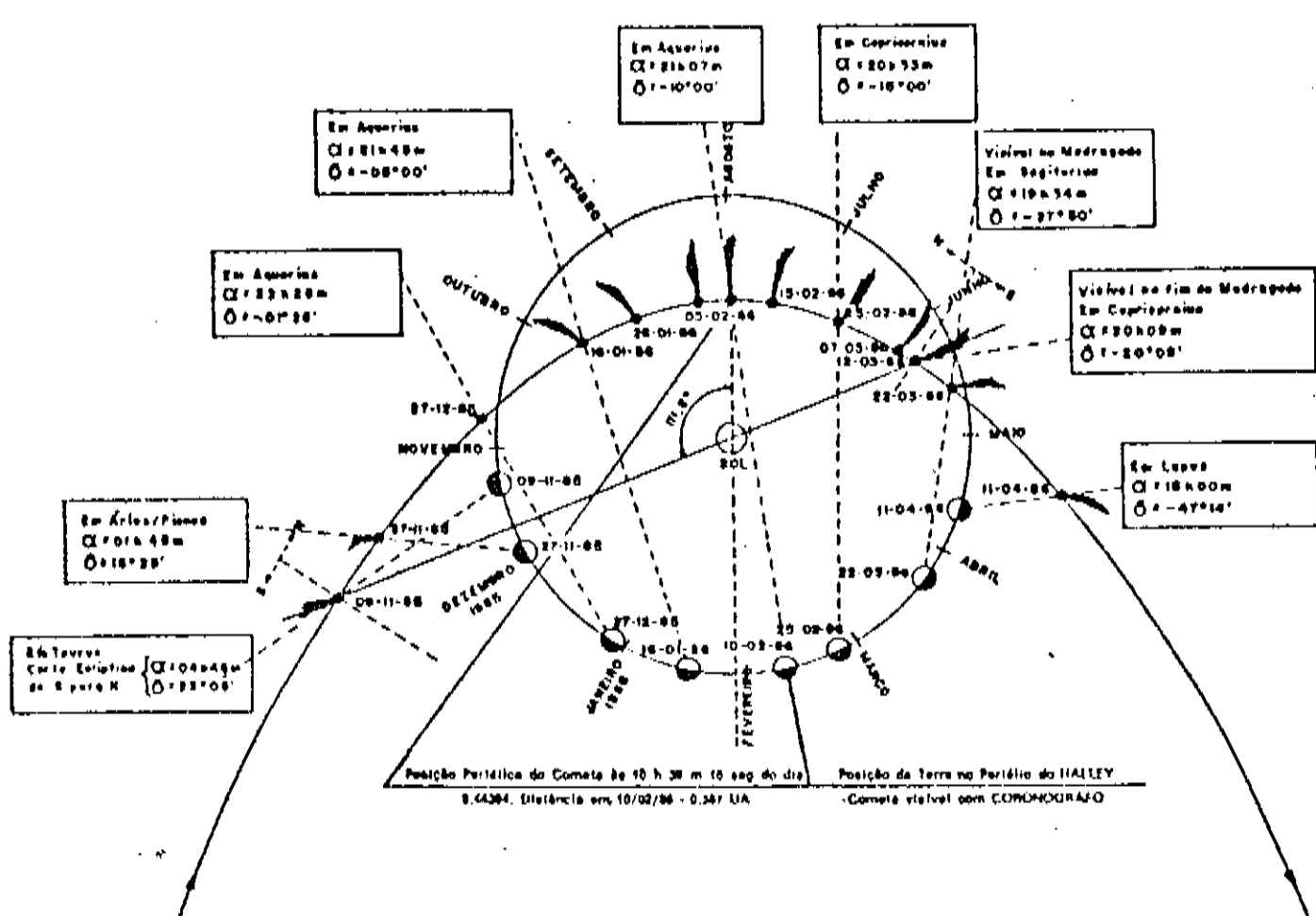


Figura 76.
Órbita do cometa Halley.

Evento	Data Calculada	Data fornecida pela bibliografia
1.º oposição	entre 20 e 21/11/85	18/11/85
conjunção	entre 04 e 05/02/86	06/02/86
2.º oposição	entre 16 e 17/04/86	17/04/86
perigeo	entre 11 e 12/04/86	11/04/86

Tabela 8.
Valores Comparativos.

A figura 76 é fornecida pela bibliografia e permite estabelecer comparativamente a razoabilidade do método aqui desenvolvido.

Se quisermos obter a trajetória aparente do Halley, devemos ter os dados relativos à latitude eclíptica (uma vez que já encontramos a longitude!), ou seja, o afastamento angular do cometa em relação ao plano da eclíptica.

O método apresentado no apêndice 5 não vale aqui, pois lá, "chutamos" uma solução aproximada (uma senóide), devido às órbitas planetárias estarem quase contidas no plano da eclíptica, o que não ocorre para o Halley (órbita muito inclinada).

O método conveniente de cálculo desta variável é um pouco complicado e vamos evitá-lo.

Para conseguirmos obter então a latitude eclíptica, vamos criar um modelo tridimensional (não mais no plano), para que seja possível sua obtenção.

O método consiste no seguinte: utilize as figuras 75 e 77; cole a de número 75 sobre um papel cartão. A seguir, tome a figura 77

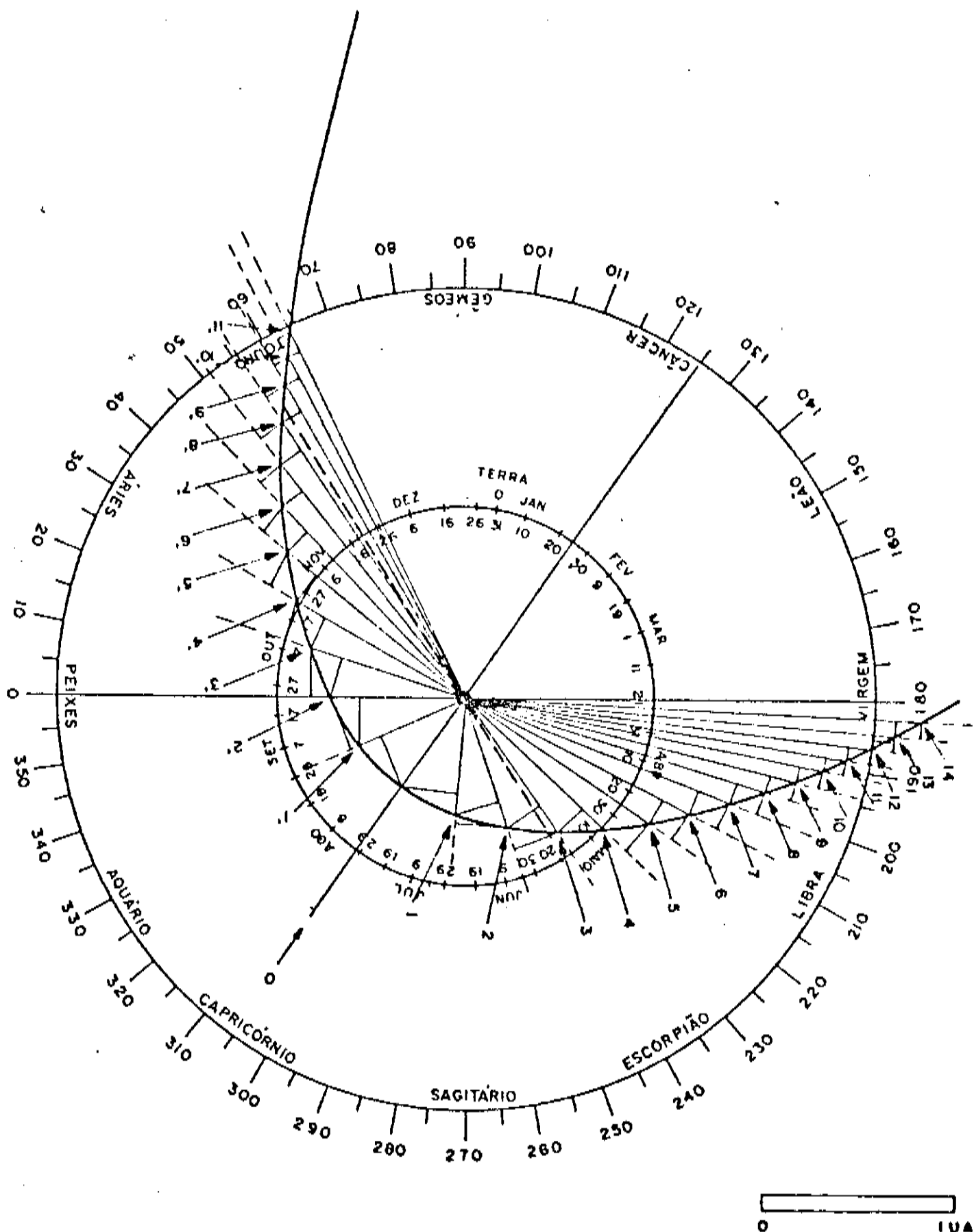


Figura 77.
Órbita do Halley e da Terra (invertida)

e cole nas costas do mesmo papel (teremos assim, a visão da parte de cima e da parte de baixo). As figuras 78 e 79 correspondem ao recorte do traçado relativo à órbita do cometa das figuras 75 e 77, respectivamente. Cole estas duas figuras, uma de costas para outra, também num papel cartão. Terminado este procedimento, faça no papel cartão onde está o plano da órbita da Terra e do cometa, um corte na linha dos nodos. A seguir, introduza a peça com as figuras 78 e 79 neste corte, conforme indicam as fotografias 5. Incline a órbita por meio de uma peça triangular (calço) de inclinação 18° (coinclinação da órbita cometária = $180^\circ - 162^\circ$), também de papel cartão.

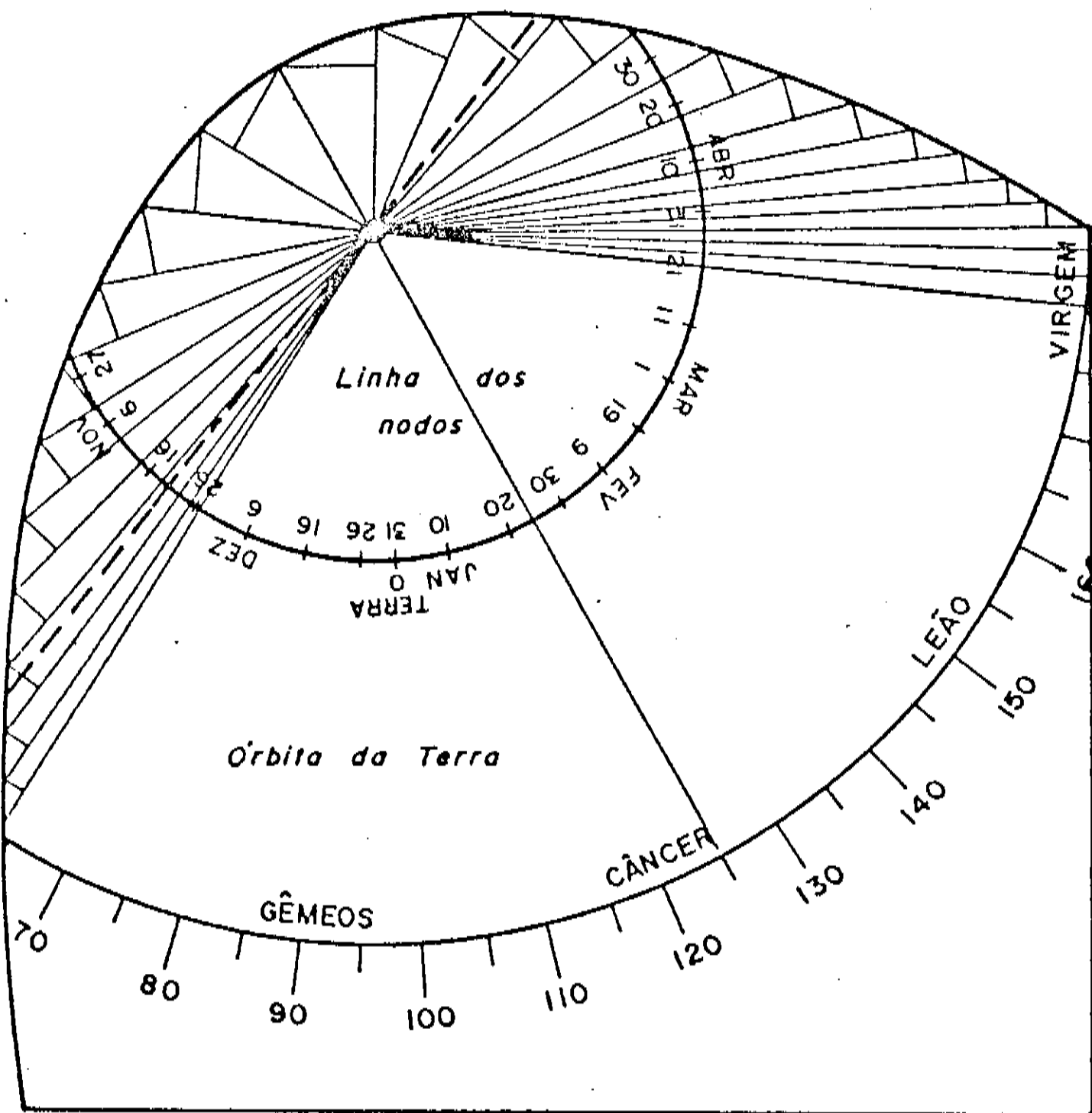


Figura 78.
Órbita do Halley e parte da órbita da Terra.

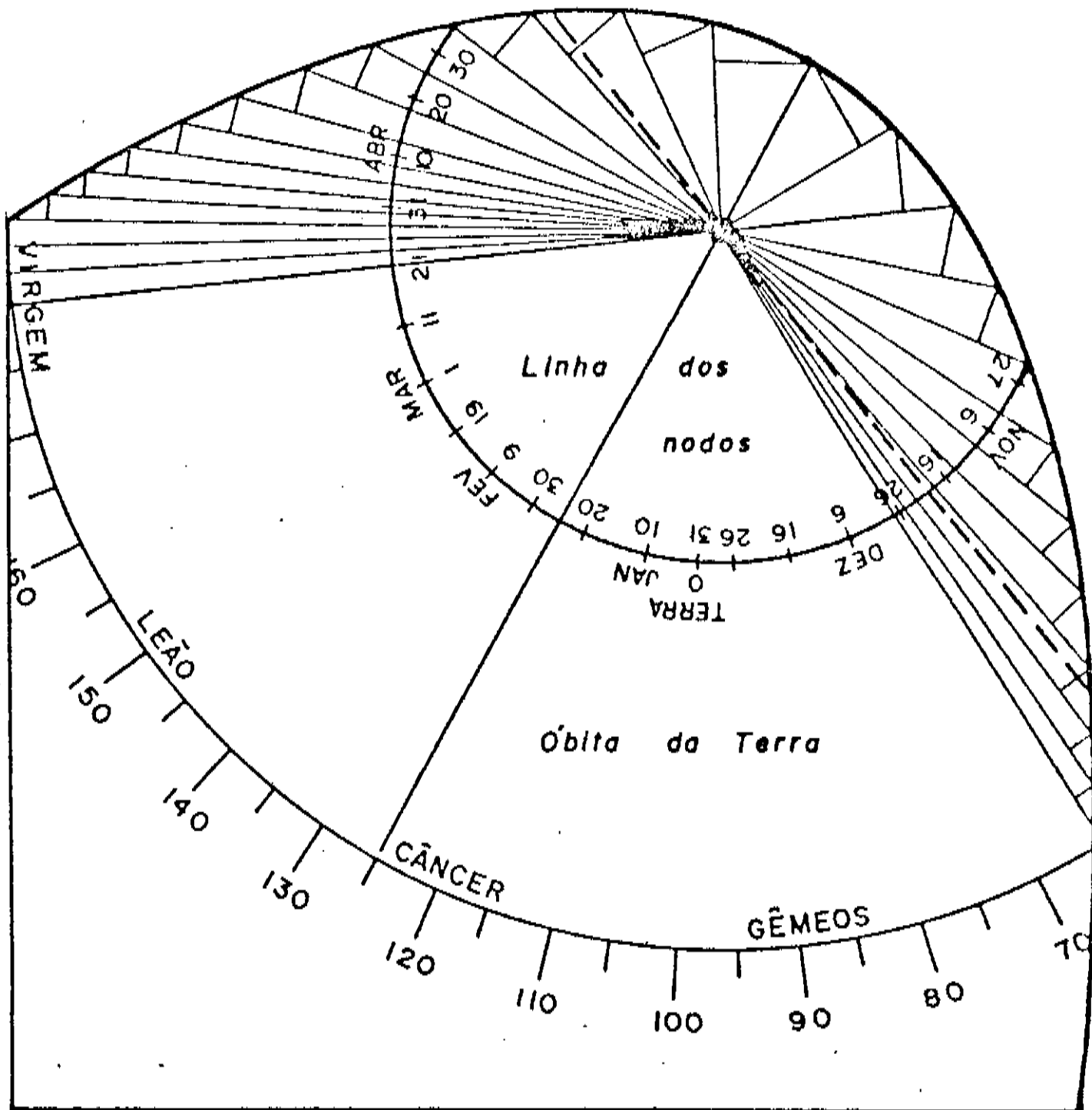
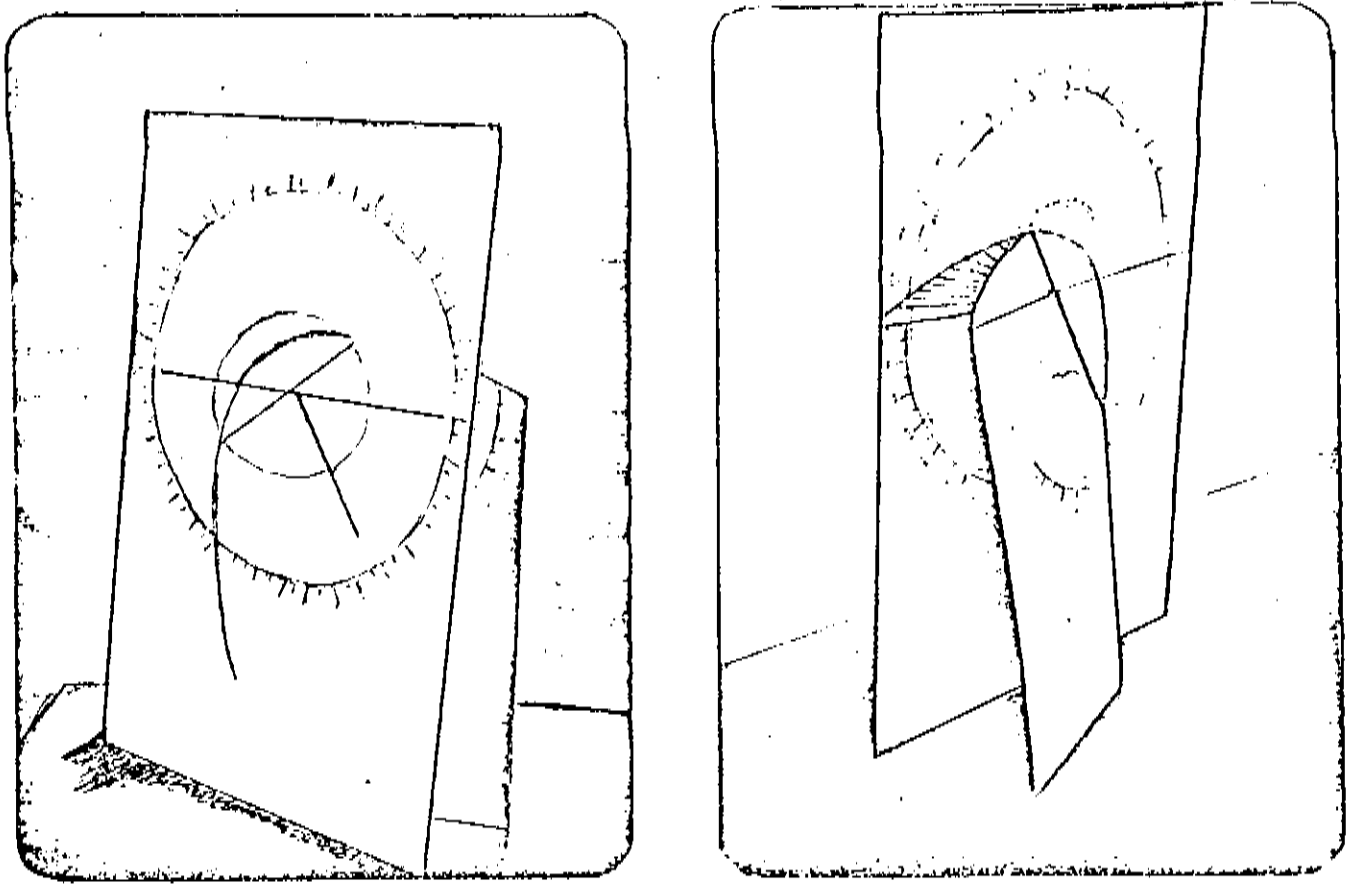
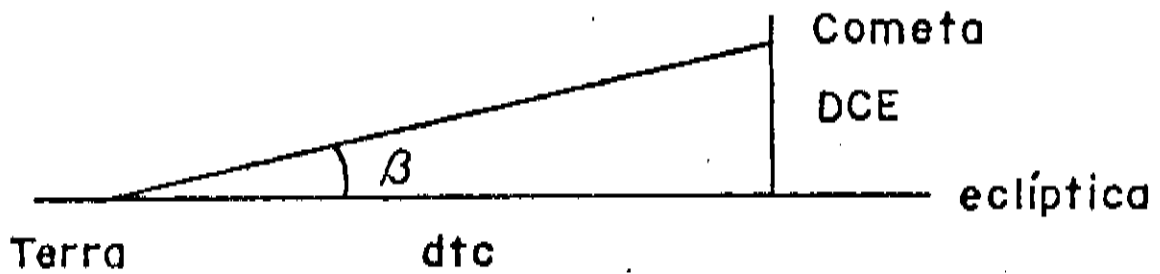


Figura 79.
Figura 78 invertida.

Agora, encontra-se a latitude fazendo-se da seguinte forma: encontre a posição da Terra e a do cometa numa data específica. Tome sobre o plano (da eclíptica!) a distância que separa estes dois pontos (distância da Terra até a projeção da posição do cometa na eclíptica), DTC. Encontrada esta distância, encontre uma outra (DCE), que corresponderá à distância que separa o plano da eclíptica até a posição onde se encontra o cometa na data pretendida. A figura 80 ilustra este procedimento.



Fotografias 5
 Modelo tridimensional da órbita do cometa e da Terra.



$\beta = \text{latitude eclíptica geocêntrica}$

Figura 80.

O ângulo β corresponde à latitude eclíptica visto desde a Terra, e é obtida tomando-se sua tangente,

$$\text{tg } \beta = \text{cateto oposto/cateto adjacente}$$

$$\text{tg } \beta = \text{DCE/DTC}$$

$$\beta = \text{arc} [\text{tg} (\text{DCE/DTC})] \quad (13)$$

A tabela 9 fornece os valores obtidos de β para alguns dias, e a figura 81 mostra a trajetória aparente calculada pelo método acima descrito; enquanto, a figura 82 mostra a trajetória fornecida pela bibliografia. Mais outra vez, podemos analisar a precisão do método.

Pontos	Dias	Ponto na órbita do cometa	DTC (cm)	DCE (cm)	β (graus)	Longitude (horas)
1	01/11/85	$\cong 10'$	5,1	0,2	(-) 2,2	$\cong 5,6$
2	27/11/85	entre 8' e 7'	3,0	0,2	(+) 3,8	$\cong 2,6$
3	01/01/86	$\cong 4'$	5,2	0,8	(+) 8,7	$\cong 22,3$
4	01/02/86	$\cong 1'$	6,9	1,1	(+) 9,1	$\cong 21,4$
5	09/02/86	$\cong 0$	6,9	1,1	(+) 9,1	$\cong 21,0$
6	01/03/86	$\cong 2$	5,5	0,4	(+) 4,2	$\cong 20,3$
7	01/04/86	$\cong 5$	2,0	0,8	(-) 21,8	$\cong 18,2$
8	11/04/86	$\cong 6$	1,7	1,1	(-) 32,9	$\cong 15,5$
9	01/05/86	$\cong 8$	3,5	1,9	(-) 28,5	$\cong 11,5$
10	01/06/86	$\cong 11$	7,8	2,9	(-) 20,4	$\cong 10,6$
11	04/07/86	entre 11 e 12	10,4	2,9	(-) 15,6	$\cong 10,4$

Tabela 9.
(1 UA = 4,3 cm)

Obs.: O sinal (+) indica posição acima da eclíptica e o sinal (-), indica posição abaixo dela.

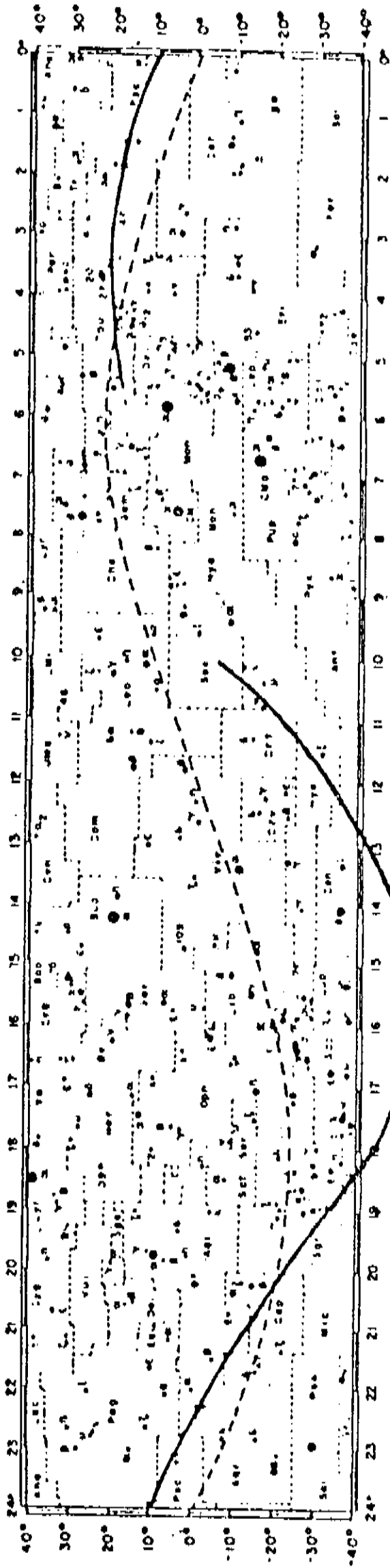
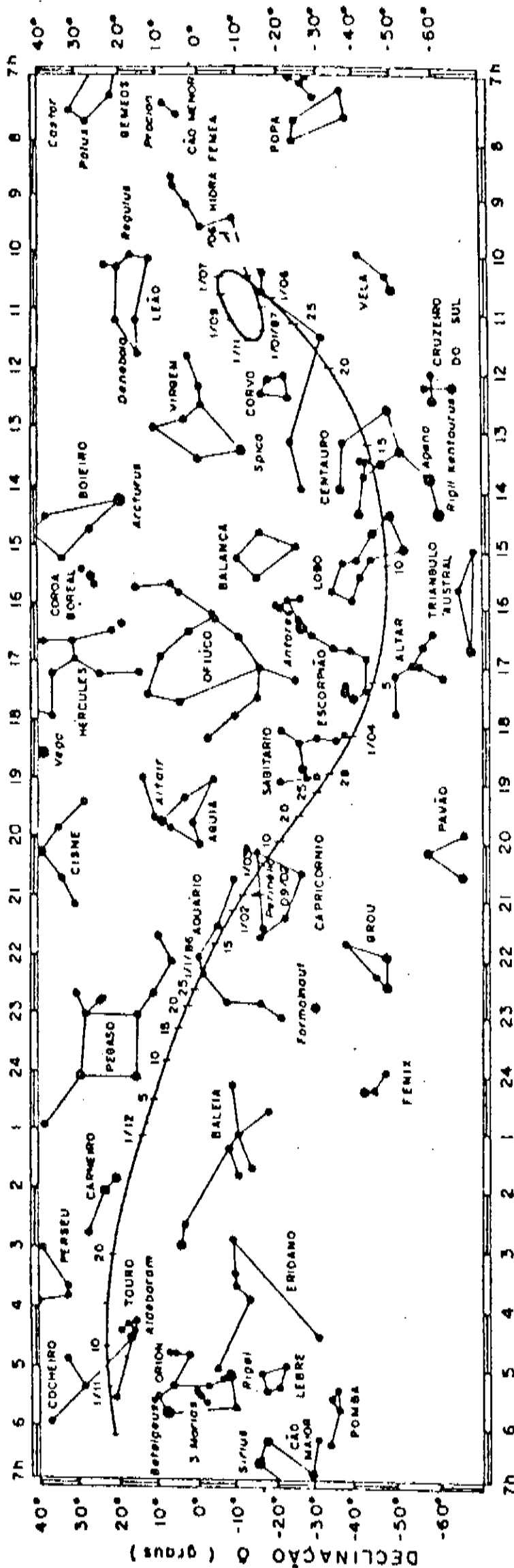


Figura 81.
Trajetória aparente do cometa Halley, calculada pelo M.T.E.



ASCENSÃO RETA α (horas)

Figura 82. Trajetória aparente do cometa Halley fornecida pelos anuários astronômicos.

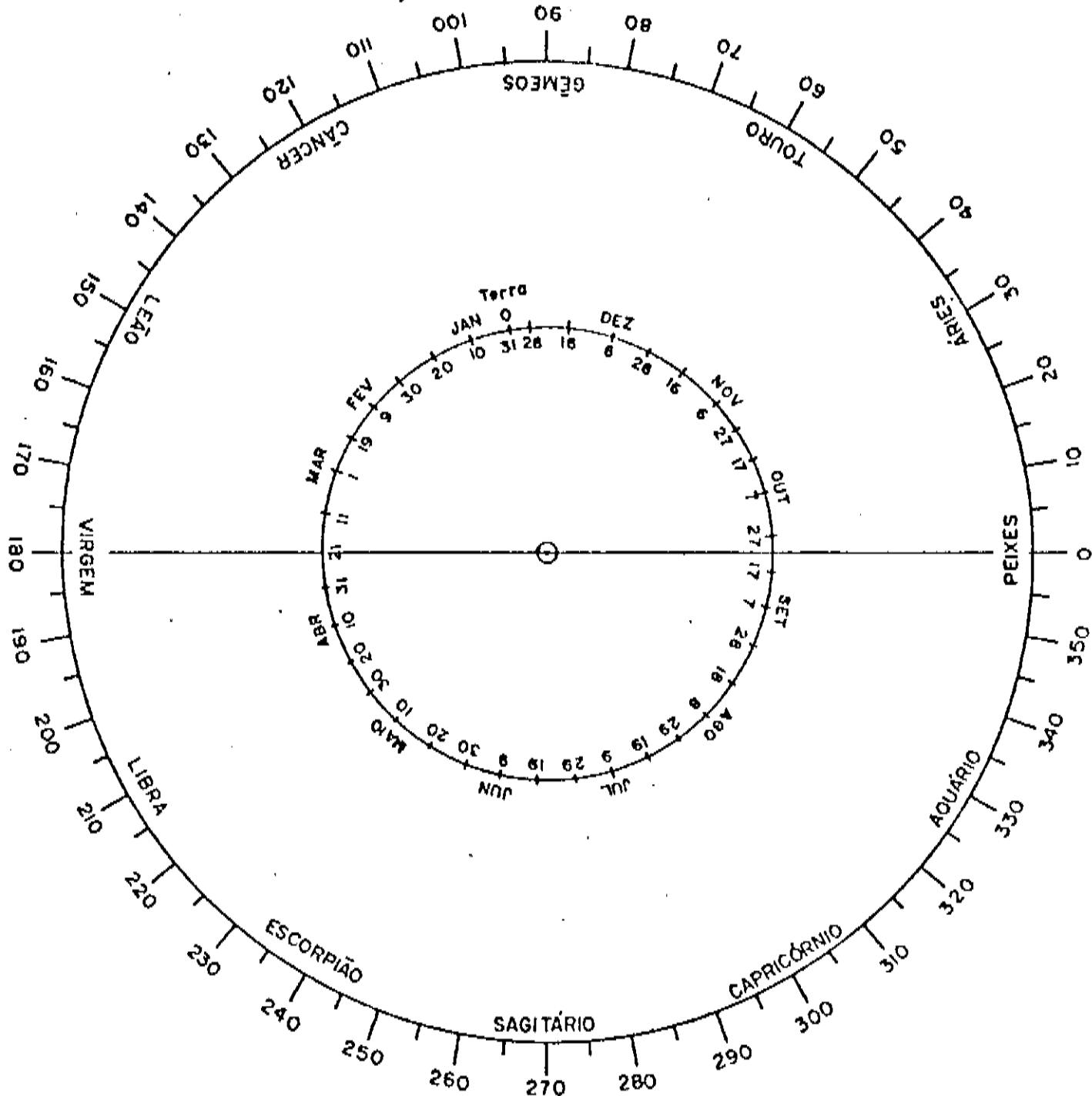


Figura 83.

Órbita da Terra e círculo zodiacal. Padrão para o desenho da órbita do Halley

De tudo o que foi visto, e na forma com que o texto até agora foi apresentado, parece haver uma contradição com o título do presente trabalho: por quê "Astronomia de Régua e Compasso: *de Kepler a Ptolomeu*"?

Sabemos que Kepler é posterior a Ptolomeu, e o título sugere uma inversão cronológica que, por tudo o que foi exposto, não houve, haja visto o capítulo V — "Modelos Planetários e as leis de Kepler", que parece contradizer o título, apresentando uma ordem cronológica dos vários modelos planetários através da História.

Este capítulo removerá esta aparente contradição.

Voltando ao capítulo VIII — "Método das Circunferências Descentradas" e observando a figura 46, tracemos para cada dia nos meses terrestres uma reta unindo a posição da Terra e de Mercúrio (TP), como na figura 84. Por estes segmentos TP, já podemos observar os movimentos de retrogressão.

Agora, adotando a visão geocêntrica (novamente!), coloquemos a Terra fixa no espaço. Da tabela 5, temos o comprimento do segmento que une Terra-Mercúrio. Para cada segmento, anote o ângulo que estes fazem em relação a linha equinocial γ , conforme mostra a figura 85.

Listados estes valores (tabela 10), plote-os numa folha de papel, traçando uma reta desde a Terra até a posição em que se encontra o planeta (θ), tomando muito cuidado, pois a cada ângulo θ corresponderá uma distância (Terra-Mercúrio = TP) diferente.

Terminado este passo, una agora as extremidades das retas. O resultado final será aquele mostrado na figura 86 e que equivale aos laços retrógrados observados nas figuras 56 ou 57.

Há um porém: a figura 86 corresponde à visão que um observador externo teria, se estivesse observando o movimento de Mercúrio ao redor da Terra (acima do plano da eclíptica), se esta fosse o centro do sistema solar (ver figura 87). Como isto não ocorre, a configuração da órbita como se apresenta nesta figura, não é possível de ser observada e não tem significado real.

Mas, esta visão é bastante interessante pois, permite fazer um paralelo com a teoria geocêntrica da forma que Ptolomeu a colocou na sua obra máxima, o *Almagesto*.

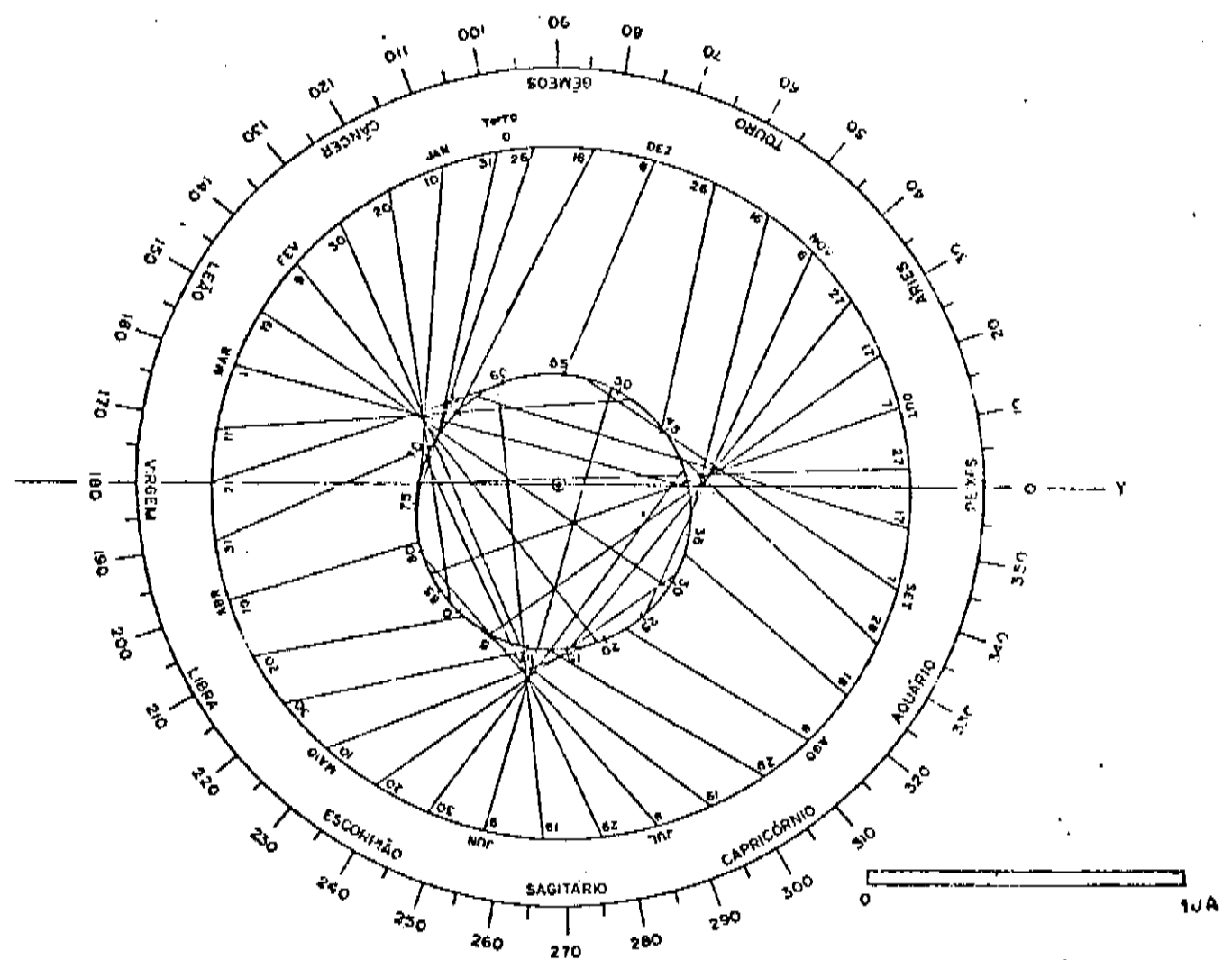


Figura 84.
Segmentos unindo Terra-Mercúrio.

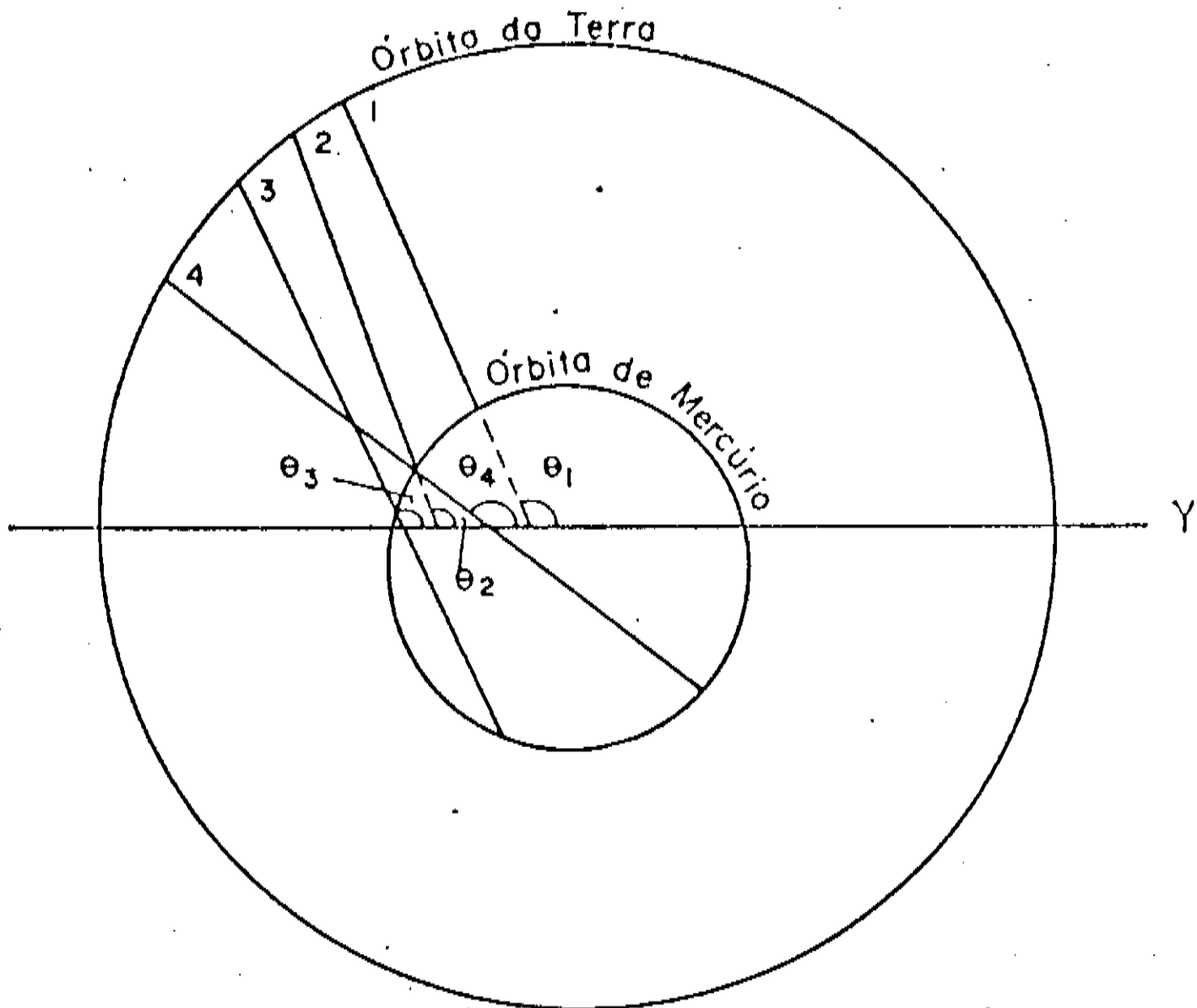


Figura 85.
Encontrando θ em relação a eclíptica.

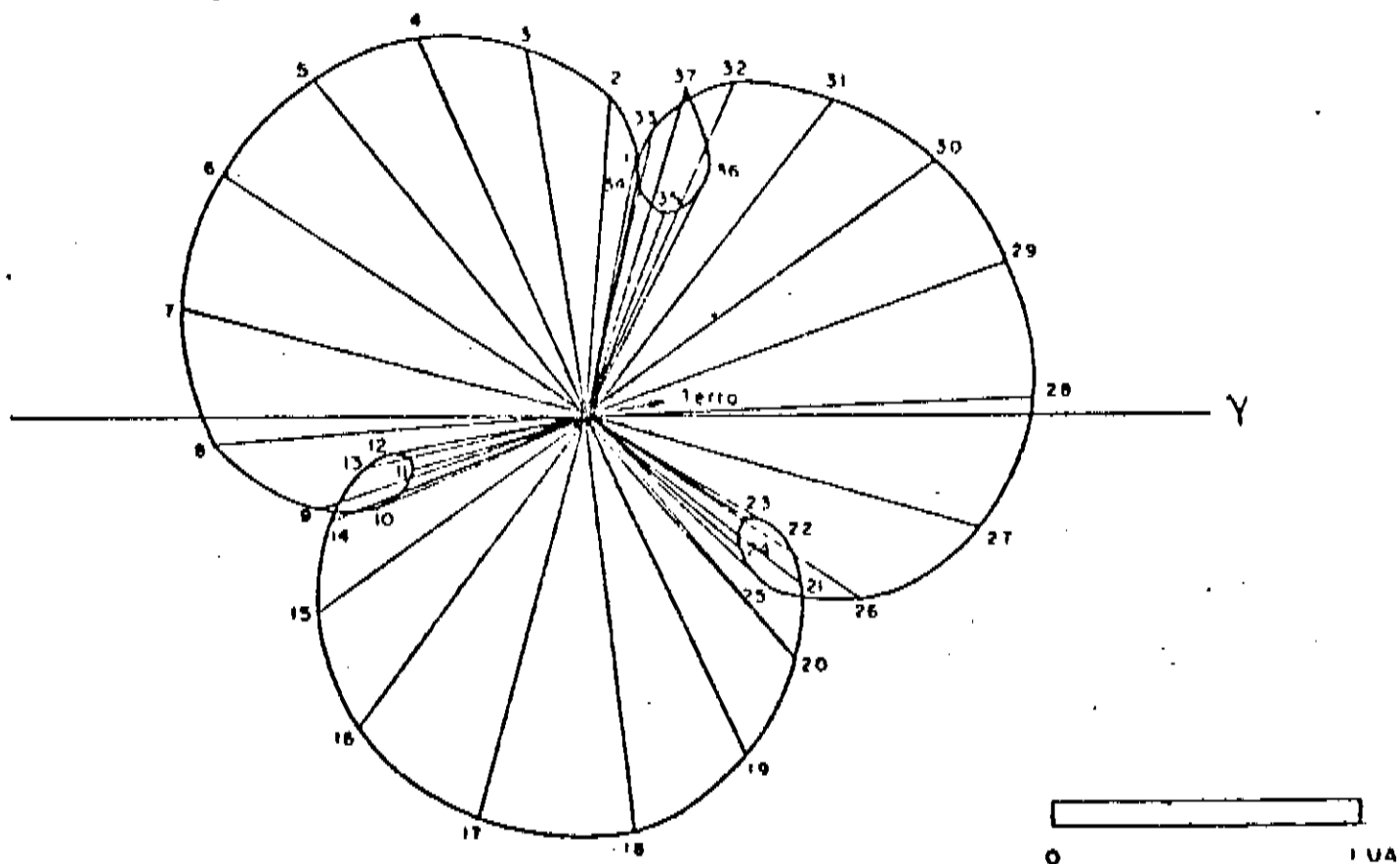


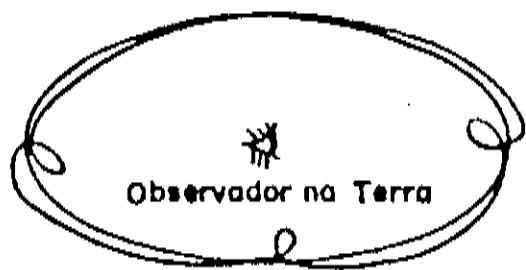
Figura 86
Órbita aparente de Mercúrio no sistema geocêntrico.

Número	Dias e Meses (1985)	Resto	Distância DTP (cm)	Ângulo (graus)
1	01/01	68	7,1	78
2	10/01	77	8,7	85
3	20/01	87	10,0	98
4	30/01	09	11,0	113
5	09/02	19	11,6	128
6	19/02	29	11,8	146
7	01/03	39	11,3	165
8	11/03	49	9,9	184
9	21/03	59	7,7	199
10	31/03	69	5,7	204
11	10/04	79	4,8	197
12	20/04	01	5,1	191
13	30/04	11	6,1	193
14	10/05	21	7,4	202
15	20/05	31	8,9	216
16	30/05	41	10,2	233
17	09/06	51	11,1	254
18	19/06	61	11,0	275
19	29/06	71	9,9	294
20	09/07	81	8,5	310
21	19/07	03	7,1	322
22	29/07	13	6,0	329
23	08/08	23	5,1	328
24	18/08	33	5,2	319
25	28/08	43	6,7	316
26	07/09	53	9,1	326
27	17/09	63	10,9	344
28	27/09	73	11,8	02
29	07/10	83	11,9	20
30	17/10	05	11,5	36
31	27/10	15	10,8	51
32	06/11	25	9,7	65
33	16/11	35	8,0	76
34	26/11	45	6,1	77
35	06/12	55	5,7	68
36	16/12	65	7,2	62
37	26/12	75	9,1	72

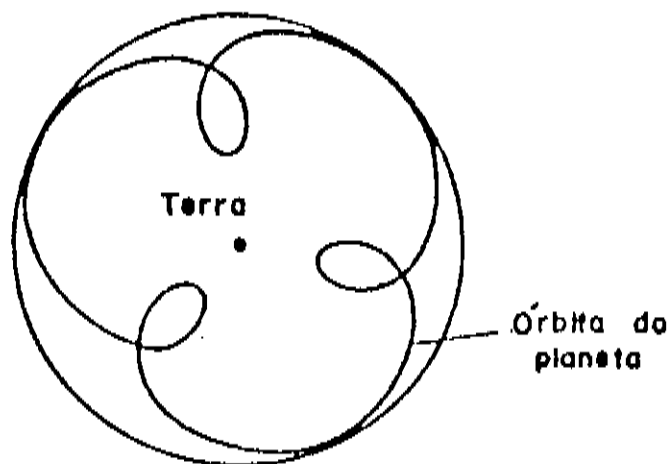
Tabela 10.
(1 UA = 5,1 cm)

Ptolomeu para explicar seu modelo numa visão geocêntrica, que ele concebia, utilizou-se de um sistema baseado em deferentes, epiciclos e pontos equante.

O deferente, conforme a figura 88, constitui-se num círculo de centro O, o qual tem simetricamente disposto ao seu redor, o ponto T onde se encontra a Terra (centro da eclíptica, isto é, da trajetória aparente anual do Sol), e o ponto D, conhecido por equante.



(a) Para um observador na Terra



(b) Para um observador externo (acima da eclíptica) se a Terra fosse o centro do sistema.

Figura 87.

Neste sistema, o centro E do epiciclo (que tem raio equivalente à distância média que separa o planeta do Sol) gira uniformemente sobre o deferente, mas não em relação ao seu centro O, e sim, em relação ao ponto equante D, ou seja, a reta DE gira uniformemente em torno de D. Assim, o planeta continua girando sobre o epiciclo com velocidade angular constante.

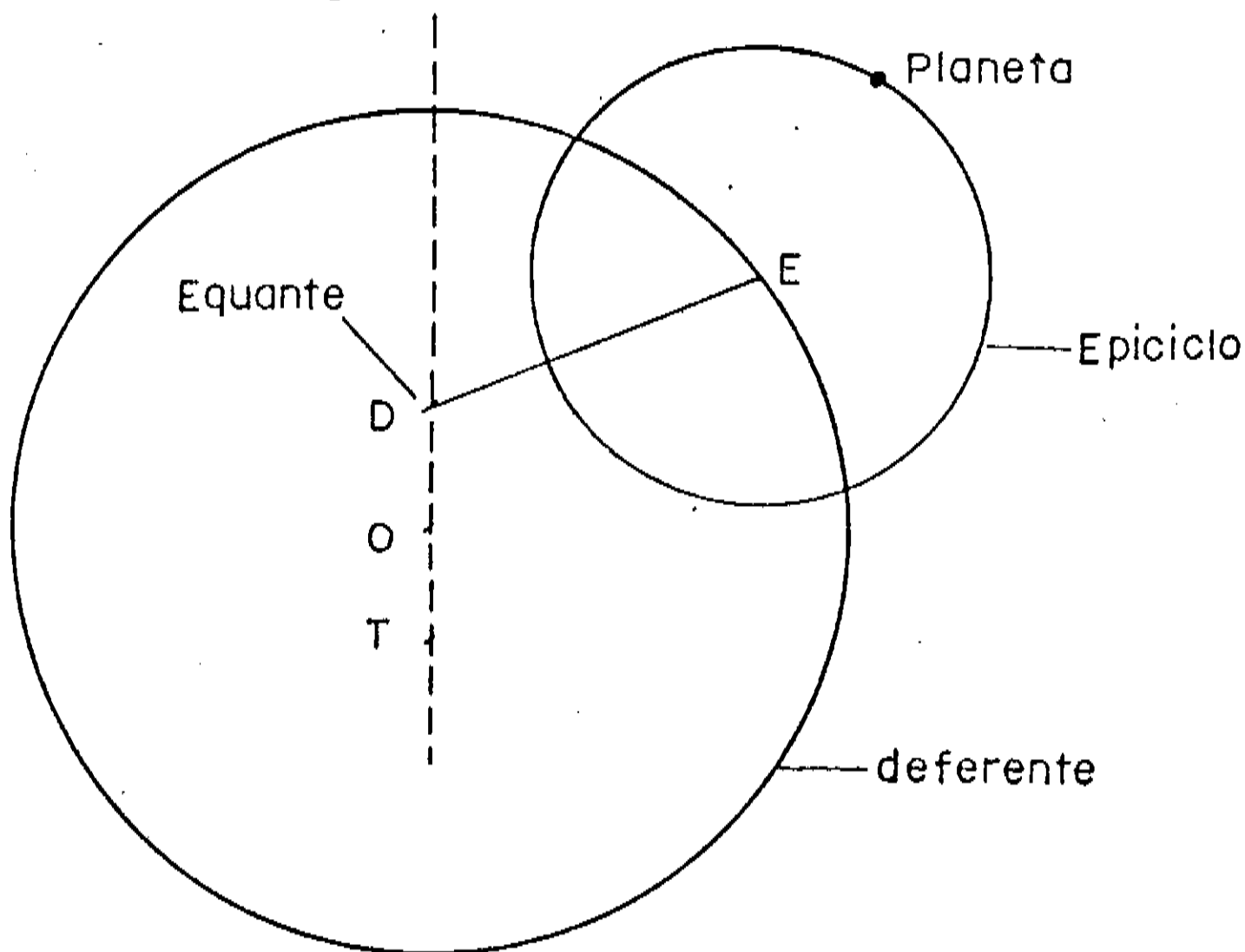


Figura 88.

Modelo Ptolomaico para o movimento planetário.

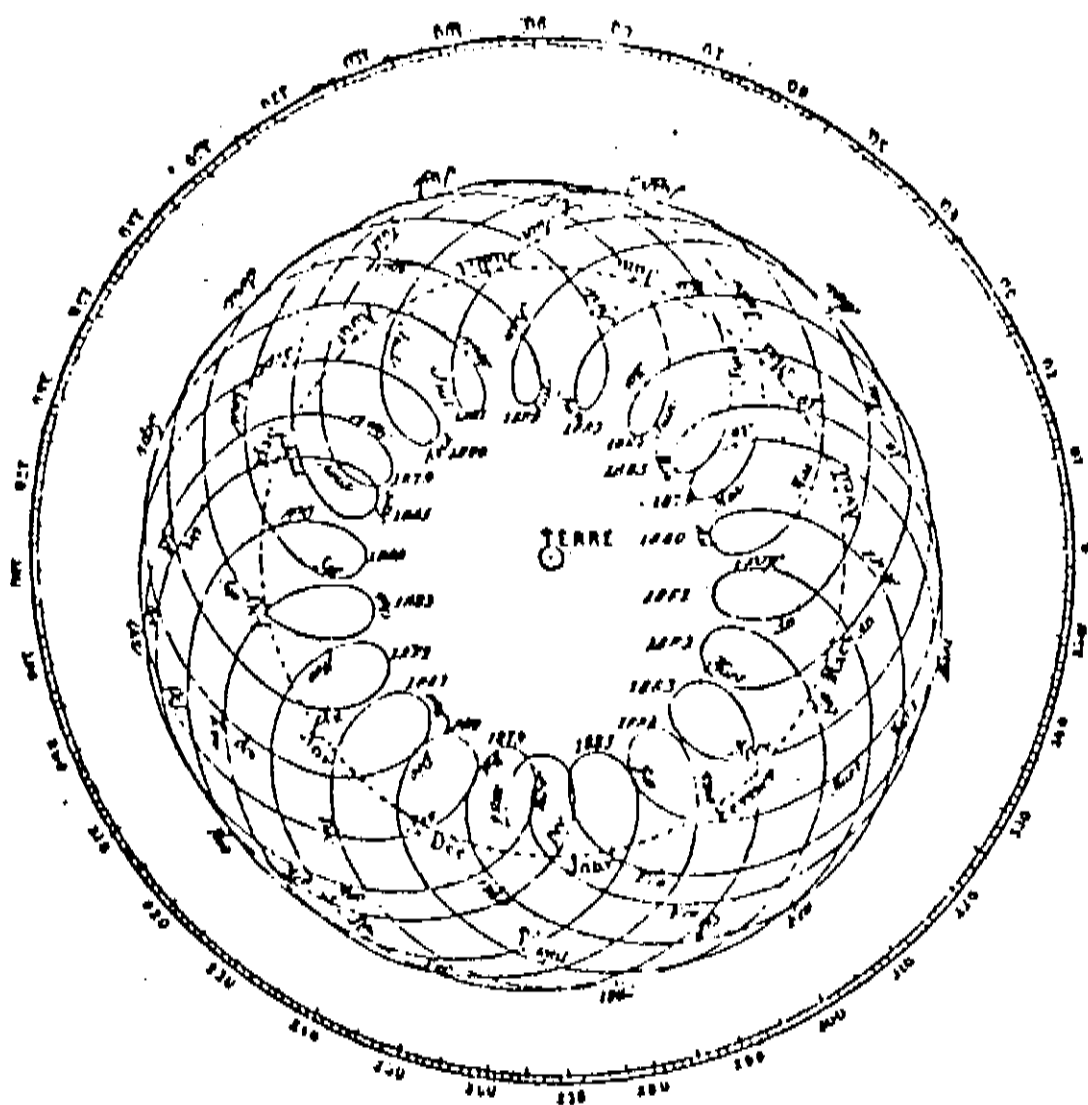
Com este sistema, Ptolomeu explicava com boa precisão os movimentos planetários, à exceção de Mercúrio (devido à sua excentri-

cidade ser bem maior que a dos outros planetas conhecidos na época — até Saturno), que ele ainda explicava com a introdução de mais um epiciclo.

Como já deu para perceber, o modelo que apresentamos aqui (da circunferência descentrada) tem, guardadas as diferenças na concepção do movimento planetário (geocêntrico ou heliocêntrico), muitas semelhanças com o modelo proposto por Ptolomeu. E entre estas semelhanças destacam-se a adoção do movimento circular e do ponto equante.

A figura 86 "sela" esta semelhança, ou seja, estabelece a correspondência final ao fazermos a mudança de referencial, do Sol no sistema heliocêntrico, para a Terra no sistema geocêntrico.

As figuras 89, retiradas do livro de Camile Flammarion (ver referência 1), mostram os movimentos planetários na forma que apre-

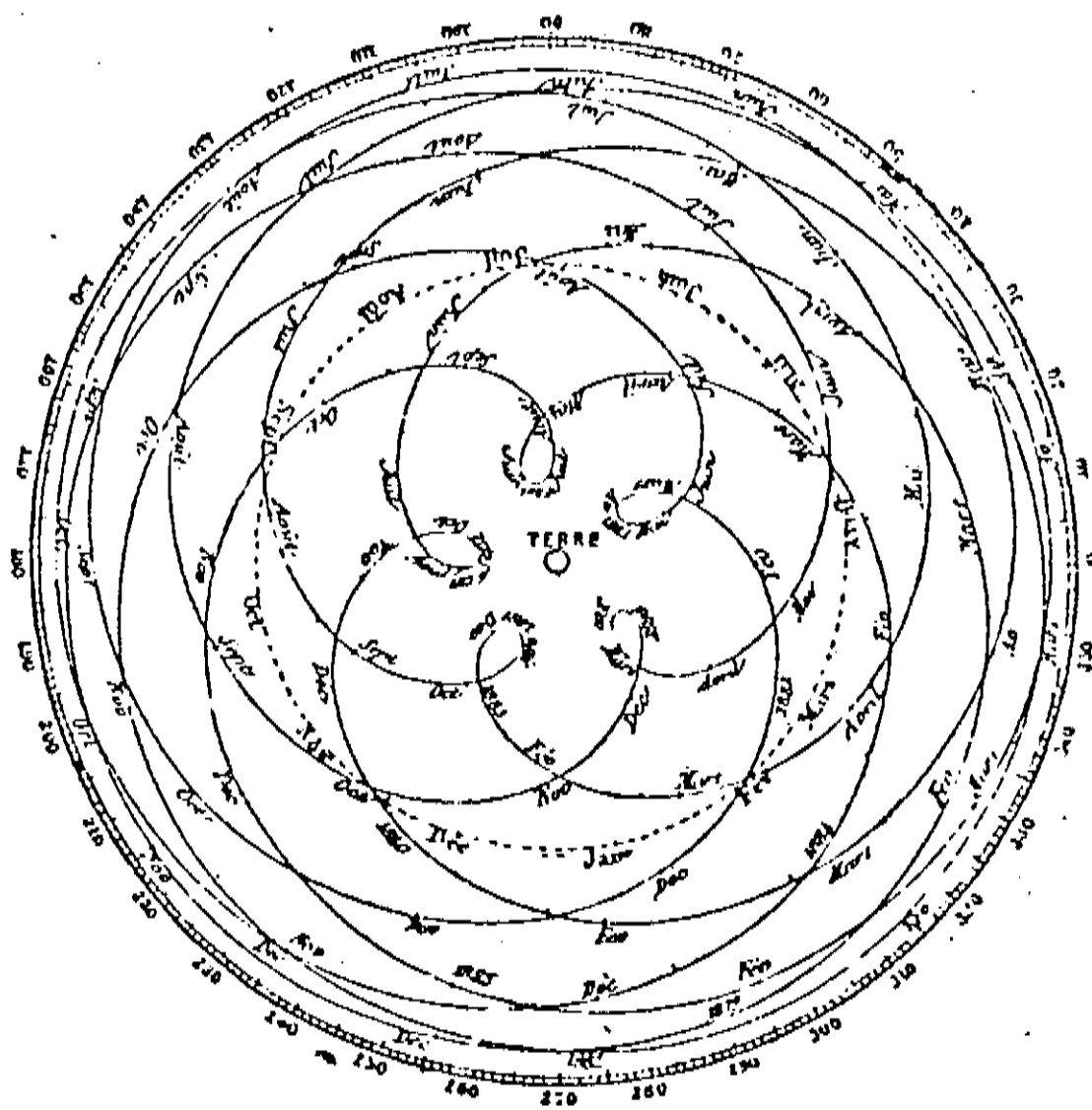


(a) Movimento de Mercúrio em relação à Terra.
Figura 89.

sentamos para obter a figura 86, para cinco planetas (de Mercúrio até Saturno).

Por estas figuras, podemos intuitivamente prever como tais movimentos ocorrem.

No caso dos planetas externos (Marte, Júpiter e Saturno), o número de laços observados corresponderá ao número de voltas que a Terra efetuará ao redor do Sol durante o período orbital destes planetas, mas que na visão geocêntrica e com a Terra fixa no espaço equivalerá aos vários movimentos de retrogressão correspondentes a estes laços. Por exemplo: o período orbital de Júpiter é de quase 12 anos, então é de se esperar um número de cerca de 12 laços, num período de 12 anos terrestres.

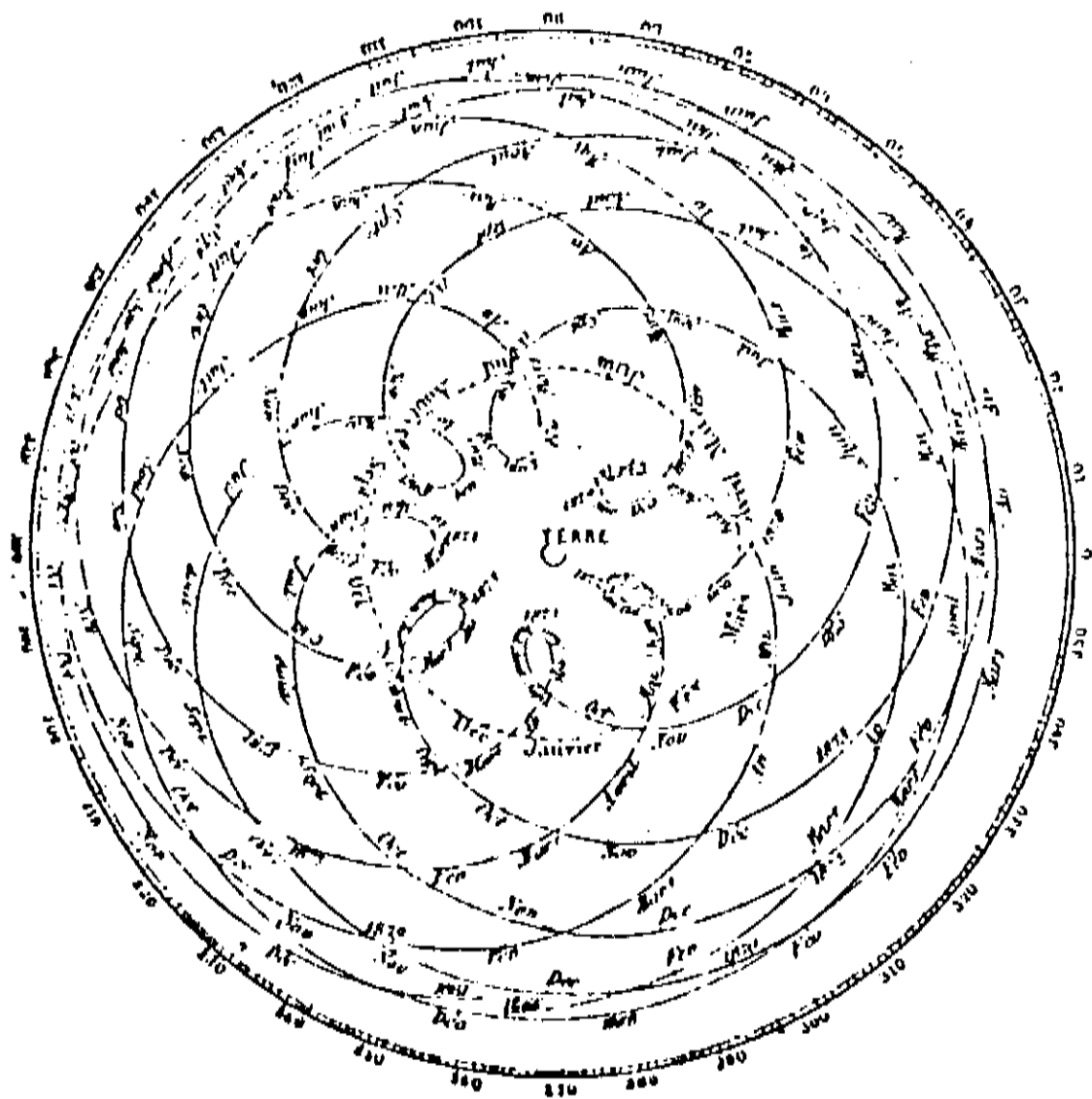


(b) Movimento de Vênus em relação à Terra
Figura 89.

Para os planetas interiores (Vênus e Mercúrio) também vale o mesmo raciocínio. Por exemplo, para Mercúrio (figura 86), que efetua uma revolução ao redor do Sol em 88 dias, é de se esperar pelo menos 3 laços, pois estes estarão contidos dentro do período de revolução orbital da Terra de 365.26 dias, uma vez que $3 \times 88 \text{ dias} = 264 \text{ dias}$.

Podemos raciocinar também desta forma para as órbitas cometa-rias. No caso do cometa Halley, no momento em que ele estiver mais próximo da Terra, não será observado nenhum laço retrógrado, enquanto que a medida que ele se afasta de nós, o número de laços tenderá a aumentar (ver figura 90); tudo isto, numa composição de movimentos que resultarão nas trajetórias aparentes descritas acima.

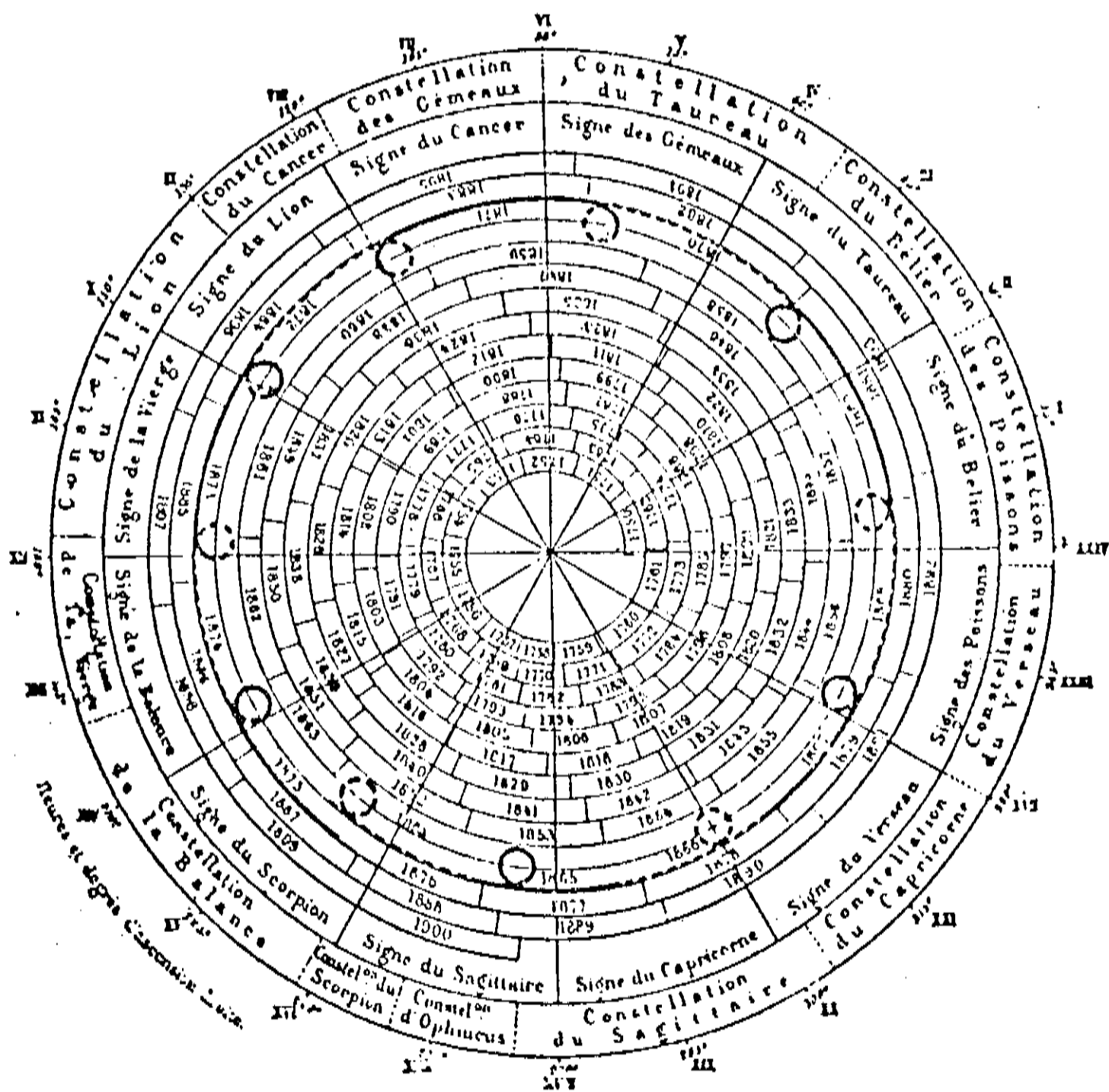
Concluimos este capítulo e o texto, com uma pequena experiência:



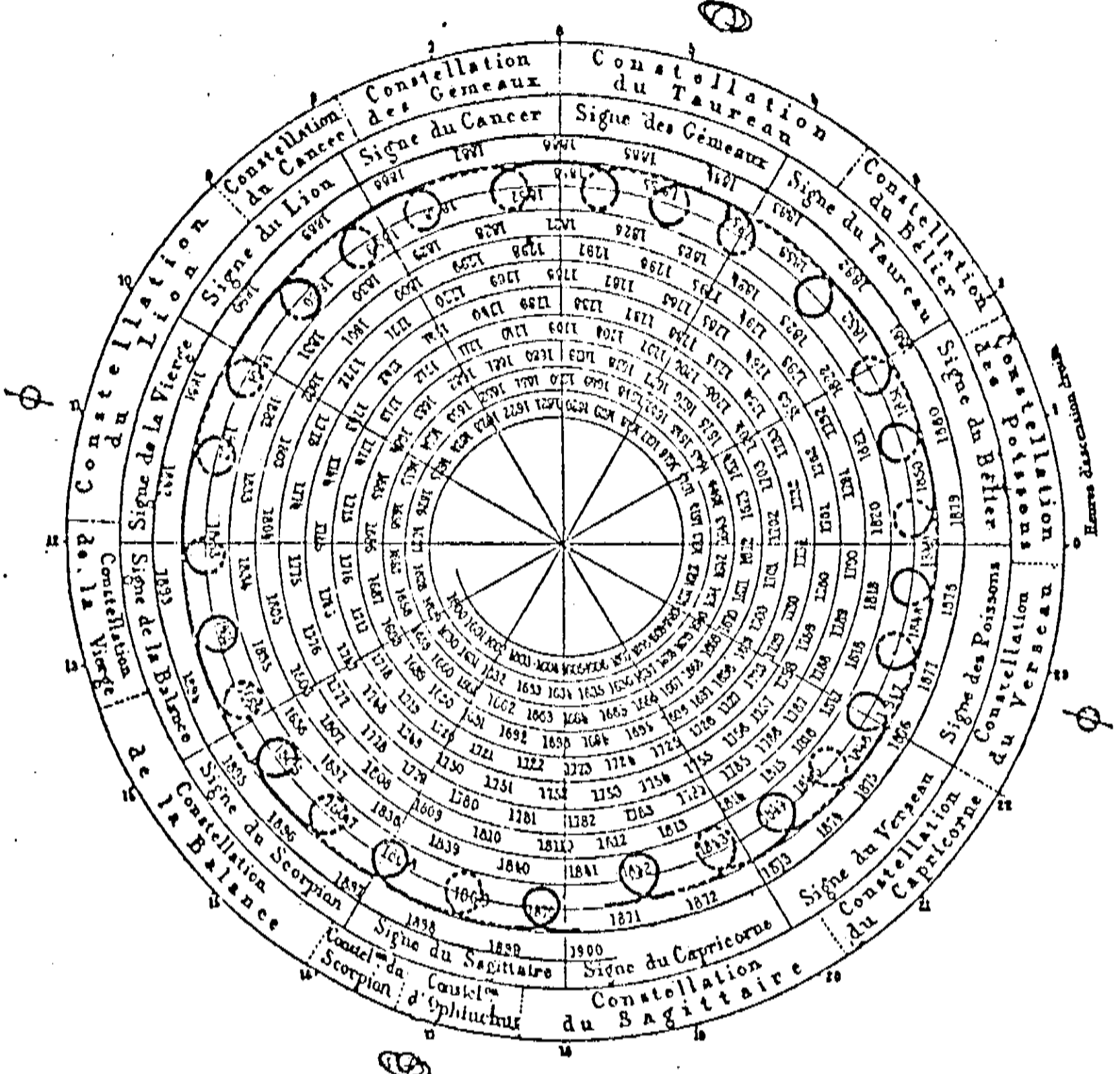
(c) Movimento de Marte em relação à Terra.
Figura 89.

Aponte seu dedo indicador para cima e diante de seus olhos, gire-o lentamente. Agora, inverta o movimento: deixe seu dedo imóvel e gire lentamente sua cabeça. O efeito é o mesmo, não é?

Com esta simples experiência, podemos concluir que todo o movimento que observamos depende do referencial que adotamos. Ptolomeu adotou um referencial relativo: a Terra, e explicou muito bem os movimentos planetários nos céus de sua antiga Grécia, através dos valores que conseguira obter dos instrumentos de sua época. Kepler, baseado em medidas mais precisas, mudou o sistema de referencial para o Sol (referencial absoluto) e sumariou em três leis todo o movimento planetário.



(d) Movimento de Júpiter em relação à Terra.
Figura 89.



(e) Movimento de Saturno em relação à Terra.

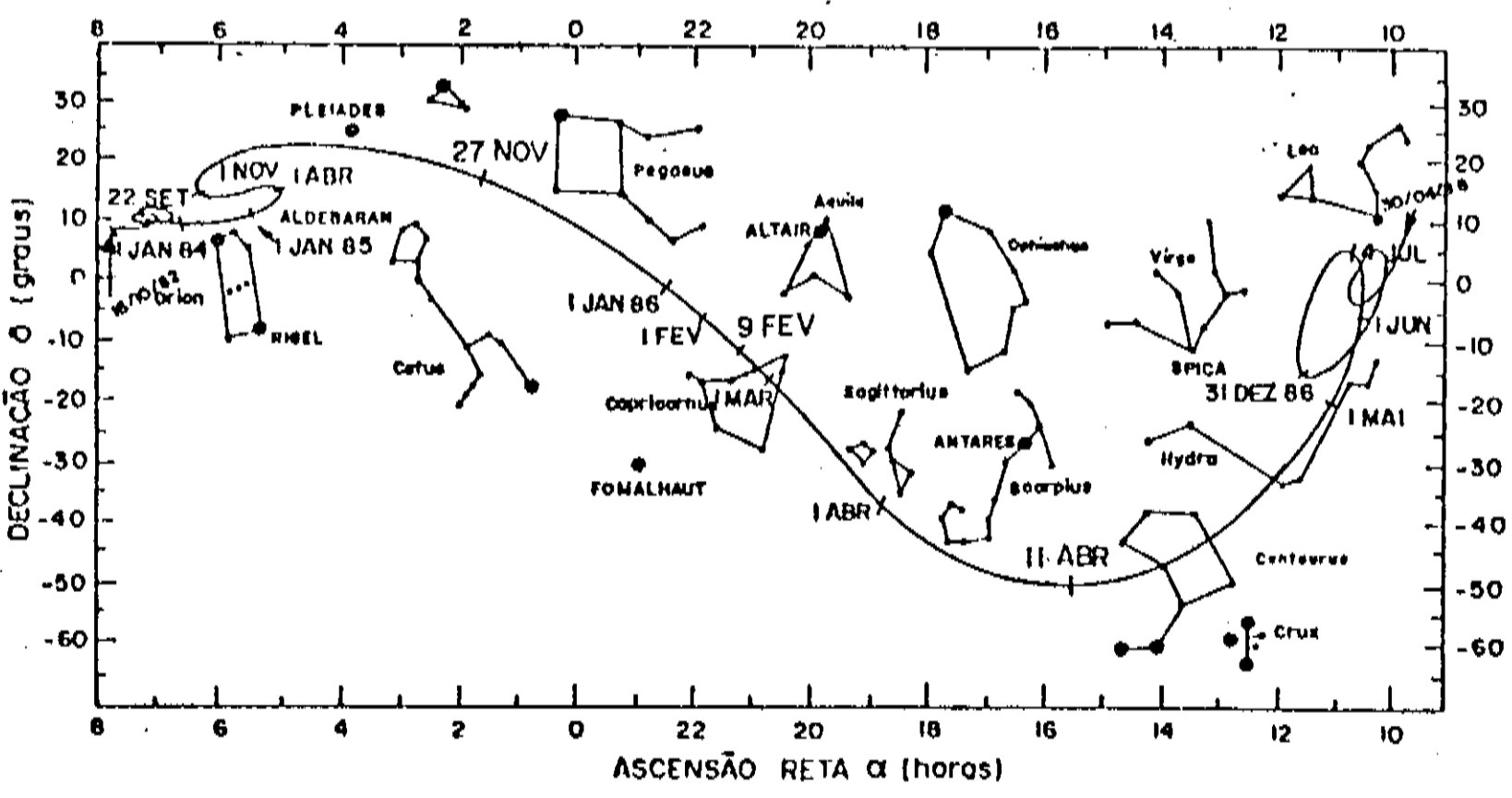


Figura 90.
Trajetória aparente do cometa Halley.

APÊNDICE I
A ELIPSE E FORMAS DE CONSTRUI-LA

A elipse, como a circunferência, a hipérbole e a parábola são ditas genericamente secções cônicas, pois podem ser obtidas pela intersecção de uma superfície cônica com um plano, como mostra a figura 1.

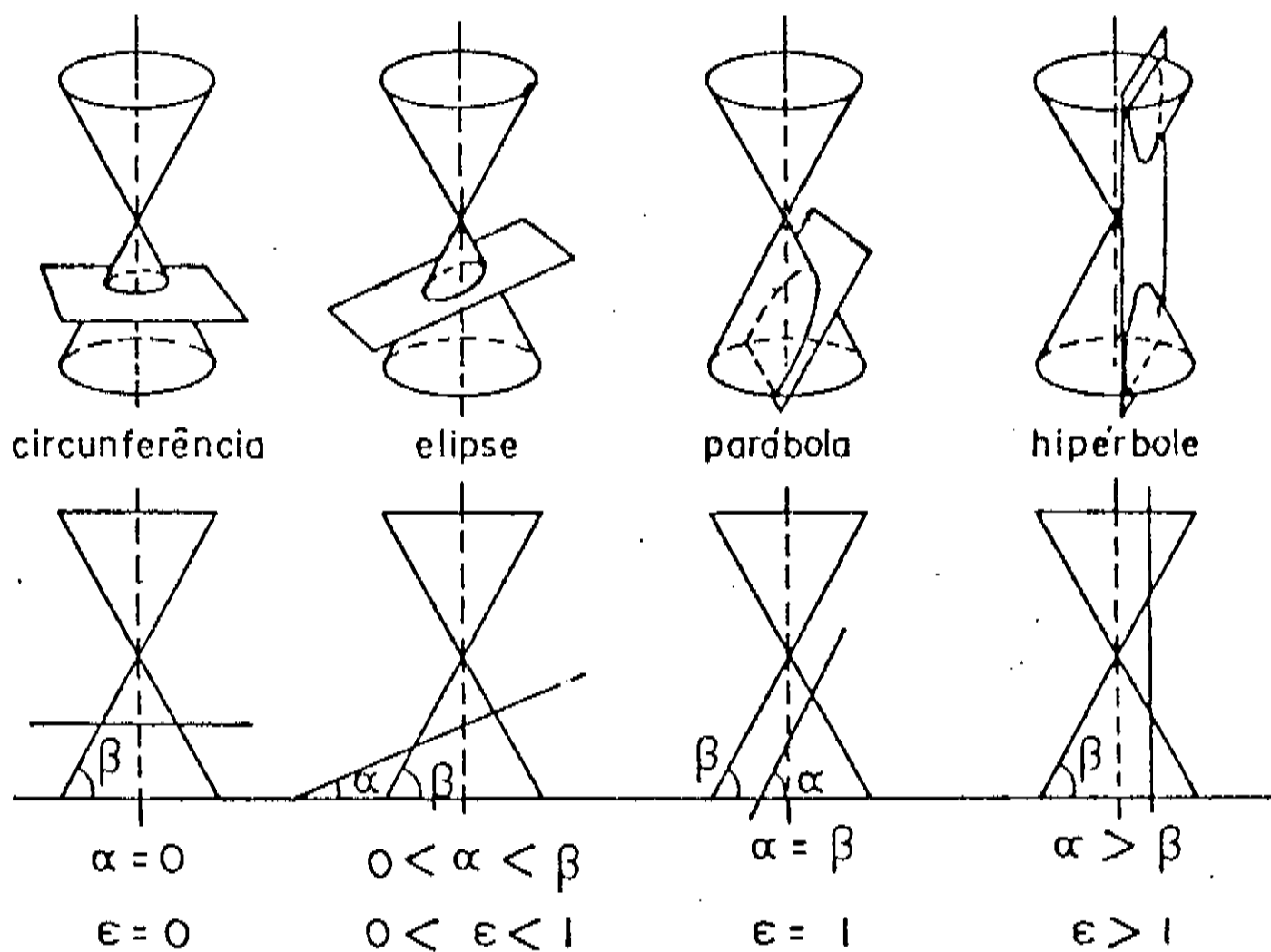
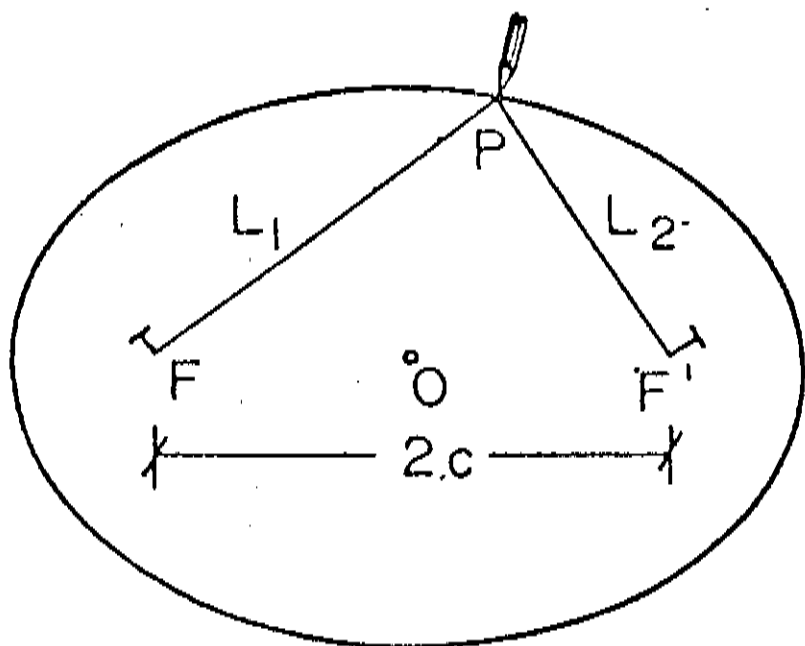


Figura 1.
Secções Cônicas.

A elipse é o lugar geométrico dos pontos, cuja soma das distâncias a dois pontos fixos chamados focos é constante.



$$L_1 + L_2 = \text{const.}$$

A distância $2c$ na figura 2, é a distância entre os focos F e F' .

Figura 2.

Podemos traçar uma elipse, pelo conhecimento do método do barbante, colocando uma tachinha em F e outra em F' , e por elas amarrar um barbante de comprimento L ($= L_1 + L_2$).

Com um lápis, esticamos o barbante e encontramos os pontos que satisfazem, $L_1 + L_2 = \text{constante}$.

As figuras assim obtidas sugerem as seguintes definições:

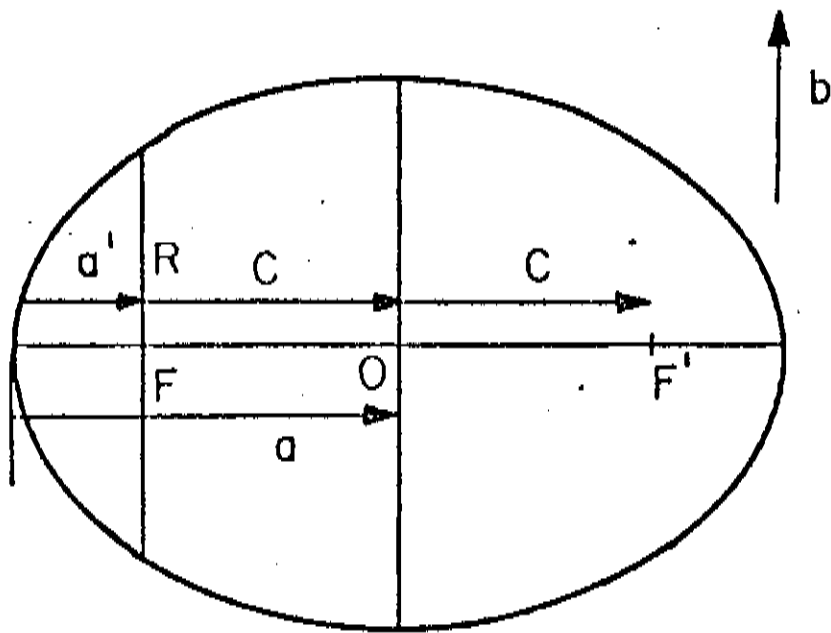
O que caracteriza a forma da elipse é sua excentricidade ϵ e que é definida por:

$$\epsilon = c/a \quad (3)$$

Quando a distância focal é igual a zero, $c = 0$, resulta uma elipse de excentricidade nula, $\epsilon = 0$, que corresponde a uma circunferência.

Quando a distância focal c e o semi-eixo maior a tenderem a valores infinitos, a elipse degenera numa parábola.

Desenhemos uma elipse de semi-eixo maior a e menor b , e uma circunferência concêntrica de raio a (figura 4).



(a)

c = semidistância focal = distância do centro O ao foco F ou F' ;

a = semi-eixo maior;

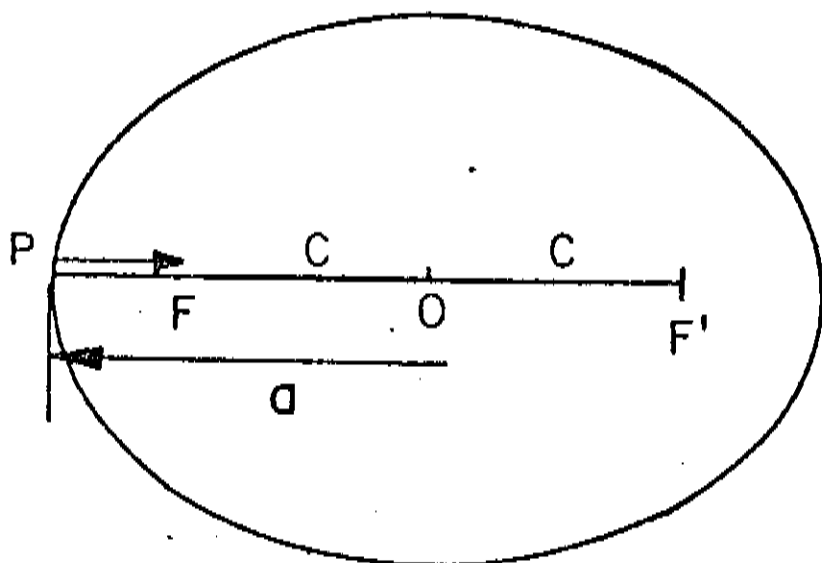
b = semi-eixo menor;

R = "latus rectum";

a' = corresponde à distância periélica, se a elipse for uma órbita planetária ou cometária.
 $a' = a - c$;

F = foco principal;

F' = foco conjugado;

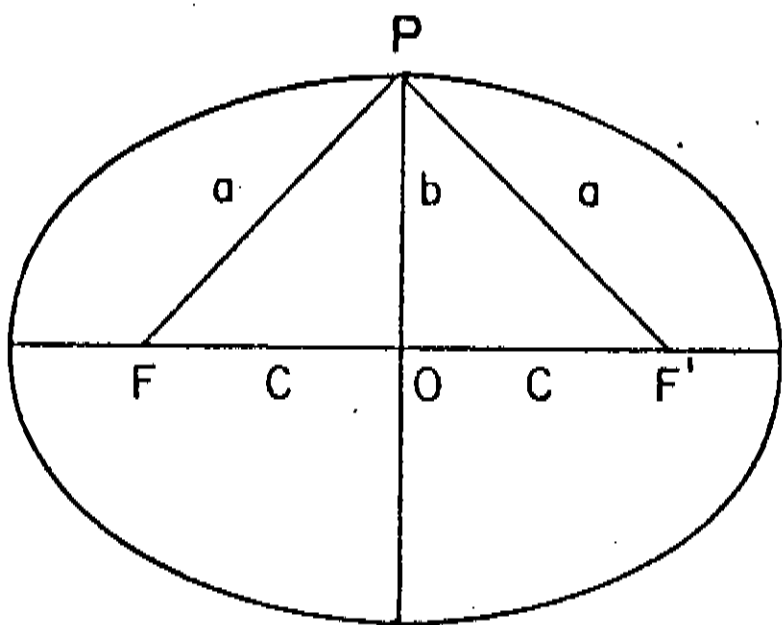


(b)

Quando o ponto P se encontra no periélio,

$$L_1 + L_2 = a - c + a + c = 2a \quad (1)$$

Portanto, a distância $FP + FP'$ é sempre igual a $2a$;



(c)

Quando o ponto P está equidistante dos focos, a distância FP é igual a a , e portanto,

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad (2)$$

Figura 3.

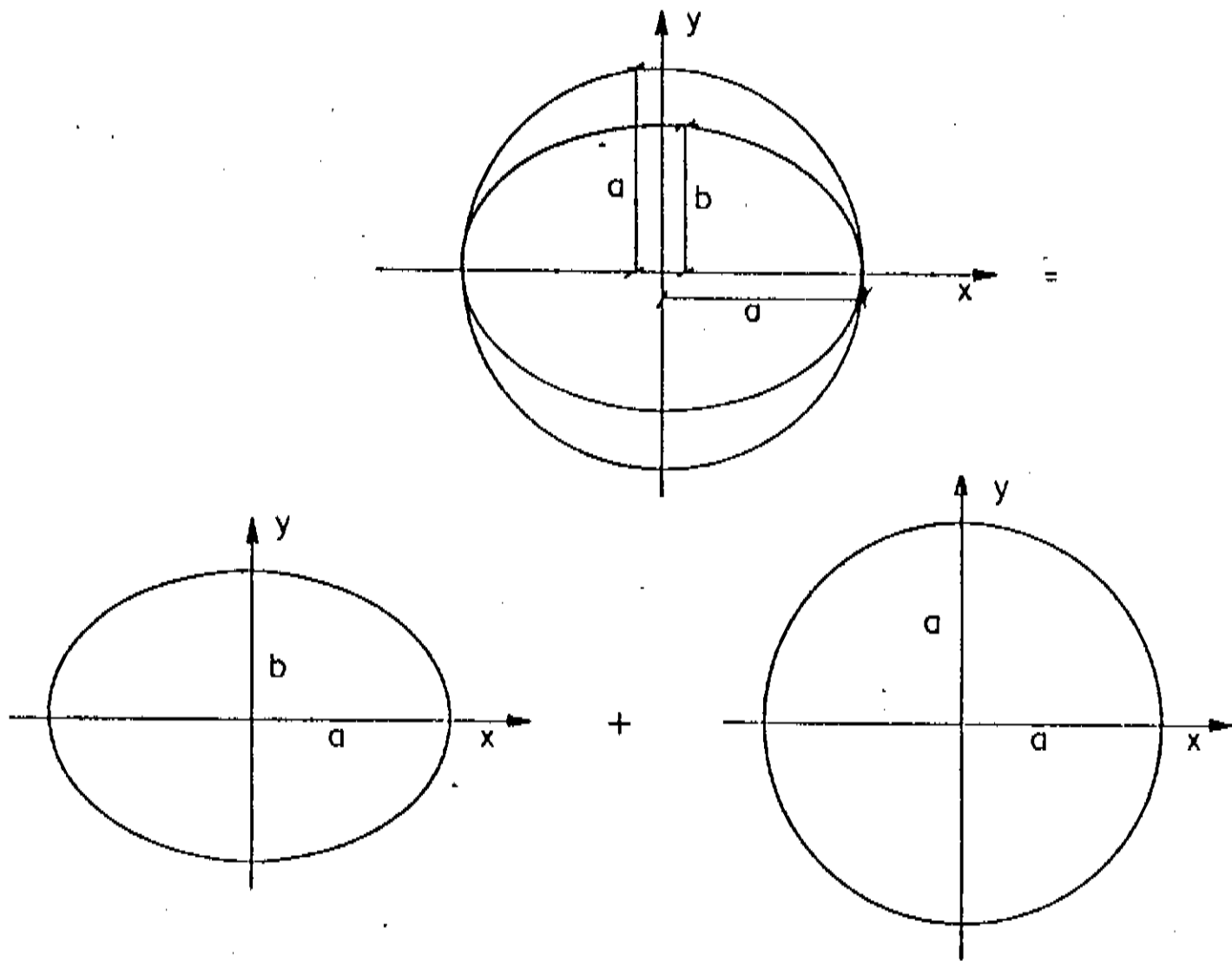


Figura 4.

A equação da circunferência em coordenadas cartesianas é:

$$x_c^2 + y_c^2 = a^2 \quad (4)$$

onde,

a é constante e igual ao raio da circunferência da figura 4.

Vejamos que, para $x = 0$, sobre o eixo y , temos para a elipse, $y_e = b$, enquanto que para a circunferência, temos $y_c = a$.

Assim:

$$\begin{aligned} y_c / y_e &= a / b \\ y_e &= (b/a) y_c \end{aligned} \quad (5)$$

Supondo que isto é verdadeiro para todo x , podemos dizer que obtemos a elipse a partir de uma contração, de valor (b/a) , da circunferência na direção y (figura 5).

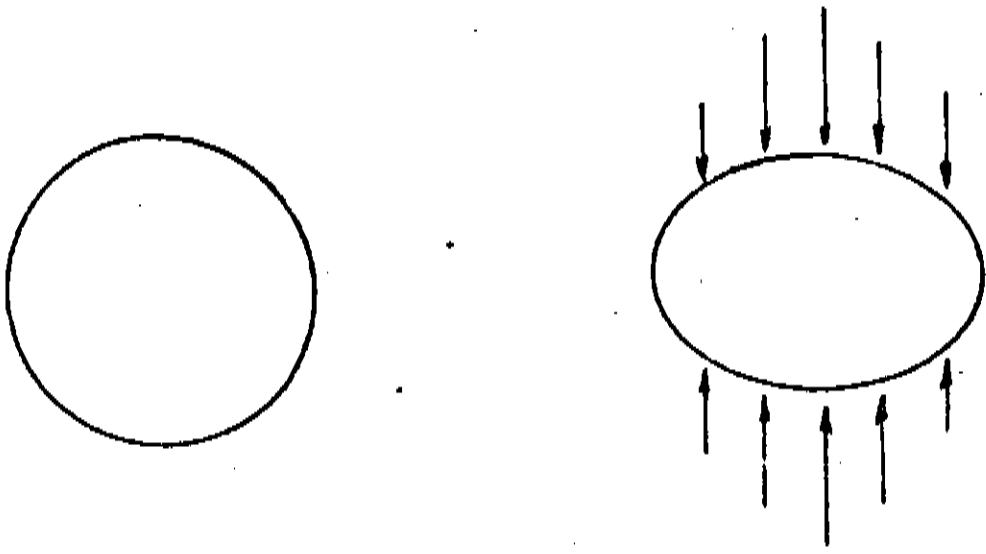


Figura 5.

Quando $y = 0$, temos que:

$$x_e = a$$

$$x_e = a \quad , \text{ ou seja,}$$

$$x_e = x_e \quad (\text{para } y = 0) \quad (6)$$

Fazendo uso de (5) e (6) e utilizando (4), podemos escrever:

$$x_e^2 + y_e^2 \cdot (a^2/b^2) = a^2$$

$$(x_e^2/a^2) + (y_e^2/b^2) = 1 \quad (7)$$

que é a equação da elipse em coordenadas cartesianas.

Vamos verificar se esta equação satisfaz o estabelecido em (1), ou seja, que a soma das distâncias de um ponto P até os focos seja sempre igual a $2a$.

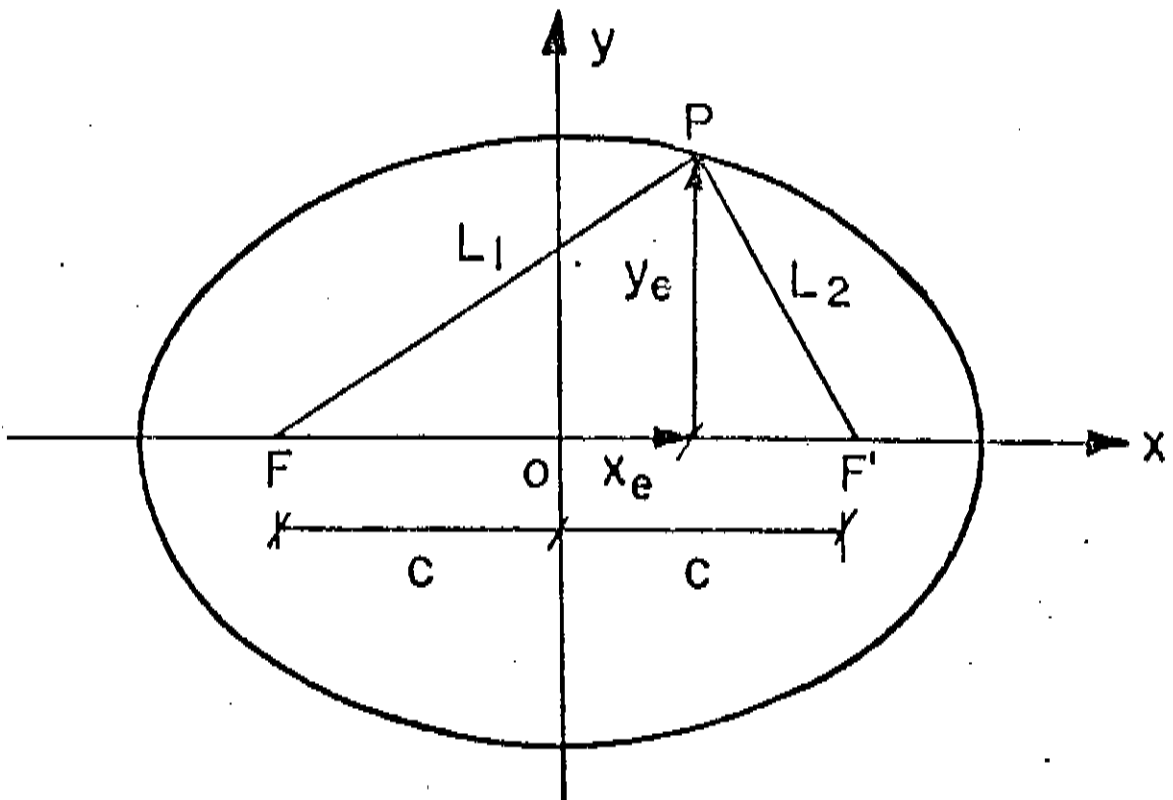


Figura 6.

Da figura 6, e usando o teorema de Pitágoras (o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos), tiramos as seguintes relações:

$$L_1^2 = (c + x_e)^2 + y_e^2 \quad (8a)$$

$$L_2^2 = (c - x_e)^2 + y_e^2 \quad (8b)$$

Como $(x_e^2/a^2) + (y_e^2/b^2) = 1$, então,

$$(y_e^2/b^2) = 1 - (x_e^2/a^2)$$

$$y_e^2 = b^2 - (x_e^2 \cdot b^2/a^2)$$

Como $b^2 = a^2 - c^2$,

$$y_e^2 = b^2 - x_e^2(a^2 - c^2)/a^2$$

$$y_e^2 = b^2 - (x_e^2 - x_e^2 \cdot c^2/a^2) \quad ; \quad \epsilon = c/a,$$

$$y_e^2 = b^2 - x_e^2 + x_e^2 \cdot \epsilon^2$$

Usando este valor em (8a), ficamos com:

$$L_1^2 = c^2 + x_e^2 + 2cx_e + b^2 - x_e^2 + x_e^2 \cdot \epsilon^2$$

$$L_1^2 = c^2 + 2cx_e + b^2 + x_e^2 \cdot \epsilon^2 \quad ; \quad b^2 = a^2 - c^2,$$

$$L_1^2 = c^2 + 2cx_e + a^2 - c^2 + x_e^2 \cdot \epsilon^2 \quad ; \quad c = \epsilon \cdot a,$$

$$L_1^2 = a^2 + 2a\epsilon x_e + \epsilon^2 x_e^2$$

$$L_1^2 = (a + \epsilon x_e)^2$$

$$\therefore L_1 = a + \epsilon x_e \quad (9a)$$

Da mesma forma para (8b), obtemos:

$$L_2 = a - \epsilon x_e \quad (9b)$$

Somando (9a) com (9b), obtemos finalmente:

$$L_1 + L_2 = a + \epsilon x_e + a - \epsilon x_e$$

$$\therefore L_1 + L_2 = 2a \quad (10)$$

Portanto, a equação da elipse $(x_e^2/a^2) + (y_e^2/b^2) = 1$ satisfaz a equação acima.

APÊNDICE 2

DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DA ELIPSE NA FORMA POLAR

Temos a seguinte propriedade, do foco e da diretriz, válida para as secções cônicas (parábola, elipse e hipérbole):

$$PF = \epsilon PD \quad (1)$$

Da figura 1, temos que:

$$PF = r \cdot (\text{origem no foco } F) \quad (2)$$

enquanto que,

$$PD = AB \quad (3)$$

e,

$$AB = AF + FB$$

$$FB = r \cos \theta$$

Assim,

$$AB = k + r \cdot \cos \theta \quad (4)$$

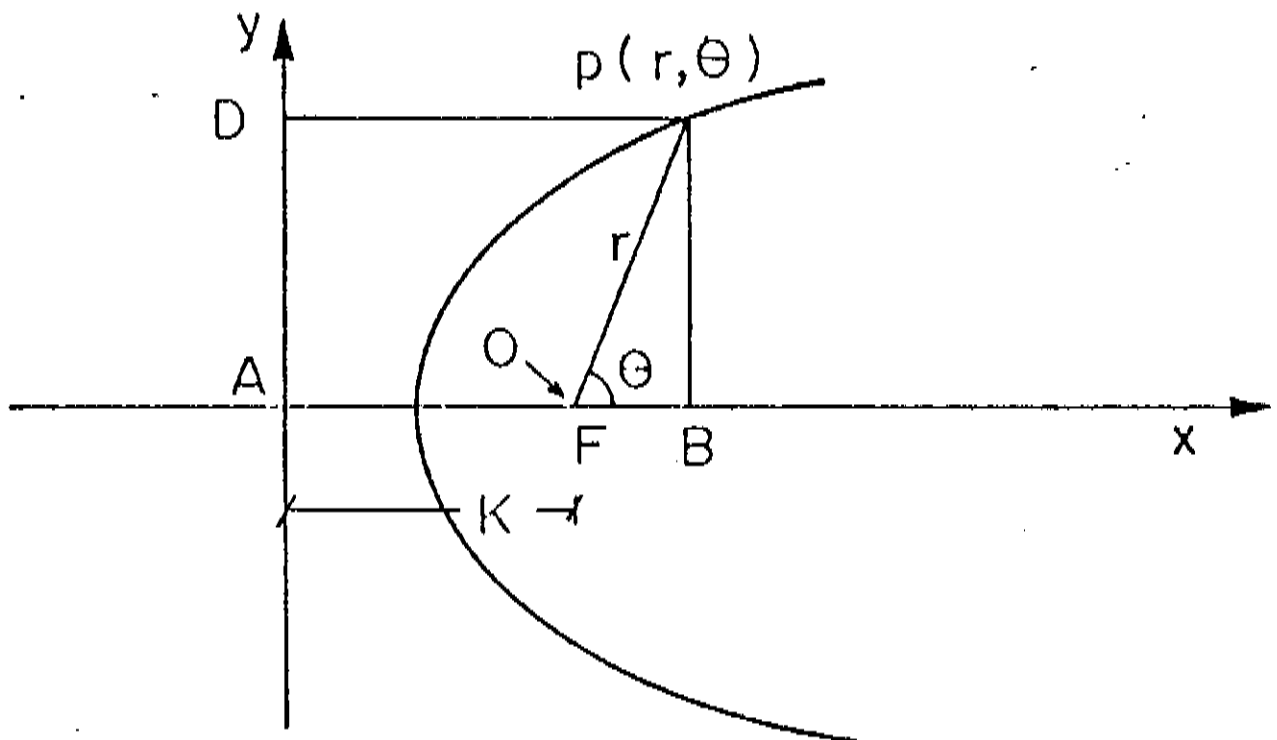


Figura 1.

Então, substituindo (2), (3) e (4) em (1), ficamos com:

$$r = \epsilon (k + r \cos \theta)$$

$$r = k\epsilon + \epsilon r \cos \theta$$

$$r - \epsilon r \cos \theta = k\epsilon$$

$$r = \frac{k\epsilon}{1 - \epsilon \cos \theta} \quad (5)$$

Se o "latus rectum" R é igual a $k\epsilon$, podemos escrever finalmente que:

$$r = \frac{R}{1 - \epsilon \cos \theta} \quad (6)$$

Tomando a equação (6) e multiplicando-a em cima e embaixo por $(1 + \epsilon \cos \theta)$, temos que:

$$r = \frac{R(1 + \epsilon \cos \theta)}{(1 - \epsilon \cos \theta)(1 + \epsilon \cos \theta)} = \frac{R(1 + \epsilon \cos \theta)}{1 - \epsilon^2 \cos^2 \theta}$$

Se a excentricidade for muito pequena (o que realmente é para as órbitas planetárias), de tal forma que $\epsilon^2 \ll 1$, podemos escrever a equação acima como:

$$\begin{aligned} r &\cong R(1 + \epsilon \cos \theta) \\ r &\cong R + R\epsilon \cos \theta \end{aligned} \quad (7)$$

que é a equação aproximada da elipse, de excentricidade pequena e "latus rectum" igual a R , na sua forma polar.

No próximo apêndice, demonstraremos que (7) coincide com a equação de uma circunferência descentrada.

APÊNDICE 3
EQUAÇÃO DA CIRCUNFERÊNCIA DESCENTRADA

Da figura 1, vemos que tomando o triângulo sombreado e utili-

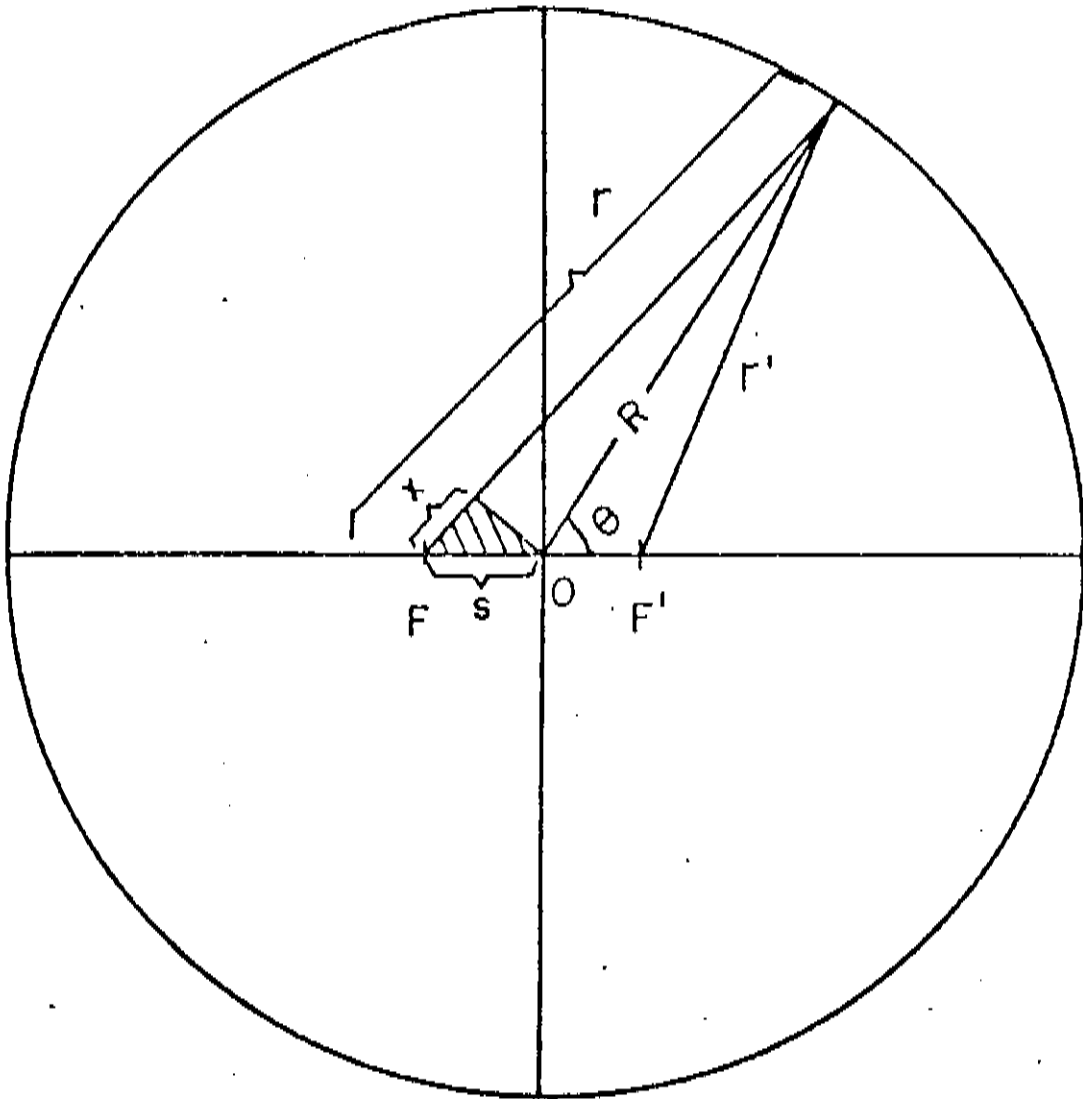
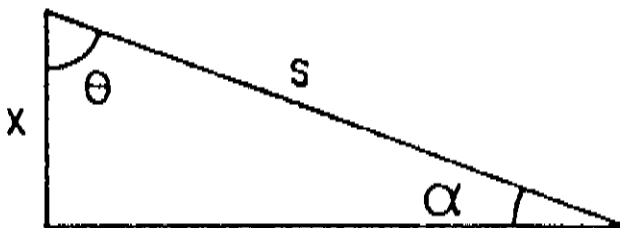


Figura 1.

zando algumas propriedades trigonométricas, podemos encontrar o valor de x . Assim,



$$\alpha = 90^\circ - \theta$$

$$\text{sen } \alpha = \text{sen } (90^\circ - \theta) = x/s \tag{1}$$

Porém,

$$\operatorname{sen}(a \mp b) = \operatorname{sena} \cdot \operatorname{cosb} \mp \operatorname{senb} \cdot \operatorname{cosa} \quad (2)$$

$$\operatorname{sen}(90^\circ - \theta) = 90^\circ \cdot \operatorname{cos} \theta - \operatorname{sen} \theta \cdot \operatorname{cos} 90^\circ$$

($\operatorname{sen} 90^\circ = 1$ e $\operatorname{cos} 90^\circ = 0$),

$$\therefore \operatorname{sen}(90^\circ - \theta) = \operatorname{cos} \theta \quad (3)$$

Como $\operatorname{sen} a = \operatorname{sen}(90^\circ - \theta)$ e substituindo (3) em (1), ficamos com:

$$\operatorname{cos} \theta = x/s$$

$$x = s \cdot \operatorname{cos} \theta \quad (4)$$

Portanto, podemos escrever r (olhando a figura 1) como:

$$r = R + s \cdot \operatorname{cos} \theta \quad (5)$$

Se $s \ll R$, então,

$$\epsilon = s/R \ll 1 \quad (6)$$

Podemos ver ainda da figura (1) que:

$$r' = R - s \cdot \operatorname{cos} \theta \quad (7)$$

Notamos que a equação (5) deste apêndice, equivale a equação (7) do apêndice 2, se $s = R \cdot \epsilon$, ou seja, reescrevendo (5),

$$r = R + R \epsilon \operatorname{cos} \theta \quad (8)$$

que é a equação de uma circunferência de raio R , referida a um sistema de coordenadas polares centrada a uma distância $s = R \epsilon$ do centro daquela.

APÊNDICE 4
SEGUNDA LEI DE KEPLER: VELOCIDADE ORBITAL
(LEI DAS ÁREAS)

Tomando a equação (6) do apêndice 2,

$$r = \frac{R}{1 - \epsilon \cos \theta}$$

e se $\epsilon = s/R$, então,

$$r = \frac{R}{1 - (s/R) \cos \theta}$$

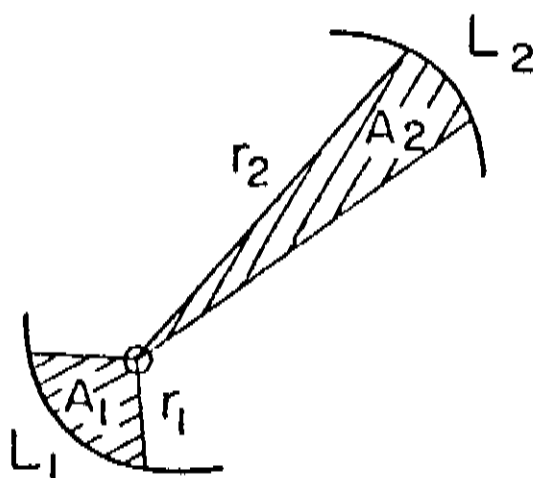
$$r = \frac{R^2}{R - s \cos \theta}$$

Como $r' = R - s \cos \theta$, pela equação (7) do apêndice 2, então

$$r = R^2/r' \quad (1)$$

e desde que R é uma constante, temos que:

$$r \cdot r' = \text{constante} \quad (2)$$



$$L_1 \cdot r_1 = L_2 \cdot r_2 = \dots = L_n \cdot r_n$$

Figura 1.

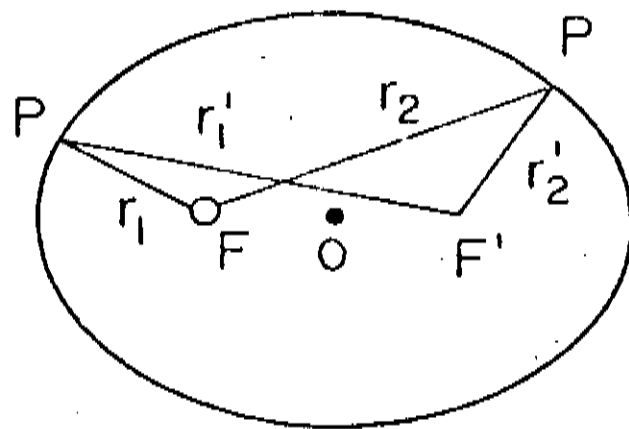


Figura 2.

Das figuras 1 e 2 e da relação (2), podemos escrever que:

$$L_1 \cdot r_1 = L_2 \cdot r_2 = 2 \cdot \text{Área} \quad (\text{Lei das Áreas}) \quad (3)$$

pois a área de um triângulo de lados L e r é:

$$\text{Área} = (L \cdot r)/2$$

e desde que,

$$r_1 = \text{const}/r_1' \quad \text{e} \quad r_2 = \text{const}/r_2'$$

temos que, ao substituir estes valores em (3),

$$\begin{aligned} L_1 \cdot \text{const}/r_1' &= L_2 \cdot \text{const}/r_2' \\ L_1/r_1' &= L_2/r_2' \equiv \xi \quad (\text{"Lei do Equante"}) \end{aligned} \quad (4)$$

onde,

ξ é o ângulo descrito em relação ao ponto equante (foco conjugado F').

Portanto, a velocidade angular com respeito ao ponto equante é constante. Temos assim, um enunciado aproximado e alternativo da segunda lei de Kepler: a "lei do Equante".

APÊNDICE 5
CALCULO DA LATITUDE ECLIPTICA

A figura 1 corresponde ao desenho da órbita de um planeta e de como este seria visto desde a Terra, levando-se em consideração a latitude eclíptica heliocêntrica (desde o Sol) α , e a latitude eclíptica geocêntrica (desde a Terra) β .

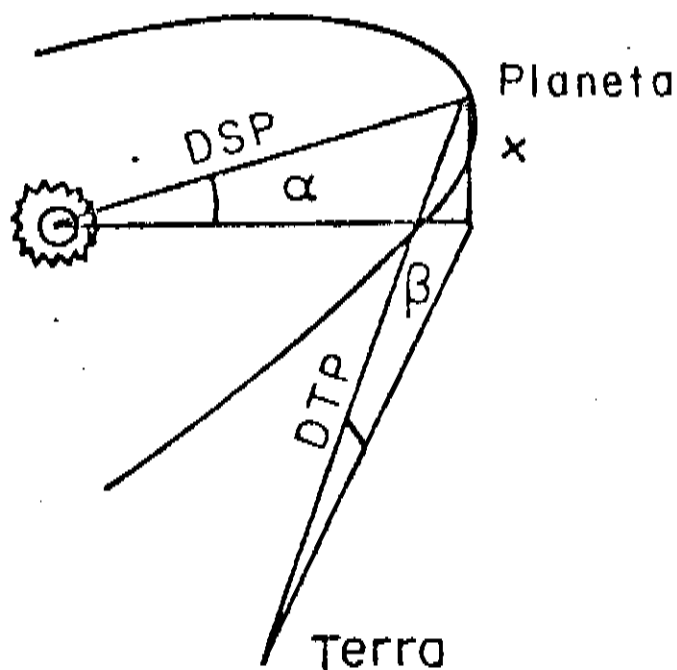


Figura 1.

Da figura acima podemos tirar as seguintes relações:

$$\text{sen } \alpha = x/\text{DSP}$$

$$\text{sen } \beta = x/\text{DTP}$$

onde,

DSP = distância Sol-planeta;

DTP = distância Terra-planeta.

Para ângulos pequenos, $\text{sen } \beta \cong \beta$ e $\text{sen } \alpha \cong \alpha$,

$$\therefore \beta = \alpha \cdot \text{DSP}/\text{DTP} \quad (1)$$

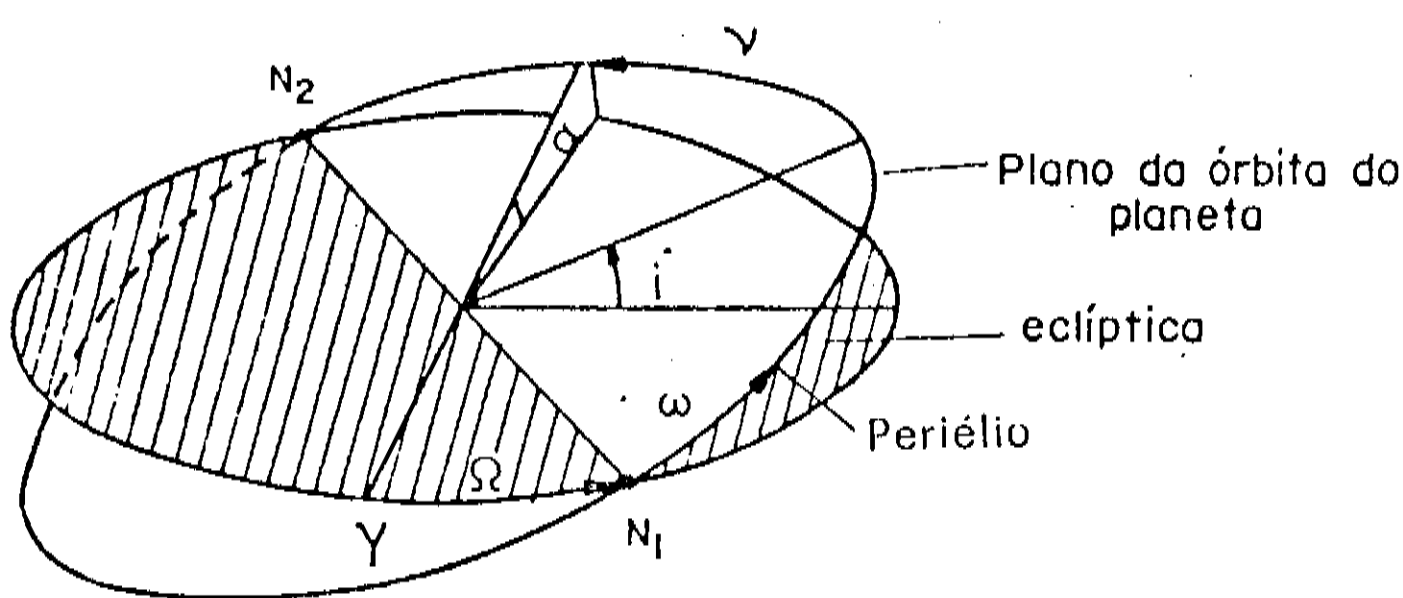


Figura 2.
Órbita planetária em relação a eclíptica.

O período que o planeta dispense acima da eclíptica, não é o mesmo que ele dispense abaixo dela. Assim, podemos inferir que o movimento orbital ao longo da eclíptica seja aquele mostrado na figura 3.

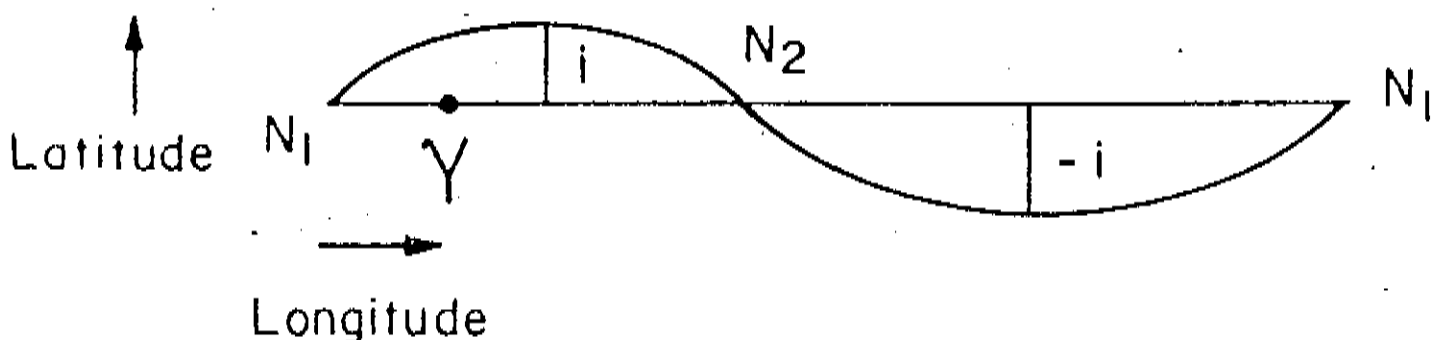


Figura 3.

Podemos escrever uma solução aproximada para a latitude eclíptica heliocêntrica α , na forma:

$$\alpha = i \cdot \text{sen} (\lambda - \Omega) \quad (2)$$

onde,

α = latitude eclíptica heliocêntrica;

i = inclinação da órbita planetária com respeito à eclíptica;

λ = longitude do planeta = $\bar{\omega} + v$ (ver capítulo VII — "Elementos Orbitais");

Ω = longitude do nodo ascendente.

Para calcularmos a latitude eclíptica geocêntrica β é só substituir (2) em (1), obtendo assim:

$$\beta = i \cdot \frac{DSP}{DTP} \cdot \text{sen} (\lambda - \Omega) \quad (3)$$

Algo bastante interessante em se observar é que quanto maior a distância que separa a Terra de um planeta, menor será o valor da latitude eclíptica β , e vice-versa (conferir com a tabela 5 do capítulo VIII — "Método das Circunferências Descentradas"). A figura 4, ilustra o que acabamos de dizer.

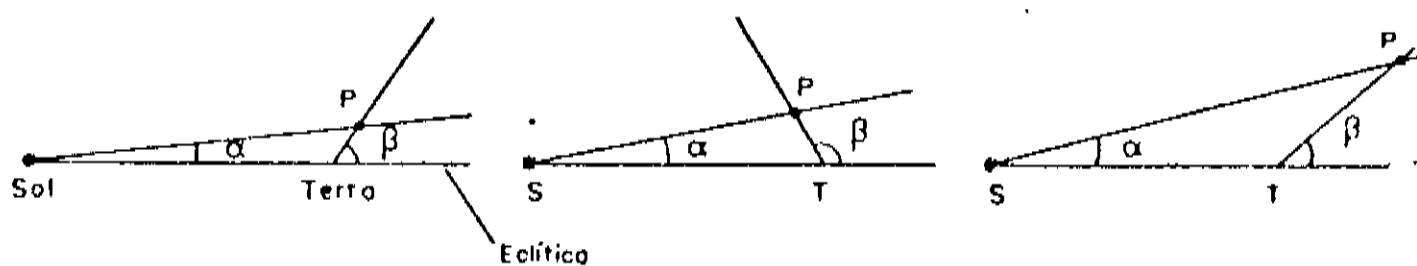


Figura 4.

APÊNDICE 6

VARIAÇÕES NAS COORDENADAS EQUATORIAIS DO SOL

Usando as propriedades de triângulos esféricos, para a figura 1, podemos obter as seguintes relações:

$$\Delta \alpha = (\cos 23,5^\circ / \cos^2 \delta) \cdot \Delta \lambda \quad (1)$$

$$\Delta \delta = \text{sen } 23,5^\circ \cdot \cos \alpha \cdot \Delta \lambda \quad (2)$$

onde,

$\Delta \alpha$ = variação da ascensão reta;

$\Delta \delta$ = variação da declinação;

$\Delta \lambda$ = incremento da longitude;

α = ascensão reta;

δ = declinação;

23,5" = inclinação da eclíptica com respeito ao equador.

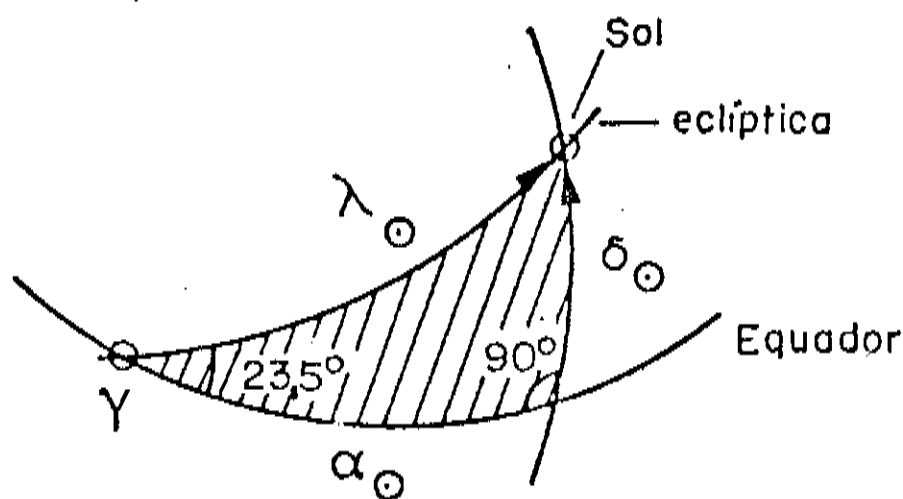


Figura 1.

Com estas relações, podemos investigar as variações $\Delta \alpha$ e $\Delta \delta$ próximo aos pontos de equinócios e solstícios, e montar a tabela 1.

Ponto da eclíptica. Hemisf. Sul (Norte)	δ_{\odot}	α_{\odot}	$\Delta \lambda_{\odot}$ p. dia	$\Delta \alpha_{\odot}$ p. dia	$\Delta \delta_{\odot}$ p. dia
Eq. de outono (primavera)	0°	0°	59'	54'	23'.5
Solst. de inverno (verão)	+ 23,5°	90°	57'	62'	0
Eq. de primavera (outono)	0°	180°	59'	54'	23'.5
Solst. de verão (inverno)	- 23,5°	270°	61'	66'	0

Tabela 1.

Usando os dados da tabela acima, é possível construir uma curva de valores de δ_{\odot} e α_{\odot} durante um ano (figura 2).

CÁLCULO APROXIMADO DE α_{\odot} E δ_{\odot} PARA UMA DATA QUALQUER

Como base para um cálculo aproximado de α_{\odot} e δ_{\odot} , tomemos os valores absolutos das coordenadas dadas na tabela 1 ou aqueles sobre a curva da figura 2, e as variações diurnas de $\Delta \alpha_{\odot}$ e $\Delta \delta_{\odot}$, para os valores, dos quais tomamos:

$$\Delta \alpha_{\odot} = 1^{\circ} \text{ por dia durante o ano todo;}$$

$$\Delta \delta_{\odot} = \pm 0^{\circ}.4 \text{ por dia para o primeiro mês antes e o primeiro mês após o equinócio;}$$

$$\Delta \delta_{\odot} = \pm 0^{\circ}.3 \text{ por dia para o segundo mês antes e segundo mês após o equinócio;}$$

$$\Delta \delta_{\odot} = \pm 0^{\circ}.1 \text{ por dia para o primeiro mês antes e primeiro mês após os solstícios.}$$

Para calcular a ascensão reta e a declinação do Sol para uma data determinada, devemos multiplicar o valor da variação diurna $\Delta \delta_{\odot}$ ou $\Delta \alpha_{\odot}$ pelo número de dias para a data *mais próxima* do equinócio ou solstício. Feito isto, tome o resultado e some-o (ou subtraia-o do) ao valor δ_{\odot} e α_{\odot} daquela data.

Exemplo 1: Calcular δ_{\odot} e α_{\odot} para 3 de maio

(a) A data mais próxima será 21/03: $\delta_{\odot} = 0^{\circ}$; $\alpha_{\odot} = 0^{\circ}$.

(b) Número de dias até a data mais próxima: 43.

(c) Cálculo da variação $\Delta \delta$ e $\Delta \alpha$. A variação diurna $\Delta \delta = +0^{\circ}.4$ e $+0.3^{\circ}$.

$$\Delta \delta_1 = 0.4^{\circ}/d \cdot 30d = 12^{\circ}$$

$$\Delta \delta_2 = 0.3^{\circ}/d \cdot 13d = 3^{\circ}.9$$

$$\Delta \delta_{\odot} = 15^{\circ}.9, \Delta \alpha_{\odot} = 1^{\circ}/d \cdot 43d = 43^{\circ}$$

(d) $\delta_{\odot} = 0^{\circ} + 15^{\circ}.9 = 15^{\circ}.9N$; $\alpha_{\odot} = 0^{\circ} + 43^{\circ} = 43^{\circ}$.

Exemplo 2: Calcular δ_{\odot} e a_{\odot} para 16 de novembro.

(a) A data mais próxima será 22/12; o número de dias = 36 (para trás).

$$(b) \Delta\delta_1 = 0.1^\circ/d \cdot 30d = +3^\circ.0$$

$$\Delta\delta_2 = 0.3^\circ/d \cdot 6d = +1^\circ.8$$

$$\Delta\delta_{\odot} = -4^\circ.8, \Delta a_{\odot} = 1^\circ/d \cdot (-36d) = -36^\circ$$

$$(c) 16/11 \Rightarrow \delta_{\odot} = 18^\circ.7s, a_{\odot} = 234^\circ$$

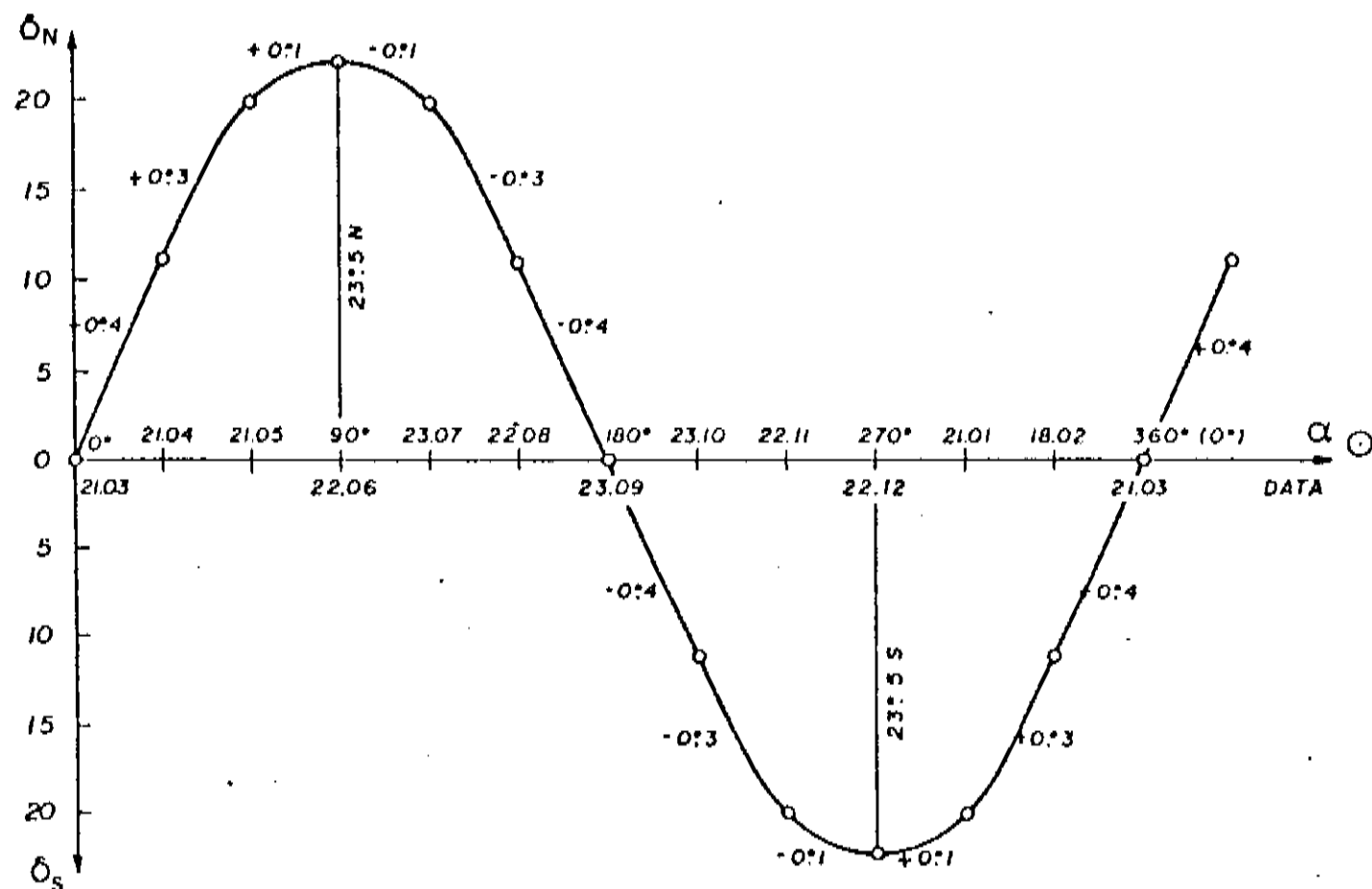


Figura 2.
Trajetória aparente anual do Sol.

BIBLIOGRAFIA

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

- 1 — LEAKEY, R. — "Origens" — Editora Melhoramentos/Editora Universidade de Brasília, São Paulo, 1980.
- 2 — LEAKEY, R. — "A Evolução da Humanidade" — Editora Melhoramentos/Editora Universidade de Brasília, São Paulo, 1981.
- 3 — SAGAN, C. — "O Romance da Ciência" — Editora Francisco Alves, 2.^a Edição, Rio de Janeiro, 1982.

CAPÍTULO 2

A ESFERA CELESTE

- 1 — ARGÜELLO, C. A. — "Apostilas de Astronomia Básica" — Unicamp, 1983.
- 2 — HERMANN, J. — "Astronomia" — Editora Moderna — São Paulo.
- 3 — KRASAVTSEV, B. and KHLIUSTIN, B. — "Nautical Astronomy" — Mir Publishers, Moscow, 1970.
- 4 — LUCIE, P. — "A Gênese do Método Científico" — Editora Campus, Rio de Janeiro, 1977.
- 5 — "Navegação Astronômica" — Editora Atlas S/A — Escola Naval, Rio de Janeiro, 1972.
- 6 — NEVES, M. C. D. — "Apostila — Elementos Básicos de Astronomia: A Esfera Celeste" — Unicamp, 1985.

CAPÍTULO 3

UM POUCO DE HISTÓRIA

- 1 — BRECHER, K. and FEIRTAG, M. — "Astronomy of the Ancients" — MIT Press, 1979.
- 2 — DREYER, J. L. E. — "A History of Astronomy from Thales to Kepler" — Dover Publications, 2nd Edition, New York, 1953.
- 3 — HOYLE, F. — "On Stonehenge" — W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1977.
- 4 — SAGAN, C. — "Cosmos" — Editora Francisco Alves, 2.^a Edição, Rio de Janeiro, 1982.

CAPÍTULO 4

O TEMPO

- 1 — Referência 3 do capítulo 2.
- 2 — Referência 5 do capítulo 2.
- 3 — "Almanaque Náutico para 1985" — DN-540, Ministério da Marinha.

CAPÍTULO 5

MODELOS PLANETÁRIOS E AS LEIS DE KEPLER

- 1 — Referência 2 do capítulo 3.
- 2 — HOLTON, G. — "Introduction to Concepts and Theories in Physical Science" — 2nd Edition, Addison-Wesley, 1973.
- 3 — NICHOLSON, I. — "Astronomia" — Editora Melhoramentos, São Paulo, 1974.
- 4 — NICHOLSON, I. — "Exploração dos Planetas" — Editora Melhoramentos, São Paulo, 1975.
- 5 — Referência 4 do capítulo 3.

CAPÍTULO 6

A ELIPSE

- 1 — ARGÜELLO, C. A. — “O Cometa Halley” — Unicamp, 1985.
- 2 — THOMAS, G. B. — “Calculus and Analitical Geometry”, Addison-Wesley, Cambridge, Massachussets, 1955.

CAPÍTULO 7

ELEMENTOS ORBITAIS

- 1 — BOCZKO, R. — “Conceitos de Astronomia” — Editora Edgard Blücher, São Paulo, 1984.
- 2 — DUFFETT, P. — “Practical Astronomy with your Calculator” — Cambridge University Press, 2nd Edition.
- 3 — Referência 4 do capítulo 2.
- 4 — RIABOV, Y. — “Les Mouvements des Corps Célestes” — Editions Mir, Moscow, 1967.
- 5 — SMITH, E. P. and JACOBS, K. C. — “Introductory Astronomy and Astrophysics” — W. B. Saunders Company, Philadelphia, 1973.
- 6 — “The Solar System — A Scientific American Book” — W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1975.

CAPÍTULO 8

MÉTODO DAS CIRCUNFERÊNCIAS DESCENTRADAS

- 1 — “Anuário Astronômico — Ano 1985” — Universidade de São Paulo — Instituto Astronômico e Geofísico, 1985.
- 2 — “Anuário do Observatório Astronômico Antares para 1985” — Universidade Estadual de Feira de Santana, 1985.
- 3 — Referência 3 do capítulo 4.

- 4 — Referência 2 do capítulo 7.
- 5 — MENZEL, D. H. — "A Field Guide to the Stars and Planets", Houghton Mifflin Company, Boston, 1964.
- 6 — "The Astronomical Almanac for Year 1985" — Nautical Almanac Office — Royal Greenwich Observatory, England.

CAPÍTULO 9

CÁLCULO DA ÓRBITA DO COMETA HALLEY UTILIZANDO O 'MÉTODO DOS TRIÂNGULOS NA ELIPSE'

- 1 — MACHADO, L. E. S. e FERNANDEZ, J. A. — "Ao Encontro do Halley", Editora Guanabara, Rio de Janeiro, 1985.
- 2 — SCALISE, E. — "A Volta do Cometa de Halley" — Diagrama & Texto Editora, 1.^a Edição, São Paulo, 1985.
- 3 — TRAVNIK, N. — "Os Cometas". — Editora Papirus, 2.^a Edição, Campinas, 1985.
- 4 — YEOMANS, D. K. — "Manual do Observador do Cometa Halley", Jet Propulsion Laboratory, Califórnia, 1985.

CAPÍTULO 10

CONCLUSÃO

- 1 — FLAMMARION, C. — "Astronomie Populaire" — C. Marpon et E. Flammarion, Éditeurs, Paris, 1885.

APÊNDICES DE 1 A 5

- 1 — Referência 1 do capítulo 6.
- 2 — Referência 2 do capítulo 7.
- 3 — Referência 1 do capítulo 6.

- 1 — Referência 3 do capítulo 2.
- 2 — Referência 5 do capítulo 2.

Este trabalho foi possível graças ao apoio financeiro da Capes (Coordenação de Aperfeiçoamento do Pessoal de Nível Superior), através do programa "Educação para Ciência", do Centro de Ciências de Campinas, e do CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico).

Apêndice 7. SISTEMAS DE COORDENADAS CELESTES:

O GLOBO NEGRO

Quando observamos um astro no céu, logo pensamos como localizá-lo novamente no dia seguinte ou dali a alguns meses. Para podermos prever a posição das estrelas, do Sol e mesmo dos planetas, devemos introduzir certas definições que estão contidas basicamente, em dois sistemas de coordenadas: o sistema horizontal ou local e o sistema equatorial ou absoluto.

De posse das definições destas coordenadas, e sabendo como encontrá-las no plano, podemos construir um globo negro para demonstrar como obtê-las espacialmente.

Mas antes, vamos primeiro às definições dos sistemas de coordenadas.

7a. Sistema de Coordenada Horizontal ou Local

Neste sistema, os círculos básicos são o horizonte celeste e o círculo vertical principal (ou meridiano do observador). A localização de qualquer ponto na esfera, por este sistema, é determinada por duas coordenadas: o azimute e a altura.

Este sistema é chamado local, pois depende da posição em que o observador se encontra.

O azimute (A) de um corpo celeste é o arco do horizonte celeste que está contido entre o meridiano do observador e o

círculo vertical do corpo (ver figura 1).

A astronomia náutica faz uso de três subsistemas para a medição do azimute: o semicircular ($0^\circ - 180^\circ$), o circular ($0^\circ - 360^\circ$) e o quadrantal ($0^\circ - 90^\circ$); porém, o que nos interessará aqui será o quadrantal, cujo azimute é medido pelo arco do horizonte do ponto N (Norte) ou S (Sul) na direção E (leste) ou O (oeste) até o círculo vertical do corpo celeste, medido de 0° a 90° . Por exemplo, da figura 1, temos $A \cong 85^\circ$ SE.

A outra coordenada é a altura h , que é o arco de seu círculo vertical do horizonte celeste até o local onde o corpo celeste se encontra sobre a esfera. A altura não pode ser maior que 90° . o zenite z tem uma altura de $+90^\circ$, o nadir de -90° , e um corpo sobre o horizonte tem altura igual a 0° . Da figura 1, vemos que o corpo C está a aproximadamente a $h \cong 50^\circ$.

7b. Sistema de Coordenada Equatorial ou Absoluto

Neste sistema, o corpo celeste é localizado por duas coordenadas equatoriais: a ascensão reta (α) e a declinação (δ).

Este sistema também é dito absoluto, pois independe da posição do observador, uma vez que suas coordenadas são equatoriais.

A ascensão reta (α) de um corpo celeste C é o arco de equador do equinócio vernal (Υ) - que ocorre no dia 21 de março de cada ano - até o meridiano do corpo, medido de 0° a 360° . Por

exemplo, o corpo C na figura 2 apresenta $\alpha \approx 70^\circ$.

A declinação (δ) de um corpo celeste é o arco do meridiano (círculo de declinação) do corpo, do equador até o local onde este se encontra.

A declinação é medida de 0° a 90° . Em qualquer ponto do equador ela vale 0° ; para P (polo norte) é 90°N , e para P (polo sul) é 90°S . Na figura 2, o corpo C tem $\delta \approx 60^\circ\text{N}$.

De posse destas definições, podemos aplicá-las praticamente à este grande laboratório que nos rodeia a todos: a esfera celeste.

Para fins didáticos, construímos um globo negro que nos permitisse a localização destas coordenadas, o horário do nascer e do pôr do Sol, a forma com que o céu se apresenta para os habitantes de diversas latitudes, etc.

A série de fotografias que se segue, apresenta e ilustra alguns dos usos do globo construído por nós. Nota-se por elas, a simplicidade dos materiais empregados em sua construção e sua utilidade prática.

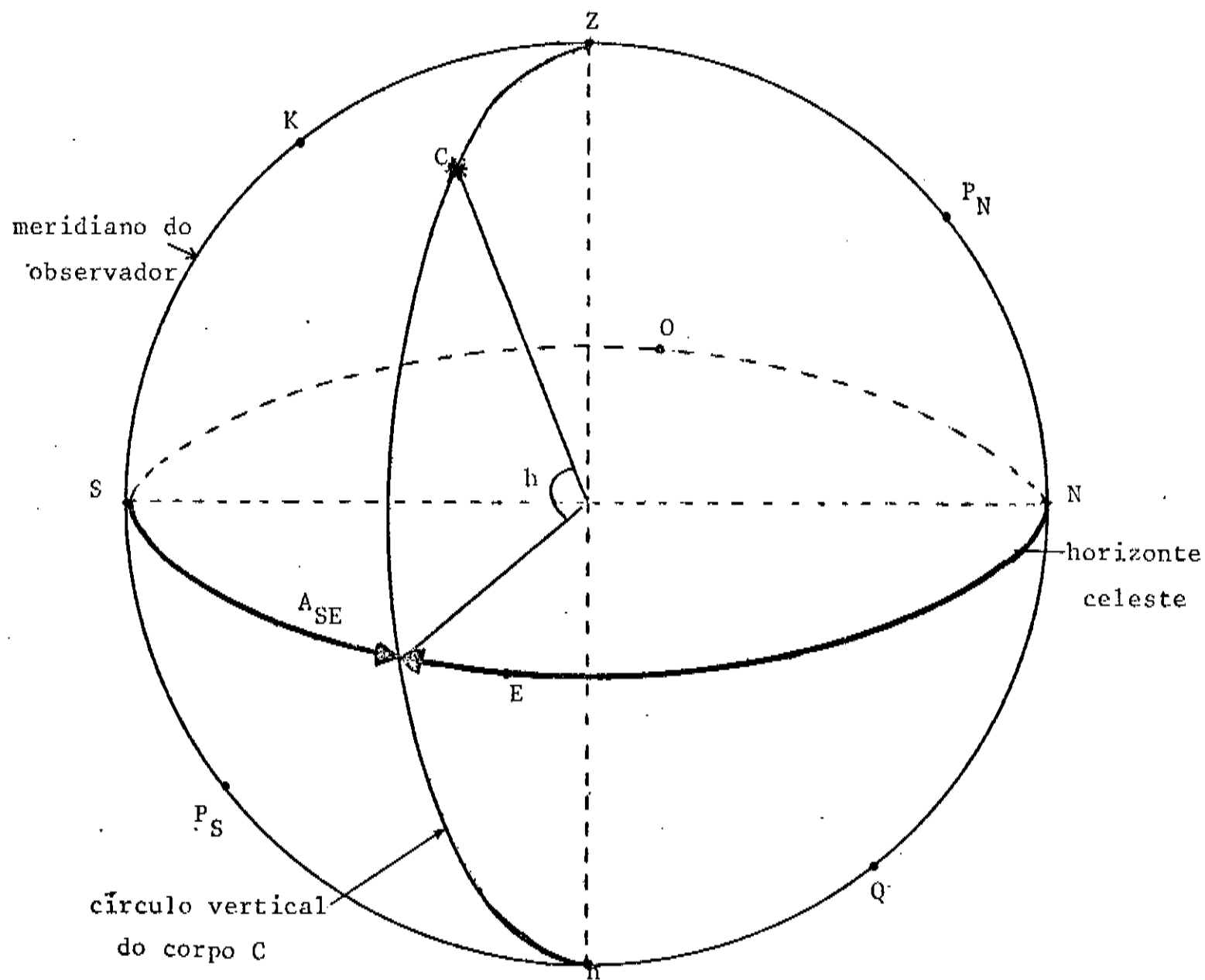


Figura 1. Sistema de Coordenada Horizontal ou Local

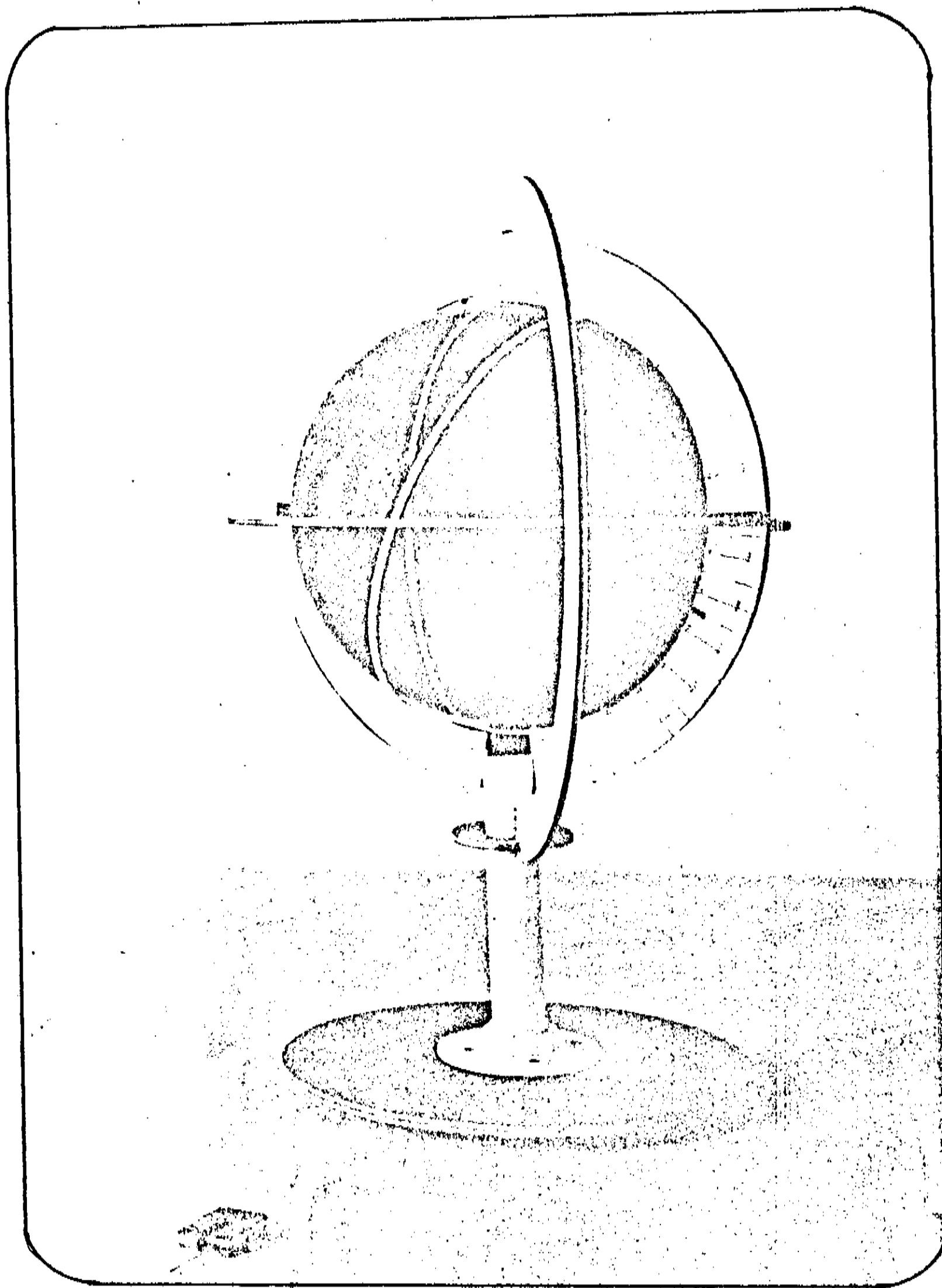


Foto 1. O Globo Negro

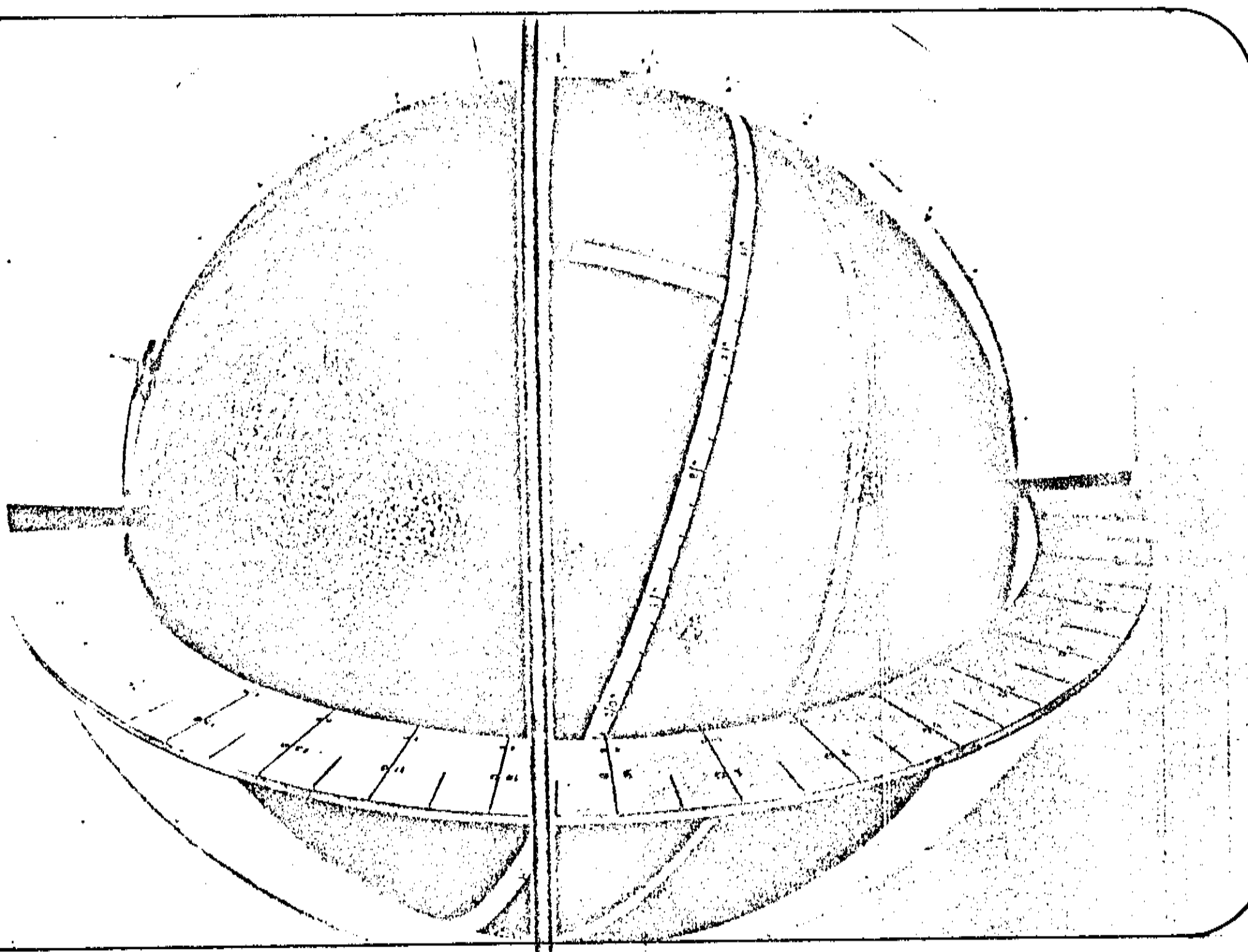


Foto 2. Azimute A de um corpo celeste: $A \approx 85^\circ \text{ SE}$

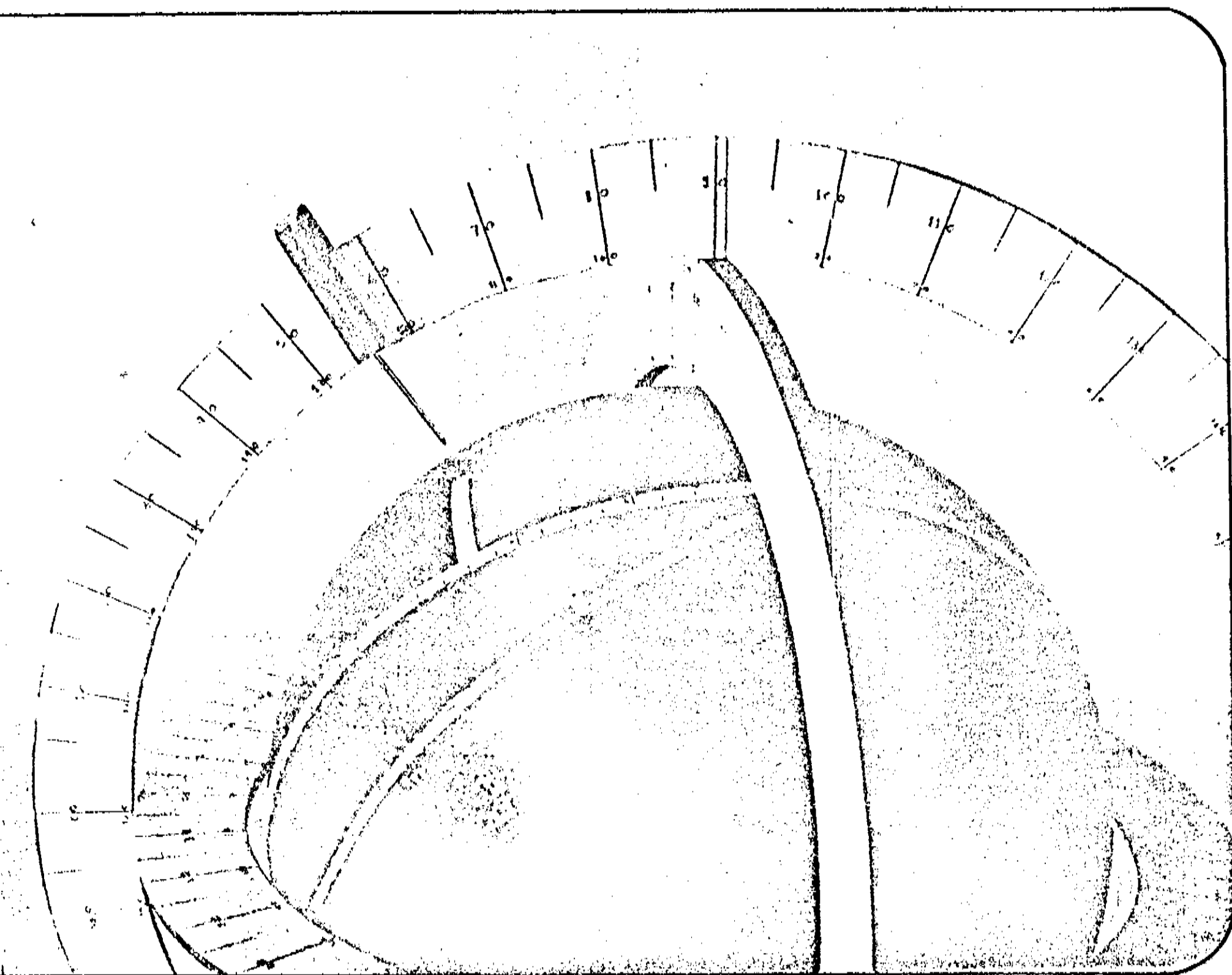


Foto 3. Altura h de um corpo celeste: $h \approx 55z$

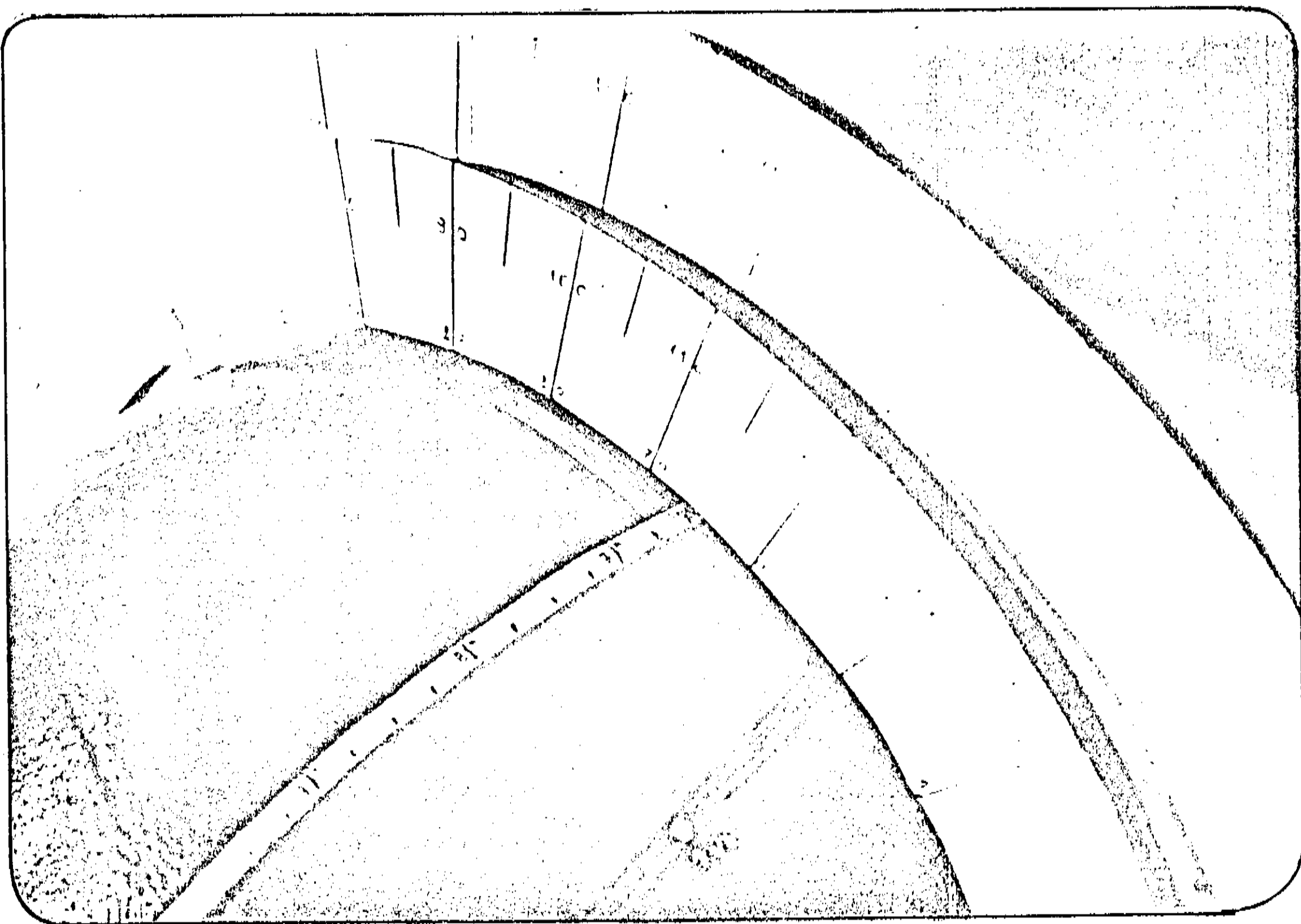


Foto 4. Declinação δ de um corpo celeste: $\delta \approx 20^{\circ}S$

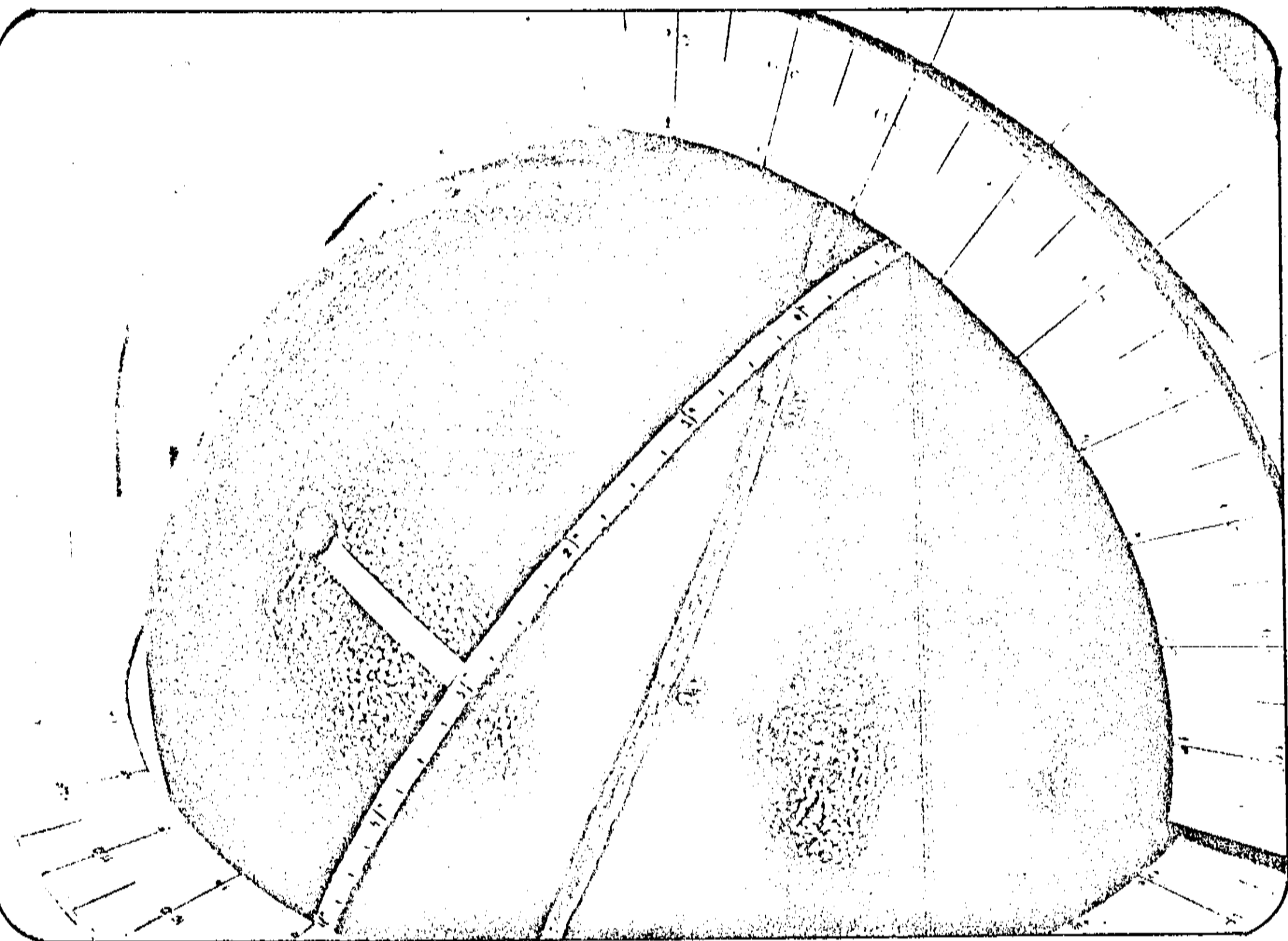


Foto 5. Ascensão reta α de um corpo celeste: $\alpha \approx 45^\circ$

(0h sobre o ponto vernal γ - dia 21.III)

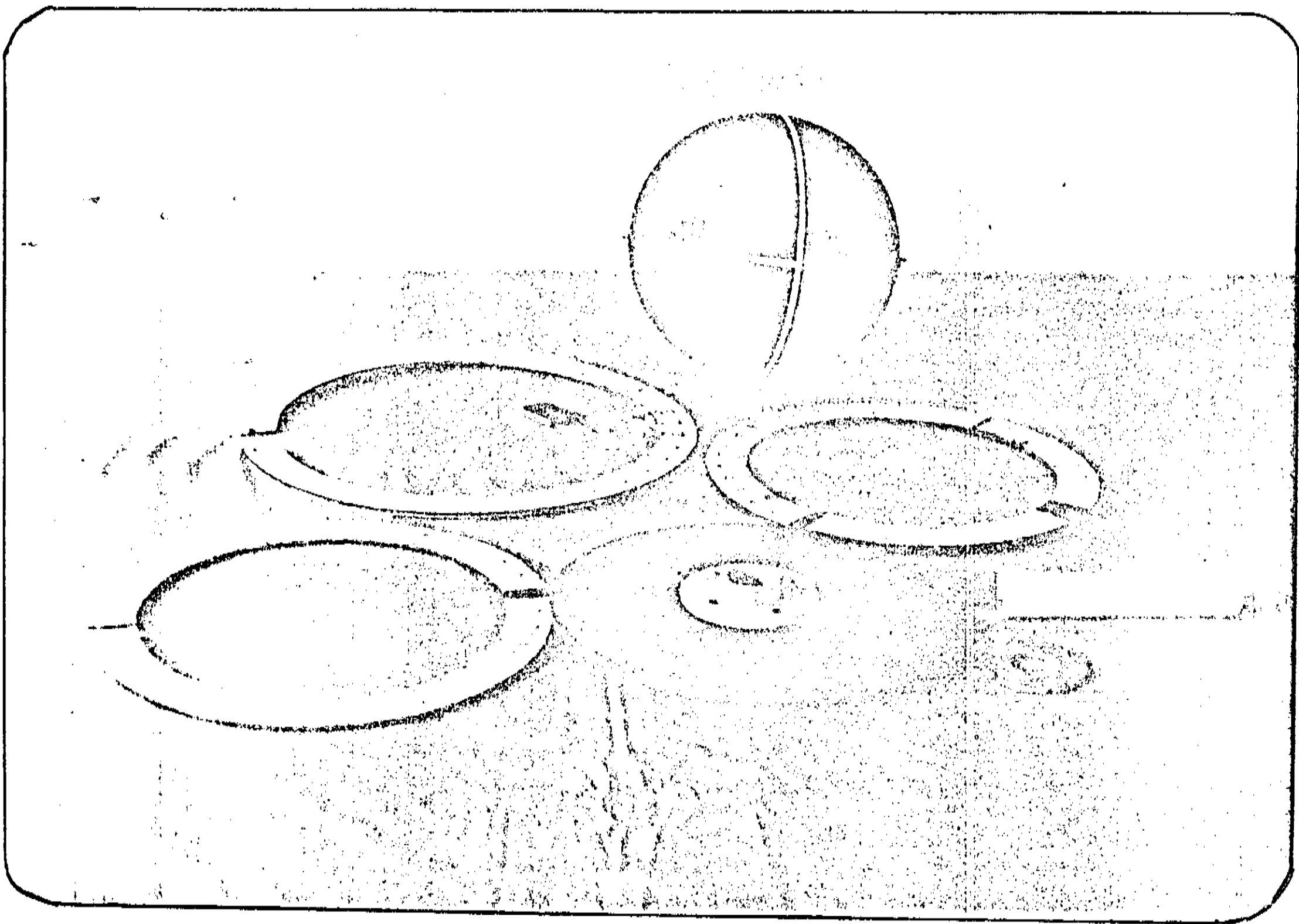


Foto 6. Globo Negro desmontado

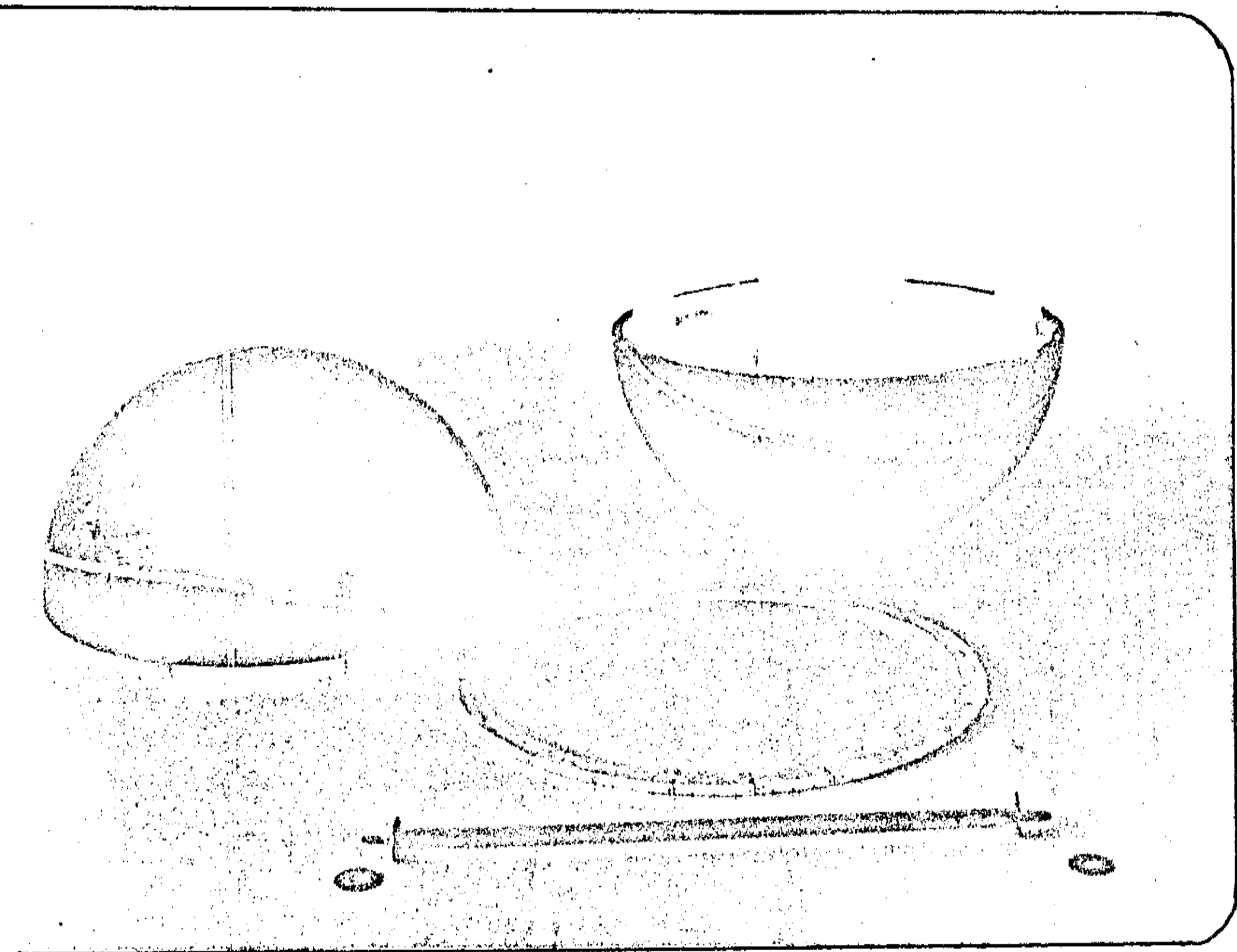


Foto 7. Os dois hemisférios do globo

REFERENCIA BIBLIOGRAFICA .

1. KRASAVTSEV, B. and KHLIUSTIN, B. - "Nautical Astronomy", Mir Publishers, Moscow, 1970
2. "Navegação Astronômica" - Editora Atlas S/A, Escola Naval, Rio de Janeiro, 1972

PENÚLTIMO CAPÍTULO - FINAL?

Como o exposto no **Resumo**, o método que desenvolvemos foi apresentado na forma de cursos. Ao todo ministramos cinco cursos: três em Campinas - SP e dois em Maringá - PR.

O caráter de cada turma foi extremamente distinto, haja visto que as duas primeiras, em Campinas, envolveram pessoas de diversas faixas etárias, de 15 a 39 anos (com a média de 26 anos), e de diversos graus de escolarização (desde colegial até profissionais liberais), ministrados no CCLA (Centro de Ciências, Letras e Artes). As duas turmas em Maringá, envolveram alunos de 8ª série (principalmente) do 1º grau e do 1º ano colegial (2º grau) numa faixa etária de 14 a 18 anos (com a média de 15 anos) no Colégio Estadual Duque de Caxias, e de universitários numa faixa etária de 19 a 23 anos (com a média de 20 anos) na Universidade Estadual de Maringá. Tivemos também um curso promovido pela CENP (Coordenadoria de Ensino e Normas Pedagógicas) em Campinas, envolvendo professores da rede estadual de ensino (SP).

Não somente as características de cada turma foram diferentes como também o ritmo e a introdução dos conceitos básicos e do método em si.

O primeiro grupo foi o que teve o caráter mais experimental, e por isso mesmo carinhosamente chamado por nós de "nossa cobaia". Como não tínhamos um plano de aula estabelecido, mas apenas uma idéia básica (o da aplicação das duas primeiras leis de Kepler num método aproximativo), não elaboramos um texto pré-

viamente. De acordo com as respostas que íamos adquirindo no transcorrer das aulas, coletamos o material suficiente para que fosse transformado numa apostila.

Este grupo de alunos (cujas aulas transcorreram no CCLA) teve a apostila em sua forma final, entregue no último dia de aula. Esta foi bem recebida, pois os alunos expressaram bastante preocupação em torno do esquecimento irremediavelmente consequente em cursos bastante informativos, sem o auxílio de um guia (apostila).

A metodologia do curso e as notas de aula comporam o livro publicado pela Editora Papirus (Campinas), e aqui transcrito em sua forma integral, como pode ser visto nos capítulos anteriores.

A turma inicial foi a que tomou mais tempo (praticamente dois meses), por ser justamente a primeira. Nas demais, o curso foi ministrado em um mês (em Maringá), e em uma semana no curso da CENP (tempo que achamos demasiado "carregado" (porém, com a carga horária igual a dos cursos anteriores = 40 horas), mas que tivemos de adequar ao prazo exigido por esta coordenadoria.

No início de cada aula inaugural pedia-se aos alunos que se fizesse uma redação sobre os motivos que os levaram a fazer um curso sobre astronomia de planetas e cometas. Os motivos apresentados foram vários, dentre os quais podemos destacar:

- curiosidade;
- interesse por assuntos de astronomia;
- abordagem deste assunto tem um tratamento bastante superficial na escola;

- falta de compreensão do movimento dos céus;
- ampliação dos conhecimentos já adquiridos;
- impulso para o desenvolvimento de grupos de astrônomos amadores;
- "ter noção para o 2º grau";
- o cometa Halley despertou interesse (poucos alunos apontaram este motivo);
- "Descontração";
- "curso diferente e novo, difícil de ocorrer nessa região (Maringá)", etc.

Dava-se então, início ao curso propriamente dito.

Nos cursos de Campinas, à exceção do curso da CENP, as aulas eram ministradas de duas a três vezes por semana, enquanto em Maringá a turma do Colégio "Duque de Caxias" tinha aulas todos os dias, de segunda a sexta-feira; os da Universidade local tinham aulas nos finais de semana, devido à dificuldade em se encontrar um horário compatível.

As aulas iniciais como o já visto nos capítulos anteriores, consistiram de elementos da esfera celeste, que contou com a ajuda de um globo negro, e que facilitou sobremaneira a introdução e a compreensão de conceitos e definições (ver apêndice 7 - "Sistemas de Coordenadas Celestes - O Globo Negro).

Ao transpor as dificuldades iniciais (falta de conhecimento, de visão espacial, conceitos errôneos, etc.), introduzia-se o método das circunferências descentradas. Todos os alunos confeccionaram suas próprias efemérides (cujas cópias encontram-se em nosso poder) do planeta Vênus (alguns chegaram a fazer até

as de Mercúrio) e do cometa Halley.

Numa das extensões da turma (que foi dividida) da universidade - que infelizmente se extinguiu vitimada pelo acúmulo de aulas provocado por uma greve de professores ocorrida dias antes de nossa chegada - e composta por quatro alunos dos cursos de engenharia civil e física, tivemos que confeccionar um modelo tridimensional do plano orbital de um planeta para a compreensão de uma figura que apresentava os elementos orbitais. Pudemos captar disto que, parece existir uma percepção espacial mais desenvolvida nas crianças mais novas, o que evidencia talvez, o fato da escola tender a uma planificação geral, e um conseqüente sufocamento desta visão espacial tão necessária à clara compreensão dos fenômenos que nos rodeiam.

Ao final dos cursos não avaliávamos os alunos com testes ou exames tradicionais*. Fazíamos esta avaliação observando o desempenho de cada aluno em sala de aula, pois as turmas eram sempre pequenas (este é o principal fator para o sucesso de qualquer aula). Pedíamos então, que o método e o desempenho do professor fossem avaliados por eles, alunos, por meio de uma crítica escrita e não identificada.

Na primeira turma (do CCLA), e que conseqüentemente apresentou uma crítica mais diversa que as das demais, haja visto

* Erradicamos a idéia de exames em nossos cursos, pois concordamos com Piaget: "Em especial, permanece com frequência a dificuldade de eliminar este flagelo da escolaridade que vem a ser o papel e o valor atribuído aos exames".

que foi um curso não apostilado e de diversidade etária e escolar bastante acentuada, pudemos depreender as seguintes sugestões:

- necessidade de um guia de aula ou apostila;
- tomar mais cuidado para se evitar passagens rápidas em assuntos gerais, porém, básicos;
- sugestão do emprego de recursos audiovisuais;
- divisão da turma em termos do tratamento matemático dado ao método.

No geral, as críticas consideraram esta experiência bastante válida, porém houve uma unanimidade em dizer que o tempo foi demasiado exíguo, o que pode ser captado pela seguinte frase de um dos alunos:

"muito pouco tempo para se dar muita coisa"

Nas duas outras turmas em Maringá, já com o curso apostilado e carregando uma experiência anterior, as críticas não tiveram o caráter diverso da anterior. Porém, a grande maioria achou que o curso foi válido e interessante. Com relação a apostila, a maioria achou-a bastante clara e compreensiva, e o desempenho do professor também agradou.

Um dos alunos sugeriu que as aulas fossem também experimentais, completadas com observações de certos fenômenos (posição do nascer e do pôr do sol, identificação de constelações, etc.). Mas, o tempo bastante escasso que caracterizou todos os cursos; a dificuldade em se compor turmas com um horário comum e a não disponibilidade de todos para assistirem a dois horários (manhã e noite), impediram que tal prática observacional pudesse se realizar. (Tudo seria muito mais fácil se a escola durante os anos

precedentes, adotasse como prática a observação dos fenômenos, como sugerimos no capítulo II - v. diagramas 1, 2 e 3 -).

Ao final dos cursos cada aluno recebeu um certificado (composto artesanalmente) como recordação (e comprovação) desta experiência gratificante.

Encontramos alunos com problemas de base terríveis (dificuldade em se entender desenhos; de pensar espacialmente; dificuldade até em operações básicas!), porém, contornamos o problema adotando classes com um pequeno número de alunos (10 a 12 alunos), o que nos permitia além de uma explicação coletiva dos assuntos tratados, também uma complementação individual para detalhes que porventura não tivessem ficado bastante claros.

Em relação ao curso da CENP, este, foi preparado para professores da escola secundária. Porém, esta coordenadoria aceitou as inscrições de professores de Ciências de 5ª a 8ª séries, que acabaram se constituindo no maior número de presentes. Houve reação imediata frente a "dificuldade" do curso. Improvisamos assim, um curso de introdução a astronomia básica, com experiências e preparação de material para a sala de aula, que consistiram no seguinte:

- construção de relógios-de-sol;
- simulador das fases da Lua;
- simulador do movimento aparente do Sol, para cálculo de seu nascer e de seu ocaso; culminação, etc.;
- construção de órbitas elípticas. Movimento aparente dos planetas;

A atitude dos professores, em sua maioria, não foi a de

se aprofundarem no estudo dos fenômenos planetários como foi proposto e aceito pelos nossos alunos, mas foi antes, a de realizar um curso que lhes fornecesse o material pronto para a sala de aula.

Neste ponto, os alunos mostraram uma atitude frente a Ciência mais madura e menos imediatista que os professores do curso acima citado; comprovando, deste modo, aquilo que foi exposto nos capítulos I e II.

CONCLUSÃO

Em termos de proposta educacional, cremos que os diagramas 1, 2 e 3 apresentados no capítulo II seriam a melhor maneira para se ensinar a atitude científica; para se resgatar a capacidade da criança aprender a fazer perguntas. Mas, para uma avaliação completa necessitamos de um tempo mais longo que o empregado no presente trabalho, pois o processo ensino/aprendizagem, tal qual uma lesma, avança de forma muito devagar (mas que atende assim, o ponto 1 do Resumo deste trabalho, ou seja, integrar o ensino ao longo de todos os anos escolares; algo que poderíamos batizar de ensino continuado de ciências). É pensando desta maneira que já temos projetos em andamento (ou para um futuro próximo) para trabalhar nas escolas da região (Colégio "Notre Dame" e escolas "EMEI"*). Tornar-se-á necessário nesta fase a ajuda de pedagogos e estudiosos em psicologia educacional para que possam dar uma orientação melhor ao trabalho. Jean Piaget já dizia:

"É preciso que o mestre-animador não se limite ao conhecimento de sua ciência, mas esteja muito bem informado a respeito das peculiaridades do desenvolvimento psicológico da inteligência da criança ou do adolescente."

Ainda com respeito a atitude dos mestres diante dos problemas ligados ao ensino, recordamos do capítulo I uma outra fra-

* EMEI - Escola Municipal de Ensino Integrado (pré-escolar)

se de Jean Piaget que confirma o exposto no final do capítulo anterior:

"Será necessário que se torne cada vez menos bitolado o espírito dos mestres, sendo às vezes mais difícil obter do mestre essa descentralização que do cérebro dos estudantes."

Dentre o turbilhão de infinitos problemas que aflige esta instituição chamada ESCOLA, parece que contido nesta frase está um dos pontos nevrálgicos a ser atacado de imediato, para que um esboço de mudança comece a surgir.

Procuramos evidenciar aqui, em nossa análise ou na de alguns estudiosos ligados aos problemas do ensino, um diagnóstico do ensino de Ciências (em particular).

Em relação aos prognósticos ...

Se não podemos apresentar um prognóstico preciso para os problemas bastante graves que atingem não somente o ensino de Ciências, mas o ensino como um todo, podemos dizer que, baseados na experiência que adquirimos, um dos mais graves erros que se comete hoje na escola, é o de dedicar-se um tempo excessivamente longo na esquematização quantitativa de certos problemas em detrimento de uma abordagem qualitativa que faça a "ponte" futura, do raciocínio lógico para o raciocínio numérico.

Diante de tal problema, concluímos este trabalho recorrendo novamente a Piaget (o mestre incansável!) com um diagnóstico e um possível prognóstico:

"A incrível falha das escolas tradicionais, consiste em haver negligenciado quase que sistematicamente a forma-

ção do aluno no tocante à experimentação [01]."

(não sómente no tocante à experimentação, mas também, no tocante à observação dos fenômenos para o conseqüente despertar da atitude científica).

e,

"O desenvolvimento das noções qualitativas de base constituem ou deveriam constituir a infraestrutura de todo o ensino científico elementar [01]."

Agindo desta maneira, teríamos de volta a dinamização do processo ensino/aprendizagem, e não a permanência deste processo estático, que se resume numa conversa unilateral (sómente os professores!) em que todos perdem.

Trabalhando neste sentido, lucrariam todos: as instituições, os mestres, e sobretudo, os nossos alunos.

Quem sabe não teríamos aí o "fio de Ariadne" que nos orientasse por este labirinto aparentemente sem saídas, em que se transformou o atual sistema educacional brasileiro!

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

1. PIAGET, J. - "Para Onde Vai a Educação?", Livraria José Olympio, Unesco, 7ª edição, Rio de Janeiro, 1980.