

# A Primeira Medida Eletromagnética da Velocidade da Luz por Weber e Kohlrausch

ANDRÉ K. T. ASSIS

## 1. INTRODUÇÃO

Um das principais constantes fundamentais na física é a razão entre as unidades eletromagnética e eletrostática de carga,  $c$ . Inicialmente apresenta-se neste trabalho os principais sistemas de unidades utilizados no século passado para descrever os fenômenos eletromagnéticos. Em seguida discute-se como esta constante foi originada na eletrodinâmica de Weber no período 1846-1856. Para isto é feita uma pequena revisão da eletrodinâmica de Weber. Discute-se também a primeira medida desta grandeza em 1856 por Weber e Kohlrausch, assim como a derivação das equações do telegrafista e de onda descrevendo a propagação de sinais eletromagnéticos caminhando com velocidade da luz.

## 2. SISTEMAS DE UNIDADES

Em 1687 Isaac Newton apresentou sua formulação da mecânica em seu livro *Princípios Matemáticos de Filosofia Natural*, mais conhecido por seu primeiro nome em latim, *Principia*, [Newton 1990]. De acordo com as duas primeiras definições do *Principia*, a quantidade de movimento é o produto entre a massa do corpo e sua velocidade em relação ao espaço absoluto. Sua segunda lei do movimento afir-

ma: "A mudança de movimento é proporcional à força motora imprimida, e é produzida na direção da linha reta na qual aquela força é imprimida." Representando esta força vetorialmente por  $\vec{F}$ , a massa por  $m$  e a velocidade por  $\vec{v}$ , a segunda lei pode ser expressa como  $\vec{F} = K_1 d(m\vec{v})/dt$ , onde  $K_1$  é uma constante de proporcionalidade. Considerando esta constante como sendo igual a um e sem dimensões, e supondo uma massa constante durante o movimento vem que a segunda lei de Newton pode ser colocada na forma usual dada por  $\vec{F} = m\vec{a}$ , onde  $\vec{a} = d\vec{v}/dt$  é a aceleração do corpo em relação ao espaço absoluto ou em relação a qualquer sistema de referência inercial (isto é, em relação a qualquer sistema de referência que tem uma velocidade constante em relação ao espaço absoluto).

A lei da gravitação universal de Newton de 1687 afirma que a força gravitacional é proporcional ao produto das massas  $m$  e  $m'$ , e inversamente proporcional ao quadrado da distância  $r$  entre elas. Sendo  $\hat{r}$  o vetor unitário apontando de  $m'$  para  $m$ , a força em  $m$  devido a  $m'$  é dada por  $\vec{F} = -K_2(nm'm'^2/r^2)\hat{r}$ . Esta força aponta ao longo da linha reta ligando as massas e é sempre atrativa. A constante  $K_2$  permite a utilização de diferentes sistemas de unidades. Se con-

sideramos a constante  $K_2$  sem unidades, então combinando as duas últimas equações obtém-se a unidade de massa como deduzida (ou derivada) das unidades de tempo e comprimento, ver [Maxwell 1954], Artigo 5, pp. 3-5. A força gravitacional numa partícula de massa  $m$  pode ser escrita como  $\vec{F} = m\vec{g} = m(\sum(K_2 m' / r^2) \hat{E})$ .

Aqui  $\hat{E}$  é chamado de campo gravitacional agindo em  $m$  devido a todas as massas  $m'$ . É a força por unidade de massa.

De acordo com a lei de Coulomb de 1785, a força entre duas cargas pontuais  $e$  e  $e'$  é proporcional ao produto entre elas e inversamente proporcional ao quadrado da distância  $r$  entre elas:  $\vec{F} = K_3 (ee' / r^2) \hat{E}$  onde a força está ao longo da linha reta conectando as cargas e é repulsiva (atrativa) se  $ee' > 0$  ( $ee' < 0$ ). Diz-se que duas cargas iguais  $e = e'$  têm uma grandeza igual a um quando elas exercem uma sobre a outra uma unidade de força quando separadas pela unidade de distância. O primeiro sistema de unidades aplicável a quantidades elétricas considerado aqui é o sistema de unidades eletrostático. Neste sistema  $K_3 = 1$  sem unidades e a unidade (ou dimensão) das cargas  $e$  e  $e'$  é chamada de unidade eletrostática, *esu* (electrostatic unit). A força eletrostática numa carga  $e$  pode ser escrita como  $\vec{F} = e\vec{E} = e(\sum \frac{K_3 e'}{r^2} \hat{E})$ . Aqui  $\hat{E}$  é chamado de campo elétrico agindo em  $e$  devido a todas as cargas  $e'$ . É a força por unidade de carga.

Coulomb também obteve em 1785 que a força entre dois pólos magnéticos  $p$  e  $p'$  separados por uma distância  $r$  é dada por uma expressão similar. No caso de ímãs no formato de barras longas e finas os pólos estão localizados nas extremidades. Usualmente o pólo norte de um ímã de barra (o pólo que aponta em direção ao norte geográfico da terra) é considerado positivo, enquanto que o pólo sul é negativo. A expressão de Coulomb para a força entre pólos magnéticos é dada por  $\vec{F} = K_4 (pp' / r^2) \hat{E}$ .

Mais uma vez diz-se que dois pólos magnéticos iguais  $p = p'$  têm valor de uma unidade quando exercem um sobre o outro uma unidade de força ao estarem separados pela distân-

cia unitária. Vai haver uma força de repulsão (atração) quando  $pp' > 0$  ( $pp' < 0$ ). Esta força também está ao longo da linha reta conectando os pólos. O segundo sistema de unidades utilizado durante o século passado é o sistema eletromagnético de unidades. Nele  $K_4 = 1$  e não tem unidades. A unidade (ou dimensão) de  $p$  e  $p'$  é chamada de unidade eletromagnética, *emu* (electromagnetic unit). A força magnética atuando num pólo magnético  $p$  pode ser escrita como  $\vec{F} = p\vec{B} = p(\sum \frac{K_4 p'}{r^2} \hat{E})$ . Aqui  $\hat{B}$  é chamado de campo magnético atuando em  $p$  devido a todos os outros pólos  $p'$ . É a força por unidade de pólo magnético.

Entre 1820 e 1826 Ampère obteve a força entre dois elementos de corrente. Foi levado a suas pesquisas após a grande descoberta de Oersted em 1820 de que um fio com corrente elétrica atuava sobre um ímã em suas vizinhanças. Seguindo a descoberta de Oersted, Ampère decidiu considerar a ação direta entre correntes. A partir de suas experiências e considerações teóricas foi levado a sua expressão de força. Se os circuitos são percorridos por correntes  $i$  e  $i'$  e os elementos de corrente separados pela distância  $r$  têm comprimentos  $ds$  e  $ds'$ , respectivamente, a força de Ampère é dada por

$$d^2\vec{F} = K_5 \frac{ii' ds ds'}{r^2} \hat{E} (3\cos\theta \cos\theta' - 2\cos\epsilon) = K_5$$

$$\frac{ii'}{r^2} [3(\hat{E} \cdot \hat{ds})(\hat{E} \cdot \hat{ds}') - 2(\hat{ds} \cdot \hat{ds}')] ]$$

A constante  $K_5$  permite a utilização de sistemas de unidades diferentes. Nesta expressão  $\theta$  e  $\theta'$  dão os ângulos entre as direções positivas das correntes nos elementos e a linha reta os unindo,  $\epsilon$  é o ângulo entre as direções positivas das correntes nos elementos,  $\hat{E}$  é o vetor unitário conectando-os,  $\hat{ds}$  e  $\hat{ds}'$  são os vetores apontando ao longo da direção das correntes e tendo tamanho igual ao comprimento dos elementos. Após integrar esta expressão Ampère obteve a força exercida por um circuito fechado  $C'$  por onde flui a corrente  $i'$  sobre um elemento de corrente  $i ds$  de um outro circuito como sendo

dada por  $\vec{dF} = id\vec{s} \times (K_3 \int \frac{i' ds' \times \hat{r}}{r^2})$ . Um exemplo simples de aplicação é dado aqui. Ao integrar esta expressão para obter a força  $dF$  exercida por um longo fio reto por onde flui a corrente  $i'$  agindo sobre um elemento de corrente  $ids$  na distância  $\lambda$  ao fio e paralelo a ele obtém-se  $dF = 2 K_3 i i' ds' \lambda$  apontando do elemento de corrente para o fio (supondo ambas as correntes fluindo na mesma direção). Ampère que obteve pela primeira vez uma expressão matemática para a força entre circuitos com corrente utilizava o que é chamado de sistema de unidades eletrodinâmico. Neste sistema  $K_1 = K_3 = 1/2$  sem unidades e as correntes são medidas em (ou suas unidades e dimensões são dadas por) unidades eletrodinâmicas. Por outro lado no sistema de unidades eletromagnético,  $K_1 = K_3 = 1$  sem unidades e as correntes são medidas em unidades eletromagnéticas, ver [Tricker 1965], pp. 25, 51, 56 e 73.

### 3. ELETRODINÂMICA DE WEBER

Com o objetivo de unificar a eletrostática (força de Coulomb de 1785) com a eletrodinâmica (força de Ampère entre elementos de corrente de 1826) e com a lei de indução de Faraday (1831), Wilhelm Weber propôs em 1846 a força abaixo entre duas cargas pontuais  $e$  e  $e'$  separadas pela distância  $r$ :

$$\vec{F} = K_3 \frac{ee'}{r^2} \hat{\Xi} \left( \frac{1-a^2}{16} \dot{\Xi}^2 + \frac{a^2 r}{8} \ddot{\Xi} \right).$$

Nesta equação  $\dot{\Xi} = dr/dt$ ,  $\ddot{\Xi} = d^2r/dt^2$  e  $a$  é uma constante que Weber determinou experimentalmente dez anos mais tarde. As cargas  $e$  e  $e'$  podem ser consideradas como localizadas em  $\vec{r}_1$  e  $\vec{r}_2$  em relação a origem  $O$  de um sistema de referência inercial  $S$ , com velocidades e acelerações dadas por, respectivamente,

$$\vec{v}_1 = d\vec{r}_1/dt, \quad \vec{v}_2 = d\vec{r}_2/dt, \quad \vec{a}_1 = d\vec{v}_1/dt \quad \text{e} \quad \vec{a}_2 = d\vec{v}_2/dt.$$

O vetor unitário apontando de 2 para 1 é dado por  $\hat{\Xi} = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) / |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$ . Desta forma

$$\text{obtem-se } r = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = \sqrt{(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)},$$

$$\dot{\Xi} = \hat{\Xi} \cdot (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \quad \text{e} \quad \ddot{\Xi} = [(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) - (\hat{\Xi} \cdot (\vec{v}_1 - \vec{v}_2))^2 + (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot (\vec{a}_1 - \vec{a}_2)] / r.$$

Weber escreveu esta equação com  $K_3 = 1$  sem dimensões e sem utilizar notação vetorial.

Ao redor de 1856 Weber estava escrevendo esta equação com  $c$  ao invés de  $4/a$ . Mas o  $c = 4/a$  de Weber não é o  $c = 3 \times 10^8$  m/s de hoje em dia, mas  $\sqrt{2}$  vezes esta última grandeza. Para evitar confusão com o  $c$  de hoje em dia, e seguindo o procedimento adotado por Rosenfeld. [Rosenfeld 1957], vamos chamar o  $4/a$  de Weber de  $c_w$ . Se não há movimento entre as cargas pontuais, isto é, se  $\dot{\Xi} = 0$  e  $\ddot{\Xi} = 0$ , a lei de Weber reduz-se à de Coulomb.

Weber conhecia em 1846 a força de Coulomb entre cargas pontuais e a força de Ampère entre elementos de corrente. Ele chegou a sua expressão a partir destas duas leis e utilizando uma expressão ligando correntes elétricas com cargas. Uma descrição de seu procedimento pode ser encontrada em seu trabalho e também nos livros de Maxwell e de Whittaker: [Weber 1966], [Maxwell 1954, Capítulo XXIII] e [Whittaker 1973, pp. 201-203]. Seguimos aqui o procedimento oposto, a saber: começamos com a força de Weber com o objetivo de chegar na força de Ampère.

Considere então a força entre dois elementos de corrente, 1 e 2. As cargas positiva e negativa do primeiro elemento são representadas por  $de_{1+}$  e  $de_{1-}$ , enquanto que aquelas do elemento 2 são  $de_{2+}$  e  $de_{2-}$ . Supondo que os elementos são eletricamente neutros obtém-se  $de_{1+} = -de_{1-}$  e  $de_{2+} = -de_{2-}$ . Adicionando a força de Weber exercida pelas cargas positiva e negativa do elemento neutro 1 sobre as cargas positiva e negativa do elemento neutro 2 obtém-se (ver [Assis 1994, Seção 4.2] e [Assis 1995]):

$$F = K_3 \frac{de_{1+} de_{2-}}{r^2} - \frac{1}{c^2} \{ 3[\hat{\Xi} \cdot (\vec{v}_{1+} - \vec{v}_{1-})][\hat{\Xi} \cdot (\vec{v}_{2+} - \vec{v}_{2-})] - 2(\vec{v}_{1+} - \vec{v}_{1-}) \cdot (\vec{v}_{2+} - \vec{v}_{2-}) \}$$

Para chegar na força de Ampère a partir desta expressão necessitamos de uma relação en-

tre corrente e carga. A definição aceita comumente de corrente é a de razão temporal de carga, isto é, uma corrente é a quantidade de carga transferida através da seção reta de um condutor por unidade de tempo  $i = de / dt$ . Se a carga é medida ou expressa em unidades eletrostática, eletromagnética ou eletrodinâmica, a corrente também vai ser expressa em unidades eletrostática, eletromagnética ou eletrodinâmica, respectivamente, (ver [Maxwell 1954, Artigos 231, 626 e 771]).

Aplicando esta definição na equação acima e comparando-a com a força de Ampère original obtém-se uma relação entre as dimensões de  $K_3$  e  $K_5$ . Isto é, a razão  $K_3 / K_5$  tem a unidade de uma velocidade ao quadrado. Ela é independente das unidades das grandezas elétricas e magnéticas e é uma constante fundamental da natureza.

A idéia de que as correntes galvânicas são devidas ao movimento de cargas vem de Fechner e Weber, em 1845-1846. Eles supuseram que as correntes em condutores metálicos consistiam de quantidades iguais de cargas positivas e negativas movendo-se em direções opostas com a mesma velocidade em relação ao fio, [Whittaker 1973, p. 201]. Hoje em dia sabemos que as correntes usuais em condutores metálicos são devidas apenas ao movimento dos elétrons negativos. Mas foi possível mostrar que é possível derivar a força de Ampère a partir da força de Weber mesmo sem assumir a hipótese de Fechner, [Wesley 1990], [Assis 1990], [Assis 1995] e [Assis 1994, Seção 4.2].

Utilizando que  $i = de / dt$  e  $v = ds / dt$  na força de Weber obtém-se

$$d^2F = \frac{K_3}{c^2} \frac{ii'}{r^2} [3(\hat{v} \cdot \hat{ds})(\hat{v}' \cdot \hat{ds}') - 2(\hat{ds} \cdot \hat{ds}')].$$

Esta expressão vai ser a força de Ampère original se  $K_3 / c^2 = K_5$ , isto é,  $c = \sqrt{K_3 / K_5}$ . Integrando esta equação para a força exercida por um fio reto indefinidamente longo carregando uma corrente  $i'$  agindo sobre um elemento de corrente  $ids$  paralelo ao fio e a uma distância  $\lambda$  obtém-se  $dF = 2 \frac{K_3}{c^2} \frac{ii' ds'}{\lambda}$ . Se

estamos utilizando unidades eletrostáticas ( $K_3 = 1$  sem unidades), a força por unidade de comprimento ( $dF/ds'$ ) entre eles se estão separados por uma unidade de distância é dada por  $2 / c^2$  unidades de força por unidade de comprimento, se  $i = i' = 1$  unidade eletrostática. Por outro lado vimos que em unidades eletromagnéticas se temos  $i = i' = 1$  unidade eletromagnética, então  $dF/ds'$  vai ser dado por 2. Para que a corrente em unidades eletrostáticas gere a mesma força por unidade de comprimento sua intensidade tem de ser dada por  $c$  unidades. Isto significa que  $c$  é a razão das unidades eletromagnética e eletrostática de corrente, ou a razão das unidades eletromagnética e eletrostática de carga.

Por este motivo podemos escrever:

$$de_{\text{medida eletromagnética}} = de_{\text{medida eletrostática}} \cdot c$$

Alternativamente também podemos dizer que  $c$  é o número de unidades de eletricidade estática que são transmitidas pela corrente elétrica unitária na unidade de tempo. Isto é, se temos duas cargas eletrostáticas unitárias iguais separadas pela unidade de distância, elas exercem uma força unitária uma sobre a outra. Pelos resultados anteriores também podemos escrever  $F = c^2 ee' / r^2$ , onde  $e$  e  $e'$  são as cargas em unidades eletromagnéticas ( $K_3 = c^2$  em medida eletromagnética). Se temos duas cargas eletromagnéticas unitárias iguais separadas pela unidade de distância, elas exercem uma sobre a outra uma força de intensidade  $c^2$  unidades de força, para gerar uma unidade de força (como o fazem duas unidades de carga eletrostática), precisamos ter  $e = e' = c$  unidades eletromagnéticas. Analogamente, a constante  $c_w = \sqrt{2} c$  é a razão entre as unidades de carga eletrodinâmica e eletrostática.

As cargas são usualmente obtidas em unidades eletrostáticas, medindo diretamente a força entre corpos carregados. As correntes elétricas, por outro lado, são obtidas usualmente em unidades eletromagnéticas. Isto é, é medida a força entre circuitos com corrente ou a deflexão de um galvanômetro (torque devido as forças entre condutores com corrente). Alternativamente, pode-se medir o torque ou

deflexão de um pequeno ímã devido a um fio com corrente. Mas para conhecer o valor numérico de  $K_3 / K_5$  é necessário medir eletrostaticamente a força entre dois corpos carregados, descarregá-los e medir esta corrente eletromagneticamente. Só então é possível expressar correntes (e cargas) medidas em unidades eletromagnéticas em termos de correntes (e cargas) expressas em unidades eletrostáticas.

A primeira medida experimental de  $c_w$  foi realizada por Weber e Kohlrausch em 1856, [Weber e Kohlrausch 1956]. Eles obtiveram  $c_w = \sqrt{2} c = 4.39 \times 10^8 \text{ m/s}$ , de tal forma que  $c = 3.1 \times 10^8 \text{ m/s}$ . Esta foi uma das primeiras conexões quantitativas entre o eletromagnetismo e a óptica. Num outro artigo apresentarei uma tradução para o português deste trabalho fundamental de Weber e Kohlrausch. Discussões desta medida podem ser encontradas em: [Kirchner 1957], [Rosenfeld 1957], [Woodruff 1968], [Rosenfeld 1973], [Woodruff 1976], [Wise 1981], [Harman 1982], [Jungnickel e McCormach 1986, pp. 144-146 e 296-297] e [D'Agostino 1996].

No Sistema Internacional de Unidades MKSA as unidades básicas para comprimento, massa, tempo e corrente elétrica são dadas pelo metro, ( $m$ ), quilograma ( $kg$ ), segundo ( $s$ ) e Ampère ( $A$ ). As forças são expressas na unidade Newton ( $1N = 1kgms^{-2}$ ) e as cargas elétricas em Coulomb ( $1C = 1As$ ). Neste sistema as constantes discutidas neste trabalho são dadas por:  $K_1 = 1$  sem unidades e  $K_2 = G = 6.67 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$ . Além do mais,  $K_3 = 1 / (4\pi\epsilon_0)$ , onde  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} C^2 N^{-1}m^{-2}$  é chamado de permissividade do vácuo. Tem-se também  $K_4 = K_5 = \mu_0 / (4\pi)$ , onde  $\mu_0$  é chamada de permeabilidade do vácuo. Por definição seu valor é dado por  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} kgmC^{-2}$ . Neste sistema as unidades de pólo magnético  $p$  e  $p'$  são  $Am = Cm/s$ . E finalmente  $K_6 = 1$  sem unidades. A constante  $c$  está relacionada com  $\epsilon_0$  e  $\mu_0$  por  $c = 1 / \sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ . Destas três constantes ( $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$  e  $c$ ), apenas uma é medida experimentalmente. O valor de  $\mu_0$  é dado por definição, com  $\epsilon_0$  e  $c$  relacionadas pela equação acima.

#### 4. PROPAGAÇÃO DE SINAIS ELETROMAGNÉTICOS

Discutimos agora o trabalho de Kirchhoff, que chegou na equação do telegrafista em 1857. Ele trabalhou com a teoria de ação a distância de Weber. Publicou três trabalhos principais relacionados com isto, um de 1850 e dois de 1857, sendo que todos eles já foram traduzidos para o inglês: [Kirchhoff, 1950], [Kirchhoff, 1957] e [Graneau e Assis, 1994]. O trabalho simultâneo e mais completo de Weber acabou sendo publicado atrasado e só apareceu em 1864. Ambos trabalharam independentemente um do outro e chegaram na previsão da existência de modos periódicos de oscilação da corrente elétrica propagando-se na velocidade da luz num circuito condutor com resistência desprezível. Daqui em diante utilizaremos o sistema internacional de unidades MKSA.

Em seu primeiro artigo de 1857 Kirchhoff considerou um circuito condutor com seção reta circular que podia estar aberto ou fechado, de forma arbitrária. Escreveu a lei de Ohm levando em conta a eletricidade livre na superfície do fio e também a indução devido a alteração da corrente em todas as partes do fio

$$\vec{J} = -g \left( \nabla \phi + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right)$$

onde  $\vec{J}$  é a densidade de corrente,  $g$  a condutividade do fio,  $\phi$  é o potencial elétrico e  $\vec{A}$  o potencial vetor magnético. Calculou  $\phi$  integrando o efeito devido a todas as cargas livres superficiais. Após integrar esta expressão sobre toda a superfície do fio de comprimento  $\lambda$  e raio  $\alpha$  chegou a  $\phi(s, t) = \frac{\alpha \sigma(s, t)}{\epsilon_0} \ln \frac{\lambda}{\alpha}$ , onde  $s$  é uma distância variável ao longo do fio a partir de uma origem fixa.

O vetor potencial  $\vec{A}$  ele obteve a partir da fórmula obtida com a eletrodinâmica de Weber. Após integrar esta expressão chegou a

$$\vec{A}(s, t) = \frac{\mu_0}{2\pi} I(s, t) \ln \frac{\lambda}{\alpha} \hat{\mathcal{C}}$$

onde  $I(s, t)$  é a corrente variável e  $\hat{\mathcal{C}}$  é o vetor unitário apontando na direção da corrente. Considerando que  $I = J \pi \alpha^2$  e que  $R = \lambda / (\pi g \alpha^2)$  é

a resistência do fio, a componente longitudinal da lei de Ohm podia então ser expressa como  $\frac{\partial \sigma}{\partial s} + \frac{1}{2\pi\alpha} \frac{1}{c^2} \frac{\partial I}{\partial t} = -\frac{\epsilon_0 R}{\alpha \lambda \ln(\lambda/\alpha)} I$ . Para relacionar as duas variáveis  $\sigma$  e  $I$  Kirchhoff utilizou a equação para a conservação de cargas que escreveu como  $\frac{\partial I}{\partial s} = -2\pi\alpha \frac{\partial \sigma}{\partial t}$ . Relacionando estas duas grandezas obtém-se a equação do telegrafista, a saber:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial s^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{2\pi\epsilon_0 R}{\lambda \ln(\lambda/\alpha)} \frac{\partial \xi}{\partial t}$$

onde  $\xi$  pode representar  $I$ ,  $\sigma$ ,  $\phi$  ou a componente longitudinal de  $\vec{A}$ . Se a resistência é desprezível, esta equação prevê a propagação de sinais ao longo do fio com a velocidade da luz.

## CONCLUSÃO E DISCUSSÃO

Embora nesta derivação a interação entre quaisquer duas cargas seja dada pela lei de ação a distância de Weber, o comportamento coletivo da perturbação propaga-se com a velocidade da luz ao longo do fio. De certa forma isto é similar com a propagação das ondas sonoras derivado por Newton em 1687 ou a propagação de sinais ao longo de uma corda esticada obtido por d'Alembert em 1747. Em todos estes casos foi empregada a mecânica clássica newtoniana, sem tempo retardado, sem corrente de deslocamento e sem qualquer campo propagando-se a uma velocidade finita. Embora a interação entre quaisquer duas partículas em todos estes casos tenha sido do tipo ação a distância, encontrou-se que o comportamento coletivo do sinal ou perturbação viajava a uma velocidade finita.

Nestes casos há um sistema de muitos corpos (moléculas no ar no caso do som, moléculas na corda, ou cargas no fio) em que as partículas têm inércia. É possível derivar a propagação de sinais eletromagnéticos no vácuo, como na comunicação por rádio, a partir de uma teoria de ação a distância? Creio que sim. Na prática nunca há apenas dois corpos. Em qualquer antena há muitas partículas carregadas. Mes-

mo se o meio material entre duas antenas é removido, há sempre um gás de fótons no espaço entre elas. A ação a distância entre as cargas nas duas antenas e com o gás de fótons no espaço intermediário pode dar origem a um comportamento coletivo que é aquilo que chamamos de radiação eletromagnética propagando-se na velocidade da luz. Além do mais, pelo princípio de Mach o universo distante tem sempre de ser levado em consideração. Afinal de contas, as propriedades inerciais de qualquer carga é devida a sua interação gravitacional com a matéria distante no cosmo, [Assis 1998 e 1999].

A constante  $c$  (ou  $c_w = \sqrt{2}c$ ) foi introduzida na teoria eletromagnética por Weber em 1846. Seu objetivo era o de unificar a eletrostática (força de Coulomb) com a eletrodinâmica (força de Ampère) numa única lei de força. Esta constante é a razão entre as unidades de carga eletromagnética (ou eletrodinâmica) e eletrostática. Weber também foi o primeiro a medir esta quantidade trabalhando junto com Kohlrausch. O trabalho deles é de 1856 e obtiveram  $c = 3,1 \times 10^8 \text{ m/s}$  (ou  $c_w = 4,4 \times 10^8 \text{ m/s}$ ). Weber e Kirchhoff foram os primeiros a obter a equação do telegrafista descrevendo a propagação de sinais eletromagnéticos ao longo de fios. No caso de resistência desprezível obtiveram a equação de onda com uma velocidade característica dada por  $c$ . A medida de  $c$  e a obtenção da equação de onda foram algumas das primeiras conexões quantitativas entre o eletromagnetismo e a óptica.

Deve ser enfatizado que os trabalhos de Weber e Kirchhoff de 1856-1857 foram publicados antes de Maxwell escrever suas equações em 1861-1864. Quando Maxwell introduziu a corrente de deslocamento  $(1/c^2) \partial \vec{E} / \partial t$  estava utilizando a constante  $c$  de Weber. Ele também estava ciente da medida de  $c$  por Weber e Kohlrausch, que tinha o mesmo valor que a velocidade da luz no vácuo. E ele ainda sabia da derivação por Kirchhoff da equação do telegrafista que levava na propagação de sinais eletromagnéticos com a velocidade da luz. Para

um trabalho detalhado descrevendo a conexão entre a eletrodinâmica de Weber e a teoria eletromagnética da luz de Maxwell, recomendamos o artigo de D'Agostino, [D'Agostino 1996].

Agradecimento: A FAPESP pelo apoio financeiro.

## BIBLIOGRAFIA

- ASSIS, A. K. T., 1990. "Deriving Ampère's law from Weber's law." *Hadronic Journal* 13, pp. 441-451.
- . 1994. *Weber's Electrodynamics*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers. ISBN: 0-7923-3137-0.
- . 1995. *Eletrodinâmica de Weber – Teoria, Aplicações e Exercícios*. Campinas, Editora da Unicamp. ISBN: 85-268-0358-1.
- . 1998. *Mecânica Relacional*. Campinas, Editora do Centro de Lógica e Epistemologia da Unicamp, volume 22 da Coleção CLE. Publicado com o apoio da FAPESP. ISBN: 85-86497-01-0.
- . 1999. *Relational Mechanics*. Montreal, Apeiron. ISBN: 0-9683689-2-1.
- D'AGOSTINO, S., 1996. "Absolute systems of units and dimensions of physical quantities: a link between Weber's electrodynamics and Maxwell's electromagnetic theory of light." *Physica* 33, pp. 5-51.
- GRANEAU, P. e ASSIS, A. K. T., 1994. "Kirchhoff on the motion of electricity in conductors." *Apeiron* 19, pp. 19-25.
- HARMAN, P. M., 1982. *Energy, Force, and Matter – The Conceptual Development of Nineteenth-Century Physics*. Cambridge, Cambridge University Press.
- JUNGNICKEL, C. e MCCORMACK, R., 1986. *Intellectual Mastery of Nature – Theoretical Physics from Ohm to Einstein*, volume 1-2. Chicago, University of Chicago Press.
- KIRCHNER, F., 1957. "Determination of the velocity of light from electromagnetic measurements according to W. Weber and R. Kohlrausch". *American Journal of Physics* 25, pp. 623-629.
- KIRCHHOFF, G., 1850. "On a deduction of Ohm's law in connexion with the theory of electrostatics". *Philosophical Magazine* 37, pp. 463-468.
- . 1857. "On the motion of electricity in wires". *Philosophical Magazine* 13, pp. 393-412.
- MAXWELL, J. C., 1954. *A Treatise on Electricity and Magnetism*. New York, Dover.
- NEWTON, I., 1990. *Principia – Princípios Matemáticos de Filosofia Natural*. São Paulo, Nova Stella/Edusp.
- ROSENFELD, L., 1957. "The velocity of light and the evolution of electrodynamics." *Nuovo Cimento, Supplement to vol. 4*, pp. 1630-1669.
- . 1973. "Kirchhoff, Gustav Robert." In GILLISPIE, C. C., (ed.). *Dictionary of Scientific Biography*, vol. 7, pp. 379-383. New York, Scribner.
- TRICKER, R. A. R., 1965. *Early Electrodynamics – The First Law of Circulation*. New York, Pergamon.
- WEBER, W., 1872. "Electrodynamic Measurements – Sixth memoir, relating specially to the principle of the conservation of energy". *Philosophical Magazine* 43, pp. 1-20 and 119-149.
- WEBER, W., 1966. "On the measurement of electrodynamic forces. In TAYLOR, R., (ed.). *Scientific Memoirs*, vol. 5, pp. 489-529. New York, Johnson Reprint Corporation. Original date of publication, 1852.
- WEBER, W. e KOHLRAUSCH, R., 1856. "Ueber die Elektrizitätsmenge, welche bei galvanischen Strömen durch den Querschnitt der Kette fließt". *Annalen der Physik* 99, pp. 10-25.
- WESLEY, J. P., 1990. "Weber electrodynamics, Part I. General theory, steady current effects." *Foundations of Physics Letters* 3, pp. 443-469.
- WHITTAKER, E. T., 1973. *A History of the Theories of Aether and Electricity*, vol. 1. The Classical Theories. New York, Humanities Press.
- WISE, M. N., 1981. "German concepts of force, energy, and the electromagnetic ether: 1845-1880". In CANTOR, G. N. & Hodge, M.J.S., editors. *Conceptions of Ether – Studies in the History of Ether Theories 1740-1900*, pp. 269-307. Cambridge, Cambridge University Press.
- WOODRUFF, A. E., 1968. "The contributions of Hermann von Helmholtz to electrodynamics". *Isis* 59, pp. 300-311.
- . 1976. "Weber, Wilhelm Eduard". In GILLISPIE, C. C., editor. *Dictionary of Scientific Biography*, vol. 14, pp. 203-209. New York, Scribner.