

# COMPARAÇÃO ENTRE AS ELETRODINÂMICAS DE WEBER E DE MAXWELL-LORENTZ

André K. T. Assis\*

## RESUMO

Apresentam-se as origens históricas e comparam-se as principais características e propriedades das eletrodinâmicas desenvolvidas por Weber e por Maxwell-Lorentz. A primeira baseia-se diretamente nas cargas elétricas e na interação entre elas, enquanto que a segunda tem como base os campos elétricos e magnéticos. Discutem-se nestas duas teorias as leis de conservação e de ação e reação, assim como a propagação de sinais eletromagnéticos. Analisam-se experiências que podem distinguir estas duas eletrodinâmicas, em particular uma casca esférica uniformemente carregada com uma partícula teste sendo acelerada em seu interior por outros corpos. De acordo com a eletrodinâmica de Weber a casca deve atuar sobre a partícula teste, o que não deve ocorrer de acordo com a eletrodinâmica de Maxwell-Lorentz já que a casca carregada não gera campos elétricos nem magnéticos em seu interior. São fornecidas ordens de grandeza para estes efeitos e discutidos os aspectos filosóficos destas duas teorias.

**Palavras-chave:** Eletromagnetismo; Eletrodinâmica de Weber; Equações de Maxwell; Força de Ampère.

## COMPARISON BETWEEN THE ELECTRODYNAMICS OF WEBER AND OF MAXWELL-LORENTZ

This paper presents the historical origins of the electrodynamic theories developed by Weber and by Maxwell-Lorentz. A comparison is made of their main properties. The first one is based directly on the electrical charges and on their interaction, while the second one is based on the electric and magnetic fields. It is discussed for these two theories the laws of conservation, of action and reaction, and the propagation of electromagnetic signals. Experiments which can distinguish these two electrodynamic theories are analyzed, in particular a particle being accelerated by other bodies inside an uniformly charged spherical shell. According to Weber's electrodynamic theory the shell should act on the test particle, while this effect should not happen according to Maxwell-Lorentz's electrodynamic theory as the spherical shell does not generate electric nor magnetic

\* Depto. de Raios Cósmicos do Instituto de Física da Universidade Estadual de Campinas. E-mail: assis@ifi.unicamp.br

fields in its interior. Orders of magnitude for these effects are supplied and the philosophical aspects of these two theories are also discussed.

**Key Words:** Electromagnetism; Weber's electrodynamics; Maxwell's equations; Ampère's force.

## 1. ELETRODINÂMICA DE WEBER

Wilhelm Weber (1804-1891) desenvolveu sua eletrodinâmica durante o mesmo período em que James Clerk Maxwell (1831-1879) estava organizando aquelas que são conhecidas como equações de Maxwell. Neste trabalho comparamos estas duas eletrodinâmicas.

Começamos apresentando os principais aspectos da eletrodinâmica de Weber. Para referências completas, ver (Assis, 1992a, 1994 e 1995). Suponha que temos uma carga pontual  $q_2$  localizada em  $\vec{r}_2$  em relação a origem de um sistema de referência inercial  $S$ , movendo-se em relação a ele com velocidade  $\vec{v}_2 = d\vec{r}_2 / dt$  e aceleração  $\vec{a}_2 = d\vec{v}_2 / dt = d^2\vec{r}_2 / dt^2$ . Suponha também uma outra carga  $q_1$ , localizada em  $\vec{r}_1$  e movendo-se com velocidade  $\vec{v}_1 = d\vec{r}_1 / dt$  e aceleração  $\vec{a}_1 = d\vec{v}_1 / dt = d^2\vec{r}_1 / dt^2$  em relação a  $S$ . De acordo com a força de Weber, publicada em 1846, a força exercida por 2 em 1 é dada por:

$$\vec{F}_{21}^W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \left( 1 - \frac{\dot{r}^2}{2c^2} + \frac{r\ddot{r}}{c^2} \right) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \left[ 1 + \frac{1}{c^2} \left( \vec{v} \cdot \vec{v} - \frac{3}{2} (\hat{r} \cdot \vec{v})^2 + \vec{r} \cdot \vec{a} \right) \right]$$

Nesta equação  $\epsilon_0 \equiv 8,85 \times 10^{-12} C^2 N^{-1} m^{-2}$  é chamada de permissividade do vácuo,  $r \equiv |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$  é a distância entre as cargas,  $\vec{r} \equiv \vec{r}_1 - \vec{r}_2$  é o vetor posição apontando de 2 para 1,  $\hat{r} \equiv \vec{r} / r$  é o vetor unitário apontando de 2 para 1,  $\vec{v} \equiv \vec{v}_1 - \vec{v}_2$  é a velocidade vetorial relativa,  $\vec{a} \equiv \vec{a}_1 - \vec{a}_2$  é a aceleração vetorial relativa,  $\dot{r} \equiv dr / dt = \hat{r} \cdot \vec{v}$  é a velocidade radial relativa,  $\ddot{r} \equiv d^2 r / dt^2 = [\vec{v} \cdot \vec{v} - (\hat{r} \cdot \vec{v})^2 + \vec{r} \cdot \vec{a}] / r$  é a aceleração radial relativa e  $c = 3 \times 10^8 ms^{-1}$  é a razão das unidades eletromagnética e eletrostática de carga.

O valor experimental de  $c$  foi determinado pela primeira vez em 1856, por Weber e Kohlrausch.

Quando estivermos falando da força de 2 em 1, vamos chamar  $q_2$  de carga fonte e  $q_1$  de carga teste.

Em 1848 Weber apresentou uma energia potencial dependente da velocidade através da qual sua força podia ser determinada, a saber:

$$U^w = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r} \left( 1 - \frac{\dot{r}^2}{2c^2} \right).$$

A relação entre  $U$  e  $\vec{F}_{21}$  é  $\vec{F}_{21} = -(dU/dr)\hat{r}$ .

Estas duas expressões formam a base da eletrodinâmica de Weber.

## 2. ELETRODINÂMICA DE MAXWELL-LORENTZ

Baseado principalmente nos trabalhos de Coulomb, Ampère, Gauss, Neumann e Faraday, Maxwell organizou entre 1855 e 1864 um conjunto de quatro equações relacionando os campos elétrico e magnético,  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$ , a suas fontes: a densidade volumétrica de carga  $\rho$  e a densidade de corrente  $\vec{j}$ . Estas quatro equações podem ser escritas como (em notação vetorial, em forma diferencial, supondo as fontes e os campos no vácuo):

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0},$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0,$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Nestas equações  $\mu_0 \equiv 4\pi \times 10^{-7} \text{ kgmC}^{-2}$  é chamada de permeabilidade do vácuo.

Estas equações descrevem como as fontes criam os campos elétrico e magnético. Mas elas não descrevem como estes campos agem sobre uma outra carga teste  $q$  movendo-se com velocidade  $\vec{v}$  em relação a um sistema de referência inercial. Esta última equação foi obtida por H. A. Lorentz (1853-1928) em 1895 e é dada por:

$$\vec{F}^L = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}.$$

Desta forma temos os principais aspectos da eletrodinâmica de Maxwell-Lorentz. Para compará-la com a eletrodinâmica de Weber, precisamos de expressões descrevendo a força exercida por uma carga pontual  $q_2$  sobre uma outra carga

pontual  $q_1$  em termos de suas velocidades e acelerações. Isto foi obtido pelos trabalhos de Liénard, Wiechert e Schwarzschild entre 1898 e 1903. A expressão final válida até segunda ordem em  $v/c$  e levando em conta o tempo retardado, fenômenos de radiação eletromagnética e efeitos relativísticos é dada por (ver O'Rahilly, 1965, Vol. 1, p. 215-223; Pearson e Kilambi, 1974 e Edwards, Kenyon e Lemon, 1976):

$$\vec{F}_{21}^S = q_1 \vec{E}_2(\vec{r}_1) + q_1 \vec{v}_1 \times \vec{B}_2(\vec{r}_1) = q_1 \left\{ \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \left[ \hat{r} \left( 1 + \frac{\vec{v}_2 \cdot \vec{v}_2}{2c^2} - \frac{3}{2} \frac{(\hat{r} \cdot \vec{v}_2)^2}{c^2} - \frac{\hat{r} \cdot \vec{a}_2}{2c^2} \right) - \frac{r \vec{a}_2}{2c^2} \right] \right. \\ \left. + q_1 \vec{v}_1 \times \left\{ \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \frac{\vec{v}_2 \times \hat{r}}{c^2} \right\} \right\}$$

Vamos chamar a esta expressão de força de Schwarzschild.

A energia de interação entre 1 e 2 na eletrodinâmica de Maxwell-Lorentz é obtida da lagrangiana de Darwin, obtida em 1920, a saber (ver Batygin e Toptygin, 1964, p. 150-151 e Jackson, 1975, Seção 12.7, p. 593-595):

$$U^D = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \left[ 1 - \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 + (\vec{v}_1 \cdot \hat{r})(\vec{v}_2 \cdot \hat{r})}{2c^2} \right]$$

Na próxima Seção começamos a comparação entre estas duas formulações.

### 3. DIFERENÇAS CONCEITUAIS E FILOSÓFICAS ENTRE AS ELETRODINÂMICAS DE WEBER E DE MAXWELL-LORENTZ

A principal diferença entre estas duas formulações do eletromagnetismo reside no mecanismo de interação entre as cargas. De acordo com a eletrodinâmica de Weber temos uma ação direta entre cada par de cargas, não interessando a distância entre elas. Não precisamos falar em campos elétrico e magnético. Maxwell e Lorentz, por outro lado, acreditavam que cada carga gerava campos elétrico e magnético, que se propagariam no espaço tipicamente com a velocidade da luz. Estes campos atuariam então sobre outras cargas ao chegar até elas. De acordo com eles não haveria uma ação direta entre duas cargas separadas espacialmente. A ação entre elas seria efetuada através (por intermédio) dos campos. Maxwell e Lorentz acreditavam na existência de um meio material preenchendo todo o espaço, o éter, que seria o responsável levar a ação de uma carga até outra. A partir de 1905 com a teoria da relatividade especial de Einstein, o éter desapareceu da eletrodinâmica de Maxwell-Lorentz. Em seu lugar falamos em campos elétrico e magnético caminhando no espaço vazio, no vácuo.

Discutimos agora as três leis de conservação. (I) A força de Weber segue o princípio de ação e reação ( $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$ ), de tal forma que a conservação do mo-

mento linear das cargas que estão interagindo é automaticamente satisfeita. Isto não acontece com a força de Lorentz nem com a força de Schwarzschild já que para elas em geral  $\vec{F}_{21} \neq -\vec{F}_{12}$ , exceto em algumas situações bem particulares. Isto significa que de acordo com a expressão de Lorentz o momento linear de um conjunto de cargas interagindo entre si pode aumentar ou diminuir embora elas não estejam interagindo com corpos externos. (II) A expressão de Weber é de uma força central dirigida ao longo da reta unindo as cargas, o que significa conservação do momento angular. Isto não acontece com a força de Schwarzschild pois esta tem uma componente apontando na direção da aceleração da carga fonte, que não precisa estar ao longo da reta que une as duas cargas, nem ao longo da direção da aceleração da carga teste. Isto significa que de acordo com esta última teoria o momento angular de um sistema de cargas interagindo pode ser aumentado ou perdido sem qualquer troca com cargas externas. (III) Há conservação da energia de um conjunto de cargas interagindo em ambas as teorias, embora com valores diferentes de  $U$  em cada eletrodinâmica.

Comparamos agora as expressões matemáticas das forças de Weber e Schwarzschild exercidas por 2 em 1. Vemos que a expressão de Weber depende do quadrado da velocidade de ambas as cargas, enquanto que a expressão de Schwarzschild só depende do quadrado da velocidade da carga fonte 2, mas não de  $v_1^2$ . No que diz respeito as acelerações, a expressão de Weber depende das acelerações de 1 e de 2, enquanto que a expressão de Schwarzschild só depende da aceleração da carga fonte,  $a_2$ .

Usualmente afirma-se que a eletrodinâmica de Weber não pode lidar com os efeitos de radiação eletromagnética, com os fenômenos de antenas etc. devido ao fato de ser uma teoria de ação a distância (enquanto que a eletrodinâmica de Maxwell-Lorentz poderia lidar com todos estes efeitos por ser baseada em campos eletromagnéticos propagando-se com a velocidade da luz). Contudo, vários aspectos precisam ser clarificados aqui. O primeiro é que a grandeza eletromagnética  $c = 1 / \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$  foi introduzida pela primeira vez na física por Weber em 1846, na sua lei de força. A primeira medida desta grandeza também foi efetuada por Weber, em colaboração com Kohlrausch, em 1856. Maxwell apenas mediu esta grandeza em 1868. Esta grandeza foi introduzida por Maxwell em sua corrente de deslocamento em 1861-62, emprestada da eletrodinâmica de Weber. Além do mais, os primeiros a obter que um sinal eletromagnético se propagaria num circuito elétrico com a velocidade da luz foram Weber e Kirchhoff em 1857. Eles trabalharam independentemente um do outro, mas ambos baseados na eletrodinâmica de Weber: (Kirchhoff, 1857; Grancau e Assis, 1994; Rosenfeld, 1957 e 1973; Kirchner, 1957; Jungnickel e McCormmach, 1986, v. 1, p. 144-146 e 296-297). E isto foi obtido antes da introdução da corrente de deslocamento por Maxwell, e também antes da

derivação da equação de onda por Maxwell em 1864. Ou seja, Weber e Kirchhoff foram os primeiros a obter a equação

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial s^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = K \frac{\partial \xi}{\partial t},$$

onde  $\xi$  representa a corrente elétrica ou o potencial ao longo do fio, ou a densidade de carga livre ao longo da superfície do fio. Além disto,  $s$  é uma distância ao longo do fio a partir de uma origem sobre ele fixada arbitrariamente e  $K$  é uma constante proporcional à resistividade do fio. Para um fio de resistividade desprezível eles obtiveram que o sinal vai se propagar à velocidade da luz. E tudo isto 7 anos antes de Maxwell chegar a resultados análogos.

#### 4. FORÇA ENTRE ELEMENTOS DE CORRENTE

Seja  $I_2 d\vec{\ell}_2$  um elemento de corrente elétrica (isto é, um pedaço infinitesimal de comprimento  $d\ell_2 = |d\vec{\ell}_2|$  de um fio com corrente  $I_2$  indo na direção de  $d\vec{\ell}_2$ ), localizado em  $\vec{r}_2$  em relação a  $S$ . Seja  $I_1 d\vec{\ell}_1$  um outro elemento de corrente localizado em  $\vec{r}_1$ . André-Marie Ampère (1775-1836) obteve entre 1820 e 1826 que a força exercida por 2 em 1 é dada por:

$$d^2 \vec{F}_{21}^A = -\frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2 \frac{\hat{r}}{r^2} \left[ 2(d\vec{\ell}_1 \cdot d\vec{\ell}_2) - 3(\hat{r} \cdot d\vec{\ell}_1)(\hat{r} \cdot d\vec{\ell}_2) \right].$$

Foi a partir desta força e da força de Coulomb entre duas cargas pontuais em repouso que Weber obteve sua lei de força. Pode-se também reverter o argumento, isto é, começar com a força de Weber e derivar a força de Ampère.

Já a expressão que se encontra nos livros texto usuais é a força de Grassmann, baseada no campo magnético  $d\vec{B}_2^{BS}(\vec{r}_1)$  de Biot-Savart, a saber:

$$d^2 \vec{F}_{21}^G = I_1 d\vec{\ell}_1 \times d\vec{B}_2^{BS} = I_1 d\vec{\ell}_1 \times \left( \frac{\mu_0 I_2 d\vec{\ell}_2 \times \hat{r}}{4\pi r^2} \right) = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi r^2} \left[ (d\vec{\ell}_1 \cdot d\vec{\ell}_2) \hat{r} - (d\vec{\ell}_1 \cdot \hat{r}) d\vec{\ell}_2 \right]$$

Biot e Savart haviam obtido a expressão do campo magnético em 1820, sendo que Grassmann obteve sua expressão de força em 1845.

A partir da força de Lorentz deriva-se, para elementos de corrente, apenas a força de Grassmann, mas não a de Ampère. Por outro lado, a partir da força de Weber deriva-se apenas a força de Ampère entre elementos de corrente, mas não a

de Grassmann. Caso fosse possível distinguir entre Ampère e Grassmann experimentalmente, seria possível distinguir entre Weber e Lorentz. Infelizmente mostramos que as expressões de Ampère e de Grassmann dão sempre o mesmo resultado quando consideramos a força resultante em parte de um circuito fechado de forma arbitrária, (Bueno e Assis, 1998). Com isto, para distinguir-se entre Weber e Lorentz é necessário considerar circuitos abertos ou a força sobre cargas pontuais. Este último caso é o assunto da próxima Seção.

## 5. DISTINÇÃO EXPERIMENTAL ENTRE AS FORÇAS DE WEBER E DE LORENTZ

Na maioria das situações, especialmente aquelas relacionadas com circuitos fechados, a força de Weber e a de Lorentz dão o mesmo resultado ou então resultados tão próximos um do outro que fica difícil distingui-las. Mas aqui analisamos uma experiência que pode mostrar qual destas forças está errada e que também ilustra a principal diferença conceitual entre estas duas formulações.

Vamos supor uma casca esférica de raio  $R$ , uniformemente carregada com uma carga total  $Q$ , feita de uma material isolante tal que as cargas não se movam sobre sua superfície, em repouso e sem girar em relação a um referencial inercial  $S$ . Como é bem conhecido, esta casca não gera campo elétrico nem magnético em seu interior. Não gera campo magnético pois todas as cargas que a compõem são supostas em repouso. O fato de que ela não gera campo elétrico em seu interior é facilmente provado utilizando a lei de Gauss de que o fluxo do campo elétrico através de uma superfície fechada é igual à carga interna a esta superfície dividida por  $\epsilon_0$ . De acordo com a força de Lorentz  $\vec{F}^L = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$ , uma carga pontual  $q$  movendo-se em relação a  $S$  no interior desta casca com uma velocidade  $\vec{v}$  e uma aceleração  $\vec{a}$  não vai sofrer qualquer força devido a ela,  $\vec{F}^{\text{casca}} = 0$ . Isto é, ela não vai sentir a casca, como se ela não existisse. Vamos supor que a carga teste tem uma massa  $m$  e está interagindo com outros corpos (ímãs, molas etc.) que exercem sobre ela uma força resultante não nula,  $\vec{F}^{\text{outros}} \neq 0$ . Vamos supor também que a velocidade da carga teste seja pequena comparada com a velocidade da luz, tal que possamos aplicar a segunda lei de Newton que afirma que a força resultante atuando sobre a carga teste é igual a sua massa vezes a sua aceleração em relação ao referencial inercial  $S$ :

$$\vec{F}^{\text{resultante}} = \vec{F}^{\text{casca}} + \vec{F}^{\text{outros}} = m\vec{a} .$$

A força de Lorentz prevê então para este caso que a aceleração da carga teste vai ser dada por:

$$\vec{a}^L = \frac{\vec{F}^{\text{outros}}}{m} .$$

Por outro lado, a força de Weber prevê uma força exercida pela casca esférica carregada sobre a carga teste movendo-se em seu interior sempre que a partícula for acelerada por outros corpos (ímãs, molas etc.) A expressão da força de Weber neste caso é dada por (ver Assis, 1993 e Assis, 1994, Seção 7.3):

$\vec{F}^{\text{casca}} = \mu_0 qQ\vec{a} / 12\pi R$ . Representando como acima a força sobre  $q$  devida aos outros corpos por  $\vec{F}^{\text{outros}}$ , vem que a aceleração da partícula teste de acordo com a eletrodinâmica de Weber e a segunda lei do movimento de Newton vai ser dada por:

$$\vec{a}^w = \frac{\vec{F}^{\text{outros}}}{m - (\mu_0 qQ / 12\pi R)}$$

Isto é, a partícula teste vai se comportar como se tivesse uma massa inercial efetiva que depende de sua carga, da carga e do raio da casca.

Isto pode ser testado experimentalmente. Se a partícula teste é um elétron, a eletrodinâmica de Weber prevê que sua massa inercial efetiva vai dobrar se a casca for carregada a um potencial de  $1,5 \times 10^6 V$ , considerando nulo o potencial do infinito. A força magnética em uma carga teste devida a um ímã tem o mesmo valor na eletrodinâmica de Maxwell-Lorentz e na de Weber, podendo ser escrita como  $q\vec{v} \times \vec{B}$ , onde o que se chama de campo magnético tem o mesmo valor nas duas formulações (ver: Assis, 1989; Assis, 1992b; Assis e Thober, 1994). Uma carga  $q$  de massa  $m$  movendo-se com velocidade  $v$  perpendicularmente a um campo magnético  $B$  uniforme (devido a um longo solenóide ou a um grande ímã) vai descrever uma órbita circular com um raio de Larmor dado por  $r = mv / qB$ . Nada deve ser alterado de acordo com a força de Lorentz se cercarmos estes sistema com a casca esférica carregada mencionada anteriormente. Por outro lado, a eletrodinâmica de Weber prevê um raio de curvatura dobrado quando o sistema é envolvido pela casca esférica carregada a  $1,5 \times 10^6 V$ , sempre que o elétron estiver movendo-se na mesma velocidade anterior.

Esta seria uma experiência decisiva para distinguir a eletrodinâmica de Weber da de Maxwell-Lorentz. Eu particularmente acredito que se esta experiência for realizada o resultado vai ser favorável à eletrodinâmica de Weber.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASSIS, A. K. T. Weber's law and mass variation, *Physics Letters A* n. 136, p. 277-280, 1989.
- ASSIS, A. K. T. *Curso de Eletrodinâmica de Weber*. Campinas: Instituto de Física da UNICAMP, 1992a.
- ASSIS, A. K. T. Centrifugal electrical force. *Communications in Theoretical Physics*, n. 18, p. 475-478, 1992b.
- ASSIS, A. K. T. Changing the inertial mass of a charged particle. *Journal of the Physical Society of Japan*, n. 62, p. 1418-1422, 1993.
- ASSIS, A. K. T. *Weber's Electrodynamics*. Dordrecht: Kluwer, 1994.
- ASSIS, A. K. T. *Eletrodinâmica de Weber - Teoria, Aplicações e Exercícios*. Campinas: Editora da UNICAMP, 1995.
- ASSIS, A. K. T. e THOBER, D. S. Unipolar Induction and Weber's Electrodynamics. In: M. Barone and F. Selleri (editors), New York: Plenum Press, *Frontiers of Fundamental Physics*, n. 994, p. 409-414.
- BATYGIN, V. V. e TOPTYGIN, I. N. *Problems in Electrodynamics*. London: Academic Press, 1964.
- BUENO, M. A. e ASSIS, A. K. T. *Cálculo de Indutância e de Força em Circuitos Elétricos*. Florianópolis/Maringá: Editora da UFSC em co-edição com Editora da UEM, 1998.
- EDWARDS, W. F., KENYON, C. S. e LEMON, D. K., 1976. Continuing investigation into possible electric fields arising from steady conduction currents, *Physical Review D*, n. 14, p. 922-938.
- GRANEAU, P. e ASSIS, A. K. T. Kirchoff on the motion of electricity in conductors, *Apeiron*, n. 19, p. 19-25, 1994.
- JACKSON, J. D. *Classical Electrodynamics*. 2. ed. New York: John Wiley, 1975.
- JUNGNICKEL, C. e McCORMMACH, R. *Intellectual Mastery of Nature - Theoretical Physics from Ohm to Einstein*, v. 1-2. Chicago: University of Chicago Press, 1986.
- KIRCHHOFF, G. On the motion of electricity in wires. *Philosophical Magazine*, n. 13, p. 393-412, 1857.
- KIRCHNER, F. Determination of the velocity of light from electromagnetic measurements according to W. Weber and R. Kohlrausch. *American Journal of Physics*, n. 25, p. 623-629, 1957.
- O'RAHILLY, A. *Electromagnetic Theory - A Critical Examination of Fundamentals*. New York: Dover, 1965.
- PEARSON, J. M. e KILAMBI, A. Velocity-dependent nuclear forces and Weber's electrodynamics. *American Journal of Physics*, n. 42, p. 971-975, 1974.
- ROSENFELD, L. The velocity of light and the evolution of electrodynamics. *Nuovo Cimento*, Supplement to v. 4, p. 1630-1669, 1957.
- ROSENFELD, L., KIRCHHOFF, Gustav Robert, in: C. C. Gillispie, editor, New York: Scribner, *Dictionary of Scientific Biography*, v. 7, p. 379-383, 1973.