

Le Principe des proportions physiques

A. K. T. Assis

Institute of Physics « Gleb Wataghin »

University of Campinas — Unicamp

13083–859 Campinas, SP, Brazil.

Courriel : assis@ifi.unicamp.br

Page d'accueil : <https://www.ifi.unicamp.br/~assis>

Article initialement publié en anglais dans
les *Annales de la Fondation Louis de Broglie*,
Vol. 29, n° 1–2, pp. 149–171 (2004),
« The principle of the physical proportions ».

Traduit de l'anglais par John Plaice, Bogotá (2026)

Blogue : <https://johnplaice.substack.com>

Résumé

Nous proposons le principe des proportions physiques, selon lequel toutes les lois de la physique ne peuvent dépendre que du rapport entre des grandeurs connues de même nature. Une autre formulation consiste à dire qu'aucune constante dimensionnelle ne devrait apparaître dans les lois de la physique ; ou que toutes les « constantes » de la physique (telles que la constante universelle de gravitation, la vitesse de la lumière dans le vide, la constante de Planck, la constante de Boltzmann, etc.) doivent dépendre de propriétés cosmologiques ou microscopiques de l'univers. Avec cette généralisation du principe de Mach, nous préconisons de supprimer toutes les grandeurs absolues en physique. Nous présentons des exemples de lois satisfaisant ce principe et d'autres qui ne le satisfont pas. Ces derniers exemples suggèrent que les théories sous-jacentes menant à ces lois doivent être incomplètes. Nous présentons des applications de ce principe dans certaines équations fondamentales de la physique.

Mots-clés : grandeurs relatives et absolues, principe de Mach, électrodynamique de Weber, mécanique relationnelle, principe des proportions physiques.

PACS : 01.55.+b (General physics), 01.70.+w (Philosophy of science).

1 Introduction

La notion de dimension trouve ses origines dans la géométrie de la Grèce antique. On considérait alors que les lignes avaient une dimension, les surfaces deux dimensions et les solides trois dimensions [1, vol. 1, pp. 158–159, 169–170 et vol. 3, pp. 262–263], [2] et [3]. Ces dimensions étaient liées à la règle ou au principe d’homogénéité, selon lequel seules des grandeurs de même nature pouvaient être additionnées ou mises en équivalence, et seules celles-ci avaient un rapport numérique (on ne pouvait pas, par exemple, diviser un volume par une longueur), [2]. Ce principe était également appelé par Heath « principe de similitude » et il évoquait aussi la théorie des proportions, [1, vol. 1, pp. 137 et 351; vol. 2, pp. 112–113, 115–129, 187, 280–281 et 292–293]. Les dimensions géométriques étaient également liées au concept de figures semblables [1, vol. 2, pp. 187–188].

La notion géométrique de dimension a été étendue par Fourier aux dimensions physiques, [4, §§ 160–161], mots entre crochets ajoutés : « Il convient maintenant de remarquer que toute grandeur indéterminée ou constante possède une *dimension* qui lui est propre, et que les termes d’une même équation ne pourraient être comparés s’ils n’avaient pas le même *exposant de dimension*. Nous avons introduit cette considération dans la théorie de la chaleur, afin de rendre nos définitions plus exactes et de permettre la vérification de l’analyse ; elle découle de notions primaires sur les grandeurs ; c’est pourquoi, en géométrie et en mécanique, elle équivaut aux lemmes fondamentaux que les Grecs nous ont laissés sans démonstration. Dans la théorie analytique de la chaleur, chaque équation (E) exprime une relation nécessaire entre les grandeurs existantes [longueur] x , [temps] t , [température] v , [capacité thermique] c , [conductivité superficielle] h , [conductivité spécifique] K . Cette relation ne dépend en rien du choix de l’unité de longueur, qui, de par sa nature même, est contingente ; en d’autres termes, si l’on prenait une unité différente pour mesurer les dimensions linéaires, l’équation (E) resterait la même. »

L’analyse dimensionnelle est née de ces idées. Elle est appliquée, par exemple, pour vérifier l’exactitude d’équations (en ce sens que tous les termes devraient avoir les mêmes dimensions). De plus, toutes les équations devraient être invariantes par rapport à tout changement du système d’unités utilisé. Elle est également utilisée pour déduire des relations entre grandeurs physiques en appliquant le principe d’homogénéité. Par exemple, il est possible de déduire (à l’exception d’une constante adimensionnelle) la dépendance de la fréquence d’oscillation d’un pendule près de la surface terrestre par rapport à la longueur du pendule et au champ gravitationnel terrestre en considérant les dimensions ou les unités de ces termes physiques. Il semble que la première personne à avoir utilisé ce principe en physique ait été Foncenex en 1761, avant les travaux de Fourier [2]. Reynolds, Lodge, FitzGerald, Rücker, Jeans et surtout Lord Rayleigh ont apporté de nombreuses contributions à l’analyse dimensionnelle dans cette optique au cours du siècle dernier ; voir [5, p. 10] pour les références et la discussion.

En 1914, Tolman a présenté un « principe de similitude » [6] : « Les entités fondamentales à partir desquelles l’univers physique est construit sont de nature telle qu’à partir d’elles, on pourrait construire un univers miniature exactement similaire en tous points à l’univers actuel. » Mais Buckingham et Bridgman ont démontré que

ce principe était déjà inclus dans le « principe d’homogénéité dimensionnelle », qui était utilisé depuis très longtemps dans les équations géométriques et physiques [7] et [8]. L’article de Buckingham a joué un rôle très important en attirant l’attention de la communauté scientifique sur le « théorème II », qui avait déjà été énoncé par Vaschy dans les années 1890 [5, chapitre VI] et [9, vol. 2, p. 712]. Ce théorème avait été utilisé implicitement par de nombreux scientifiques depuis les travaux de Fourier.

Pour une analyse critique des systèmes d’unités, des concepts de similitude physique et d’analyse dimensionnelle, accompagnée de nombreuses références, voir les chapitres XIV (“The Symbols of Physics”) et XV (“Units and ‘dimensions’”) de l’ouvrage d’O’Rahilly [9].

Nous présentons ici un nouveau principe qui ne figure pas parmi les précédents, comme le montreront les exemples ci-dessous. Pour illustrer la nouveauté de ce principe, prenons l’équation décrivant un gaz parfait, présentée par Buckingham sous la forme suivante : $p v / R \theta = N$. Ici, p représente la pression, v le volume spécifique, θ la température absolue, R une constante dimensionnelle et N une constante adimensionnelle. Cette équation est considérée comme « complète » par Buckingham [7]. Elle est également invariante par rapport à tout changement du système d’unités utilisé. Malgré cela, elle ne respecte pas le principe des proportions physiques présenté ici. C’est pourquoi elle doit être considérée comme correcte mais incomplète. Nous verrons ci-dessous à quoi devrait ressembler une équation complète pour un gaz parfait.

2 Le principe des proportions physiques

Newton a fondé sa dynamique, telle qu’elle est présentée dans les *Principia* (1687), sur les concepts de temps absolu, d’espace absolu et de mouvement absolu. Selon lui, le temps absolu s’écoule de manière régulière, sans rapport avec quoi que ce soit d’extérieur ; l’espace absolu reste toujours identique et immobile, sans rapport avec quoi que ce soit d’extérieur ; et le mouvement absolu est la translation d’un corps d’un lieu absolu à un autre [10, Définitions]. Leibniz, Berkeley et Mach s’opposaient à ces concepts et soutenaient que seuls le temps relatif, l’espace relatif et le mouvement relatif pouvaient être perçus par les sens. C’est pourquoi seules ces notions relatives devaient figurer dans les lois physiques. Mach a clairement exprimé ces idées dans son ouvrage *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt* (*La Mécanique : exposé historique et critique de son développement*), publié en 1883 [11]. On trouvera d’excellentes analyses du principe de Mach et de la distinction entre mouvements relatifs et absolus à différentes époques de l’évolution de la mécanique dans [12] et [13]. Le temps relatif est une mesure de la durée au moyen du mouvement de corps matériels (tel que l’angle de rotation de la Terre par rapport aux étoiles fixes) ; l’espace relatif est une mesure de la dimension au moyen de corps matériels (telle que la distance entre deux corps mesurée à l’aide d’une règle matérielle ; ou l’ordre relatif de trois corps A , B et C le long d’une ligne droite : ABC , ou ACB , ou ...).

Nous partageons l’avis de Leibniz, Berkeley et Mach sur ce sujet et proposons le principe des proportions physiques (PPP) comme généralisation de leurs idées [14] et [15]. Mach préconisait de supprimer toutes les grandeurs absolues du mouvement (en ramenant les grandeurs locales et absolues à des grandeurs globales et

relationnelles). Ici, nous préconisons de supprimer toutes les grandeurs absolues, quelles qu'elles soient. Comme nous le verrons, en physique classique, non seulement l'espace et le temps sont absolus, mais aussi la masse gravitationnelle, la charge électrique, etc. Nous estimons qu'aucune de ces grandeurs absolues ne devrait apparaître dans les lois de la physique. Dans cet ouvrage, nous abordons la mécanique relationnelle [16] et [17], une alternative à la théorie standard qui met en œuvre à la fois le principe de Mach et le PPP.

Nous formulons ce principe comme suit : (1) Toutes les lois de la physique ne peuvent dépendre que du rapport entre des grandeurs connues de même type. Ce principe peut également être compris de quatre autres manières afin d'en clarifier la signification : (2) Dans les lois de la physique, aucun concept absolu ne doit apparaître; seules des relations entre des grandeurs connues de même type doivent être incluses; (3) Les constantes dimensionnelles ne doivent pas apparaître dans les lois de la physique; (4) Les constantes universelles (telles que G , c , h , k_B , ...) doivent dépendre des propriétés cosmologiques ou microscopiques de l'univers; (5) Toutes les lois de la physique et tous les effets mesurables doivent être invariants sous des transformations d'échelle de toute nature (c'est-à-dire sous des transformations d'échelle de longueur, de temps, de masse, de charge, ...).

Nous considérons le PPP comme un principe intuitif de la nature, qui devrait conduire à une meilleure compréhension des lois physiques. En particulier, nous pensons que les équations qui ne satisfont pas ce principe sont incomplètes. Autrement dit, l'application de ce principe permettra, espérons-le, de mettre en lumière des liens cachés entre les propriétés des corps et l'univers lointain.

Les cinq énoncés du PPP ne sont pas tout à fait équivalents les uns aux autres. Malgré cela, il existe des liens entre eux, comme nous le verrons ci-dessous. La première formulation est celle que nous privilégions. Par « grandeurs de même type », nous entendons des grandeurs ayant les mêmes unités et incarnant les mêmes concepts physiques. Autrement dit, dans les lois de la physique, il ne devrait apparaître que des rapports de longueurs, de durées, de charges électriques, de fréquences, de masses gravitationnelles, etc. Le mot « connu » signifie que nous pouvons identifier à quel corps appartient la propriété. Dans le deuxième énoncé, l'expression « concepts absolus » doit être comprise dans le sens newtonien évoqué plus haut, c'est-à-dire des concepts qui ne dépendent pas du monde matériel extérieur (tels que l'espace, le temps et le mouvement absolu de Newton). Comme nous le verrons, en mécanique classique, il existe également un concept absolu de masse, de charge électrique, etc. De notre point de vue, tous ces concepts ne devraient pas être inclus dans les lois physiques. Lorsque nous n'aurons plus que des lois exprimées en termes de rapports de masses, de charges électriques, de courants électriques, etc., alors l'objectif d'éliminer les concepts absolus sera atteint. Dans la quatrième affirmation, par « constantes universelles », nous entendons des constantes qui ne dépendent pas des propriétés des corps, afin de les opposer aux caractéristiques normales des corps. Par exemple, la résistivité électrique varie d'un métal à l'autre, tandis que la constante de Boltzmann est la même pour tous les gaz. C'est pourquoi des constantes telles que k_B sont généralement qualifiées de constantes absolues ou fondamentales. Mais nous pensons que ces constantes devraient, d'une manière ou d'une autre, être liées aux propriétés des corps lointains de l'univers, de sorte qu'il soit possible de modifier ou de

contrôler leurs valeurs en changeant l’environnement autour des appareils de mesure. Par les mots « de quelque nature que ce soit » dans la cinquième affirmation, nous voulons désigner tous les types de grandeurs (temps, masse, charge, ...) et pas seulement les longueurs (on entend généralement par transformation d’échelle uniquement un changement de distances ou de grandeurs linéaires). Le sens de cette affirmation est qu’aucun effet mesurable ou détectable ne devrait apparaître si, par exemple, nous doublions les charges électriques de tous les corps de l’univers. Comme nous le verrons en analysant l’accélération entre deux charges, la physique classique ne tient pas compte de cette idée.

Certains auteurs ont par le passé exprimé le point de vue selon lequel aucune transformation de longueur ne devrait produire d’effet (c’est-à-dire que si tous les corps de l’univers, y compris les atomes, augmentaient de taille dans la même proportion, il en irait de même pour toutes les distances). À notre connaissance, le premier à avoir généralisé cette idée pour y inclure le temps et le mouvement fut Boscovich en 1755 [18]. Voici quelques-unes de ses affirmations caractéristiques : « Un mouvement commun à nous-mêmes et au monde ne peut être perçu par nous — même si le monde dans son ensemble voyait sa taille augmenter ou diminuer d’un facteur arbitraire. » (...) « Il est même concevable que ce monde entier qui s’offre à nos yeux se contracte ou s’étende en l’espace de quelques jours — l’amplitude des forces de contraction ou d’expansion étant à l’unisson. Même si cela se produisait, il n’y aurait aucun changement dans les impressions de notre esprit et, par conséquent, aucune perception de ce type de changement. » Nous adhérons à ces idées et les étendons à toutes les grandeurs (charges, températures, etc.)

La signification de ce principe est illustrée par les exemples ci-dessous. Ces exemples nous permettront de clarifier ces cinq formulations alternatives.

3 Lois respectant ce principe

La loi du levier est le premier exemple d’une relation satisfaisant ce principe. Les propositions 6 et 7 de l’ouvrage d’Archimède *De l’équilibre des figures planes* se lisent comme suit [19] et [20] : « Deux grandeurs, qu’elles soient commensurables [Prop. 6] ou incommensurables [Prop. 7], s’équilibrent à des distances réciproquement proportionnelles à ces grandeurs. » On peut l’écrire comme suit : deux poids P_1 et P_2 , situés respectivement à des distances d_1 et d_2 d’un point d’appui, restent en équilibre statique horizontal (par rapport à la surface de la Terre) lorsque $P_1/P_2 = d_2/d_1$. Seuls les rapports entre les poids locaux et les distances locales sont pertinents ici. Aucune constante fondamentale n’apparaît dans cette loi. Doubler toutes les longueurs ou tous les poids (ou masses gravitationnelles) de l’univers n’affecte pas l’équilibre du levier.

La loi du plan incliné satisfait également ce principe. Stevin a démontré cette loi en considérant un triangle ABC dont le plan est perpendiculaire à l’horizon et dont la base AC est parallèle à celui-ci. En suspendant deux poids D et E respectivement aux côtés AB et BC , il a démontré, par le principe de l’impossibilité du mouvement perpétuel, que les deux corps reliés par une corde seraient en équilibre si $D/E = AB/BC$, [21].

Considérons maintenant les corps flottants. Archimède a découvert le principe fondamental de l'hydrostatique et l'a présenté dans son ouvrage *Des corps flottants*, [19] et [20]. La cinquième proposition de cet ouvrage se lit comme suit, nos mots entre crochets : « Tout solide plus léger qu'un fluide [c'est-à-dire de poids relatif ou spécifique inférieur] sera, s'il est placé dans le fluide, immergé jusqu'à ce que son poids soit égal au poids du fluide déplacé. » Si l'on considère un solide homogène, son poids est proportionnel à sa densité, ρ_S , multipliée par son volume total, V_T . De même, le poids du fluide déplacé est proportionnel à sa densité, ρ_F , multipliée par le volume du solide situé sous la surface, V_B . La condition d'équilibre statique peut alors s'écrire comme suit

$$\frac{V_B}{V_T} = \frac{\rho_S}{\rho_F}. \quad (1)$$

Cette équation, qui peut être considérée comme la loi décrivant l'équilibre statique des solides homogènes dans des fluides de poids relatif supérieur, satisfait également pleinement le PPP. Seuls des rapports de volumes et de densités connus apparaissent ici. Aucune constante fondamentale n'intervient dans cette loi. Doubler toutes les densités de l'univers n'affectera pas le rapport V_B/V_T .

Un autre exemple concerne des vases communicants remplis de liquides. Si l'aire de la section transversale du vase 1 (2) est A_1 (A_2) et que l'on applique respectivement sur leurs surfaces libres les forces F_1 (F_2), l'équilibre (absence de mouvement par rapport à la surface de la Terre) sera atteint si $F_1/F_2 = A_1/A_2$. Dans le cas d'un vérin hydraulique, ces forces peuvent correspondre à deux poids P_1 et P_2 . Une fois encore, cette relation satisfait pleinement le PPP.

Il existe également des lois dynamiques qui satisfont ce principe. Un exemple en est la deuxième loi de Kepler sur le mouvement des planètes : les aires balayées par le rayon-vecteur allant du Soleil à la planète en des temps égaux sont égales [22, p. 135]. En d'autres termes, l'aire est proportionnelle au temps. En termes algébriques, si une planète balaye une aire A_1 en un temps t_1 et une aire A_2 en un temps t_2 , alors $A_1/A_2 = t_1/t_2$.

Un autre exemple est la deuxième loi du mouvement de Newton, couplée à sa troisième loi. Considérons deux corps de masses inertielles m_{i1} et m_{i2} interagissant l'un avec l'autre le long d'une ligne droite. S'ils subissent des accélérations a_1 et a_2 par rapport à un référentiel inertiel, on obtient, à partir des lois de Newton (en supposant que les masses inertielles sont constantes) : $m_{i1}/m_{i2} = -a_2/a_1$.

4 Lois ne respectant pas ce principe

La loi de la force élastique a été formulée pour la première fois par Hooke en 1678 en termes de proportions, à savoir : « la puissance d'un ressort est dans la même proportion que sa tension : c'est-à-dire que si une puissance l'étire ou le courbe d'une unité, deux puissances le courberont de deux unités, trois de trois unités, et ainsi de suite » [23]. Sous cette forme, elle est conforme au PPP, puisqu'elle peut s'écrire $force_1/force_2 = distance_1/distance_2$. Mais de nos jours, elle s'exprime sous la forme d'une égalité impliquant une constante dimensionnelle élastique, de sorte qu'elle ne satisfait plus au PPP. Considérons un ressort de longueur au repos ℓ_o et de constante

élastique k . S'il est comprimé ou soumis à une force F jusqu'à une longueur ℓ , la loi stipule que le déplacement ou l'allongement du ressort est proportionnel à cette force. En exprimant cela au moyen d'une égalité, comme on le fait habituellement, on obtient la condition d'équilibre statique sous la forme $F = k(\ell - \ell_o)$. Cette relation ne satisfait pas le PPP, car il n'y a pas de rapport de forces au membre de gauche ni de rapport de longueurs au membre de droite. De plus, la constante élastique y apparaît, or celle-ci n'a aucun rapport avec la force que le ressort supporte. Cette loi est correcte en ce sens qu'elle décrit le comportement des ressorts (elle est valable tant que l'allongement du ressort n'est pas suffisamment important pour devenir irréversible). Mais comme elle ne satisfait pas le PPP, elle doit être considérée comme incomplète.

Si le ressort est remplacé par une corde ou une barre constituée d'un matériau homogène de section transversale A_o , cette loi s'écrit comme suit (si la déformation n'est pas trop importante) :

$$F = Y A_o \frac{\ell - \ell_o}{\ell_o} , \quad (2)$$

où Y est ici appelé « module de Young ». Cette formulation de la loi est meilleure que la précédente car le terme de droite contient un rapport de longueurs. Mais elle ne satisfait toujours pas complètement le PPP. Bien qu'un rapport de longueurs apparaisse dans le membre de droite, il n'y a pas de rapport de forces dans le membre de gauche ni de rapport de surfaces dans le membre de droite. De plus, le module de Young n'est pas une constante sans unité. Ses unités sont celles de la pression et sa valeur est propre à chaque matériau, bien qu'elle ne dépende ni de l'aire de la section transversale ni de la longueur du cordon constitué d'un matériau spécifique. C'est pourquoi on pourrait dire qu'elle est incomplète. Comme le module de Young a une valeur différente pour chaque matériau, il doit dépendre des propriétés microscopiques du matériau (par exemple, être inversement proportionnel à l'aire de la section transversale des molécules composant la corde, ou au carré de la distance moyenne entre ces molécules, etc.). On pourrait espérer que, lorsqu'une meilleure compréhension de l'origine des propriétés élastiques des corps sera acquise, il sera possible d'écrire la loi de Hooke sous la forme

$$\frac{F}{F_*} = \alpha \frac{A_o}{A_*} \frac{\ell - \ell_o}{\ell_o} , \quad (3)$$

Ici, F_* et A_* sont respectivement une force et une aire d'origines encore inconnues, et α est une constante sans dimension qui reste à déterminer.

Considérons maintenant l'accélération de chute libre près de la surface de la Terre, qui est donnée par

$$a = G \frac{M_e}{R_e^2} . \quad (4)$$

Ici, $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ est la constante de gravitation, $M_e = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ est la masse de la Terre et $R_e = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$ est son rayon moyen. Cette accélération de chute libre ne dépend que de la masse de la Terre, et non du rapport entre cette masse et d'autres masses de l'univers. Elle dépend également de la distance entre le corps d'essai et le centre de la Terre, et non du rapport entre cette distance et d'autres distances de l'univers. Selon la mécanique classique, la constante G ne dépend pas d'autres corps de l'univers. Cela signifie qu'elle est considérée comme

une constante universelle de la nature, qui ne peut être ni modifiée ni influencée par des moyens externes. Si l'on doublait toutes les masses de l'univers, cette expression suggère que l'accélération de chute libre doublerait également, de telle sorte que cela pourrait être perçu ou détecté. Cela démontre que non seulement l'espace et le temps sont absolus en mécanique classique, mais aussi la masse. Tous ces éléments vont à l'encontre du PPP.

Nous allons maintenant analyser l'aplatissement de la Terre. En raison de sa rotation diurne autour de l'axe nord-sud, la Terre prend essentiellement la forme d'un ellipsoïde de révolution. Avec une période d'un jour, la vitesse de rotation angulaire de la Terre par rapport à un référentiel inertiel est donnée par $\omega = 7,29 \times 10^{-5}$ rad/s. Son rayon équatorial $R_>$ devient plus grand que le rayon polaire $R_<$. Selon la mécanique classique, la variation relative f est donnée par (comme l'a essentiellement établi Newton pour la première fois) :

$$f \equiv \frac{R_> - R_<}{R_<} \approx \frac{15\omega^2}{16\pi G\rho_e} \approx 0,004 . \quad (5)$$

Ici, $\rho_e = 5,5 \times 10^3$ kg/m³ est la densité massique moyenne de la Terre. Plusieurs aspects de ce résultat sont discutables. Tout d'abord, cette variation fractionnaire dépend de la rotation angulaire de la Terre par rapport à l'espace absolu ou à un référentiel inertiel. En principe, l'univers lointain, composé d'étoiles et de galaxies, pourrait disparaître sans affecter f . Cette conséquence n'est pas intuitive. Après tout, si la Terre était seule dans l'univers, il ne serait pas logique de parler de sa rotation. Par conséquent, son aplatissement devrait disparaître lorsque les étoiles et les galaxies lointaines disparaissent également, selon la perspective machienne. Si la Terre restait stationnaire dans un référentiel inertiel et que l'univers lointain tournait autour de son axe nord-sud dans le sens opposé (par rapport à la situation précédente), la Terre ne serait pas aplatie. Cela va à l'encontre du point de vue de Mach. De plus, la variation fractionnaire ne dépend que de la densité de la Terre, et non de celle de la matière lointaine. S'il était possible de doubler la densité moyenne de matière de l'univers lointain, sans affecter la densité de matière de la Terre, le résultat précédent ne serait pas modifié. Cela démontre que non seulement l'espace et le temps, mais aussi la masse ou la densité de matière sont des grandeurs absolues en mécanique classique. Tous ces aspects vont à l'encontre du PPP.

La grande majorité des lois physiques ne respectent pas le PPP. Chaque fois que des lois physiques sont exprimées sous forme d'égalités, plutôt que de proportions, et qu'elles comportent des constantes locales (telles que la constante de rappel k , la constante diélectrique ϵ du matériau, ...) ou des constantes universelles (telles que G , ϵ_o , k_B , h , ...), elles sont nécessairement incomplètes, bien qu'exactes. Quelques exemples : la loi des gaz parfaits, $PV = k_B NT = RnT$ (P étant la pression, V le volume, $k_B = 1,38 \times 10^{-23}$ J/K la constante de Boltzmann, N le nombre d'atomes ou de molécules, T la température, $R = 8,3$ J/Kmol la constante universelle des gaz et n le nombre de moles); la vitesse du son, $v_s = \sqrt{B/\rho}$ (B étant le module de compressibilité du fluide de densité ρ); et la loi d'Ohm, $V = RI$ (où V est la tension ou la différence de potentiel entre deux points A et B d'un conducteur de résistance R dans lequel circule un courant constant I), etc.

5 Mise en œuvre du principe des proportions physiques

Nous allons maintenant examiner comment mettre en œuvre ce principe afin de compléter les lois. Nous nous intéresserons d’abord à l’hydrostatique et au principe d’Archimède. Bien que l’équation (1) satisfasse ce principe, nous aborderons ici une forme incomplète de cette loi.

On imagine aisément comment des personnes ignorant les résultats d’Archimède pourraient aboutir à une loi correcte mais incomplète en menant des expériences sur des corps flottants. Elles pourraient faire flotter de la glace, du liège, du bois, etc., uniquement dans de l’eau, et observer que le rapport entre le volume immergé et le volume total est proportionnel à la densité du matériau, à savoir

$$\frac{V_B}{V_T} = A\rho_S, \quad (6)$$

où A serait une constante de proportionnalité ayant pour dimension l’inverse de la densité. Cette constante serait la même pour tous les corps solides mentionnés ci-dessus. Cette équation est correcte sur le plan dimensionnel et est invariante sous transformation d’unités (la valeur numérique de A dépendrait du système d’unités utilisé, par exemple $A = 1,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ou $A = 1,6 \times 10^{-5} \text{ g/in}^3$, mais la forme de l’équation resterait la même dans tous les systèmes d’unités). Elle serait considérée comme une équation « complète » selon les critères de Buckingham.

Bien que cette loi décrive correctement le comportement des corps flottants dans l’eau, elle est incomplète. Afin de transformer cette loi en une loi compatible avec le PPP, il faudrait déterminer si A est d’origine cosmologique, locale ou microscopique. Plus précisément, il faudrait, par exemple, déterminer si $1/A$ est proportionnel à la densité moyenne de masse dans l’univers, à la densité du fluide local dans lequel le solide flotte, ou à la densité des molécules composant le fluide. En faisant flotter les mêmes solides dans différents fluides tels que le mercure liquide, l’essence et l’alcool, il serait possible d’aboutir à $A = 1/\rho_F$. La situation pourrait alors être décrite par l’équation (1) et la loi pourrait être considérée comme complète.

La mécanique relationnelle satisfait pleinement au principe de Mach et au PPP, plus général. Une présentation et une discussion de cette théorie sont disponibles dans plusieurs ouvrages : [16], [24], [25], [26], [27], [28], [29], [30, chap. 6], [31, chap. 3], [32], [33], [34] et [17]. Elle repose sur la loi de Weber relative à la gravitation et à l’électromagnétisme : [35]. La force de Weber ne dépend que de la distance relative entre les charges en interaction, de leur vitesse radiale relative et de leur accélération radiale relative, de sorte qu’elle est entièrement relationnelle. Pour une analyse moderne de l’électrodynamique de Weber, voir : [36], [37], [38], [39], [40], [30], [41], [42], [43], [44], [45], [46], [47], [17, sections 11.2 et 11.3], [48], [49] et [50]. La mécanique relationnelle repose également sur le principe de l’équilibre dynamique, [16] et [17, section 8.1] : la somme de toutes les forces, quelle que soit leur nature (gravitationnelle, électrique, magnétique, élastique, nucléaire, etc.), agissant sur un corps quelconque est toujours nulle dans tous les référentiels. La somme de toutes les forces étant nulle, seuls les rapports entre les forces seront détectables ou mesurables. Le

système d'unités (MKSA, cgs, etc.) utilisé n'a pas d'importance. De plus, l'unité ou la dimension des forces peut être celle de notre choix.

Selon la mécanique relationnelle, l'accélération de chute libre vers la Terre, a_{mU} , est donnée par [17, sections 8.4, 8.5 et 9.2] :

$$a_{mU} = \frac{3c^2}{2\alpha\pi\rho_{go}R_o^2} \frac{M_{ge}}{r^2}, \quad (7)$$

ou

$$\frac{a_{mu}}{a_o} = \frac{2}{\alpha} \frac{M_{ge}}{M_{go}} \frac{R_o^2}{r^2}. \quad (8)$$

Nous allons maintenant examiner cette relation en détail, en commençant par expliquer ses termes. La masse gravitationnelle de la Terre est représentée par M_{ge} . La distance entre le corps d'essai et le centre de la Terre est donnée par r . La masse gravitationnelle du corps d'essai n'apparaît pas ; seule figure son accélération par rapport au référentiel universel U , a_{mU} . Le référentiel universel est celui dans lequel l'ensemble des galaxies lointaines est considéré comme étant essentiellement au repos (mis à part des vitesses aléatoires ou particulières), sans aucune rotation ni accélération linéaire. Les propriétés cosmologiques apparaissent dans le rayon de l'univers connu, donné par $R_o \approx 10^{26}$ m, et dans $\rho_{go} \approx 3 \times 10^{-27}$ kg/m³, qui est la densité de masse gravitationnelle moyenne de l'univers lointain. Si l'univers est infini, R_o peut représenter une longueur caractéristique des interactions gravitationnelles, à savoir la longueur effective des interactions gravitationnelles due à une décroissance exponentielle. La masse gravitationnelle de l'univers connu est donnée par $M_{go} = 4\pi\rho_{go}R_o^3/3 \approx 10^{52}$ kg. Si l'univers a une taille infinie et une masse gravitationnelle infinie, ce M_{go} peut représenter une masse gravitationnelle caractéristique (c'est-à-dire la masse gravitationnelle dans le volume caractéristique $4\pi R_o^3/3$) qui exercerait des effets sur les corps locaux. Nous avons également établi un lien entre la vitesse de la lumière $c = 3 \times 10^8$ m/s et la constante de Hubble $H_o \approx 3 \times 10^{-18}$ s⁻¹ par la relation $R_o = c/H_o$. Une accélération cosmologique caractéristique est donnée par $a_o \equiv R_o H_o^2 \approx 6 \times 10^{-10}$ m/s⁻². De plus, α est un nombre sans dimension dont la valeur est 6 si l'on considère un univers fini et que l'on intègre la loi de Weber pour la gravitation jusqu'au rayon de Hubble R_o . Si l'on se base sur la loi de Weber et un décroissement exponentiel de la gravitation, on peut intégrer jusqu'à l'infini et, dans ce cas, $\alpha = 12$.

Ce qui est important dans ce résultat, c'est que seuls les rapports entre les masses gravitationnelles, les distances et les accélérations sont pertinents ici. Doubler la masse gravitationnelle de la Terre tout en conservant inchangée la masse gravitationnelle caractéristique M_{go} de l'univers lointain équivaut à conserver inchangée la masse gravitationnelle de la Terre tout en divisant par deux la masse gravitationnelle caractéristique de l'univers lointain. Dans les deux cas, l'accélération de chute libre double par rapport à sa valeur actuelle de 9,8 m/s². Diviser par deux la distance entre le centre de la Terre et le corps d'essai multiplie par quatre l'accélération de chute libre. D'après l'expression ci-dessus, le même phénomène se produira en conservant inchangés a_o , M_{ge} , M_{go} et r , et en doublant R_o . Des valeurs aussi faibles que a_o apparaissent à l'échelle cosmologique dans l'accélération centripète des galaxies en rotation. Cela pourrait indiquer que les effets gravitationnels locaux sont liés à la rotation des galaxies lointaines. Par exemple, doubler la vitesse de rotation de toutes les galaxies de

l'univers pourrait doubler l'accélération de chute libre près de la surface de la Terre. Ou peut-être que a_o représente l'accélération moyenne de tous les corps de l'univers par rapport au référentiel universel U . En comparant l'équation ci-dessus avec celles de la mécanique classique, on constate que la constante gravitationnelle G peut être considérée comme une fonction des propriétés cosmologiques de l'univers, à savoir : $G = 3c^2 / (2\alpha\pi\rho_{go}R_o^2)$. Tous ces aspects sont en accord avec le PPP.

Cet exemple permet également d'illustrer le contenu physique du PPP. Historiquement, c'est Galilée qui a découvert le premier que l'accélération de la chute libre près de la surface de la Terre est indépendante du poids ou de la composition chimique des corps en chute. Plus tard, Newton a démontré qu'elle est proportionnelle à la masse du corps attractif. Mais on pourrait imaginer que ces découvertes aient été faites dans l'ordre inverse. Autrement dit, un scientifique A aurait pu découvrir en premier lieu que l'accélération de la chute libre était proportionnelle à la masse du corps attractif. Selon le PPP, nous pourrions alors écrire cette loi sous la forme : $a_1/a_o = m_e/m_o$, où a_1 serait l'accélération du corps d'essai de masse m_1 , m_e représenterait la masse gravitationnelle du corps attractif, et a_o et m_o seraient l'accélération et les masses d'autres corps restant à déterminer. Sous cette forme, l'équation serait compatible avec le PPP, mais elle ne serait pas encore complète car nous n'aurions toujours pas identifié les corps auxquels se réfèrent m_o et a_o (si l'on se réfère à la première affirmation du PPP, nous ne « connaissons » toujours pas ces quantités). Une hypothèse raisonnable concernant la masse m_o serait que $m_o = m_1$, c'est-à-dire de supposer qu'elle correspond à la masse du corps d'essai. Mais en suivant les traces de Galilée ou grâce à des recherches expérimentales indépendantes, on démontrerait que l'accélération de la chute libre ne dépend pas de la masse du corps d'essai, ce qui éliminerait cette hypothèse. Comme les deux candidats évidents (le corps attractif et le corps d'essai) ont déjà été pris en compte, il ne resterait plus que les corps lointains de l'univers. Autrement dit, d'une manière ou d'une autre, m_o devrait être une masse représentative des corps lointains de l'univers.

Nous allons maintenant nous intéresser à la forme de la Terre. L'aplatissement de la Terre selon la mécanique relationnelle est donné par [17, sections 8.5 et 9.5.1]

$$f \equiv \frac{R_{>} - R_{<}}{R_{<}} \approx \frac{5\alpha}{8} \frac{\omega_{eU}^2}{H_o^2} \frac{\rho_{go}}{\rho_{ge}}. \quad (9)$$

Comme les valeurs de la constante de Hubble et de la densité moyenne de matière de l'univers ne sont pas encore connues avec une grande précision, il n'est pas possible de donner une valeur exacte pour le rapport ci-dessus. Mais l'ordre de grandeur est compatible avec la valeur observée de 0,004. Nous pouvons également utiliser le fait qu'il s'agit de la valeur observée de f et, de cette manière (en combinant la valeur connue de la rotation angulaire de la Terre par rapport aux galaxies lointaines et la densité de matière connue de la Terre), en déduire la valeur de $5\alpha\rho_{go}/8H_o^2$.

Mais ce que nous souhaitons ici souligner, ce sont les aspects « machiens » de ce résultat. Le premier est que la rotation angulaire ω_{eU} qui apparaît en mécanique relationnelle est la rotation angulaire de la Terre par rapport à l'univers lointain (c'est-à-dire par rapport au référentiel des galaxies lointaines). Elle ne doit plus être comprise comme la rotation angulaire de la Terre par rapport à l'espace vide. Selon la mécanique relationnelle, l'aplatissement de la Terre sera le même, que la Terre tourne par

rapport à un référentiel arbitraire tandis que l'univers lointain reste stationnaire dans ce référentiel, ou que l'univers lointain tourne dans le sens opposé par rapport à ce référentiel tandis que la Terre reste stationnaire dans ce référentiel, à condition que la rotation relative quantitative entre la Terre et l'univers lointain soit la même dans les deux cas. L'aplatissement de la Terre ne peut plus être considéré comme une preuve de la rotation réelle ou absolue de la Terre. La mécanique relationnelle n'est pas la seule théorie qui mette en œuvre cet effet. On peut en dire autant d'une autre reformulation de la mécanique due à Barbour et Bertotti, [51], [52] et [53]. Leur approche fait intervenir des grandeurs relationnelles, des dérivées intrinsèques et l'espace de configuration relatif de l'univers. Elle suit désormais de plus près l'approche de la relativité générale, voir [54]. Pour une discussion d'autres approches visant à mettre en œuvre le principe de Mach, accompagnée de nombreuses références, voir [17, chap. 11].

Le deuxième aspect machien réside dans le fait que cet aplatissement dépend du rapport entre les densités de l'univers lointain et de la Terre. On peut accroître l'aplatissement en diminuant la densité de la Terre ou en augmentant celle de l'univers lointain (en supposant dans les deux cas une vitesse de rotation angulaire constante ω_{eU}). Lorsque la densité de masse gravitationnelle de l'univers lointain tend vers zéro, il en va de même pour l'aplatissement de la Terre. Cela est tout à fait raisonnable car, dans ce cas, il n'y aurait que la Terre dans l'univers et il serait alors dénué de sens de parler de sa rotation (par rapport à quoi tournerait-elle ?), par conséquent son aplatissement devrait disparaître. Cela ne se produit qu'en mécanique relationnelle, mais pas en mécanique classique. Seuls les rapports entre grandeurs connues ont ici de l'importance. La masse gravitationnelle ou la densité de matière gravitationnelle ne sont pas des grandeurs absolues en mécanique relationnelle. Le dernier aspect à prendre en compte ici est le rapport entre la rotation angulaire de la Terre et la constante de Hubble. Si l'on double la rotation de la Terre par rapport à l'univers lointain, l'aplatissement quadruple, car il est proportionnel au carré de la rotation angulaire de la Terre. Pour affirmer que la rotation de la Terre a augmenté, il faut la comparer à autre chose (par exemple, à une horloge). Le même résultat devrait apparaître si la Terre ne changeait pas sa vitesse de rotation (par rapport à une norme arbitraire), mais que tous les autres mouvements dans l'univers étaient ralentis d'un facteur 2 (par rapport à cette même norme arbitraire). Cela signifie que la constante de Hubble doit en quelque sorte correspondre à une fréquence moyenne d'oscillation et/ou de rotation de la matière dans l'univers ; ou à la rotation angulaire de la masse gravitationnelle cosmologique caractéristique M_{go} par rapport à l'univers très lointain ; ou Si l'on divise par deux toutes ces fréquences (à l'exception de la fréquence de rotation de la Terre par rapport à l'univers lointain), la constante de Hubble est divisée par 2 par rapport à sa valeur actuelle et l'aplatissement est multiplié par quatre, comme dans la situation précédente. Ce phénomène se produit en mécanique relationnelle, mais pas en mécanique classique. Le fait de doubler toutes les fréquences (y compris ω_{eU} et H_o) ne modifie pas f . Tous ces résultats sont physiquement plausibles.

À l'heure actuelle, il n'existe aucun conflit entre la mécanique relationnelle et les observations connues. Des tests expérimentaux pouvant être réalisés à l'avenir ont été présentés dans [17, section 10.4]. Elles comprennent une modification contrôlée de la masse d'inertie effective d'un corps à l'intérieur d'une coque sphérique massive, la détection de masses d'inertie effectives anisotropes de corps entourés d'une distribution

anisotrope de masses éloignées, la détection de la précession géodésique et cinétique des gyroscopes (voir également [55] et [56]), ainsi que la vérification de l'existence ou non d'une décroissance exponentielle de la gravitation. Il convient de noter que, selon l'électrodynamique de Weber, la masse d'inertie effective d'un corps chargé devrait varier s'il est placé à l'intérieur d'une coque sphérique stationnaire et uniformément chargée, mais rien de tel ne devrait se produire selon les équations de Maxwell ou la force de Lorentz. Cet effet est analogue au principe de Mach électrique et a été prédit quantitativement dans [57] et [58]. À notre connaissance, les premières expériences visant à vérifier l'existence de cet effet ont été réalisées par Mikhailov [59] et [60]. L'amplitude et le signe de l'effet qu'il a détecté coïncidaient avec ceux prédits par l'électrodynamique de Weber. Selon Costa de Beauregard et Lochak, si l'expérience de Mikhailov est confirmée par des recherches indépendantes, elle pourrait devenir un « jalon » [61].

6 Applications à d'autres situations

Nous allons maintenant examiner l'application du PPP à des situations impliquant différents concepts physiques. Nous ne savons pas comment mettre en œuvre ce principe dans ces nouvelles situations. Mais nous souhaitons en montrer les conséquences afin d'encourager la recherche d'un moyen de le mettre en œuvre.

Nous analysons tout d'abord l'électrostatique. Considérons deux charges q_1 et q_2 de même signe qui se repoussent. Nous pouvons les maintenir séparées à une distance constante d en appliquant une force externe, par exemple en plaçant entre elles un ressort diélectrique de constante élastique k et de longueur au repos ℓ_o . En égalisant la force coulombienne à la force élastique $k(d-\ell_o)$, nous obtenons que le déplacement fractionnaire f du ressort est donné par

$$f \equiv \frac{d - \ell_o}{\ell_o} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_o d^2 \ell_o k} . \quad (10)$$

Ici, $\epsilon_o = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{s}^2 / \text{kg} \cdot \text{m}^3$ est appelé la permittivité du vide. Doubler la valeur des deux charges multiplie f par quatre. Le déplacement fractionnaire devrait également être multiplié par quatre selon le PPP en conservant q_1 et q_2 inchangés, mais en divisant par deux toutes les autres charges de l'univers (c'est-à-dire les charges de tous les atomes et molécules du ressort, de la Terre et de tous les autres corps de l'univers, à l'exception de q_1 et q_2). Cependant, cette conséquence n'est pas prise en compte dans les théories actuelles, ce qui indique qu'elles doivent être incomplètes. L'influence peut être entièrement locale (diviser par deux toutes les charges du ressort et des galaxies lointaines ne modifie que la constante élastique, qui devient $k/4$, sans affecter ϵ_o), entièrement cosmologique (diviser par deux toutes les charges du ressort et de tous les corps astronomiques ne modifie pas k , mais uniquement la permittivité du vide, qui devient $\epsilon_o/4$), ou un mélange des deux effets (par exemple, diviser par deux toutes les charges du ressort et de tous les corps astronomiques affecte la constante élastique et la permittivité du vide, leurs nouvelles valeurs devenant $k/2$ et $\epsilon_o/2$).

Supposons maintenant que l'on retire le ressort, libérant ainsi les charges. Celles-ci seront alors accélérées dans des directions opposées. Selon la mécanique classique,

la valeur de l'accélération initiale de q_1 par rapport à l'espace absolu ou à un référentiel inertiel est donnée par : $a_1 = q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_o d^2 m_{i1}$, où m_{i1} est la masse inertielle du corps 1. Le fait de doubler q_1 et q_2 par rapport à une norme arbitraire multiplie par quatre l'accélération de q_1 . Le même phénomène devrait se produire si l'on maintenait q_1 et q_2 inchangés tout en divisant par deux (par rapport à cette même norme arbitraire) toutes les autres charges de l'univers. Mais l'augmentation de a_1 dans cette seconde situation n'est pas représentée par cette loi, car aucune autre charge n'intervient dans ce cas. Cela signifie que les charges électriques sont des concepts absolus en physique classique. La valeur de a_1 dépend de $q_1 q_2$ et non du rapport entre ces charges et d'autres charges connues dans l'univers. Afin de mettre en œuvre le PPP, il faudrait trouver d'autres charges intégrées (ou cachées) dans le produit $\epsilon_o m_{i1}$. Il s'agit peut-être des charges microscopiques composant les masses d'inertie m_{i1} et m_{i2} (c'est-à-dire les charges composant les atomes ou les molécules des corps 1 et 2), ou des charges composant les étoiles et les galaxies de l'univers lointain. Quoi qu'il en soit, le PPP n'a pas encore été mis en œuvre dans ce cas.

Selon la mécanique relationnelle, la valeur de l'accélération de q_1 par rapport au référentiel universel est donnée par [17, section 8.5, équations (8.42) à (8.44)] :

$$a_{1U} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_o d^2 m_{g1}} . \quad (11)$$

Ici, m_{g1} est la masse gravitationnelle du corps 1. En mécanique relationnelle, seules apparaissent les masses gravitationnelles, la masse inertielle étant un concept dérivé qui n'apparaît que lorsque l'on compare la mécanique relationnelle à la mécanique classique. Cette accélération est multipliée par quatre lorsque l'on double q_1 et q_2 . Le même phénomène se produit si l'on maintient q_1 et q_2 inchangés tout en divisant par deux toutes les autres charges de l'univers (c'est-à-dire en divisant par deux les charges de tous les atomes et molécules des galaxies lointaines, ainsi que les charges microscopiques composant les molécules des corps 1 et 2). Là encore, l'effet peut être entièrement cosmologique (n'affectant que la permittivité du vide), entièrement local (n'affectant que les masses gravitationnelles m_{g1} et m_{g2}) ou un mélange des deux effets (affectant la permittivité du vide et les deux masses gravitationnelles).

Un exemple illustrant comment la masse gravitationnelle d'un corps peut dépendre des charges microscopiques qui le constituent a été donné dans [62] et dans [63]. La force gravitationnelle newtonienne entre deux corps de masses gravitationnelles m_{g1} et m_{g2} a été dérivée comme une force électromagnétique résiduelle résultant de l'interaction entre les dipôles oscillants neutres composant le corps 1 et les dipôles oscillants neutres appartenant au corps 2, chaque dipôle étant constitué d'une charge négative oscillant autour d'une charge positive. La masse gravitationnelle de chaque corps s'est alors avérée proportionnelle au nombre de dipôles oscillants qui le composent et à q^2/ϵ_o , où q représente la charge positive (ou négative) de chaque dipôle neutre. Ce modèle permet de mettre en œuvre le PPP.

Une autre situation est celle de la force d'Ampère entre des circuits électriques parcourus par des courants I_1 et I_2 , proportionnelle à $I_1 I_2$. Comme les courants sont proportionnels aux vitesses de dérive des électrons, on peut multiplier la force par quatre en doublant ces vitesses de dérive. Les conséquences de cet effet sont observables de manière statique (augmentation de la tension d'un ressort maintenant les deux circuits

à une distance constante) ou de manière dynamique (augmentation de l'accélération des deux circuits lorsque le ressort est relâché). Les mêmes conséquences doivent se produire en conservant I_1 et I_2 inchangés, mais en faisant en sorte que tous les autres corps de l'univers se déplacent à la moitié de leur vitesse actuelle. Comme les théories modernes ne tiennent pas compte de cette propriété, elles doivent être incomplètes.

Considérons maintenant l'équation d'état d'un gaz parfait : $PV = Nk_B T$. Cette équation ne satisfait pas le PPP. L'équation d'un gaz parfait satisfaisant ce principe devrait prendre la forme $(P/P_o)(V/V_o) = a(N/N_o)(T/T_o)$, où a est un nombre sans dimension et P_o , V_o , N_o , T_o sont respectivement la pression, le volume, le nombre de particules et la température locaux et/ou cosmologiques. Lorsque la théorie conduisant à cette nouvelle équation aura été découverte, il sera possible de relier la constante de Boltzmann aux propriétés (telles que la pression, la densité et la température) de l'environnement local ou cosmologique. Par exemple, la mécanique relationnelle a démontré que la constante universelle de gravitation G est proportionnelle à H_o^2/ρ_{go} . Cela démontre qu'il ne s'agit plus d'une constante, mais d'une fonction des propriétés de l'univers lointain. Il devrait en aller de même pour la constante de Boltzmann. La nouvelle équation décrivant le comportement d'un gaz parfait sera différente de celle que nous connaissons aujourd'hui. Mais ce n'est pas tout : nous acquerrons également une nouvelle compréhension de cette loi, en percevant de nouveaux liens entre les propriétés locales d'un gaz et l'univers lointain. Par exemple, si un nombre fixe d'atomes est confiné dans un volume fixe et que l'on multiplie sa température par quatre, la pression du gaz, selon la nouvelle loi, augmentera également de quatre fois, comme c'est le cas selon la loi actuelle. Mais une fois la nouvelle loi établie, il sera possible de démontrer que l'on peut également multiplier par quatre la pression du gaz (comme l'indique, par exemple, un manomètre) en maintenant constants sa température, son volume et son nombre de particules, tout en divisant par quatre la température des corps lointains de l'univers (étoiles et galaxies). Il en va de même en ce qui concerne le volume et le nombre de particules dans le gaz ou dans l'univers lointain. Autrement dit, si un effet est mesuré localement lorsque l'on modifie la pression, le volume, le nombre d'atomes ou la température du gaz, il sera possible de démontrer, lorsque l'on disposera d'une théorie complète, que le même effet se produira également lorsque la modification inverse sera effectuée dans le cosmos lointain.

On peut en dire autant de presque toutes les relations en physique. D'autres constantes universelles, telles que la vitesse de la lumière dans le vide, la constante de Planck, etc., doivent toutes être des fonctions des propriétés de l'univers lointain (relations macroscopiques) ou des particules locales (relations microscopiques). À cet égard, on constate que ce principe présente certains liens avec les grands nombres cosmologiques de Dirac (ou variation des constantes universelles), [64]. En observant plusieurs nombres sans dimension de l'ordre de 10^{39} , comme le rapport entre la force électrique et la force gravitationnelle entre un électron et un proton, ou le rapport entre le temps de Hubble et une unité de temps fixée par les constantes de la théorie atomique, Dirac a supposé qu'ils devaient être liés les uns aux autres. Selon ses propres termes, « on peut supposer qu'une telle coïncidence est due à un lien profond dans la Nature entre la cosmologie et la théorie atomique ». Son nouveau principe de cosmologie a été formulé comme suit : « Deux nombres sans dimension très grands quelconques rencontrés dans la nature sont reliés par une relation mathématique simple,

dans laquelle les coefficients sont de l'ordre de grandeur de l'unité. »

Le principe des proportions physiques présenté ici peut aider à élucider le lien entre l'atome et le cosmos perçu par Dirac, car il offre des pistes pour trouver cette compréhension plus profonde de la nature.

Remerciements

L'auteur tient à remercier la Fondation Alexander von Humboldt, en Allemagne, pour la bourse de recherche grâce à laquelle ces travaux ont pu être menés à bien. Il remercie également l'Institut et la Fondation Louis de Broglie pour leur soutien financier qui lui a permis de participer au Congrès sur l'électromagnétisme (Peyresq, France, septembre 2002). Les discussions avec A. Ghosh, C. S. Unnikrishnan, A. R. Prasanna, N. Graneau, O. E. Rössler et F. A. G. Redondo ont été très appréciées.

Références

- [1] Euclid. *The Thirteen Books of The Elements*, volumes 1–3, Books I–XIII. Dover, New York, 1956. Translated with introduction and commentary by Sir Thomas L. Heath.
- [2] R. de A. Martins. The origin of dimensional analysis. *Journal of the Franklin Institute*, 311 :331–337, 1981.
- [3] F. A. G. Redondo. *Historia del Análisis Dimensional*. PhD thesis, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, 2000.
- [4] J. B. J. Fourier. Analytical Theory of Heat. In *Great Books of the Western World*, Vol. 45, pages 161–251, Chicago, 1952. Encyclopaedia Britannica.
- [5] J. Palacios. *Análisis Dimensional*. Espasa-Calpe S. A., Madrid, 2nd edition, 1964. English translation : *Dimensional Analysis*, McMillan, London, 1964; French translation : *Analyse Dimensionnelle*, Gauthier Villars, Paris, 1964.
- [6] R. C. Tolman. The principle of similitude. *Physical Review*, 3 :244–255, 1914.
- [7] E. Buckingham. On physically similar systems; illustrations of the use of dimensional equations. *Physical Review*, 4 :345–376, 1914.
- [8] P. W. Bridgman. Tolman's principle of similitude. *Physical Review*, 8 :423–431, 1916.
- [9] A. O'Rahilly. *Electromagnetic Theory — A Critical Examination of Fundamentals*. Dover, New York, 1965.
- [10] I. Newton. *Mathematical Principles of Natural Philosophy*. University of California Press, Berkeley, 1934. Cajori edition. Original publication in Latin in 1687.
- [11] E. Mach. *The Science of Mechanics — A Critical and Historical Account of Its Development*. Open Court, La Salle, 1960.

- [12] J. B. Barbour. *Absolute or Relative Motion ? — A study from a Machian point of view of the discovery and the structure of dynamical theories*, volume 1 : *The Discovery of Dynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1989.
- [13] A. Ghosh. *Origin of Inertia : Extended Mach's Principle and Cosmological Consequences*. Apeiron, Montreal, 2000.
- [14] A. K. T. Assis. Applications of the principle of physical proportions to gravitation. In K. Rudnicki, editor, *Gravitation, Electromagnetism and Cosmology — Toward a New Synthesis*, pages 1–7, Montreal, 2001. Apeiron.
- [15] A. K. T. Assis. Comparação entre a mecânica relacional e a relatividade geral de Einstein. In O. Pessoa Jr., editor, *Fundamentos da Física 2 — Simpósio David Bohm*, pages 27–38, São Paulo, 2001. Editora Livraria da Física.
- [16] A. K. T. Assis. On Mach's principle. *Foundations of Physics Letters*, 2 :301–318, 1989.
- [17] A. K. T. Assis. *Relational Mechanics*. Apeiron, Montreal, 1999. ISBN : 0-9683689-2-1.
- [18] R. J. Boscovich. On space and time as they are recognized by us. In O. E. Rössler, editor, *Endophysics — The World as an Interface*, pages 107–112. World Scientific, Singapore, 1998. English translation by O. E. Rössler from the original Latin version of 1755.
- [19] Archimedes. *The Works of Archimedes*. Dover, New York, 1912. Edited in modern notation with introductory chapters by T. L. Heath with a supplement The Method of Archimedes recently discovered by Heiberg.
- [20] Archimedes. *The Works of Archimedes including The Method*, volume 11 of *The Great Books of the Western World*. Encyclopaedia Britannica, Chicago, 1952. Translated by T. L. Heath.
- [21] S. Stevin. The Inclined Plane. In W. F. Magie, editor, *A Source Book in Physics*, pages 22–27, New York, 1935. McGraw-Hill.
- [22] K. R. Symon. *Mechanics*. Addison-Wesley, Reading, third edition, 1971.
- [23] R. Hooke. Law of elastic force. In W. F. Magie, editor, *A Source Book in Physics*, pages 93–95, New York, 1935. McGraw-Hill.
- [24] P. Graneau. The riddle of inertia. *Electronics and Wireless World*, 96 :60–62, 1990.
- [25] P. Graneau. Far-action versus contact action. *Speculations in Science and Technology*, 13 :191–201, 1990.
- [26] P. Graneau. Interconnecting action-at-a-distance. *Physics Essays*, 3 :340–343, 1990.

- [27] P. Graneau. Some cosmological consequences of Mach's principle. *Hadronic Journal Supplement*, 5 :335–349, 1990.
- [28] P. Graneau. Has the mystery of inertia been solved? In U. Bartocci and J. P. Wesley, editors, *Proceedings of the Conference on Foundations of Mathematics and Physics*, pages 129–136, Blumberg, Germany, 1990. Benjamin Wesley Publisher.
- [29] J. P. Wesley. Weber electrodynamics, Part III. Mechanics, gravitation. *Foundations of Physics Letters*, 3 :581–605, 1990.
- [30] J. P. Wesley. *Selected Topics in Advanced Fundamental Physics*. Benjamin Wesley Publisher, Blumberg, 1991.
- [31] P. Graneau and N. Graneau. *Newton Versus Einstein — How Matter Interacts with Matter*. Carlton Press, New York, 1993.
- [32] A. Zylbersztajn. Newton's absolute space, Mach's principle and the possible reality of fictitious forces. *European Journal of Physics*, 15 :1–8, 1994.
- [33] T. E. Phipps, Jr. Clock rates in a machian universe. *Toth–Maatian Review*, 13 :5910–5917, 1996.
- [34] J. Guala-Valverde. *Inercia y Gravitacion*. Fundacion Julio Palacios, Neuquen, Argentina, 1999. In collaboration with J. Tramaglia and R. Rapacioli.
- [35] W. Weber. *Wilhelm Weber's Werke*, W. Voigt, E. Riecke, H. Weber, F. Merkel and O. Fischer (Eds.), volume 1 to 6. Springer, Berlin, 1892–1894.
- [36] J. P. Wesley. Weber electrodynamics extended to include radiation. *Speculations in Science and Technology*, 10 :47–61, 1987.
- [37] J. P. Wesley. Weber electrodynamics, Part I. General theory, steady current effects. *Foundations of Physics Letters*, 3 :443–469, 1990.
- [38] J. P. Wesley. Weber electrodynamics, Part II. Unipolar induction, Z-antenna. *Foundations of Physics Letters*, 3 :471–490, 1990.
- [39] T. E. Phipps Jr. Toward modernization of Weber's force law. *Physics Essays*, 3 :414–420, 1990.
- [40] T. E. Phipps Jr. Weber-type laws of action-at-a-distance in modern physics. *Apeiron*, 8 :8–14, 1990.
- [41] T. E. Phipps Jr. Derivation of a modernized Weber force law. *Physics Essays*, 5 :425–428, 1992.
- [42] G. Galeczki. The ultimate speed and Weber's potential. *Physics Essays*, 6 :448–450, 1993.
- [43] A. K. T. Assis. *Weber's Electrodynamics*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1994. ISBN : 0-7923-3137-0.

- [44] G. Galeczki and P. Marquardt. Über die longitudinalen Ampèreschen Kräfte und Webers Elektrodynamik. *Fusion*, 16 :15–17, 1995.
- [45] E. T. Kinzer and J. Fukai. Weber’s force and Maxwell’s equations. *Foundations of Physics Letters*, 9 :457–461, 1996.
- [46] J. Fukai and E. T. Kinzer. Compatibility of Weber’s force with Maxwell’s equations. *Galilean Electrodynamics*, 8 :53–55, 1997.
- [47] A. K. T. Assis, W. A. Rodrigues Jr., and A. J. Mania. The electric field outside a stationary resistive wire carrying a constant current. *Foundations of Physics*, 29 :729–753, 1999.
- [48] A. G. Kelly. Experiments on unipolar induction. *Physics Essays*, 12 :372–382, 1999.
- [49] M. d. A. Bueno and A. K. T. Assis. *Inductance and Force Calculations in Electrical Circuits*. Nova Science Publishers, Huntington, New York, 2001. ISBN : 1-56072-917-1.
- [50] J. Guala-Valverde, P. Mazzoni, and R. Achilles. The homopolar motor : A true relativistic engine. *American Journal of Physics*, 70 :1052–1055, 2002.
- [51] J. B. Barbour. Relative-distance Machian theories. *Nature*, 249 :328–329, 1974. Misprints corrected in *Nature*, vol. 250, p. 606 (1974).
- [52] J. B. Barbour and B. Bertotti. Gravity and inertia in a Machian framework. *Nuovo Cimento B*, 38 :1–27, 1977.
- [53] J. B. Barbour and B. Bertotti. Mach’s principle and the structure of dynamical theories. *Proceedings of the Physical Society of London A*, 382 :295–306, 1982.
- [54] J. B. Barbour and H. Pfister (editors). *Mach’s Principle : From Newton’s Bucket to Quantum Gravity*. Birkhäuser, Boston, 1995.
- [55] P. Eby. Gyro precession and Mach’s principle. *General Relativity and Gravitation*, 11 :111–117, 1979.
- [56] P. Eby. Machian mechanics with isotropic inertia. *General Relativity and Gravitation*, 29 :621–635, 1997.
- [57] A. K. T. Assis. Centrifugal electrical force. *Communications in Theoretical Physics*, 18 :475–478, 1992.
- [58] A. K. T. Assis. Changing the inertial mass of a charged particle. *Journal of the Physical Society of Japan*, 62 :1418–1422, 1993.
- [59] V. F. Mikhailov. The action of an electrostatic potential on the electron mass. *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, 24 :161–169, 1999.
- [60] V. F. Mikhailov. Influence of an electrostatic potential on the inertial electron mass. *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, 26 :33–38, 2001.

- [61] O. Costa de Beauregard and G. Lochak. Comment on Mikhailov's article. *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, 24 :159–160, 1999.
- [62] A. K. T. Assis. Deriving gravitation from electromagnetism. *Canadian Journal of Physics*, 70 :330–340, 1992.
- [63] A. K. T. Assis. Gravitation as a fourth order electromagnetic effect. In T. W. Barrett and D. M. Grimes, editors, *Advanced Electromagnetism : Foundations, Theory and Applications*, pages 314–331, Singapore, 1995. World Scientific.
- [64] P. A. M. Dirac. A new basis for cosmology. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 165 :199–208, 1938. (Manuscrit reçu le 30 octobre 2002)