

El principio de las proporciones físicas

A. K. T. Assis

Institute of Physics «Gleb Wataghin»
University of Campinas — Unicamp
13083-859 Campinas, SP, Brazil.

Correo electrónico: assis@ifi.unicamp.br

Página de inicio: <https://www.ifi.unicamp.br/~assis>

Artículo publicado originalmente en inglés en
los *Annales de la Fondation Louis de Broglie*,
Vol. 29, n° 1–2, pp. 149–171 (2004),
«The principle of the physical proportions».

Traducido del inglés por John Plaice, Bogotá (2026)

Blog: <https://johnplaice.substack.com>

Resumen

Proponemos el principio de las proporciones físicas, según el cual todas las leyes de la física pueden depender únicamente de la relación entre cantidades conocidas del mismo tipo. Una formulación alternativa es que no deberían aparecer constantes dimensionales en las leyes de la física; o que todas las «constantes» de la física (como la constante universal de la gravedad, la velocidad de la luz en el vacío, la constante de Planck, la constante de Boltzmann, etc.) deben depender de propiedades cosmológicas o microscópicas del universo. Con esta generalización del principio de Mach, abogamos por eliminar todas las cantidades absolutas de la física. Presentamos ejemplos de leyes que satisfacen este principio y de otras que no lo hacen. Estos últimos ejemplos sugieren que las teorías relacionadas que conducen a estas leyes deben ser incompletas. Presentamos aplicaciones de este principio en algunas ecuaciones fundamentales de la física.

Palabras clave: magnitudes relativas y absolutas, principio de Mach, electrodinámica de Weber, mecánica relacional, principio de las proporciones físicas.

PACS: 01.55.+b (General physics), 01.70.+w (Philosophy of science).

1 Introducción

El concepto de dimensión tiene su origen en la geometría de la Antigua Grecia. En aquel entonces se consideraba que las líneas tenían una dimensión, las superficies dos y los sólidos tres, [1, vol. 1, pp. 158–9, 169–170 y vol. 3, pp. 262–3], [2] y [3]. Estas dimensiones estaban relacionadas con la regla o principio de homogeneidad, según el cual solo se podían sumar o equiparar magnitudes del mismo tipo, y solo estas tenían una relación numérica (por ejemplo, no se podía dividir un volumen entre una longitud), [2]. Heath también denominó a este principio el «principio de similitud» y se refirió a la teoría de las proporciones, [1, vol. 1, pp. 137 y 351; vol. 2, pp. 112–113, 115–129, 187, 280–281 y 292–293]. Las dimensiones geométricas también se relacionaban con el concepto de figuras similares, [1, vol. 2, pp. 187–188].

Fourier amplió la noción geométrica de dimensión para incluir las dimensiones físicas, [4, §§ 160–161], palabras entre corchetes añadidas: «Ahora bien, cabe señalar que toda magnitud indeterminada o constante tiene una *dimensión* propia, y que los términos de una misma ecuación no podrían compararse si no tuvieran el mismo *exponente de dimensión*. Hemos introducido esta consideración en la teoría del calor, con el fin de hacer más exactas nuestras definiciones y de que sirva para verificar el análisis; se deriva de nociones primarias sobre las cantidades; por lo cual, en geometría y mecánica, es el equivalente a los lemas fundamentales que los griegos nos han dejado sin demostración. En la teoría analítica del calor, cada ecuación (E) expresa una relación necesaria entre las magnitudes existentes: [longitud] x , [tiempo] t , [temperatura] v , [capacidad térmica] c , [conductividad superficial] h y [conductividad específica] K . Esta relación no depende en absoluto de la elección de la unidad de longitud, que por su propia naturaleza es contingente; es decir, si tomáramos una unidad diferente para medir las dimensiones lineales, la ecuación (E) seguiría siendo la misma».

El análisis dimensional surgió a partir de estas ideas. Se aplica, por ejemplo, para verificar la corrección de las ecuaciones (en el sentido de que todos los términos deben tener las mismas dimensiones). Además, todas las ecuaciones deben ser invariantes con respecto a cualquier cambio en el sistema de unidades empleado. También se utiliza en la derivación de relaciones entre magnitudes físicas aplicando el principio de homogeneidad. Por ejemplo, es posible derivar (salvo por una constante adimensional) la dependencia de la frecuencia de oscilación de un péndulo cerca de la superficie terrestre respecto a la longitud del péndulo y al campo gravitacional de la Tierra, al considerar las dimensiones o unidades de estos términos físicos. Al parecer, la primera persona en utilizar este principio en física fue Foncenex en 1761, antes de los trabajos de Fourier [2]. Reynolds, Lodge, FitzGerald, Rücker, Jeans y, especialmente, Lord Rayleigh hicieron numerosas contribuciones al análisis dimensional en esta línea durante el siglo pasado; véase [5, p. 10] para referencias y discusión.

En 1914, Tolman presentó un «principio de similitud» [6]: «Las entidades fundamentales a partir de las cuales se construye el universo físico son de tal naturaleza que a partir de ellas se podría construir un universo en miniatura exactamente similar en todos los aspectos al universo actual». Sin embargo, Buckingham y Bridgman demostraron que este principio ya estaba incluido en el «principio de homogeneidad dimensional», que se había utilizado en ecuaciones geométricas y físicas desde hacía mucho tiempo [7] y [8]. El artículo de Buckingham fue muy importante para llamar la

atención de la comunidad científica sobre el «teorema II», que ya había sido enunciado por Vaschy en la década de 1890 [5, capítulo VI] y [9, vol. 2, p. 712]. Este teorema había sido empleado implícitamente por muchos científicos desde los trabajos de Fourier.

Para una discusión crítica sobre los sistemas de unidades, los conceptos de similitud física y el análisis dimensional, con numerosas referencias, véanse los capítulos XIV (“The Symbols of Physics”) y XV (“Units and ‘dimensions’”) del libro de O’Rahilly, [9].

Aquí presentamos un nuevo principio que no está incluido en los anteriores, como se aclarará en los ejemplos a continuación. Para demostrar la novedad de este principio, podemos considerar la ecuación que describe un gas ideal, presentada por Buckingham como: $pv/R\theta = N$. Aquí, p es la presión, v el volumen específico, θ la temperatura absoluta, R una constante dimensional y N una constante adimensional. Buckingham [7] considera que esta es una ecuación «completa». Además, es invariante con respecto a cualquier cambio en el sistema de unidades empleado. A pesar de estos hechos, no cumple con el principio de proporciones físicas que aquí se presenta. Por esta razón, debe considerarse correcta pero incompleta. A continuación veremos cómo debería ser una ecuación completa para un gas ideal.

2 El principio de las proporciones físicas

Newton basó su dinámica, tal como la presentó en los *Principia* (1687), en los conceptos de tiempo absoluto, espacio absoluto y movimiento absoluto. Según él, el tiempo absoluto transcurre de manera uniforme sin relación con nada externo; el espacio absoluto permanece siempre igual e inmóvil sin relación con nada externo; y el movimiento absoluto es la traslación de un cuerpo de un lugar absoluto a otro [10, Definiciones]. Leibniz, Berkeley y Mach se opusieron a estos conceptos y propusieron que solo el tiempo relativo, el espacio relativo y el movimiento relativo podían ser percibidos por los sentidos. Por esta razón, solo estos conceptos relativos deberían aparecer en las leyes físicas. Mach expresó estas ideas con claridad en su libro *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt* (*La mecánica, una visión histórico-crítica de su evolución*), publicado en 1883 [11]. En [12] y [13] se pueden encontrar excelentes reseñas sobre el principio de Mach y sobre la distinción entre movimientos relativos y absolutos en diferentes momentos del desarrollo de la mecánica. El tiempo relativo es una medida de la duración mediante el movimiento de cuerpos materiales (como el ángulo de rotación de la Tierra respecto a las estrellas fijas); el espacio relativo es una medida de la dimensión mediante cuerpos materiales (como la distancia entre dos cuerpos medida con una regla material; o el orden relativo de tres cuerpos A , B y C a lo largo de una línea recta: ABC , o ACB , o ...).

Coincidimos con Leibniz, Berkeley y Mach en este tema y proponemos el principio de las proporciones físicas (PPF) como una generalización de sus ideas, [14] y [15]. Mach abogaba por eliminar todas las cantidades absolutas de movimiento (reduciendo las cantidades locales y absolutas a cantidades globales y relacionales). Aquí abogamos por eliminar todas las cantidades absolutas, sean cuales sean. Como veremos, en la física clásica no solo el espacio y el tiempo son absolutos, sino también la masa gravitacional, la carga eléctrica, etc. Nuestro punto de vista es que ninguna de estas

cantidades absolutas debería aparecer en las leyes de la física. En este trabajo discutimos la mecánica relacional [16] y [17], una alternativa a la teoría estándar que implementa tanto el principio de Mach como el PPF.

Formulamos el principio de la siguiente manera: (1) Todas las leyes de la física pueden depender únicamente de la relación entre magnitudes conocidas del mismo tipo. Este principio también puede entenderse de cuatro maneras adicionales para aclarar su significado: (2) En las leyes de la física no deben aparecer conceptos absolutos, sino que solo deben incluirse relaciones entre magnitudes conocidas del mismo tipo; (3) Las constantes dimensionales no deben aparecer en las leyes de la física; (4) Las constantes universales (como G , c , h , k_B , ...) deben depender de propiedades cosmológicas o microscópicas del universo; (5) Todas las leyes de la física y todos los efectos medibles deben ser invariantes bajo transformaciones de escala de cualquier tipo (es decir, bajo transformaciones de escala de longitud, de tiempo, de masa, de carga, ...).

Consideramos el PPF como un principio intuitivo de la naturaleza, que debería conducir a una mejor comprensión de las leyes físicas. En particular, creemos que las ecuaciones que no satisfacen el principio deberían estar incompletas. Es decir, esperamos que las conexiones ocultas entre las propiedades de los cuerpos y el universo lejano se aclaren con la aplicación del principio.

Las cinco afirmaciones del PPF no son totalmente equivalentes entre sí. A pesar de ello, existen conexiones entre ellas, como veremos a continuación. La primera formulación es nuestra preferida. Por «cantidades del mismo tipo» nos referimos a cantidades con las mismas unidades y que encarnan los mismos conceptos físicos. Es decir, en las leyes de la física solo deberían aparecer relaciones entre longitudes, períodos de tiempo, cargas eléctricas, frecuencias, masas gravitacionales, etc. La palabra «conocido» significa que podemos identificar a qué cuerpo pertenece la propiedad. En la segunda afirmación, la expresión «conceptos absolutos» debe entenderse en los términos newtonianos mencionados anteriormente, es decir, conceptos que no dependen del mundo material externo (como el espacio, el tiempo y el movimiento absolutos de Newton). Como veremos, en la mecánica clásica también existe un concepto absoluto de masa, de carga eléctrica, etc. Desde nuestro punto de vista, ninguno de estos conceptos debería incluirse en las leyes físicas. Cuando solo tengamos leyes expresadas en términos de relaciones entre masas, cargas eléctricas, corrientes eléctricas, etc., se habrá alcanzado el objetivo de eliminar los conceptos absolutos. En la cuarta afirmación, por «constantes universales» nos referimos a constantes que no dependen de las propiedades de los cuerpos, a fin de contrastarlas con las características normales de los cuerpos. Por ejemplo, la resistividad eléctrica varía de un metal a otro, mientras que la constante de Boltzmann es la misma para todos los gases. Por esta razón, constantes como k_B suelen designarse como absolutas o fundamentales. Pero creemos que estas constantes deberían estar relacionadas de alguna manera con las propiedades de los cuerpos distantes en el universo, de modo que sea posible modificar o controlar sus valores al cambiar el entorno alrededor de los dispositivos de medición. Con las palabras «de cualquier tipo» en la quinta afirmación queremos referirnos a todo tipo de magnitudes (tiempo, masa, carga, ...) y no solo a las longitudes (por lo general, por transformación de escala se entiende únicamente un cambio de distancias o magnitudes lineales). El significado de esta afirmación es que no debería aparecer ningún efecto medible o detectable si, por ejemplo, duplicáramos las cargas eléctricas de todos

los cuerpos del universo. Como veremos al analizar la aceleración entre dos cargas, la física clásica no aplica esta idea.

Algunos autores en el pasado han expresado su punto de vista de que no debería detectarse ningún efecto mediante una transformación de longitud (es decir, si todos los cuerpos del universo, incluidos los átomos, aumentaran de tamaño en la misma proporción, y lo mismo ocurriera con todas las distancias). Según nuestro conocimiento, el primero en generalizar esta idea para incluir el tiempo y el movimiento fue Boscovich en 1755, [18]. Algunas de sus afirmaciones típicas: «Un movimiento que es común a nosotros y al mundo no puede ser reconocido por nosotros —ni siquiera si el mundo en su conjunto aumentara o disminuyera de tamaño en un factor arbitrario». (...) «Incluso es concebible que todo este mundo ante nuestros ojos se contrajera o se expandiera en cuestión de días —con la magnitud de las fuerzas contrayéndose o expandiéndose al unísono. Incluso si esto ocurriera, no habría ningún cambio en las impresiones de nuestra mente y, por lo tanto, ninguna percepción de este tipo de cambio». Estamos de acuerdo con estas ideas y las extendemos a todas las magnitudes (cargas, temperaturas, etc.)

El significado del principio queda ilustrado por los ejemplos que siguen. Con estos ejemplos tendremos una aclaración de estas cinco formulaciones alternativas.

3 Leyes que cumplen con este principio

La ley de la palanca es el primer ejemplo de una relación que cumple con este principio. Las proposiciones 6 y 7 de la obra de Arquímedes *Sobre el equilibrio de las figuras planas* dicen lo siguiente, [19] y [20]: «Dos magnitudes, ya sean conmensurables [Prop. 6] o inconmensurables [Prop. 7], se equilibran a distancias recíprocamente proporcionales a las magnitudes». Podemos expresarlo de la siguiente manera: dos pesos P_1 y P_2 , situados a distancias d_1 y d_2 de un punto de apoyo, permanecen en equilibrio estático horizontal (con respecto a la superficie de la Tierra) cuando $P_1/P_2 = d_2/d_1$. Aquí solo son relevantes las relaciones entre los pesos locales y las distancias locales. En esta ley no aparecen constantes fundamentales. Duplicar todas las longitudes o todos los pesos (o masas gravitacionales) en el universo no afecta el equilibrio de la palanca.

La ley del plano inclinado también cumple con este principio. Stevin demostró esta ley considerando un triángulo ABC cuyo plano es perpendicular al horizonte y cuya base AC es paralela a este. Al colgar dos pesos D y E en los lados AB y BC , respectivamente, demostró, mediante el principio de la imposibilidad del movimiento perpetuo, que los dos cuerpos unidos por una cuerda estarían en equilibrio si $D/E = AB/BC$, [21].

Consideremos ahora los cuerpos flotantes. Arquímedes descubrió el principio fundamental de la hidrostática y lo presentó en su obra *Sobre los cuerpos flotantes*, [19] y [20]. La quinta proposición de esta obra dice lo siguiente, con nuestras palabras entre corchetes: «Cualquier sólido más ligero que un fluido [es decir, de menor peso relativo o específico] se sumergirá, si se coloca en el fluido, hasta tal punto que el peso del sólido será igual al peso del fluido desplazado». Si consideramos un sólido homogéneo, su peso es proporcional a su densidad, ρ_S , multiplicada por su volumen total, V_T .

De manera análoga, el peso del fluido desplazado es proporcional a su densidad, ρ_F , multiplicada por el volumen del sólido que se encuentra por debajo de la superficie, V_B . La condición para el equilibrio estático puede entonces expresarse como

$$\frac{V_B}{V_T} = \frac{\rho_S}{\rho_F}. \quad (1)$$

Esta ecuación, que puede considerarse como la ley que describe el equilibrio estático de sólidos homogéneos en fluidos de mayor peso relativo, también cumple plenamente con el PPF. Aquí solo aparecen relaciones entre volúmenes y densidades conocidos. En esta ley no intervienen constantes fundamentales. Duplicar todas las densidades del universo no afectará la relación V_B/V_T .

Otro ejemplo tiene que ver con los vasos comunicantes llenos de líquidos. Si el área de la sección transversal del vaso 1 (2) es A_1 (A_2) y aplicamos en sus superficies libres las fuerzas F_1 (F_2), respectivamente, se alcanzará el equilibrio (sin movimiento respecto a la superficie de la Tierra) si $F_1/F_2 = A_1/A_2$. En el caso de un gato hidráulico, estas fuerzas pueden ser dos pesos P_1 y P_2 . Una vez más, esta relación cumple plenamente el PPF.

También existen leyes dinámicas que cumplen este principio. Un ejemplo es la segunda ley de Kepler sobre el movimiento planetario: las áreas barridas por el vector radio desde el sol hasta el planeta en intervalos de tiempo iguales son iguales [22, p. 135]. En otras palabras, el área es proporcional al tiempo. En términos algebraicos, si un planeta describe un área A_1 en el tiempo t_1 y un área A_2 en el tiempo t_2 , entonces $A_1/A_2 = t_1/t_2$.

Otro ejemplo es la segunda ley del movimiento de Newton, junto con su tercera ley. Consideremos dos cuerpos de masas inerciales m_{i1} y m_{i2} que interactúan entre sí a lo largo de una línea recta. Si sufren aceleraciones a_1 y a_2 con respecto a un sistema de referencia inercial, obtenemos a partir de las leyes de Newton (considerando masas inerciales constantes): $m_{i1}/m_{i2} = -a_2/a_1$.

4 Leyes que no cumplen con este principio

La ley de la fuerza elástica fue presentada por primera vez por Hooke en 1678 en términos de proporciones, a saber: «la potencia de cualquier resorte está en la misma proporción que su tensión: es decir, si una potencia lo estira o lo dobla un espacio, dos lo doblarán dos, y tres lo doblarán tres, y así sucesivamente» [23]. En esta forma, cumple con el PPF, ya que puede escribirse como $\text{fuerza}_1/\text{fuerza}_2 = \text{distancia}_1/\text{distancia}_2$. Sin embargo, hoy en día se expresa en términos de una igualdad que involucra una constante dimensional elástica, por lo que ya no cumple con el PPF. Consideremos un resorte de longitud en reposo ℓ_o y constante elástica k . Si se comprime o se somete a una fuerza F hasta alcanzar una longitud ℓ , la ley establece que el desplazamiento o alargamiento del resorte es proporcional a esta fuerza. Al expresar esto mediante una igualdad, como se hace habitualmente, se obtiene la condición de equilibrio estático como $F = k(\ell - \ell_o)$. Esta relación no cumple con la PPF, ya que no hay una relación entre las fuerzas en el lado izquierdo ni una relación entre las longitudes en el lado derecho. Además, aparece la constante elástica, que no tiene relación con la fuerza

que soporta el resorte. Esta ley es correcta en el sentido de que describe el comportamiento de los resortes (es válida siempre y cuando el alargamiento del resorte no sea tan grande como para volverse irreversible). Pero, dado que no cumple con la PPF, debe considerarse incompleta.

Si el resorte se sustituye por un cordón o una barra de material homogéneo con área de sección transversal A_o , esta ley se escribiría como (si la deformación no es demasiado grande):

$$F = Y A_o \frac{\ell - \ell_o}{\ell_o} , \quad (2)$$

donde Y se denomina aquí módulo de Young. Esta expresión de la ley es mejor que la anterior porque en el lado derecho hay una relación de longitudes. Pero aún así no cumple completamente el PPF. Aunque en el lado derecho aparece una relación de longitudes, no hay una relación de fuerzas en el lado izquierdo ni una relación de áreas en el lado derecho. Además, el módulo de Young no es una constante adimensional. Sus unidades son las de la presión y su valor es característico de cada material, aunque no depende del área de la sección transversal ni de la longitud de la cuerda hecha de un material específico. Por esta razón, podríamos decir que es incompleta. Dado que el módulo de Young tiene un valor diferente para cada material, debe depender de propiedades microscópicas del material (como ser inversamente proporcional al área de la sección transversal de las moléculas que componen la cuerda, o al cuadrado de la distancia promedio entre estas moléculas, etc.). Podríamos esperar que, cuando se comprenda mejor el origen de las propiedades elásticas de los cuerpos, sea posible escribir la ley de Hooke como

$$\frac{F}{F_*} = \alpha \frac{A_o}{A_*} \frac{\ell - \ell_o}{\ell_o} , \quad (3)$$

Aquí, F_* y A_* son una fuerza y un área de origen aún desconocido, y α es una constante adimensional que aún no se ha determinado.

Consideremos ahora la aceleración de la caída libre cerca de la superficie de la Tierra, que viene dada por

$$a = G \frac{M_e}{R_e^2} . \quad (4)$$

Aquí, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ es la constante de gravitación, $M_e = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ es la masa de la Tierra y $R_e = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$ es su radio promedio. Esta aceleración de caída libre depende únicamente de la masa de la Tierra, y no de la relación entre esta masa y otras masas del universo. También depende de la distancia del cuerpo de prueba al centro de la Tierra y no de la relación entre esta distancia y otras distancias del universo. Según la mecánica clásica, la constante G no depende de otros cuerpos del universo. Esto significa que se considera una constante universal de la naturaleza, que no puede ser modificada ni influenciada por medios externos. Si duplicáramos todas las masas del universo, esta expresión sugiere que la aceleración de caída libre también se duplicaría, de tal manera que esto podría percibirse o detectarse. Esto demuestra que no solo el espacio y el tiempo son absolutos en la mecánica clásica, sino también la masa. Todas estas cosas van en contra del PPF.

Ahora analizamos el aplanamiento de la Tierra. Debido a su rotación diurna alrededor del eje norte-sur, la Tierra adopta esencialmente la forma de un elipsoide de revolución. Con un período de un día, la rotación angular de la Tierra respecto a un sistema de referencia inercial viene dada por $\omega = 7.29 \times 10^{-5}$ rad/s. Su radio ecuatorial $R_>$ es mayor que el radio polar $R_<$. Según la mecánica clásica, la variación fraccionaria f viene dada por (tal como la obtuvo esencialmente por primera vez Newton):

$$f \equiv \frac{R_> - R_<}{R_<} \approx \frac{15\omega^2}{16\pi G\rho_e} \approx 0.004. \quad (5)$$

Aquí, $\rho_e = 5.5 \times 10^3$ kg/m³ es la densidad de masa promedio de la Tierra. Hay varios aspectos de este resultado que son cuestionables. En primer lugar, este cambio fraccional depende de la rotación angular de la Tierra respecto al espacio absoluto o a un sistema de referencia inercial. En principio, el universo lejano compuesto por estrellas y galaxias puede desaparecer sin afectar a f . Esta consecuencia no es intuitiva. Después de todo, si la Tierra estuviera sola en el universo, no tendría sentido hablar de su rotación. En consecuencia, su aplanamiento debería desaparecer cuando las estrellas y galaxias lejanas también desaparecieran, según la perspectiva machiana. Si la Tierra permaneciera estacionaria en un sistema de referencia inercial y el universo lejano rotara alrededor de su eje norte-sur en dirección opuesta (en comparación con la situación anterior), la Tierra no se aplanaría. Esto va en contra del punto de vista de Mach. Además, el cambio fraccional depende únicamente de la densidad de la Tierra, pero no de la densidad de la materia distante. Si fuera posible duplicar la densidad promedio de materia del universo distante, sin afectar la densidad de materia de la Tierra, el resultado anterior no se vería afectado. Esto demuestra que no solo el espacio y el tiempo, sino también la masa o la densidad de la materia son cantidades absolutas en la mecánica clásica. Todos estos aspectos van en contra del PPF.

La gran mayoría de las leyes físicas no se ajustan al PPF. Siempre que existen leyes físicas expresadas en términos de igualdades, en lugar de proporciones, y en las que aparecen algunas constantes locales (como la constante elástica k , la constante dieléctrica ϵ del material, ...) o algunas constantes universales (como G , ϵ_0 , k_B , h , ...), estas deben ser incompletas, aunque correctas. Algunos ejemplos: la ley de los gases ideales, $PV = k_B NT = RnT$ (siendo P la presión, V el volumen, $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K la constante de Boltzmann, N el número de átomos o moléculas, T la temperatura, $R = 8.3$ J/Kmol la constante universal de los gases y n el número de moles); la velocidad del sonido, $v_s = \sqrt{B/\rho}$ (siendo B el módulo de compresibilidad del fluido con densidad ρ); la ley de Ohm, $V = RI$ (siendo V el voltaje o diferencia de potencial entre dos puntos A y B de un conductor de resistencia R por el que circula la corriente constante I), etc.

5 Aplicación del principio de las proporciones físicas

Ahora analizaremos cómo aplicar este principio para completar las leyes. En primer lugar, consideraremos la hidrostática y el principio de Arquímedes. Aunque la ecuación (1) cumple con el principio, analizaremos una forma incompleta de esta ley.

Es fácil imaginar cómo las personas que desconocen los resultados de Arquímedes podrían llegar a una ley correcta, pero incompleta, al realizar experimentos con cuerpos flotantes. Podrían poner hielo, corcho, madera, etc., flotando únicamente en agua y observar que la relación entre el volumen sumergido y el volumen total era proporcional a la densidad del material, es decir

$$\frac{V_B}{V_T} = A\rho_S, \quad (6)$$

donde A sería una constante de proporcionalidad con dimensiones inversas a las de la densidad. Esta constante sería la misma para todos los cuerpos sólidos mencionados anteriormente. Esta ecuación sería correcta desde el punto de vista dimensional y invariante ante la transformación de unidades (el valor numérico de A dependerá del sistema de unidades empleado; por ejemplo, $A = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ o $A = 1.6 \times 10^{-5} \text{ g/in}^3$, pero la forma de la ecuación sería la misma en todos los sistemas de unidades). Se consideraría una ecuación «completa» según los estándares de Buckingham.

Aunque esta ley describe correctamente el comportamiento de los cuerpos que flotan en el agua, es incompleta. Para transformar esta ley en una que sea compatible con el PPF, sería necesario determinar si A tiene un origen cosmológico, local o microscópico. Específicamente, habría que determinar, por ejemplo, si $1/A$ es proporcional a la densidad promedio de la masa en el universo; a la densidad del fluido local en el que flota el sólido; o a la densidad de las moléculas que componen el fluido. Al hacer flotar los mismos sólidos en diferentes fluidos, como mercurio líquido, gasolina y alcohol, sería posible llegar a $A = 1/\rho_F$. La situación podría entonces describirse mediante la ecuación (1) y la ley podría considerarse completa.

La mecánica relacional cumple completamente el principio de Mach y el PPF, que es más general. Se puede encontrar una presentación y discusión de esta teoría en varias fuentes: [16], [24], [25], [26], [27], [28], [29], [30, cap. 6], [31, cap. 3], [32], [33], [34] y [17]. Se basa en la ley de Weber para la gravitación y el electromagnetismo: [35]. La fuerza de Weber depende únicamente de la distancia relativa entre las cargas que interactúan, de su velocidad radial relativa y de su aceleración radial relativa, por lo que es completamente relacional. Para un análisis moderno de la electrodinámica de Weber, véase: [36], [37], [38], [39], [40], [30], [41], [42], [43], [44], [45], [46], [47], [17, secciones 11.2 y 11.3], [48], [49] y [50]. La mecánica relacional se basa también en el principio del equilibrio dinámico, [16] y [17, sección 8.1]: la suma de todas las fuerzas de cualquier naturaleza (gravitacionales, eléctricas, magnéticas, elásticas, nucleares, etc.) que actúan sobre cualquier cuerpo es siempre cero en todos los marcos de referencia. Como la suma de todas las fuerzas es cero, solo se podrán detectar o medir las relaciones entre las fuerzas. El sistema de unidades (MKSA, cgs, etc.) que se utilice no es relevante. Además, la unidad o dimensión de las fuerzas puede ser la que deseemos.

Según la mecánica relacional, la aceleración de la caída libre hacia la Tierra, a_{mU} , viene dada por [17, secciones 8.4, 8.5 y 9.2]:

$$a_{mU} = \frac{3c^2}{2\alpha\pi\rho_{go}R_o^2} \frac{M_{ge}}{r^2}, \quad (7)$$

o

$$\frac{a_{mU}}{a_o} = \frac{2}{\alpha} \frac{M_{ge}}{M_{go}} \frac{R_o^2}{r^2}. \quad (8)$$

Ahora analizaremos esta relación en detalle, explicando primero sus términos. La masa gravitacional de la Tierra se representa por M_{ge} . La distancia entre el cuerpo de prueba y el centro de la Tierra viene dada por r . La masa gravitacional del cuerpo de prueba no aparece, solo su aceleración respecto al marco de referencia universal U , a_{mU} . El marco de referencia universal es aquel en el que el conjunto de galaxias distantes se observa esencialmente en reposo (salvo por velocidades aleatorias o peculiares), sin rotación ni aceleración lineal. Las propiedades cosmológicas aparecen en el radio del universo conocido, dado por $R_o \approx 10^{26}$ m, y en $\rho_{go} \approx 3 \times 10^{-27}$ kg/m³, que es la densidad de masa gravitacional promedio del universo lejano. Si el universo es infinito, R_o podría representar una longitud característica de las interacciones gravitacionales, es decir, la longitud efectiva de las interacciones gravitacionales debido a un decaimiento exponencial. La masa gravitacional en el universo conocido viene dada por $M_{go} = 4\pi\rho_{go}R_o^3/3 \approx 10^{52}$ kg. Si el universo tiene un tamaño infinito y una masa gravitacional infinita, este M_{go} podría representar una masa gravitacional característica (es decir, la masa gravitacional en el volumen característico $4\pi R_o^3/3$) que ejercería efectos sobre los cuerpos locales. También relacionamos la velocidad de la luz $c = 3 \times 10^8$ m/s con la constante de Hubble $H_o \approx 3 \times 10^{-18}$ s⁻¹ mediante $R_o = c/H_o$. Una aceleración cosmológica característica viene dada por $a_o \equiv R_o H_o^2 \approx 6 \times 10^{-10}$ m/s⁻². Además, α es un número adimensional cuyo valor es 6 si consideramos un universo finito e integramos la ley de Weber para la gravedad hasta el radio de Hubble R_o . Si consideramos la ley de Weber y un decaimiento exponencial en la gravedad, podemos integrar hasta el infinito y, en este caso, $\alpha = 12$.

Lo importante de este resultado es que aquí solo son relevantes las relaciones entre las masas gravitacionales, las distancias y las aceleraciones. Duplicar la masa gravitacional de la Tierra sin alterar la masa gravitacional característica M_{go} del universo lejano equivale a mantener sin cambios la masa gravitacional de la Tierra y reducir a la mitad la masa gravitacional característica del universo lejano. En ambos casos, la aceleración de la caída libre se duplica en comparación con su valor actual de 9.8 m/s². Reducir a la mitad la distancia entre el centro de la Tierra y el cuerpo de prueba cuadruplica la aceleración de la caída libre. Según la expresión anterior, lo mismo ocurrirá si se mantienen sin cambios a_o , M_{ge} , M_{go} y r , y se duplica R_o . Valores tan pequeños como a_o se dan a escala cosmológica en la aceleración centrípeta de las galaxias en rotación. Esto podría indicar que los efectos gravitacionales a nivel local están relacionados con la rotación de las galaxias distantes. Por ejemplo, duplicar la rotación de todas las galaxias del universo podría duplicar la aceleración de caída libre cerca de la superficie de la Tierra. O tal vez a_o represente la aceleración promedio de todos los cuerpos del universo con respecto al marco de referencia universal U . Al comparar la ecuación anterior con las de la mecánica clásica, podemos observar que la constante gravitacional G puede considerarse una función de las propiedades cosmológicas del universo, a saber: $G = 3c^2/(2\alpha\pi\rho_{go}R_o^2)$. Todos estos aspectos están en consonancia con el PPF.

Con este ejemplo también podemos ilustrar el contenido físico del PPF. Históricamente, Galileo fue el primero en descubrir que la aceleración de la caída libre cerca de la superficie de la Tierra es independiente del peso o de la composición química de los cuerpos que caen. Más tarde, Newton demostró que es proporcional a la masa del cuerpo que ejerce la atracción. Pero podríamos imaginar que estos descubrimientos se hubieran realizado en orden inverso. Es decir, en primer lugar, el científico A podría

haber descubierto que la aceleración de la caída libre es proporcional a la masa del cuerpo que ejerce la atracción. De acuerdo con el PPF, podríamos entonces escribir esta ley como: $a_1/a_o = m_e/m_o$, donde a_1 sería la aceleración del cuerpo de prueba de masa m_1 , m_e representaría la masa gravitacional del cuerpo que ejerce la atracción, y a_o y m_o serían la aceleración y las masas de otros cuerpos aún por determinar. En esta forma, la ecuación sería compatible con el PPF, pero aún no estaría completa porque todavía no habríamos identificado los cuerpos a los que se refieren m_o y a_o (si comparamos con la primera afirmación del PPF, todavía no «conocemos» estas cantidades). Una hipótesis razonable para la masa m_o sería que $m_o = m_1$, es decir, suponer que se refiere a la masa del cuerpo de prueba. Pero siguiendo los pasos de Galileo o mediante investigaciones experimentales independientes, se demostraría que la aceleración de la caída libre no depende de la masa del cuerpo de prueba, lo que descartaría esta hipótesis. Como ya se han considerado los dos candidatos obvios (el cuerpo que atrae y el cuerpo de prueba), solo quedarían los cuerpos distantes en el universo. Es decir, de alguna manera m_o debe ser una masa representativa de las estrellas y galaxias distantes. Como hemos visto, la mecánica relacional demuestra que, efectivamente, así es.

Ahora consideremos la forma de la Tierra. El aplanamiento de la Tierra según la mecánica relacional viene dado por [17, secciones 8.5 y 9.5.1]

$$f \equiv \frac{R_{>} - R_{<}}{R_{<}} \approx \frac{5\alpha \omega_{eU}^2 \rho_{go}}{8 H_o^2 \rho_{ge}}. \quad (9)$$

Dado que los valores de la constante de Hubble y de la densidad promedio de la materia del universo aún no se conocen con gran precisión, no es posible dar un valor exacto para la relación anterior. Sin embargo, el orden de magnitud es compatible con el valor observado de 0.004. También podemos aprovechar que este es el valor observado de f y, de esta manera (junto con el valor conocido de la rotación angular de la Tierra respecto a las galaxias distantes y junto con la densidad de materia conocida de la Tierra), derivar el valor de $5\alpha\rho_{go}/8H_o^2$.

Pero aquí lo que queremos destacar son los aspectos machianos de este resultado. El primero es que la rotación angular ω_{eU} que aparece en la mecánica relacional es la rotación angular de la Tierra respecto al universo lejano (es decir, respecto al sistema de referencia de las galaxias lejanas). Ya no debe entenderse como la rotación angular de la Tierra respecto al espacio vacío. Según la mecánica relacional, se producirá el mismo aplanamiento de la Tierra, sin importar si esta gira respecto a un sistema de referencia arbitrario mientras el universo lejano permanece estacionario en dicho sistema, o si el universo lejano gira en dirección opuesta respecto a ese sistema de referencia mientras la Tierra permanece estacionaria en él, siempre y cuando la rotación relativa cuantitativa entre la Tierra y el universo lejano sea la misma en ambos casos. El aplanamiento de la Tierra ya no puede considerarse una prueba de la rotación real o absoluta de la Tierra. La mecánica relacional no es la única teoría que implementa este efecto. Lo mismo puede decirse de otra reformulación de la mecánica debida a Barbour y Bertotti, [51], [52] y [53]. Su enfoque involucra magnitudes relacionales, derivadas intrínsecas y el espacio de configuración relativo del universo. Ahora siguen más de cerca el enfoque de la relatividad general; véase [54]. Para un análisis de otros enfoques para implementar el principio de Mach con numerosas referencias, véase [17, cap. 11].

El segundo aspecto machiano es que este aplanamiento depende de la relación entre las densidades del universo lejano y de la Tierra. Podemos aumentar el aplanamiento disminuyendo la densidad de la Tierra o aumentando la densidad del universo lejano (suponiendo en ambos casos una rotación angular constante ω_{eU}). Cuando la densidad de masa gravitacional del universo lejano tiende a cero, lo mismo ocurre con el aplanamiento de la Tierra. Esto es totalmente razonable porque, en este caso, solo existiría la Tierra en el universo y, por lo tanto, no tendría sentido hablar de su rotación (¿giraría respecto a qué?), por lo que su aplanamiento debería desaparecer. Esto ocurre únicamente en la mecánica relacional, pero no en la mecánica clásica. Aquí solo importan las relaciones entre cantidades conocidas. La masa gravitacional o la densidad de materia gravitacional no son cantidades absolutas en la mecánica relacional. El último aspecto que hay que considerar aquí es la relación entre la rotación angular de la Tierra y la constante de Hubble. Si duplicamos la rotación de la Tierra con respecto al universo lejano, el aplanamiento aumenta cuatro veces, ya que es proporcional al cuadrado de la rotación angular de la Tierra. Para afirmar que la rotación de la Tierra aumentó, debemos compararla con otra cosa (por ejemplo, con un reloj). Se obtendría el mismo resultado si la Tierra no cambiara su velocidad de rotación (en relación con un estándar arbitrario), pero todos los demás movimientos en el universo se ralentizaran por un factor de 2 (en relación con el mismo estándar arbitrario). Esto significa que la constante de Hubble debe ser, de alguna manera, como una frecuencia promedio de oscilación y/o rotación de la materia en el universo; o la rotación angular de la masa gravitacional cosmológica característica M_{go} respecto al universo muy lejano; o Si reducimos por dos todas estas frecuencias (excepto la frecuencia de rotación de la Tierra respecto al universo lejano), la constante de Hubble se divide por 2 en comparación con su valor actual y el aplanamiento se multiplica por cuatro, como en la situación anterior. Esto ocurre en la mecánica relacional, pero no en la mecánica clásica. Duplicar todas las frecuencias (incluidas ω_{eU} y H_o) no modifica f . Todos estos son resultados físicamente razonables.

Actualmente no existen conflictos entre la mecánica relacional y las observaciones conocidas. En [17, Sección 10.4] se presentaron posibles pruebas experimentales que podrían realizarse en el futuro. Entre ellas se incluyen un cambio controlado en la masa inercial efectiva de un cuerpo dentro de una cascara esférica masiva, la detección de masas inerciales efectivas anisotrópicas de cuerpos rodeados por una distribución anisotrópica de masas distantes, la detección de la precesión geodésica y de movimiento de los giroscopios (véanse también [55] y [56]), y comprobar si existe o no un decaimiento exponencial en la gravitación. Cabe señalar que, según la electrodinámica de Weber, la masa inercial efectiva de un cuerpo cargado debería cambiar si se coloca dentro de una cascara esférica estacionaria y uniformemente cargada, pero nada de esto debería ocurrir según las ecuaciones de Maxwell o la fuerza de Lorentz. Este efecto es análogo a un principio de Mach eléctrico y fue predicho cuantitativamente en [57] y [58]. Hasta donde sabemos, los primeros experimentos para comprobar la existencia de este efecto los llevó a cabo Mikhailov, [59] y [60]. La magnitud y el signo del efecto que detectó coincidieron con los predichos por la electrodinámica de Weber. Según Costa de Beauregard y Lochak, si el experimento de Mikhailov se confirma mediante investigaciones independientes, podría convertirse en un «hito», [61].

6 Aplicaciones a otras situaciones

Ahora consideramos la aplicación del PPF a situaciones que involucren diferentes conceptos físicos. No sabemos cómo aplicar el principio en estas nuevas situaciones. Sin embargo, queremos mostrar las consecuencias del principio con el fin de motivar la búsqueda de una forma de aplicarlo.

En primer lugar, analizamos la electrostática. Consideremos dos cargas q_1 y q_2 del mismo signo que se repelen entre sí. Podemos mantenerlas separadas a una distancia constante d aplicando una fuerza externa; por ejemplo, colocando entre ellas un resorte dieléctrico de constante elástica k y longitud de reposo ℓ_o . Al igualar la fuerza de Coulomb con la fuerza elástica $k(d-\ell_o)$, obtenemos que el desplazamiento fraccional f del resorte viene dado por

$$f \equiv \frac{d - \ell_o}{\ell_o} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_o d^2 \ell_o k} . \quad (10)$$

Aquí, $\epsilon_o = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{s}^2 / \text{kg} \cdot \text{m}^3$ se denomina permitividad del vacío. Al duplicar el valor de las dos cargas, f se multiplica por cuatro. El desplazamiento fraccional también debería multiplicarse por cuatro según el PPF si se mantienen q_1 y q_2 sin cambios, pero se reducen a la mitad todas las demás cargas del universo (es decir, las cargas de todos los átomos y moléculas del resorte, de la Tierra y de todos los demás cuerpos del universo, excepto q_1 y q_2). Sin embargo, esta consecuencia no se refleja en las teorías actuales, lo que indica que deben ser incompletas. La influencia puede ser completamente local (reducir a la mitad todas las cargas del resorte y de las galaxias distantes solo cambia la constante elástica a $k/4$, sin afectar a ϵ_o), completamente cosmológica (reducir a la mitad todas las cargas del resorte y de todos los cuerpos astronómicos no cambia k , sino solo la permitividad del vacío a $\epsilon_o/4$), o una combinación de ambos efectos (reducir a la mitad todas las cargas del resorte y de todos los cuerpos astronómicos afecta tanto a la constante elástica como a la permitividad del vacío, y sus nuevos valores pasan a ser $k/2$ y $\epsilon_o/2$, por ejemplo).

Supongamos ahora que retiramos el resorte, liberando las cargas. Estas se acelerarán entonces en direcciones opuestas. Según la mecánica clásica, el valor de la aceleración inicial de q_1 respecto al espacio absoluto o a un sistema de referencia inercial viene dado por: $a_1 = q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_o d^2 m_{i1}$, donde m_{i1} es la masa inercial del cuerpo 1. Al duplicar q_1 y q_2 con respecto a un estándar arbitrario, la aceleración de q_1 se cuadruplica. Lo mismo debería ocurrir si se mantuvieran q_1 y q_2 sin cambios, pero se dividieran por dos (en comparación con el mismo estándar arbitrario) todas las demás cargas del universo. Sin embargo, el aumento de a_1 en esta segunda situación no está representado por esta ley, ya que no intervienen otras cargas en ella. Esto significa que las cargas eléctricas son conceptos absolutos en la física clásica. El valor de a_1 depende de $q_1 q_2$ y no de la relación de estas cargas con otras cargas conocidas en el universo. Para implementar la PPF sería necesario encontrar otras cargas incorporadas (u ocultas) en el producto $\epsilon_o m_{i1}$. Quizás se trate de las cargas microscópicas que componen las masas inerciales m_{i1} y m_{i2} (es decir, las cargas que componen los átomos o moléculas de los cuerpos 1 y 2), o de las cargas que componen las estrellas y galaxias del universo lejano. De cualquier manera, el PPF aún no se ha implementado en este caso.

Según la mecánica relacional, el valor de la aceleración de q_1 con respecto al marco de referencia universal viene dado por [17, sección 8.5, ecuaciones (8.42) a (8.44)]:

$$a_{1U} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_o d^2 m_{g1}} . \quad (11)$$

Aquí, m_{g1} es la masa gravitacional del cuerpo 1. En la mecánica relacional solo aparecen masas gravitacionales, ya que la masa inercial es un concepto derivado que surge únicamente cuando comparamos la mecánica relacional con la mecánica clásica. Esta aceleración se multiplica por cuatro al duplicar q_1 y q_2 . Lo mismo debe suceder al mantener q_1 y q_2 sin cambios, pero reduciendo a la mitad todas las demás cargas del universo (es decir, reduciendo a la mitad las cargas de todos los átomos y moléculas de las galaxias distantes, y reduciendo a la mitad las cargas microscópicas que componen las moléculas de los cuerpos 1 y 2). Una vez más, el efecto puede ser totalmente cosmológico (que afecte únicamente a la permitividad del vacío), totalmente local (que afecte únicamente a las masas gravitacionales m_{g1} y m_{g2}) o una combinación de ambos efectos (que afecte a la permitividad del vacío y a ambas masas gravitacionales).

En [62] y en [63] se presentó un ejemplo de cómo la masa gravitacional de un cuerpo puede depender de las cargas microscópicas que lo componen. La fuerza gravitacional newtoniana entre dos cuerpos de masas gravitacionales m_{g1} y m_{g2} se derivó como una fuerza electromagnética residual que surge de la interacción entre los dipolos oscilantes neutros que componen el cuerpo 1 y los dipolos oscilantes neutros que pertenecen al cuerpo 2, donde cada dipolo consistía en una carga negativa que oscilaba alrededor de una positiva. Se determinó entonces que la masa gravitacional de cada cuerpo era proporcional al número de dipolos oscilantes que lo componían y a q^2/ϵ_o , donde q representa la carga positiva (o negativa) de cada dipolo neutro. Con este modelo es posible aplicar el PPF a las cargas.

Otra situación es la fuerza de Ampère entre circuitos eléctricos que transportan corrientes I_1 e I_2 , proporcional a $I_1 I_2$. Como las corrientes son proporcionales a las velocidades de deriva de los electrones, podemos multiplicar la fuerza por cuatro al duplicar estas velocidades de deriva. Las consecuencias de este efecto pueden observarse de manera estática (un aumento en la tensión de un resorte que mantiene a los dos circuitos a una distancia constante) o de manera dinámica (un aumento en la aceleración de los dos circuitos cuando se suelta el resorte). Las mismas consecuencias deben producirse si se mantienen I_1 e I_2 sin cambios, pero se hace que todos los demás cuerpos del universo se muevan a la mitad de sus velocidades actuales. Dado que las teorías modernas no incorporan esta propiedad, deben ser incompletas.

Consideremos ahora la ecuación de estado de un gas ideal: $PV = Nk_B T$. Esta ecuación no cumple con el PPF. La ecuación de un gas ideal que cumpla con este principio debería tener la forma $(P/P_o)(V/V_o) = a(N/N_o)(T/T_o)$, donde a es un número adimensional y P_o , V_o , N_o , T_o son presiones, volúmenes, número de partículas y temperatura locales y/o cosmológicas. Cuando se descubra la teoría que conduzca a esta nueva ecuación, será posible relacionar la constante de Boltzmann con las propiedades (como la presión, la densidad y la temperatura) del entorno local o cosmológico. Por ejemplo, la mecánica relacional demostró que la constante universal de gravitación G es proporcional a H_o^2/ρ_{go} . Esto demuestra que ya no es una constante, sino una función de las propiedades del universo lejano. Algo análogo debería aplicarse a

la constante de Boltzmann. La nueva ecuación que describe el comportamiento de un gas ideal será diferente a la actual. Pero no solo eso, también obtendremos una nueva comprensión de la ley, al percibir nuevas conexiones entre las propiedades locales de un gas y el universo lejano. Por ejemplo, si un número fijo de átomos se encuentra encerrado en un volumen fijo y aumentamos su temperatura cuatro veces, la presión del gas, según la nueva ley, también se multiplicará por cuatro, tal como ocurre según la ley actual. Pero cuando se obtenga la nueva ley, será posible demostrar que también podemos aumentar la presión del gas cuatro veces (como lo indica, por ejemplo, un manómetro) manteniendo constantes su temperatura, volumen y número de partículas, al tiempo que dividimos por cuatro la temperatura de los cuerpos distantes en el universo (estrellas y galaxias). Lo mismo puede decirse con respecto al volumen y al número de partículas en el gas o en el universo lejano. Es decir, si se mide algún efecto localmente cuando cambiamos la presión, el volumen, el número de átomos o la temperatura del gas; será posible demostrar, cuando tengamos una teoría completa, que el mismo efecto también ocurrirá cuando se realice el cambio opuesto en el cosmos lejano.

Lo mismo puede decirse de casi todas las relaciones en física. Otras constantes universales, como la velocidad de la luz en el vacío, la constante de Planck, etc., deben ser todas funciones de las propiedades del universo lejano (relaciones macroscópicas) o de las partículas locales (relaciones microscópicas). En este sentido, podemos ver que este principio guarda cierta relación con los grandes números cosmológicos de Dirac (o variación de las constantes universales), [64]. Al observar varios números adimensionales del orden de 10^{39} , como la relación entre la fuerza eléctrica y la gravitacional entre un electrón y un protón, o la relación entre el tiempo de Hubble y una unidad de tiempo fijada por las constantes de la teoría atómica, Dirac supuso que debían estar relacionados entre sí. En sus propias palabras: «Podemos suponer que tal coincidencia se debe a alguna conexión profunda en la Naturaleza entre la cosmología y la teoría atómica». Su nuevo principio de cosmología se formuló de la siguiente manera: «Cualquiera que sean dos de los números adimensionales muy grandes que se dan en la naturaleza, están conectados por una relación matemática simple, en la que los coeficientes son del orden de magnitud de la unidad».

El principio de las proporciones físicas presentado aquí puede ayudar a esclarecer la conexión entre el átomo y el cosmos percibida por Dirac, ya que ofrece pistas sobre dónde encontrar esta comprensión más profunda de la naturaleza.

Agradecimientos

El autor desea agradecer a la Fundación Alexander von Humboldt, de Alemania, por la beca de investigación durante la cual se completó este trabajo. También agradece al Instituto y a la Fundación Louis de Broglie por el apoyo financiero que le permitió participar en el Congreso sobre Electromagnetismo (Peyresq, Francia, septiembre de 2002). Agradecemos enormemente las conversaciones mantenidas con A. Ghosh, C. S. Unnikrishnan, A. R. Prasanna, N. Graneau, O. E. Rössler y F. A. G. Redondo.

Referencias

- [1] Euclid. *The Thirteen Books of The Elements*, volumes 1–3, Books I–XIII. Dover, New York, 1956. Translated with introduction and commentary by Sir Thomas L. Heath.
- [2] R. de A. Martins. The origin of dimensional analysis. *Journal of the Franklin Institute*, 311:331–337, 1981.
- [3] F. A. G. Redondo. *Historia del Análisis Dimensional*. PhD thesis, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, 2000.
- [4] J. B. J. Fourier. Analytical Theory of Heat. In *Great Books of the Western World*, Vol. 45, pages 161–251, Chicago, 1952. Encyclopaedia Britannica.
- [5] J. Palacios. *Análisis Dimensional*. Espasa-Calpe S. A., Madrid, 2nd edition, 1964. English translation: *Dimensional Analysis*, McMillan, London, 1964; French translation: *Analyse Dimensionnelle*, Gauthier Villars, Paris, 1964.
- [6] R. C. Tolman. The principle of similitude. *Physical Review*, 3:244–255, 1914.
- [7] E. Buckingham. On physically similar systems; illustrations of the use of dimensional equations. *Physical Review*, 4:345–376, 1914.
- [8] P. W. Bridgman. Tolman’s principle of similitude. *Physical Review*, 8:423–431, 1916.
- [9] A. O’Rahilly. *Electromagnetic Theory — A Critical Examination of Fundamentals*. Dover, New York, 1965.
- [10] I. Newton. *Mathematical Principles of Natural Philosophy*. University of California Press, Berkeley, 1934. Cajori edition. Original publication in Latin in 1687.
- [11] E. Mach. *The Science of Mechanics — A Critical and Historical Account of Its Development*. Open Court, La Salle, 1960.
- [12] J. B. Barbour. *Absolute or Relative Motion? — A study from a Machian point of view of the discovery and the structure of dynamical theories*, volume 1: *The Discovery of Dynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1989.
- [13] A. Ghosh. *Origin of Inertia: Extended Mach’s Principle and Cosmological Consequences*. Apeiron, Montreal, 2000.
- [14] A. K. T. Assis. Applications of the principle of physical proportions to gravitation. In K. Rudnicki, editor, *Gravitation, Electromagnetism and Cosmology — Toward a New Synthesis*, pages 1–7, Montreal, 2001. Apeiron.
- [15] A. K. T. Assis. Comparação entre a mecânica relacional e a relatividade geral de Einstein. In O. Pessoa Jr., editor, *Fundamentos da Física 2 — Simpósio David Bohm*, pages 27–38, São Paulo, 2001. Editora Livraria da Física.

- [16] A. K. T. Assis. On Mach's principle. *Foundations of Physics Letters*, 2:301–318, 1989.
- [17] A. K. T. Assis. *Relational Mechanics*. Apeiron, Montreal, 1999. ISBN: 0-9683689-2-1.
- [18] R. J. Boscovich. On space and time as they are recognized by us. In O. E. Rössler, editor, *Endophysics — The World as an Interface*, pages 107–112. World Scientific, Singapore, 1998. English translation by O. E. Rössler from the original Latin version of 1755.
- [19] Archimedes. *The Works of Archimedes*. Dover, New York, 1912. Edited in modern notation with introductory chapters by T. L. Heath with a supplement The Method of Archimedes recently discovered by Heiberg.
- [20] Archimedes. *The Works of Archimedes including The Method*, volume 11 of *The Great Books of the Western World*. Encyclopaedia Britannica, Chicago, 1952. Translated by T. L. Heath.
- [21] S. Stevin. The Inclined Plane. In W. F. Magie, editor, *A Source Book in Physics*, pages 22–27, New York, 1935. McGraw-Hill.
- [22] K. R. Symon. *Mechanics*. Addison-Wesley, Reading, third edition, 1971.
- [23] R. Hooke. Law of elastic force. In W. F. Magie, editor, *A Source Book in Physics*, pages 93–95, New York, 1935. McGraw-Hill.
- [24] P. Graneau. The riddle of inertia. *Electronics and Wireless World*, 96:60–62, 1990.
- [25] P. Graneau. Far-action versus contact action. *Speculations in Science and Technology*, 13:191–201, 1990.
- [26] P. Graneau. Interconnecting action-at-a-distance. *Physics Essays*, 3:340–343, 1990.
- [27] P. Graneau. Some cosmological consequences of Mach's principle. *Hadronic Journal Supplement*, 5:335–349, 1990.
- [28] P. Graneau. Has the mystery of inertia been solved? In U. Bartocci and J. P. Wesley, editors, *Proceedings of the Conference on Foundations of Mathematics and Physics*, pages 129–136, Blumberg, Germany, 1990. Benjamin Wesley Publisher.
- [29] J. P. Wesley. Weber electrodynamics, Part III. Mechanics, gravitation. *Foundations of Physics Letters*, 3:581–605, 1990.
- [30] J. P. Wesley. *Selected Topics in Advanced Fundamental Physics*. Benjamin Wesley Publisher, Blumberg, 1991.
- [31] P. Graneau and N. Graneau. *Newton Versus Einstein — How Matter Interacts with Matter*. Carlton Press, New York, 1993.

- [32] A. Zylbersztajn. Newton's absolute space, Mach's principle and the possible reality of fictitious forces. *European Journal of Physics*, 15:1–8, 1994.
- [33] T. E. Phipps, Jr. Clock rates in a machian universe. *Toth–Maatian Review*, 13:5910–5917, 1996.
- [34] J. Guala-Valverde. *Inercia y Gravitacion*. Fundacion Julio Palacios, Neuquen, Argentina, 1999. In collaboration with J. Tramaglia and R. Rapacioli.
- [35] W. Weber. *Wilhelm Weber's Werke*, W. Voigt, E. Riecke, H. Weber, F. Merkel and O. Fischer (Eds.), volume 1 to 6. Springer, Berlin, 1892–1894.
- [36] J. P. Wesley. Weber electrodynamics extended to include radiation. *Speculations in Science and Technology*, 10:47–61, 1987.
- [37] J. P. Wesley. Weber electrodynamics, Part I. General theory, steady current effects. *Foundations of Physics Letters*, 3:443–469, 1990.
- [38] J. P. Wesley. Weber electrodynamics, Part II. Unipolar induction, Z-antenna. *Foundations of Physics Letters*, 3:471–490, 1990.
- [39] T. E. Phipps Jr. Toward modernization of Weber's force law. *Physics Essays*, 3:414–420, 1990.
- [40] T. E. Phipps Jr. Weber-type laws of action-at-a-distance in modern physics. *Apeiron*, 8:8–14, 1990.
- [41] T. E. Phipps Jr. Derivation of a modernized Weber force law. *Physics Essays*, 5:425–428, 1992.
- [42] G. Galeczki. The ultimate speed and Weber's potential. *Physics Essays*, 6:448–450, 1993.
- [43] A. K. T. Assis. *Weber's Electrodynamics*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1994. ISBN: 0-7923-3137-0.
- [44] G. Galeczki and P. Marquardt. Über die longitudinalen Ampèreschen Kräfte und Webers Elektrodynamik. *Fusion*, 16:15–17, 1995.
- [45] E. T. Kinzer and J. Fukai. Weber's force and Maxwell's equations. *Foundations of Physics Letters*, 9:457–461, 1996.
- [46] J. Fukai and E. T. Kinzer. Compatibility of Weber's force with Maxwell's equations. *Galilean Electrodynamics*, 8:53–55, 1997.
- [47] A. K. T. Assis, W. A. Rodrigues Jr., and A. J. Mania. The electric field outside a stationary resistive wire carrying a constant current. *Foundations of Physics*, 29:729–753, 1999.
- [48] A. G. Kelly. Experiments on unipolar induction. *Physics Essays*, 12:372–382, 1999.

- [49] M. d. A. Bueno and A. K. T. Assis. *Inductance and Force Calculations in Electrical Circuits*. Nova Science Publishers, Huntington, New York, 2001. ISBN: 1-56072-917-1.
- [50] J. Guala-Valverde, P. Mazzoni, and R. Achilles. The homopolar motor: A true relativistic engine. *American Journal of Physics*, 70:1052–1055, 2002.
- [51] J. B. Barbour. Relative-distance Machian theories. *Nature*, 249:328–329, 1974. Misprints corrected in *Nature*, vol. 250, p. 606 (1974).
- [52] J. B. Barbour and B. Bertotti. Gravity and inertia in a Machian framework. *Nuovo Cimento B*, 38:1–27, 1977.
- [53] J. B. Barbour and B. Bertotti. Mach’s principle and the structure of dynamical theories. *Proceedings of the Physical Society of London A*, 382:295–306, 1982.
- [54] J. B. Barbour and H. Pfister (editors). *Mach’s Principle: From Newton’s Bucket to Quantum Gravity*. Birkhäuser, Boston, 1995.
- [55] P. Eby. Gyro precession and Mach’s principle. *General Relativity and Gravitation*, 11:111–117, 1979.
- [56] P. Eby. Machian mechanics with isotropic inertia. *General Relativity and Gravitation*, 29:621–635, 1997.
- [57] A. K. T. Assis. Centrifugal electrical force. *Communications in Theoretical Physics*, 18:475–478, 1992.
- [58] A. K. T. Assis. Changing the inertial mass of a charged particle. *Journal of the Physical Society of Japan*, 62:1418–1422, 1993.
- [59] V. F. Mikhailov. The action of an electrostatic potential on the electron mass. *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, 24:161–169, 1999.
- [60] V. F. Mikhailov. Influence of an electrostatic potential on the inertial electron mass. *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, 26:33–38, 2001.
- [61] O. Costa de Beauregard and G. Lochak. Comment on Mikhailov’s article. *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, 24:159–160, 1999.
- [62] A. K. T. Assis. Deriving gravitation from electromagnetism. *Canadian Journal of Physics*, 70:330–340, 1992.
- [63] A. K. T. Assis. Gravitation as a fourth order electromagnetic effect. In T. W. Barrett and D. M. Grimes, editors, *Advanced Electromagnetism: Foundations, Theory and Applications*, pages 314–331, Singapore, 1995. World Scientific.
- [64] P. A. M. Dirac. A new basis for cosmology. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 165:199–208, 1938. (Manuscript reçu le 30 octobre 2002)