

## **Derivando a lei do pêndulo experimentalmente, obtendo a aceleração da gravidade e discutindo a liberdade acadêmica**

André Koch Torres Assis

### **Introdução**

Este trabalho é baseado em cursos de aperfeiçoamento para professores do Ensino Médio ministrados pelo autor (professores de Física, Química e Biologia, em alguns casos também professores de Ensino Fundamental de Ciências) ministrados pelo autor. Damos um enfoque experimental nesses cursos por acreditarmos que essa é uma das maiores carências no ensino tradicional. Em particular, tudo é feito com material de baixo custo, pois muitas escolas não têm laboratórios equipados. Além disso, são levados textos originais de cientistas importantes para que os alunos tenham contato direto com as fontes do conhecimento com que estão lidando. Acreditamos que isso é muito importante para enriquecer a formação do aluno e para que se desenvolvam mentes críticas e com uma visão mais abrangente da Ciência.

O que descrevemos neste artigo é baseado em aulas que duravam de quatro a oito horas, dependendo da turma. Apresenta-se aqui todo o procedimento que seguimos em uma prática específica relacionada com pêndulos.

### **Derivando a lei do pêndulo experimentalmente**

Antes de começar a prática, mostra-se aos alunos um pêndulo pequeno, feito de linha e chumbada. Explica-se, utilizando o próprio pêndulo, que o período  $T$  é o tempo para ele ir e voltar à posição inicial.

Então se pergunta de quais fatores pode depender este período de ida e volta. Em geral, os professores comentam que pode depender do peso (ou da massa) do pêndulo, do seu comprimento e da "força" com que é empurrado. Comentamos que no nosso caso vamos soltá-lo sempre do repouso, logo este último fator será deixado de lado. Algumas vezes eles respondem que depende da amplitude ou do ângulo inicial (caso não comentem, falamos disso explicitamente, mostrando o ângulo inicial com o pêndulo) e da altitude do local (ou seja, que o período pode ser diferente no alto de uma montanha, comparado com o período ao nível do mar). Outros fatores possíveis são o material de que é feito o pêndulo e o meio onde oscila (se no ar ou na água, por exemplo).

Esclareço que no caso das experiências que faremos vamos soltar o pêndulo do repouso e verificar como o período depende do ângulo inicial  $\theta$ , do peso  $P$  (ou da massa  $m$ ) e do comprimento  $\ell$ . O objetivo é então obter a lei

que relaciona o período com essas variáveis, ou seja,  $T(\theta, m, \ell)$ . Como o período pode depender desses três fatores, pergunto como fazer para chegar à lei. Ou seja, solicito a eles que apresentem um procedimento a seguir. Em geral eles próprios acabam chegando que temos de variar um parâmetro de cada vez, mantendo os outros fixos.

Dependendo do grupo ou das condições da sala, tudo pode ser feito com um único pêndulo ou então com os alunos divididos em vários grupos de quatro pessoas, com cada grupo construindo seu pêndulo e fazendo as próprias medidas. Solicito que construam alguns pêndulos amarrando uma chumbada pesada (média ou grande) de pescaria em uma linha de algodão (dessas de soltar pipa) com uns 2 metros de comprimento. A ponta livre da linha é então amarrada no meio de um cabo de vassoura, o qual fica preso com fita crepe (para evitar de ficar girando durante as oscilações do pêndulo) sobre a parte superior de duas cadeiras, de costas uma para a outra, colocadas sobre duas mesas. Solicito que façam o pêndulo o mais comprido possível, quase chegando ao chão, enrolando a linha ao redor do cabo de vassoura. Nessas condições o pêndulo tem aproximadamente 1,5 m.

Explico que inicialmente vamos testar a variação do período  $T$  com o ângulo inicial  $\theta$ . Desenho na lousa dois pêndulos de mesmo comprimento, o pêndulo 1 sendo solto de um ângulo inicial pequeno  $\theta_1$  e outro de um ângulo inicial grande  $\theta_2$ . Faço então uma votação para ver o que esperam: (a)  $T_2 > T_1$ , (b)  $T_2 = T_1$ , ou (c)  $T_2 < T_1$ . Em geral ganha a opção (a) pois eles raciocinam intuitivamente que como o pêndulo 2 vai percorrer uma distância maior, gastará mais tempo no percurso de ida e volta. Sem dar a resposta, explico então o procedimento que vamos adotar: mede-se com um transferidor um ângulo de  $5^\circ$  a partir do ponto mais baixo vertical. Um dos membros do grupo vai então segurar o pêndulo nesse ponto e um outro membro, com um relógio de pulso, vai dizer quando ele deve soltar o pêndulo, isto é, quando o ponteiro dos segundos chegar ao 12. Marca-se então o tempo de 30 oscilações completas. Feito isto repete-se o procedimento para um ângulo de  $10^\circ$  e para um ângulo de  $20^\circ$  (isso também pode ser feito com ângulos de  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  e  $30^\circ$ ). Para surpresa da grande maioria observa-se que os tempos são iguais (ao redor de 1 minuto e 15 segundos para um pêndulo de 1,5 m)! Mesmo que haja uma variação de um ou dois segundos, isso não representa muita coisa em comparação com os 75 segundos totais gastos pelo pêndulo (ainda mais levando-se em conta que o ângulo dobrou ou quadruplicou), podendo até ser devido a erros experimentais ou de medida. Discute-se com eles como isso pode ocorrer, já que um pêndulo percorreu uma distância muito maior que o outro. Logo chega-se à conclusão de que ele ganhou uma velocidade maior que o outro e que a consequência disso é que ambos gastam o mesmo tempo. Logo, a primeira conclusão experimental a que chegam é que o período não depende do ângulo inicial. Menciono que isto é uma verdade apenas aproximada, válida para ângulos pequenos (até uns  $40^\circ$ , se a precisão for de 1

s, como ocorre com os relógios de pulso). Com ângulos maiores (como  $60^\circ$  ou  $90^\circ$ ), o período já passa a aumentar um pouco com o ângulo.

Parte-se então para a segunda parte da experiência. Agora, solicita-se que cada grupo construa um pêndulo igual ao anterior, de mesmo comprimento (ao redor de 1,5 m), mas agora com uma chumbada pequena. Em geral solicito que o prendam no mesmo cabo de vassoura bem próximo do pêndulo grande, para ficar mais fácil comparar os comprimentos (medido em geral do ponto onde a linha desencosta da vassoura até o centro da chumbada). Antes de começar a experiência desenho na lousa dois pêndulos de mesmo comprimento, um de massa grande  $m_1$  e outro de massa pequena  $m_2$ . Faço novamente uma eleição para ver o que esperam: (a)  $T_2 > T_1$ , (b)  $T_2 = T_1$ , ou (c)  $T_2 < T_1$ . Em geral acham que vai dar (a), pois raciocinam que o mais pesado vai mais rápido; logo, deve gastar menos tempo para ir e voltar. Depois da votação, e sem dar a resposta, peço para colocarem o primeiro pêndulo sobre a cadeira e para medirem o tempo de 30 oscilações do segundo pêndulo. Como já vimos que o ângulo não interfere, não é mais necessário medir o ângulo com o transferidor, desde que se solte o pêndulo de um ângulo pequeno (até uns  $30^\circ$ ). Para surpresa da maioria observa-se novamente que os tempos são iguais, apesar de a chumbada pequena ser de 5 a 20 vezes mais leve que a grande! Nessa hora é bom discutir com eles se conhecem algum outro fenômeno da mecânica que independe do peso do corpo. Alguns chegam a se lembrar da lei de queda livre descoberta por Galileu, ou seja, que todos os corpos caem com a mesma aceleração no vácuo, independente de sua forma, peso ou composição química. Os dois fenômenos são análogos, mas com essas experiências de pêndulo pode-se comprovar isto com uma precisão muito maior pois o tempo de aproximadamente 1 minuto para as 30 oscilações do pêndulo é muito maior do que o tempo de 1 ou 2 segundos que ocorre em uma queda livre de uma altura de 1 ou 2 metros. É interessante discutir aqui como a intuição da maioria deles falhou nos dois casos anteriores (dependência do período com o ângulo e com o peso).

Caso haja interesse, pode-se fazer a experiência para analisar a dependência do período de oscilação com o material de que é feito o pêndulo. Isto é, podem-se utilizar pêndulos de mesmo comprimento feitos de materiais diferentes (por exemplo, chumbada e bolinha de plástico furada). Observa-se experimentalmente que o período também não depende do material de que é feito o peso do pêndulo.

Passa-se, então, para a última parte da experiência: verificar se há ou não variação do período com o comprimento. Desenho 2 pêndulos na lousa, um com grande comprimento  $\ell_1$  e outro curto,  $\ell_2$ . Faço uma terceira votação: (a)  $T_2 > T_1$ , (b)  $T_2 = T_1$ , ou (c)  $T_2 < T_1$ . Nesse caso muitos acabam achando que a alternativa correta será (b), pelo que aconteceu nos casos anteriores! Não dou a resposta correta, dizendo que mais uma vez vamos descobrir isso

experimentalmente. Solicito que deixem então o pêndulo pequeno de lado sobre a cadeira e voltem ao pêndulo pesado. Como já mediram o tempo para 30 oscilações com um comprimento ao redor de 1,5 m, solicito que meçam agora o tempo para 30 oscilações com ele enrolado ao redor do cabo de vassoura, de tal forma que tenha aproximadamente a metade desse comprimento (comprimentos medidos com fita métrica comum). Se o novo comprimento tiver 1 m, eles observam que gasta ao redor de 1 minuto para as 30 oscilações. Se tiver cerca de 0,5 m, observam que gasta ao redor de 43 segundos para as 30 oscilações. Logo, a alternativa correta é a (c)! Eles concluem, então, que o período não depende do ângulo inicial nem do peso, mas do comprimento.

Após essa etapa comento que isto ainda não é uma lei quantitativa, mas apenas qualitativa (quanto maior o comprimento, maior o período). O objetivo agora é o de obter a lei matemática do pêndulo simples. Solicito, então, que façam medidas do período de 30 oscilações com o mesmo pêndulo, mas com comprimentos diferentes (enrolando-o ao redor do cabo de vassoura), variando de uns 20 cm ou 30 cm para cada medida. Peço então para colocarem em uma tabela 4 ou 5 medidas de comprimento na primeira coluna (todas padronizadas na unidade metro, com 2 casas depois da vírgula, de maneira que um comprimento de 85 cm seria colocado como 0,85 m, por exemplo), do mais comprido em cima ao mais curto embaixo. Na segunda coluna é colocado o tempo de uma única oscilação, dividindo-se por 30 o tempo total de 30 oscilações (novamente todas as medidas são padronizadas com 2 casas depois da vírgula, de forma que uma medida de 1 minuto e quinze segundos para as 30 oscilações seria colocada como  $(75 \text{ s})/30 = 2,50 \text{ s}$ ).

Para se ver se é linear a variação do comprimento com o período (ou seja, para verificar se quando dividimos o comprimento por 2 se também o período cairá pela metade), peço que coloquem na terceira coluna o valor de  $\ell/T$ , novamente com duas casas depois da vírgula. O resultado fica mais ou menos assim:

$\ell$ (m)	$T$ (s)	$\frac{\ell}{T}$ $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$
1,50	2,47	0,61
1,18	2,16	0,55
0,85	1,88	0,45
0,56	1,49	0,38

Com isso se observa que embora o período diminua com o comprimento, tal variação não é linear. Quanto menor é o comprimento, menor fica a razão  $\ell/T$ . Logo solicito que dividam o resultado da última coluna pelo período correspondente, já que esse também é cada vez menor. Ou seja, na primeira linha divide-se 0,61 por 2,47 e faz-se algo análogo nas outras linhas. O resultado é semelhante a:

$\ell$ (m)	$T$ (s)	$\frac{\ell}{T}$ $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$	$\frac{\ell}{T^2}$ $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$
1,50	2,47	0,61	0,25
1,18	2,16	0,55	0,25
0,85	1,88	0,45	0,24
0,56	1,49	0,38	0,25

Agora vemos que a última coluna é praticamente constante! Ou seja, com essa experiência obteve-se um valor constante de  $\ell/T^2 \approx 0,25 \text{ m/s}^2$  para todo pêndulo, a menos que hajam pequenos erros experimentais ou de aproximações nas contas. E tudo até agora veio de experiências, sem nenhuma teoria. Digo que tudo isso foi essencialmente descoberto por Galileu, como veremos a seguir, embora ele não utilizasse nossas unidades de comprimento.

### Obtendo a aceleração da gravidade

Passo a eles então o único dado que não vem da teoria e que não foi obtido por Galileu, mas pelo cientista holandês Christian Huygens (1629-1695). Esse resultado foi publicado em seu livro de 1673 sobre o relógio oscilante de pêndulo. Ou seja, solicito que multipliquem a última coluna por  $4\pi^2 = 39,48$ . O resultado fica sendo:

$\ell$ (m)	$T$ (s)	$\frac{\ell}{T}$ $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$	$\frac{\ell}{T^2}$ $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$	$4\pi^2 \frac{\ell}{T^2}$ $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$
1,50	2,47	0,61	0,25	9,9
1,18	2,16	0,55	0,25	9,9
0,85	1,88	0,45	0,24	9,5
0,56	1,49	0,38	0,25	9,9

Pergunto então se conhecem alguma constante da mecânica que tenha unidade de aceleração com esse valor aproximado. Logo se lembram da aceleração da gravidade  $g$ . Informo que de fato isso é o que acabaram de obter, ou seja,

$$g = 4\pi^2 \frac{\ell}{T^2}$$

Em seguida solicito para cada grupo inverter a relação acima de  $g(\ell, T)$  para  $T(\ell, g)$ . Isso pode parecer trivial, mas na prática se observa que vários professores de ensino médio têm dificuldades nesta passagem. De qualquer forma, ao final acabam chegando em

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Informo então que essa é a fórmula que vão encontrar nos livros de Física. Nela está embutida a descoberta experimental de que o período do pêndulo simples não depende do ângulo inicial em que o pêndulo é solto nem da massa ou do peso do pêndulo, sendo proporcional à raiz quadrada do comprimento.

Em seguida é útil discutir um pouco com eles a precisão com que obtiveram a aceleração da gravidade. Supondo que o valor exato fosse de  $10 \text{ m/s}^2$  (para simplificar as contas), um erro de 50% levaria a um valor entre 5 e  $15 \text{ m/s}^2$ , o que já seria razoável, levando em conta as condições de trabalho que tiveram. Um erro de 10% levaria a um valor entre 9 e  $11 \text{ m/s}^2$ . Um erro de 1% levaria a um valor entre 9,9 e  $10,1 \text{ m/s}^2$ . Como em geral eles obtêm um valor entre 9,5 e  $10,3 \text{ m/s}^2$ , isso significa que conseguiram medir a aceleração da gravidade com uma precisão de 5%! Comento que isso é algo fantástico, levando-se em conta as condições materiais da experiência (cabo de vassoura, chumbada, relógio de pulso e fita métrica) e também a inexperiência dos alunos (a maior parte deles nunca havia feito uma experiência real na vida). Discuto então qual das fontes de erro é mais importante, na medida do tempo ou do comprimento. Concluem que é o tempo, pelo fato de a aceleração da gravidade ser proporcional à primeira potência do comprimento, enquanto é inversamente proporcional à segunda potência do período. Como o erro na medida do tempo ocorre principalmente no momento em que o pêndulo é solto e na marcação do instante final, explico que esse é o motivo principal de eu haver solicitado que medissem o tempo de 30 oscilações em vez de solicitar que medissem apenas o tempo de uma única oscilação. Ou seja, em 30 oscilações ocorrem 29 com o período exato, pois o pêndulo está indo e voltando sem que façamos qualquer interferência em seu movimento. Apenas no instante inicial e final ocorrem erros de medida, que ficam muito diluídas em um grande número de oscilações. Logo, quanto mais oscilações deixarmos o pêndulo fazer, mais preciso será o valor obtido de  $g$ . O outro motivo de se solicitar 30 oscilações em vez de 1 vem das tabelas anteriores. Ou seja, seria muito difícil distinguir com um relógio de pulso os períodos de uma única oscilação dos pêndulos com comprimentos variáveis, pois essas duram de 1 a 3 segundos, sendo que a precisão do relógio é da ordem de 1 segundo. Já quando medimos o tempo de 30 oscilações e dividimos o valor por 30 podemos distinguir algo como 2,47 s ou 2,16 s. No que diz respeito à medida do comprimento, as fontes principais de erro são a precisão da fita métrica (ao

redor de 1 cm) e o fato da linha enrolar um pouco no cabo de vassoura durante uma oscilação do pêndulo. Logo, nessa experiência o comprimento do pêndulo nunca é fixo durante uma oscilação, sofrendo variações ao redor de 2 cm (raio de um cabo de vassoura). Logo, quanto maior for o comprimento do pêndulo, mais preciso será o valor obtido de  $g$ , já que uma imprecisão de 2 cm tem uma relevância bem maior em um comprimento total de 20 cm do que em um comprimento total de 150 cm.

## Vida de Galileu e liberdade acadêmica

Após essa experiência e comentários a respeito dela, discuto com os alunos aspectos da vida e da obra de Galileu (1564-1642). Levo para eles folhearem as várias obras de Galileu já traduzidas para o português (ver referências ao final deste artigo). Leio em voz alguns trechos, relacionados com a vida de Galileu, que menciono abaixo.

Em 1543 Copérnico (1473-1543) havia publicado sua teoria heliocêntrica no livro *As Revoluções dos Orbes Celestes*. O ponto de vista de Copérnico era contra a cosmologia geocêntrica dominante deste Aristóteles e Ptolomeu, de acordo com a qual a Terra era imóvel e localizada no centro do universo, com o Sol, os planetas e as estrelas girando ao redor da Terra. De acordo com Copérnico, o Sol é que estava no centro do universo, com a Terra orbitando ao redor dele uma vez por ano e girando ao redor do seu eixo uma vez por dia.

Em 1564 nasce Galileu. Ele se interessa pelas Ciências Naturais e inicialmente adota o ponto de vista aristotélico. Depois passa a aceitar a teoria de Copérnico e a defendê-la em algumas cartas. Em 1609 houve falar da construção do telescópio na Holanda, e então constrói o próprio telescópio. Passa a observar o céu, e no ano seguinte publica um pequeno livro com o qual fica famoso, *A Mensagem das Estrelas*, que já se encontra traduzido para o português (GALILEU, 1987). Neste livro descreve montanhas na Lua, a Via Láctea contendo uma grande quantidade de estrelas que não são distinguíveis a olho nu e principalmente quatro satélites orbitando ao redor de Júpiter. Todas essas evidências dão grande suporte ao ponto de vista de Copérnico. Em 1615 Galileu é denunciado ao Santo Ofício (tribunal da igreja) e ordenado a abandonar as idéias de Copérnico e não mais defendê-las nem ensiná-las, nem verbalmente nem por escrito. Galileu promete obedecer e não é preso. No ano seguinte o Santo Ofício emite um decreto proibindo formalmente o ensino e a divulgação da teoria heliocêntrica, colocando o livro de Copérnico no Índice (catálogo de livros cuja leitura era proibida aos fiéis). O texto completo dessa condenação ainda está preservado e já se encontra totalmente traduzido para o português, de onde tiramos alguns pontos relevantes (GALILEU, 1988A, págs. 107-109):

*Decreto da Sagrada Congregação dos Ilustríssimos Cardeais da Santa Igreja Romana, especialmente delegados pelo Santíssimo Senhor*

*Nosso Papa Paulo V e pela Santa Sé Apostólica para o Índice dos livros e para a permissão, proibição, correção e impressão dos mesmos em toda a República Cristã.*

*Visto fazer já algum tempo que vieram a lume, entre outros, alguns livros que contêm várias heresias e erros, a Sagrada Congregação dos Ilustríssimos Cardeais da Santa Igreja Romana, delegados para o Índice, foi de parecer que eles deviam ser totalmente condenados e proibidos para que, de sua leitura, não surgissem, com o passar dos dias, prejuízos cada vez mais graves em toda a República Cristã. Assim, pelo presente decreto, condena-os e proíbe-os inteiramente, quer já impressos, quer a serem-no em qualquer lugar e não importa em qual idioma. Ordenando, sob as penas contidas no Sagrado Concílio de Trento e no Índice dos livros proibidos, que ninguém daqui para a frente, seja qual for o seu grau ou condição, ouse imprimi-los ou cuidar de sua impressão, ou de qualquer maneira que seja guardá-los consigo ou lê-los. E, sob as mesmas penas, quem quer que seja que os possua agora ou venha a possuir no futuro é obrigado a apresentá-lo aos Ordinários dos lugares ou aos Inquisidores, imediatamente após tomar conhecimento do presente Decreto. Os livros são os abaixo enumerados, a saber:*

*(...)*

*Chegou também ao conhecimento da supracitada Sagrada Congregação que a falsa doutrina pitagórica da mobilidade da Terra e imobilidade do Sol, totalmente contrária à Divina Escritura, que 'As revoluções dos orbes celestes', de Nicolau Copérnico, e o 'Comentário de Jó', de Diego de Zúñiga ensinam, já se propaga e é aceita por muitos. (...) Assim, para que esta opinião não medre mais, destruindo a verdade católica, declarou que 'As revoluções dos orbes', de Nicolau Copérnico, e o 'Comentário sobre Jó', de Diego de Zúñiga, devem ser suspensos até que sejam corrigidos; que o livro do padre carmelita Paolo Antônio Foscarini deve ser totalmente proibido e condenado; que todos os demais que ensinam o mesmo devem ser igualmente proibidos. De conformidade com o que, pelo presente Decreto, proíbe, condena e suspende a todos respectivamente. Em fé do que o presente Decreto foi assinado pessoalmente pelo Ilustríssimo e Reverendíssimo Sr. Cardeal de Santa Cecília, Bispo de Alba, e munido do selo no dia 5 de março de 1616.*

*Paolo, Bispo de Alba, Cardeal de Santa Cecília.*

Em 1632 Galileu publica outro livro, que também já se encontra totalmente traduzido para o português (GALILEU, 2001), *Diálogo Sobre os Dois Máximos Sistemas do Mundo – Ptolomaico e Copernicano*. Além de defender abertamente a teoria heliocêntrica e o movimento da Terra, Galileu havia solicitado e obtido autorização da igreja para publicar esse livro, porém sem informar seu conteúdo. Tudo isso enfureceu as autoridades religiosas. No ano



seguinte Galileu foi julgado e condenado à prisão formal pela inquisição. O texto dessa condenação ainda existe e também já se encontra totalmente traduzido para o português, de onde tiramos alguns trechos relevantes (KOESTLER, 1989, págs. 419-421):

*Considerando que vós, Galileu, filho do falecido Vincenzo Galilei, florentino, de setenta anos de idade, fostes, no ano de 1615, denunciado a este Santo Ofício, por sustentar que era verdadeira a falsa doutrina ensinada por alguns, de estar o Sol no centro do mundo e imóvel, e de a Terra se mover, também com movimento diurno; por ter discípulos a quem ensinastes a mesma doutrina; por manter correspondência com certos matemáticos da Alemanha, no tocante à mesma opinião; por haver imprimido certas cartas, intituladas 'Sobre as Manchas Solares', em que desenvolvestes a mesma doutrina, como se fosse verdadeira; e por replicar às objeções das Sagradas Escrituras, de tempos em tempos a vós apresentadas, interpretando as citadas Escrituras segundo o vosso significado; e considerando ter sido mostrada cópia de um documento, em forma de carta, dando a impressão de haver sido escrita por vós a um antigo discípulo, e na qual se vêem diversas proposições que seguem os ensinamentos de Copérnico, e que contrariam o verdadeiro sentido e autoridade da Sagrada Escritura:*

*Este Santo Tribunal pretende agir contra a desordem e o mal daí resultantes, que cresceram em prejuízo da Sagrada Fé; portanto, por ordem de Sua Santidade e dos Eminentíssimos Senhores Cardeais desta suprema e universal Inquisição, as duas proposições da estabilidade do Sol e do movimento da Terra foram assim qualificadas pelos Qualificadores teológicos:*

*A proposição de ser o Sol o centro do mundo e não se mover do lugar é absurda e falsa, filosoficamente, e formalmente herética, por contrariar, de maneira expressa, a Sagrada Escritura.*

*A proposição de não estar a Terra no centro do mundo e imóvel, mas, pelo contrário, ser móvel, dotada também de movimento diurno, é igualmente absurda e falsa filosoficamente, e teologicamente considerada pelo menos errônea na fé. (...)*

*E, para que doutrina tão perniciosa fosse totalmente extirpada e se não insinuasse mais em grave prejuízo da verdade católica, foi emitido um decreto pela Santa Congregação do Índice, proibindo os livros que tratam de tal doutrina, e declarando a própria doutrina falsa e inteiramente contrária à sagrada e divina Escritura.*

*E, considerando que aqui apareceu, recentemente, um livro, impresso no ano passado em Florença, cujo título diz que éreis vós o autor, sendo o título: 'Diálogo de Galileu Galilei sobre os Grandes Sistemas do Mundo'; e, considerando que a Santa Congregação foi informada, posteriormente, de que, com a publicação do citado livro, conquistava terreno diariamente a falsa opinião do movimento da Terra e da estabilidade do Sol, foi o citado livro cuidadosamente considerado, e*

nele se descobriu uma patente violação da ante-mencionada injunção a vós imposta, pois no livro defendestes a citada opinião previamente condenada, e diante de vós declarada condenada, apesar de, no citado livro, tentardes, por vários meios, dar a impressão de que a deixais sem decisão, e provável em termos expressos, o que, todavia, constitui erro dos mais penosos, pois não há opinião que possa ser, de qualquer modo, provável, uma vez que haja sido declarada e definida contrária à divina Escritura.

Fostes, por ordem nossa, intimado à presença deste Santo Ofício, onde, após interrogação mediante prévio juramento de vossa parte, reconhecestes que o livro fora escrito e publicado por vós. Confessastes havê-lo começado a escrever há cerca de dez ou doze anos, depois de vos ter sido imposta a ordem mencionada acima; que solicitastes permissão para imprimi-lo, sem, contudo, revelar aos que vos concederam a permissão que tínheis recebido a ordem de não sustentar, defender, nem ensinar a doutrina em apreço, de modo nenhum.

(...)

Após vermos e maduramente analisarmos os méritos do vosso caso, ao lado das vossas confissões e desculpas acima citadas, e tudo quanto devia ser justamente visto e considerado, chegamos, contra vós, à sentença final que se segue:

Invocando, portanto, o santíssimo nome de Nosso Senhor Jesus Cristo e de Sua Gloriosíssima Mãe, a sempre Virgem Maria, por esta nossa sentença final, que em julgamento, com o conselho e parecer dos Reverendos Mestres da sagrada teologia e Doutores das duas Leis, nossos assessores, expedimos neste escrito, na causa e causas agora perante nós entre o Magnífico Carlo Sincerí, Doutor em ambas as Leis, Procurador Fiscal deste Santo Ofício, de um lado, e do outro vós Galileu Galilei, acusado, aqui presente, examinado, julgado e confessado como se provou acima.

Dizemos, proferimos, sentenciamos, e declaramos que vós, o citado Galileu, em virtude das questões aduzidas ao julgamento, e por vós confessadas como está acima, vos tornastes no julgamento deste Santo Ofício veementemente suspeito de heresia, isto é, de haver aceitado e defendido a doutrina – que é falsa e contrária às sagradas e divinas Escrituras – de que o Sol é o centro do mundo e não se move de leste a oeste, e que a Terra se move e não está no centro do mundo; e que se pode sustentar e defender uma opinião, como provável, após haver sido declarada e definida contrária à Sagrada Escritura; e que, conseqüentemente, incorrestes em todas as censuras e penas impostas e promulgadas nos sagrados cânones e outras constituições, gerais e particulares, contra tais delinqüentes. Com o que nos contentamos com serdes absolvido, uma vez que, em primeiro lugar, com sinceridade e fé verdadeira, abjureis, amaldiçoeis, e detesteis na nossa presença os citados erros e heresias e qualquer outro erro e heresia contrários à Igreja Católica e Apostólica Romana, na forma que vos prescrevemos.

*E, para que esse vosso grave e pernicioso erro e transgressão não fique inteiramente impune e para que vos acauteleis mais no futuro e sejais exemplo a outros a fim de que se abstenham de semelhantes crimes, ordenamos que o livro 'Diálogo de Galileu Galilei' seja proibido por édito público.*

*Nós vos condenamos à prisão formal deste Santo Officio, a nosso talante, e à guisa de pena salutar ordenamos que, por três anos, repitais, uma vez por semana, os sete salmos penitenciais, reservando-nos a liberdade de moderar, comutar, ou suspender, no todo ou em parte, as citadas penas ou pena. E assim dizemos, proferimos, sentenciamos, declaramos, ordenamos e reservamos neste e noutro qualquer modo e forma melhor que podemos e estamos autorizados a empregar de direito.*

Galileu renuncia solenemente a suas crenças e afirmações, jurando nunca mais defender essas idéias, verbalmente nem por escrito. O texto que Galileu teve de ler perante a inquisição também já se encontra traduzido para o português, de onde tiramos os trechos abaixo (KOESTLER, 1989, págs. 421-422):

*Eu, Galileu, filho do falecido Vincenzo Galilei, Florentino, de setenta anos de idade, intimado pessoalmente à presença deste tribunal e ajoelhado diante de vós, Eminentíssimos e Reverendíssimos Senhores Cardeais Inquisidores-Gerais contra a gravidade herética em toda a comunidade cristã, tendo diante dos olhos e tocando com as mãos os Santos Evangelhos, juro que sempre acreditei, que acredito, e, mercê de Deus, acreditarei no futuro tudo quanto é defendido, pregado e ensinado pela Santa Igreja Católica e Apostólica. Mas, considerando que (...) escrevi e imprimi um livro no qual discuto a nova doutrina já condenada e aduzo argumentos de grande força em seu favor, sem apresentar nenhuma solução para eles, fui, pelo Santo Officio, acusado de veementemente suspeito de heresia, isto é, de haver sustentado e acreditado que o Sol está no centro do mundo e imóvel, e que a Terra não está no centro e se move, desejando eliminar do espírito de Vossas Eminências e de todos os cristãos fiéis essa veemente suspeita concebida mui justamente contra mim, com sinceridade e fé verdadeira abjuro, amaldiçoção e detesto os citados erros e heresias e em geral qualquer outro erro, heresia e seita contrários à Santa Igreja, e juro que no futuro nunca mais direi nem afirmarei, verbalmente nem por escrito, nada que proporcione motivo para semelhante suspeita a meu respeito; se souber de um herege ou suspeito de heresia, denunciá-lo-ei a este Santo Officio ou ao Inquisidor ou Ordinário do lugar em que me encontrar. Mais, juro e prometo cumprir e observar, na íntegra, todas as penas que foram, ou que serão, impostas a mim por este Santo Officio. E, no caso de faltar (não praza a Deus!) a qualquer dessas minhas promessas e juramentos, submeter-me-ei a todas as dores e penas impostas e promulgadas nos cânones sagrados e outras constituições, gerais e*

*particulares, contra tais delinquentes. Valha-me Deus e estes Seus Santos Evangelhos, que toco com as mãos.*

Apesar de sua promessa Galileu ainda publica, em 1638, mais um livro, dessa vez uma publicação clandestina que enviou para a Holanda, sendo essa sua principal obra científica e que forma a base da Mecânica Moderna: *Duas Novas Ciências*. Esse livro também já se encontra totalmente traduzido para o português (GALILEU, 1988b), do qual citamos abaixo alguns trechos. A primeira ciência que ele cria com este livro é a da resistência de materiais. Em particular Galileu mostra que enquanto o peso de um corpo cresce com o seu volume, ou seja, como  $L^3$ , a resistência à quebra ou ruptura cresce apenas com a área da seção reta da perna, corda ou coluna de suporte, isto é, como  $L^2$ . Aqui  $L$  representa uma dimensão ou comprimento típico do corpo. Entre outras conclusões desse fato, Galileu conclui que é impossível existir um grande gigante com as mesmas proporções de um homem, já que suas pernas não agüentariam seu peso. Para que ele pudesse suportar seu peso, o diâmetro de seus ossos e pernas teria de crescer mais do que sua altura, alterando portanto as proporções do corpo. Uma discussão muito interessante sobre as conseqüências físicas e biológicas dessa descoberta de Galileu encontra-se no artigo sobre a Física de Lillíput (MORRISON, 1996). A segunda ciência que Galileu cria com este livro é a dinâmica do movimento. Em particular mostra que todos os corpos caem com a mesma aceleração constante no vácuo, obtém como a velocidade e os espaços percorridos aumentam com o tempo na queda livre, mostra que a trajetória descrita por um projétil arremessado no campo gravitacional terrestre é uma parábola, descreve os principais resultados que obtivemos acima relacionados com o pêndulo simples etc. Galileu morre em 1642, mesmo ano do nascimento de Newton (1642-1727). Em 1642 Newton publica o livro *Princípios Matemáticos de Filosofia Natural*, cuja primeira parte já se encontra traduzida para o português (NEWTON, 1990). Esse livro contém boa parte da física de Galileu, e com isso a obra dele passa a ser incorporada em toda a mecânica clássica ensinada nos últimos 300 anos.

## **Galileu e o pêndulo**

Após termos obtido a lei do pêndulo simples experimentalmente e de termos discutido aspectos da vida de Galileu, volto ao pêndulo. Cito então trechos da última obra de Galileu onde descreve alguns dos principais resultados que obteve: *Duas Novas Ciências* (GALILEU, 1988b). Em geral os alunos demonstram um grande interesse em ouvir as palavras de Galileu. Galileu está tentando provar que todos os corpos caem com a mesma aceleração no vácuo. Como o movimento de queda livre vertical é muito rápido, ele passa a analisar a queda de corpos escorregando por planos inclinados com pouco atrito, onde a aceleração é bem menor que no caso da queda livre, se o plano for quase horizontal. Para eliminar até mesmo o inevitável atrito que sempre existe na

prática em qualquer plano inclinado real, Galileu pensa então em utilizar o movimento de um pêndulo. Aqui vão suas palavras (a medida linear de uma braça utilizada por Galileu é equivalente a 55 ou 65 centímetros, dependendo da região (nota 2 de L. MARICONDA e P. R. MARICONDA em GALILEU, 1988b, pág. 263):

*Finalmente, tomei duas bolas, uma de chumbo e outra de cortiça, sendo aquela cem vezes mais pesada que esta, suspendendo cada uma delas por dois finíssimos fios iguais de quatro ou cinco braças de comprimento. Afastando a seguir as duas bolas da posição perpendicular, soltei-as ao mesmo tempo, e elas, seguindo as circunferências dos círculos, que têm os fios iguais como raios, ultrapassaram a perpendicular, retornando depois pelo mesmo caminho; ao repetir por si mesmas mais de cem vezes essas idas e voltas, mostraram claramente que a bola mais pesada acompanha o período da mais leve, de tal forma que nem em cem vibrações, nem em mil, antecipa o tempo em um mínimo momento, mas que ambas mantêm o mesmo passo. Observa-se também a ação do meio, o qual, aportando algum obstáculo ao movimento, diminui muito mais as vibrações da cortiça que aquelas do chumbo, sem alterar contudo suas frequências; mesmo se os arcos descritos pela cortiça não tivessem mais do que cinco ou seis graus, e os arcos do chumbo cinquenta ou sessenta, eles seriam percorridos em tempos iguais" (GALILEU, 1988b, pág. 71).*

Galileu observa então o período de cem oscilações, em vez de trinta, como fizemos acima. E com uma única experiência ele conclui de uma vez que o período ou frequência de oscilação não depende do ângulo ( $5^\circ$  ou  $50^\circ$ ), nem do peso (um corpo 100 vezes mais pesado que o outro), nem de qual substância material é feito o pêndulo (chumbo ou cortiça). Embora o ideal fosse que alterasse um parâmetro de cada vez, para evitar, por exemplo, que a alteração em um parâmetro A fosse compensada pela alteração oposta em um parâmetro B, sua conclusão está correta. É claro que Galileu realizou diversas outras experiências sobre esse aspecto, mas no trecho mencionado descreve apenas uma delas.

Galileu também obteve a relação a que chegamos acima, relacionando o período com o comprimento:

*Quanto à proporção entre os tempos de oscilação de móveis suspensos por fios de diferente comprimento, esses tempos estão entre si na mesma proporção que as raízes quadradas dos comprimentos dos fios, o que quer dizer que os comprimentos estão entre si como os quadrados dos tempos, de modo tal que se queremos, por exemplo, que o tempo de oscilação de um pêndulo seja o dobro do tempo de oscilação de outro, é necessário que o comprimento do fio do primeiro seja o quádruplo do comprimento do fio do segundo. E assim, para que no tempo de uma oscilação de um pêndulo outro faça três, o fio do primeiro deve ser nove*

vezes mais comprido que o fio do segundo; do que se segue que os comprimentos dos fios estão entre si na proporção inversa dos quadrados dos números de oscilações realizadas no mesmo tempo (GALILEU, 1988b, pág. 79).

O que Galileu está expressando em palavras pode ser colocado algebricamente como

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}, \text{ ou } \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \frac{\ell_1}{\ell_2}$$

Isso significa que  $\ell/T^2$  é uma constante, como obtivemos experimentalmente acima.

Discuto então com os alunos o que eles tinham à sua disposição, o que Galileu não possuía para poder chegar no resultado experimental. Depois de algum tempo de reflexão e discussão eles chegam ao relógio de pulso. Todas as outras coisas não eram problemáticas para Galileu (medidas de ângulo, comprimento ou peso). Cito então um último trecho da mesma obra onde ele descreve a técnica utilizada para medir tempos de queda em planos inclinados. A mesma técnica utilizou para medir o tempo das 30 ou 100 oscilações do pêndulo para cada um de seus comprimentos diferentes. No parágrafo abaixo pode-se substituir o trecho "tempo em que a bola descia pela canaleta ou por suas partes" por "tempo em que o pêndulo de um certo comprimento realizava 100 oscilações", tendo-se assim o procedimento experimental de medida do tempo, no caso do pêndulo:

*No que diz respeito à medida do tempo, empregávamos um grande recipiente cheio de água, suspenso no alto, o qual através de um pequeno orifício feito no fundo, deixava cair um fino fio de água, que era recolhido num pequeno copo durante todo o tempo em que a bola descia pela canaleta ou por suas partes. As quantidades de água assim recolhidas eram a cada vez pesadas com uma balança muito precisa, sendo as diferenças e proporções entre os pesos correspondentes às diferenças e proporções entre os tempos; e isto com tal precisão que, como afirmei, estas operações, muitas vezes repetidas, nunca diferiam de maneira significativa (GALILEU, 1988b, pág. 141).*

ou seja, Galileu "pesava" o tempo. Escolhia um certo comprimento de pêndulo  $\ell_1$  (5 braças  $\approx$  3 m, por exemplo), soltava o pêndulo e no mesmo instante abria o orifício no fundo do recipiente cheio de água. Após 100 oscilações fechava o orifício e obtinha um certo peso de água no copo  $P_1$ . Em seguida esvaziava o copo, escolhia outro comprimento  $\ell_2$  (2 braças  $\approx$  1,2 m, por exemplo), soltava

o pêndulo e ao mesmo tempo abria o orifício no fundo. Depois de 100 oscilações obtinha um novo peso  $P_2$  de água no copo. E observava que

$$\frac{P_1}{P_2} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}, \text{ ou } \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 = \frac{\ell_1}{\ell_2}$$

Como a água cai no copo a uma taxa constante, a razão do peso da água é proporcional à razão dos tempos de oscilação. Isto é,  $P_1/P_2 = T_1/T_2$ . Com isso obteve então a relação entre período e comprimento expressa acima.

Mais tarde Galileu usa o fato de o período de oscilação de um pêndulo ser independente de sua amplitude ou ângulo de oscilação, no caso de pequenos ângulos, para propor o primeiro relógio de pêndulo da história. Huygens, mais tarde, desenvolverá vários aspectos relacionados com a lei do pêndulo e com a construção de relógios de pêndulo que foram iniciados por Galileu. Recomendo ainda aos alunos um vídeo didático sobre a história do pêndulo, que contém diversas informações importantes adicionais, sugerindo que o utilizem em sala de aula (SAVI E NEVES, 1997).

### Conclusão

Consideramos importante que no ensino médio sejam realizadas experiências em sala de aula, pois em geral o ensino nessa etapa restringe-se à lousa, com os alunos decorando fórmulas e aprendendo apenas a resolver exercícios teóricos. A experiência do pêndulo oferece uma ótima oportunidade para isso por diversos aspectos. Pode ser feita com material caseiro e na própria sala de aula, sem a necessidade da existência de laboratórios ou de equipamentos caros e sofisticados. Obtém-se uma lei quantitativa importante, que tem grande relevância na História da Ciência. E com ela pode-se obter, com grande precisão, o valor da aceleração da gravidade, uma das constantes mais importantes da Mecânica Clássica. Em geral os alunos apenas decoram que ela vale  $9,8 \text{ m/s}^2$  ou  $10 \text{ m/s}^2$  (dependendo do livro). Com o procedimento apresentado anteriormente podem-se obter valores análogos na prática, sendo que dificilmente os alunos esquecerão o processo de obtenção se tiverem participado ativamente do procedimento experimental. Uma sugestão para que essa experiência seja feita em sala de aula, muitas vezes com apenas uma aula de Física por semana, com duração de 50 minutos, é a seguinte: Na primeira aula fazem-se as experiências para verificar se há ou não dependência do período com o ângulo inicial e com a massa. Em uma segunda aula faz-se o mesmo em relação ao comprimento, com várias medidas. Em uma terceira aula colocam-se os dados em tabelas, como acima, até obter-se a lei do pêndulo simples.

É sempre importante também deixar os alunos folhearem, durante a aula, as várias obras de Galileu já traduzidas para o português (ver lista abaixo),

além de ler trechos selecionados. Com isso pode-se motivá-los a ler os clássicos e a não aprender apenas por livros didáticos, que sempre apresentam uma visão muito limitada da ciência, muitas vezes deturpada. Nos casos de Galileu e de Newton temos a felicidade de ter a maior parte de suas obras mais importantes já traduzidas para o português.

Pode-se discutir com os alunos diversos aspectos de História da Ciência e da liberdade de expressão. Pode-se fazer um trabalho interdisciplinar envolvendo os professores de História e de Artes (encenando-se o julgamento de Galileu) etc.

Além do fenômeno de oscilação de pêndulos, é importante discutir e trabalhar com os alunos a questão da liberdade acadêmica. O desenvolvimento da ciência teria sido muito atrasado caso Galileu não tivesse publicado seu último livro, *Duas Novas Ciências*. A inquisição tentou intimidá-lo e impedi-lo de desenvolver e de expor suas descobertas. Felizmente ele conseguiu superar tudo isso e deixou sua marca na História da Física. A vida de Galileu oferece uma ótima oportunidade para se discutir a liberdade acadêmica, tanto pela sua importância dentro da Física, como pelo julgamento e pelas represálias que sofreu. Como mostrou Koestler em seu livro, a reação contra as idéias de Galileu não foi exclusiva da Igreja, mas também do meio acadêmico da época (KOESTLER, 1989, págs. 298-9):

*Havia, porém, um poderoso corpo de homens cuja hostilidade a Galileu jamais arrefeceu: os aristotélicos das universidades. A inércia do espírito humano e a sua resistência à inovação ficam mais claramente demonstradas não, como se poderia esperar, pela massa ignorante – facilmente arrebatada quando lhe prendem a imaginação – mas por profissionais de interesse invertido na tradição e no monopólio do ensino. A inovação constitui dupla ameaça às mediocridades acadêmicas: põe-lhes em perigo a autoridade oracular, e desperta o medo mais profundo do colapso possível de todo o seu edifício intelectual laboriosamente construído. Os caipiras acadêmicos têm sido a maldição do gênio desde Aristarco até Darwin e Freud; estendem-se, como sólida e hostil falange de mediocridades pedantes, através dos séculos.*

É importante que os alunos fiquem cientes de que, embora a Inquisição formal tenha perdido força atualmente, ela sempre existiu e sempre existirá em todas as sociedades, tendo mais ou menos força dependendo da reação da comunidade envolvida. Como isso de certa forma é inevitável, os jovens precisam estar ao menos avisados sobre isso e, na medida do possível, preparados para sobreviver nesse meio e para lutar contra o arbítrio, contra a opressão e contra as injustiças (ASSIS, 2000).



## Bibliografia

- ASSIS, A.K.T. "Discriminação na ciência", em: *Discriminação*, editores: M. T. Viana e L. O. L. Renault (Editora LTR, São Paulo, 2000), págs. 285-297. Disponível também em: [http://www.ifi.unicamp.br/~assis/Discriminacao-p285-297\(2000\).pdf](http://www.ifi.unicamp.br/~assis/Discriminacao-p285-297(2000).pdf)
- GALILEI, G. *O Ensaaiador* (Coleção Os Pensadores, Volume de Bruno, Galileu e Campaniella; Abril Cultural, São Paulo, 1983), tradução de Helda Barraco.
- GALILEI, G. *La bilancetta – a pequena balança ou a balança hidrostática*, *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, Vol. 9, págs. 105-107 (1986), tradução de Pierre Lucie. Discussão deste artigo em P. Lucie, *Galileu e a tradição Arquimediana – La Bilancetta*, *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, Vol. 9, págs. 95-104 (1986).
- GALILEI, G. *A Mensagem das Estrelas* (Museu de Astronomia e Ciências Afins/Salamandra, Rio de Janeiro, 1987), tradução de Carlos Ziller Camenietzki.
- GALILEI, G. *Ciência e Fé – Cartas de Galileu sobre a Questão Religiosa* (Museu de Astronomia e Ciências Afins/Istituto Italiano di Cultura/Nova Stella, Rio de Janeiro, 1988), tradução de Carlos Arthur R. do Nascimento. Nas páginas 107-109 encontra-se a tradução para o português do Decreto de 1616 da Sagrada Congregação do Índice proibindo e condenando o livro *As Revoluções dos Orbes Celestes*, de Copérnico, que havia sido publicado em 1543.
- GALILEI, G. *Duas Novas Ciências* (Ched Editorial/Istituto Italiano di Cultura/Nova Stella, São Paulo, 2ª edição, 1988), tradução de Letizio Mariconda e Pablo Rubén Mariconda.
- GALILEI, G. *Diálogo sobre os Dois Máximos Sistemas do Mundo Ptolomaico e Copernicano* (Discurso Editorial/Fapesp, São Paulo, 2001), tradução de Pablo Rubén Mariconda.
- KOESTLER, A. *O Homem e o Universo* (Ibrasa, São Paulo, 1989, 2ª edição), tradução de Alberto Denis. Nas páginas 419 a 421 encontra-se a tradução para o português da sentença de 1633 do Santo Ofício condenando Galileu por heresia pelas idéias que defende no livro *Diálogo sobre os Dois Máximos Sistemas do Mundo Ptolomaico e Copernicano*, de 1632. Nas páginas 421 a 422 encontra-se a tradução para o português do documento que Galileu leu perante a inquisição renunciando formalmente a sua crença no sistema heliocêntrico de Copérnico e afirmando que nunca mais iria defender essas idéias.
- MORRISON, P. *Uma questão de escala – a física de Lilliput*, em: *Física 1 – Mecânica e Gravitação*, R. A. Serway (Livros Técnicos e Científicos Editora, São Paulo, 1996), terceira edição, págs. 15-18. Versão original em inglês disponível na homepage (acessada em novembro de 2004): [http://www.brookscole.com/physics\\_d/templates/student\\_resources/003026961\\_X\\_serway/optional/scaling.html](http://www.brookscole.com/physics_d/templates/student_resources/003026961_X_serway/optional/scaling.html)

- NEWTON, I. Principia – Princípios Matemáticos de Filosofia Natural, volume 1 (Nova Stella/Edusp, São Paulo, 1990). Tradução de T. Ricci, L. G. Brunet, S. T. Gehring e M. H. C. Célia.
- NEVES, M.C.D. e SAVI, A.A. (tutores), vídeo didático "O pêndulo e a sua história" (Laboratório de Criação Visual, Dept. de Física, Centro de Ciências Exatas, Univ. Estadual de Maringá, Maringá, 1997).