

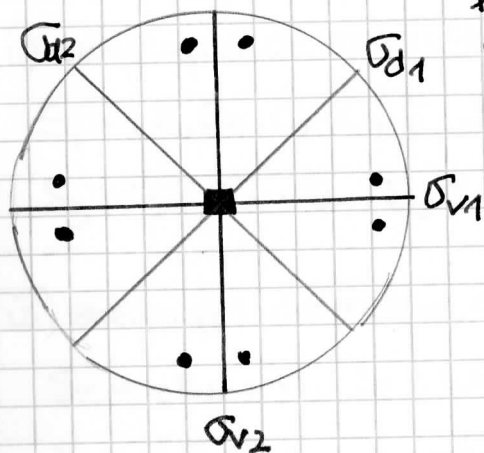
4. Grupo C_{4v}

(a) Os geradores do grupo são C_4 e σ_v . Chamaremos este último de σ_{v1} . Por potências de C_4 geramos $C_4^2 = C_2, C_4^3 = C_4^{-1}$

Com o produto $C_2\sigma_{v1}$ geramos outro plano de reflexão ortogonal: σ_{v2}

Com os produtos $C_4\sigma_{v1}, C_4^3\sigma_{v2}$ geramos planos 'diagonais' de reflexão, que chamaremos σ_{d1} e σ_{d2} . Eles são ortogonais e estão a 45°

de σ_{v1} e σ_{v2} . Reproduzimos os elementos de simetria e o diagrama estereográfico:



Podemos ver que o grupo fecha, com $h = 8$ elementos

$$C_{4v} = \{ E, C_4, C_2, C_4^3, \sigma_{v1}, \sigma_{v2}, \sigma_{d1}, \sigma_{d2} \}$$

Obtemos as classes conjugadas usando argumentos geométricos:

a) E e C_2 , são classes em si;

b) C_4 e $C_4^3 = C_4^{-1}$ são conjugadas pq o eixo de rotação é (bilateral). De fato, qq plano de reflexão inverte o sentido da rotação

c) $(\sigma_{v1}, \sigma_{v2})$, pq o plano σ_{v2} pode ser obtido de σ_{v1} por uma rotação C_4

d) mesma coisa para σ_{d1}, σ_{d2}

Classes conjugadas:

$\{E\}$, $\{C_2\}$, $\{C_4, C_4^3\}$, $\{\sigma_{v1}, \sigma_{v2}\}$, $\{\sigma_{d1}, \sigma_{d2}\}$

Subgrupos não triviais: são de ordem 4, 2

i) subgrupos de ordem 4:

$$S_1 = \{E, C_4, C_2, C_4^3\}, S_2 = \{E, C_2, \sigma_{v1}, \sigma_{v2}\},$$

$$S_3 = \{E, C_2, \sigma_{d1}, \sigma_{d2}\}$$

ii) subgrupos de ordem 2:

$$S_4 = \{E, C_2\}, S_5 = \{E, \sigma_{v1}\}, S_6 = \{E, \sigma_{v2}\}$$

$$S_7 = \{E, \sigma_{d1}\}, S_8 = \{E, \sigma_{d2}\}$$

Os subgrupos invariantes contêm classes completas de C_{4v} :

S_1, S_2, S_3, S_4 são invariantes.

(b) Usando o diagrama estereográfico anexo, obtemos a tabela:

	E	C_4	C_2	C_4^3	σ_{v1}	σ_{v2}	σ_{d1}	σ_{d2}
E	E	C_4	C_2	C_4^3	σ_{v1}	σ_{v2}	σ_{d1}	σ_{d2}
C_4	C_4	C_2	C_4^3	E	σ_{d1}	σ_{d2}	σ_{v2}	σ_{v1}
C_2	C_2	C_4^3	E	C_4	σ_{v2}	σ_{v1}	σ_{d2}	σ_{d1}
C_4^3	C_4^3	E	C_4	C_2	σ_{d2}	σ_{d1}	σ_{v1}	σ_{v2}
σ_{v1}	σ_{v1}	σ_{d2}	σ_{v2}	σ_{d1}	E	C_2	C_4^3	C_4
σ_{v2}	σ_{v2}	σ_{d1}	σ_{v1}	σ_{d2}	C_2	E	C_4	C_4^3
σ_{d1}	σ_{d1}	σ_{v1}	σ_{d2}	σ_{v2}	C_4	C_4^3	E	C_2
σ_{d2}	σ_{d2}	σ_{v2}	σ_{d1}	σ_{v1}	C_4^3	C_4	C_2	E

Um elemento do grupo só pode aparecer uma vez em cada linha e em cada coluna.
 Convenção: em RS \rightarrow 1º S e depois R.

(c) Caracteres de Dirac

Obtemos os caracteres de imediato, uma vez conhecidas as classes conjugadas

$$\Omega_1 = E, \quad \Omega_2 = C_4 + C_4^3, \quad \Omega_3 = C_2$$

$$\Omega_4 = \sigma_{v1} + \sigma_{v2}, \quad \Omega_5 = \sigma_{d1} + \sigma_{d2}$$