A ESTRUTURA HIPERFINA

A ESTRUTURA HIPERFINA VEM DA INTERAÇÃO ENTRE O MOMENTO MAGNÉTICO DO ELÉTRON COM O MOMENTO MAGNÉTICO DO PRÓTON. VAMOS ANALISAR O ESTADO 1S. OS OUTROS ESTADOS SÃO SEMELHANTES.

LEVANDO EM CONTA O SPIN DO PRÓTON, OS ESTADOS NO SUB-ESPAÇO 1S SÃO DA FORMA:

$$|n=1, \ell=0, s=1/2, I=1/2, m_\ell=0, m_s=\pm 1/2, m_I=\pm 1/2\rangle$$

A DEGENERESCÊNCIA É 4. VAMOS SIMPLIFICAR A NOTAÇÃO PARA:

$$\longrightarrow |m_s=\pm 1/2, m_I=\pm 1/2\rangle = |m_s, m_I\rangle$$

<u>ESTRUTURA FINA</u>: O HAMILTONIANO DE ESTRUTURA FINA, $W_{mv}+W_{SO}+W_D$, É TAL QUE:

- W_{mv} E W_D NÃO ATUAM NOS SPINS DO ELÉTRON E DO PRÓTON. SÃO PROPORCIONAIS À IDENTIDADE NO SUB-ESPAÇO 1S.

SEU CÁLCULO É SEMELHANTE AO FEITO PARA O SUB-ESPAÇO 2p (COMPLEMENTO B_{XII}):

$$\langle W_{mv} \rangle_{1s} = -\frac{5}{8} mc^2 \alpha^4$$

$$\langle W_D \rangle_{1s} = \frac{1}{2} mc^2 \alpha^4$$

- W_{SO} É NULO NO SUB-ESPAÇO 1s, POIS $\propto \vec{S} \cdot \vec{L}$ E L_+, L_-, L_z SÃO NULOS EM $|l=0, m_l=0\rangle$ (ASSIM COMO L_x, L_y).

PORTANTO:

$$\langle W_f \rangle_{1s} = \left(-\frac{5}{8} + \frac{1}{2}\right) mc^2 \alpha^4 = -\frac{mc^2\alpha^4}{8}$$

ESTRUTURA HIPERFINA

RECORDAMOS W_{hf}:

$$W_{hf} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ -\frac{q}{mR^3} \vec{L} \cdot \vec{M}_I + \frac{1}{R^3} \left[3(\vec{M} \cdot \hat{n})(\vec{M}_I \cdot \hat{n}) - \vec{M} \cdot \vec{M}_I \right] + \frac{8\pi}{3} \vec{M} \cdot \vec{M}_I \, \delta^{(3)}(\vec{R}) \right\}$$

NO SUB-ESPAÇO $1s$, $|m_S, m_I\rangle$, O PRIMEIRO TERMO É NULO PORQUE L_x, L_y, L_z SÃO NULOS NESSE SUB-ESPAÇO, COMO VIMOS. O SEGUNDO TERMO REQUER UMA ANÁLISE MAIS LONGA, MAS ELE TAMBÉM SE ANULA.

RESTA O ÚLTIMO TERMO:

$$W_{hf}^{(3)} = \left(-\frac{2\mu_0}{3}\right)\left(-\frac{q}{m}\right)\left(\frac{g_p q}{2M_p}\right) \vec{S}\cdot\vec{I}\,\delta^{(3)}(\vec{R})$$

$$= \frac{\mu_0 q^2}{3mM_p} g_p \vec{S}\cdot\vec{I}\,\delta^{(3)}(\vec{R})$$

A PARTE ORBITAL É SIMPLESMENTE:

$$\langle n=1, l=0, m=0 |\, \delta^{(3)}(\vec{R})\, | n=1, l=0, m=0\rangle$$

$$= \int d^3r\, \delta^{(3)}(\vec{r})\, |R_{10}(r)|^2\, |Y_{0,0}(\theta,\phi)|^2 = \frac{|R_{10}(0)|^2}{4\pi}$$

$$= \frac{1}{4\pi}\,\frac{4}{a_0^3} = \frac{1}{\pi}\,\frac{\mu^3 e^6}{\hbar^6} \qquad \left(\mu = \frac{m}{1+m/M_p}\right)$$

JUNTANDO TUDO, O PRÉ-FATOR DE $\vec{S}\cdot\vec{I}$ É:

$$A = \frac{\mu_0 q^2}{3mM_p} g_p \frac{1}{\pi}\frac{\mu^3 e^6}{\hbar^6} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{4 g_p}{3mM_p c^2}\,\mu^3 \frac{e^6}{\hbar^6} =$$

$$= \frac{4}{3} g_p \frac{m}{M_p} \frac{e^2}{\cancel{m^2} c^2} m^{\cancel{3}} \left(\frac{1}{1+m/M_p} \right)^3 \frac{e^6}{\hbar^6}$$

$$= \frac{4}{3} g_p \left(\frac{m}{M_p} \right) m c^2 \underbrace{\left(\frac{e^8}{\hbar^4 c^4} \right)}_{\alpha^4} \left(\frac{1}{1+m/M_p} \right)^3 \frac{1}{\hbar^2}$$

$$A = \frac{4}{3} g_p \left(\frac{m}{M_p} \right) m c^2 \alpha^4 \left(\frac{1}{1+m/M_p} \right)^3 \frac{1}{\hbar^2}$$

PORTANTO, O TERMO $W_{hf}^{(3)}$ É DA FORMA

$$A \, \vec{I} \cdot \vec{S}$$

NO SUB-ESPAÇO $|m_S, m_I\rangle$ DO NÍVEL 1S.
PARA OBTERMOS OS AUTO-VALORES, É MELHOR USAR BASE DA SOMA DE $\vec{S}$ E $\vec{I}$:

$$\vec{F} = \vec{S} + \vec{I}$$

$$|S=1/2, I=1/2; m_S, m_I\rangle \rightarrow |S=1/2, I=1/2, F, m_F\rangle$$

COMO $S=1/2$ E $I=1/2$:

$$F = 0 \qquad m_F = 0$$

OU

$$F = 1, \qquad m_F = -1, 0, 1$$

ALÉM DISSO,

$$\vec{I}\cdot\vec{S} = \frac{1}{2}\left(\vec{F}^2 - \vec{I}^2 - \vec{S}^2\right) =$$

NA BASE "SOMADA" $|F, M_F\rangle$:

$$\vec{I}\cdot\vec{S}\,|F, M_F\rangle = \frac{\hbar^2}{2}\left[F(F+1) - I(I+1) - S(S+1)\right]|F, M_F\rangle$$

$$= \frac{\hbar^2}{2}\left[F(F+1) - \frac{3}{4} - \frac{3}{4}\right]|F, M_F\rangle$$

$$= \frac{\hbar^2}{2}\left[F(F+1) - \frac{3}{2}\right]|F, M_F\rangle$$

INDEPENDENTE DO VALOR DE M_F. ASSIM:

NO SUB-ESPAÇO DE DIMENSÃO 1 $F=0$:

$$\langle W_{hf}\rangle_{1s}(F=0) = -\frac{3}{4}A\hbar^2$$

NO SUB-ESPAÇO DE DIMENSÃO 3 $F=1$:

$$\langle W_{hf}\rangle_{1s}(F=1) = \frac{1}{4}A\hbar^2$$

ASSIM, A DEGENERESCÊNCIA 4 DO NÍVEL 1S É PARCIALMENTE LEVANTADA.

SE ANALISARMOS O EFEITO DA ESTRUTURA FINA NO NÍVEL 1S, VEMOS QUE A ENERGIA NÃO RELATIVÍSTICA:

$$E^{0}_{1s} = -13{,}6\ eV = -\frac{\mu e^4}{2\hbar^2} = -\frac{\mu c^2}{2}\alpha^2$$

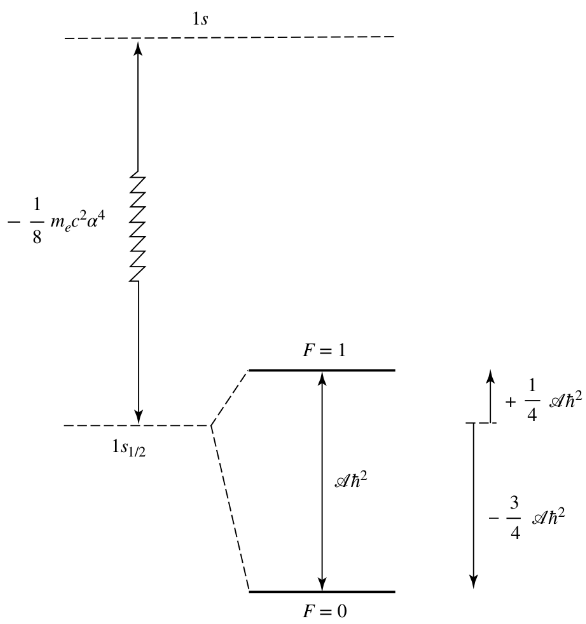
É DIMINUÍDA POR:

$$\langle W_f \rangle_{1s} = -\frac{1}{8} mc^2\alpha^4$$

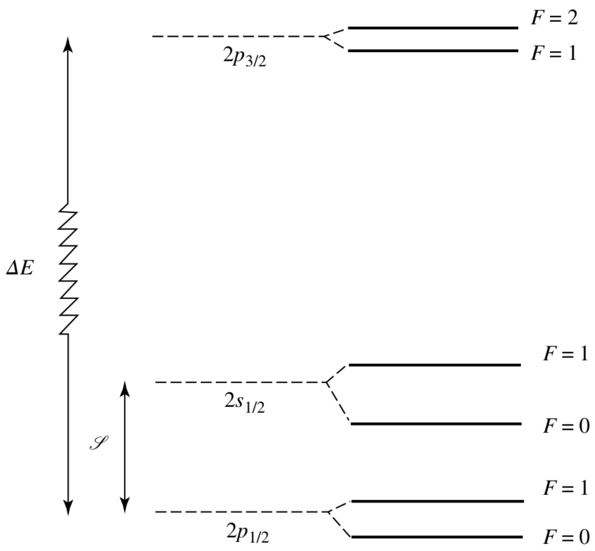
W_{hf} ENTÃO SEPARA-O EM DOIS SUB-NÍVEIS COM:

$$\langle W_{hf} \rangle_{1s} (F=0) = -\frac{3}{4} A\hbar^2$$

$$\langle W_{hf} \rangle_{1s} (F=1) = \frac{1}{4} A\hbar^2$$



A ESTRUTURA HIPERFINA DO NÍVEL $n=2$ TAMBÉM PODE SER CALCULADA COM OS MESMOS PROCEDIMENTOS:



NESSE CASO: $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I} = \vec{L} + \vec{S} + \vec{I}$

ASSIM, SE $J = 1/2$, $F = 0$ OU 1

SE $J = 3/2$, $F = 1$ OU 2

A ESTRUTURA HIPERFINA DO NÍVEL 1S CORRESPONDE A UMA FREQUÊNCIA QUE É A QUANTIDADE FÍSICA CONHECIDA COM O MAIOR NÚMERO DE ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS:

$$\frac{\mathcal{A}\hbar}{2\pi} = 1\,420\,405\,751{,}767 \pm 0{,}001 \text{ Hz}$$

O COMPRIMENTO DE ONDA CORRESPONDENTE É DE

$$\lambda_{1s} = 21 \text{ cm}$$

ESSA CHAMADA "LINHA DE 21cm" DO HIDROGÊNIO É MUITO USADA PARA DETECÇÃO DE HIDROGÊNIO INTERESTELAR, NA REGIÃO DE RADIOFREQUÊNCIA. ISSO PORQUE, DIFERENTEMENTE DE EMISSÕES NA FAIXA DO VISÍVEL, FORTEMENTE ABSORVIDAS POR POEIRA CÓSMICA, ESSA RADIOFREQUÊNCIA É APENAS FRACAMENTE ABSORVIDA.

ESSA TRANSIÇÃO $F=1 \to F=0$ É PROIBIDA POR REGRAS DE SELEÇÃO (ESTUDAREMOS ISSO MAIS ADIANTE) E A MEIA-VIDA DO ESTADO EXCITADO $F=1$ É $\sim 10^7$ ANOS. NA TERRA, ELA PODE SER OBSERVADA NO MASER DE HIDROGÊNIO.

A LINHA DE 21 cm ESTÁ INCLUÍDA NA PLACA DAS NAVES PIONEER, COMO TENTATIVA DE COMUNICAÇÃO COM CIVILIZAÇÕES EXTRA-TERRESTRES