

Problemas sugeridos do Cap. 7

1. Encontre as energias dos estados s ($l = 0$) do potencial central (“poço esférico infinito”)

$$V(r) = \begin{cases} 0, & r < a, \\ \infty, & r > a. \end{cases}$$

2. Para o estado $|n = 2, l = 1, m\rangle$ do átomo de hidrogênio, calcule o valor médio $\langle r \rangle_{2,1,m}$ e o valor mais provável de r .

3. Considere a seguinte função de onda inicial já normalizada de um átomo de hidrogênio

$$\psi(\mathbf{r}, 0) = \frac{1}{\sqrt{11}} \left[\sqrt{3}\varphi_{2,0,0}(\mathbf{r}) - \varphi_{2,1,0}(\mathbf{r}) + \sqrt{5}\varphi_{2,1,1}(\mathbf{r}) + \sqrt{2}\varphi_{3,1,1}(\mathbf{r}) \right].$$

(a) Encontre $\psi(\mathbf{r}, t)$, para $t > 0$.

(b) Se a energia do átomo é medida no instante t , quais valores podem ser obtidos e com que probabilidade?

(c) O mesmo que o item (b) para medidas em L^2 e L_z .

4. Considere um átomo de hidrogênio preparado no seguinte estado

$$\psi(\mathbf{r}, 0) = -A(x + iy)e^{-r/2a_0},$$

onde A é uma constante real e a_0 é o raio de Bohr.

(a) Esse estado é auto-estado de L^2 e L_z ? Se sim, escreva $\psi(\mathbf{r}, 0)$ em termos das auto-funções apropriadas da forma $R_{n,l}(r)Y_{l,m}(\theta, \phi)$.

(b) Encontre o valor de A que normaliza o estado.

5. Problema 1, itens (a) e (b), do capítulo 7 do livro do Cohen-Tannoudji.

6. Considere os estados s ($l = 0$) do potencial central (“esfera mole”) ($V_0 > 0$)

$$V(r) = \begin{cases} -V_0, & r < a, \\ 0, & r > a. \end{cases}$$

(a) Para $-V_0 < E < 0$, resolva a equação radial nas duas regiões, $r < a$ e $r > a$, impondo as condições sobre o comportamento da função radial nos limites $r \rightarrow 0$ e $r \rightarrow \infty$.

(b) Relacione as soluções do item (a), impondo as condições satisfeitas pela função radial na fronteira $r = a$ (*Dica: lembre-se do que é feito no caso de problemas unidimensionais*). Encontre assim a equação transcendental cuja solução nos dá os auto-valores de energia do problema. Não tente resolver a equação.

(c) Guiando-se pela solução gráfica da equação transcendental do item (b) e/ou por considerações analíticas, encontre o valor mínimo de V_0 tal que haja pelo menos um estado ligado no problema. Note que o valor limite de V_0 procurado corresponde ao caso em que a energia do estado ligado passa pelo valor $E = 0$.

(d) Usando o resultado do item (c), estime o valor de V_0 para o dêuteron, um estado ligado entre um próton e um nêutron. Use $m_p c^2 \approx m_n c^2 \approx 940$ MeV e $a \approx 2$ fm, ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$). Note que a aproximação não-relativística subjacente ao uso da Equação de Schrödinger é apenas ok. Pode ser útil usar $\hbar c \approx 200$ MeV fm.