

# FI 008 – Eletrodinâmica I

1º Semestre de 2021

16/03/2020

Aula 1

# Informações gerais

Site da disciplina:

<https://sites.ifi.unicamp.br/emiranda/fi008-eletrodinamica-i-1o-sem-de-2021/>

Google classroom:

<https://classroom.google.com/u/1/c/MjYzMTE2ODg3MjM1>

# Livros

Livro adotado: *Classical Electrodynamics*, J. D. Jackson, 3a. edição, Wiley, New York, 1999.

Fontes adicionais:

*Modern Electrodynamics*, Andrew Zangwill, Cambridge University Press, 2012.

*Teoria do Campo*, L. Landau e E. Lifshitz, Mir, Moscou, 1980.

*Classical electromagnetic radiation*, Mark. A. Heald e Jerry. B. Marion, 3a. edição, Saunders College Publishing, 1995.

*Classical Electricity and Magnetism*, Wolfgang K. H. Panofsky e Melba Phillips, 2a. edição, Addison-Wesley, 1969.

*Introduction to Electrodynamics*, David J. Griffiths, 3a. edição, Prentice Hall, 1999.

*Fundamentos da Teoria Eletromagnética*, J. R. Reitz, F. J. Milford e R. W. Christy, 3a. edição, Editora Campus, 1982.

*The Feynman Lectures on Physics – vol. II*, R. P. Feynman, R. B. Leighton e M. Sands, Addison-Wesley, 1964.

# Ementa

**Ementa:** Os capítulos indicados são do Jackson.

- Revisão de eletrostática e magnetostática.
- Equações de Maxwell. Leis de conservação e simetrias (Cap. 6).
- Ondas eletromagnéticas planas e propagação de ondas (Cap. 7).
- Guias de ondas e cavidades ressonantes (Cap. 8).
- Radiação de sistemas simples. Radiação de dipolo elétrico, dipolo magnético, quadrupolo elétrico (Cap. 9).
- Teoria da relatividade restrita. Transformações de Lorentz. Covariância da eletrodinâmica. Transformações de campos eletromagnéticos (Cap. 11).
- Dinâmica de partículas relativísticas. Lagrangiana e Hamiltoniana para uma partícula carregada relativística em um campo eletromagnético. Lagrangiana para o campo eletromagnético (Cap. 12).
- Radiação de cargas em movimento. Potenciais de Liénard-Wiechert (Cap. 14).

# Avaliação

- Duas provas, cada uma com 2 problemas e 2 horas para ser resolvida (P1, P2). A média da P1 e da P2 será 50% da nota final (NF).
  - P1 – 27/04 (Revisão, Caps. 6 e 7).
  - P2 – 24/06 (Caps. 9, 11 e 12).
- Um problema escolhido aleatoriamente de cada lista (L1, L2, ..., L9). A nota média das listas será 50% da NF.
- Conceitos: A ( $NF > 8.5$ ), B ( $6.5 < NF < 8.5$ ), C ( $5 < NF < 6.5$ ), D ( $NF < 5$ )

CAM SCANNER

# Estrutura de aulas

## Estrutura de aulas (FI-008; 1o. sem. de 2021)

---

Revisão (5 aulas) (Notas de aula [\(parte 1\)](#) e [\(parte 2\)](#))

16/03 – Revisão: Equações de Maxwell, força de Lorentz e sistemas de unidades. Densidades de carga e corrente elétricas. Eletrostática. Teorema de Stokes. Potencial elétrico. Equações de Poisson e Laplace. Solução geral da Eq. de Poisson.

18/03 – Revisão: Solução geral da Eq. de Poisson. Função delta de Dirac: propriedades. Método da função de Green. Revisão de funções de Green em uma dimensão (início).

23/03 – Revisão: Revisão de funções de Green em uma dimensão (fim). Problemas de valor de contorno: teoremas de unicidade, condições de contorno de Dirichlet, Neumann e mistas, funções de Green para problemas de valor de contorno. Energia eletrostática. Capacitância.

25/03 – (L1). Revisão: Expansão multipolar: polinômios de Legendre, harmônicos esféricos, momentos de multipolo elétrico. Energia de uma distribuição de cargas num campo elétrico externo. Magnetostática: solução geral, transformação de calibre.

30/03 – Revisão: Magnetostática: Elementos de corrente, forças magnéticas sobre correntes, expansão multipolar, energia de e torque sobre um dipolo magnético num campo magnético externo. Lei de indução de Faraday, lei do fluxo e lei de Lenz. Energia magnética. Indutância.

# Estrutura de aulas

Cap. 6 (4 aulas) (Notas de aula)

06/04 – (video da aula) Equações de Maxwell: conservação da carga elétrica, potenciais vetor e escalar, transformações de calibre, calibres de Lorenz e de Coulomb, equação de onda não homogênea e sua solução geral (início).

08/04 – (video da aula) (L2) Equações de Maxwell: equação de onda não homogênea e sua solução geral (fim). Solução geral da eletrodinâmica. Interpretação física das funções de Green retardada e avançada. Leis de conservação de energia (teorema de Poynting) e de momento linear, vetor de Poynting, densidade de energia e de momento linear dos campos, tensor de tensões de Maxwell.

13/04 – (video da aula) Propriedades de transformação das quantidades eletromagnéticas sob rotações, inversão espacial e reversão temporal.

15/04 – (video da aula) Monopolos magnéticos: equações de Maxwell na presença de monopolos magnéticos, dualidade elétrica/magnética, não observabilidade da carga magnética quando todas as partículas têm a mesma razão de carga elétrica e magnética, dinâmica quântica de uma partícula carregada eletricamente na presença de um monopolo magnético, cordas de Dirac, condição de quantização de Dirac.

# Revisão

EQS. DE MAXWELL: SISTEMAS DE UNIDADES  
DOIS IMPORTANTES: SI, GAUSSIANO

SI:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$c = 299\,792\,458 \frac{m}{s}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 10^{-7} (299\,792\,458)^2 \frac{F}{m}$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \frac{H}{m}$$

GAUSSIANO:

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} = (299\,792\,458)^2 \frac{m^2}{c^2}$$
$$\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} = c^2$$



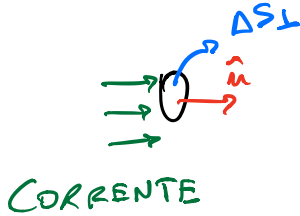
# FONTES DOS CAMPOS: $\rho$ E $\vec{J}$

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V}$$

$$\Rightarrow [\rho] = \frac{Q}{L^3}$$

DENSIDADE VOLUMÉTRICA  
DE CARGA

$\vec{J}$ :



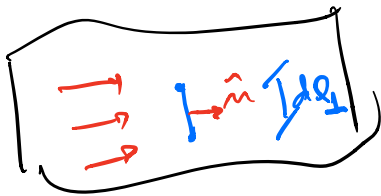
$$\vec{J} = \left[ \lim_{\Delta S_{\perp} \rightarrow 0} \frac{I(\Delta S_{\perp})}{\Delta S_{\perp}} \right] \hat{n}$$

DENS. VOLUM.  
DE CORRENTE

$$[\vec{J}] = \frac{[I]}{L^2} = \frac{Q}{TL^2}$$

$\vec{K}$

$K$ : DENS. SUPERFICIAL DE CORRENTE



$$\vec{K} = \left[ \lim_{\Delta l_{\perp} \rightarrow 0} \frac{I(\Delta l_{\perp})}{\Delta l_{\perp}} \right] \hat{n}$$

$$[\vec{K}] = \frac{Q}{LT}$$

COMO OS CAMPOS  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  ATUAM NAS CARGAS:

FORÇA DE LORENTZ.

$$\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{F} = q \left( \vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right) \text{ (GAUSSIANA)}$$

# ELETROSTÁTICA:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla \times \vec{E} = 0 \end{array} \right.$$

$$\vec{E} = -\nabla \Phi$$

$\Phi$ : POTENCIAL ELÉTRICO

CAMPOS:  $\vec{E}(x, y, z, t) \equiv \vec{E}(\vec{x}, t)$

$$\vec{B}(x, y, z, t) \equiv \vec{B}(\vec{x}, t)$$

$$\vec{x} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$$

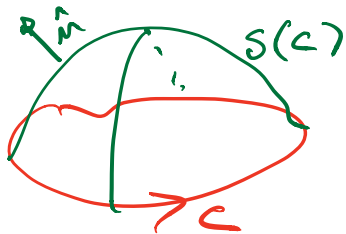
$$\rho(x, y, z, t) \equiv \rho(\vec{x}, t)$$

$$\vec{j}(x, y, z, t) \equiv \vec{j}(\vec{x}, t)$$

QUE  $\vec{E} = -\nabla \Phi \Rightarrow \nabla \times \vec{E} = 0$  JA' QUE  $\nabla \times (\nabla \Phi) = 0$

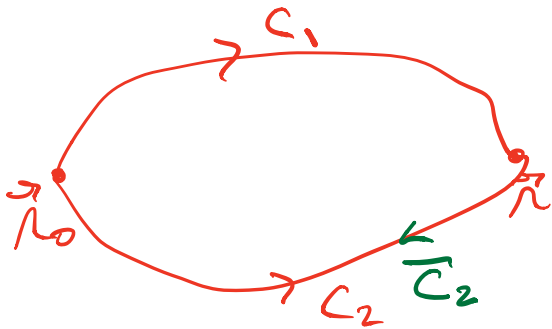
E A VOLTA?  $\nabla \times \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{E} = -\nabla \Phi$

## TEOREMA DE STOKES:



$$\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{r} = \int_{S(C)} (\nabla \times \vec{A}) \cdot \hat{n} ds$$

STOKES:  $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{S(C)} (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \hat{n} \, dS = 0$



$$I_1 = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$I_2 = \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$I_1 - I_2 = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} - \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{\overline{C_2}} \vec{F} \cdot d\vec{r} =$$

$$\int_{C_1 \cup \overline{C_2}} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

(Note:  $\overline{C_2}$  is indicated by a green bracket and arrow pointing in the opposite direction of  $C_2$ .)

$$= \int_{C_1 \cup \overline{C_2}} \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0 \Rightarrow \boxed{I_1 = I_2}$$

$$\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

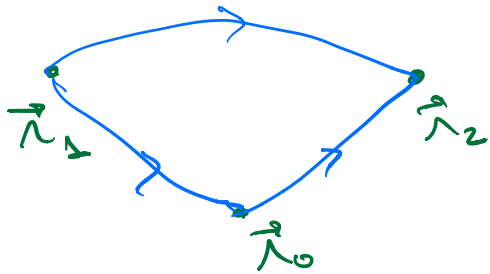
$C_1 \cup \overline{C_2}$  = CURVA  
FECHADA

$\vec{F} \cdot d\vec{r}$  INDEPENDENTE DO  
CAMINHO

$$\Rightarrow \Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_0) = - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}_1} \vec{E} \cdot d\vec{x}$$

$$\Phi(\vec{r}_2, \vec{r}_0) - \Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_0) = - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}_2} \vec{E} \cdot d\vec{x} + \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}_1} \vec{E} \cdot d\vec{x}$$

$$= - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}_2} \vec{E} \cdot d\vec{x} - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_0} \vec{E} \cdot d\vec{x} = - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \cdot d\vec{x}$$



$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= \Phi(\vec{r}_2, \vec{r}_0) - \Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_0) \\ &= - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \cdot d\vec{x} \end{aligned}$$

DIFERENÇAS DE POTENCIAL NÃO  
DEPENDEM DO PONTO DE REF.  $\vec{r}_0$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{r}_2 = \vec{r} + d\vec{r} \\ \vec{r}_1 = \vec{r} \end{array} \right\} \Delta\Phi(\vec{r}_2, \vec{r}_1) = \Phi(\vec{r}_2, \vec{r}_0) - \Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_0) \\ = \Phi(\vec{r} + d\vec{r}, \vec{r}_0) - \Phi(\vec{r}, \vec{r}_0)$$

SÉRIE DE TAYLOR:

$$\Phi(\vec{r} + d\vec{r}, \vec{r}_0) - \Phi(\vec{r}, \vec{r}_0) = \left[ \vec{\nabla} \Phi \right]_{\vec{r}} \cdot d\vec{r} \\ = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_{\vec{r}} \cdot dx + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \Big|_{\vec{r}} \cdot dy + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{\vec{r}} \cdot dz$$

$$\Delta\Phi = - \int_{\vec{r}}^{\vec{r} + d\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \Phi) \cdot d\vec{r} = - \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \quad \forall d\vec{r}$$

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \Phi) = - \vec{E}(\vec{r})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{E} = \vec{\nabla} \Phi$$

LEVANDO  $\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi$  NA LEI DE GAUSS:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow -\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla}\Phi) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \equiv \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \text{LAPLACIANO}$$

$$\Rightarrow \boxed{\nabla^2 \Phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}} \quad \text{EQUAÇÃO DE POISSON}$$

SOLUÇÃO GERAL DA EQUAÇÃO DE POISSON:

DADO  $\rho(\vec{r})$  EM TODO O ESPAÇO:

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{TODO O ESPAÇO}} \frac{\rho(\vec{r}') d^3x'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$d^3x$ : ELEMENTO DE VOLUME