FI 008 – Eletrodinâmica I

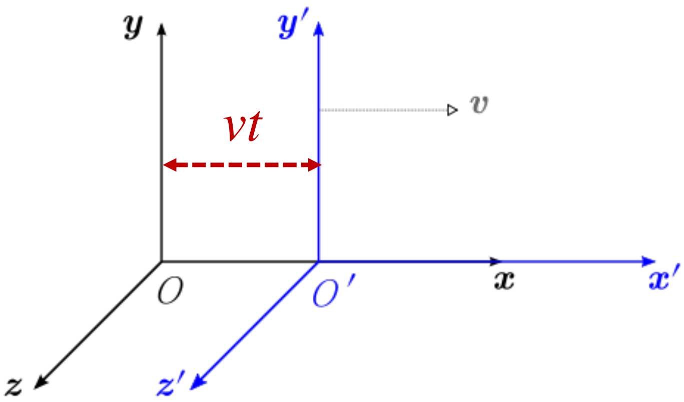
1º Semestre de 2021
20/05/2021
Aula 18

Relatividade restrita

Aula passada

Princípio da relatividade de Galileu: As equações da física (da mecânica, no contexto de Galileu) têm a mesma forma em todos os referenciais inerciais (covariância das equações).

Transformações de Galileu:



$$\boxed{\begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}}$$

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = -\boldsymbol{\nabla}_i \sum_{j=1, j\neq i}^{N} V_{ij}\left(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|\right) \;\; (i = 1, 2, \ldots, N)$$

Equações covariantes: não mudam a forma.

Aula passada

Equação de onda:

Em K':

$$\left(\sum_i \frac{\partial^2}{\partial x_i'^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t'^2}\right)\psi = 0$$

Em K:

$$\left[\sum_i \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\nabla\right)^2\right]\psi = 0$$

Sob transformações de Galileu, a equação de onda e outras do eletromagnetismo não são covariantes.
Isso seria natural se a onda eletromagnética se propagasse em um meio ("éter"), que, no entanto, nunca foi detectado.

Aula passada

Einstein (1905): postulados da relatividade restrita.

1. As equações da física (mecânicas e eletromagnetícas) têm a mesma forma em todos os referenciais inerciais (princípio de relatividade de Einstein).
2. A velocidade da luz no vácuo é a mesma em todos os referenciais inerciais.

2'. (alternativa) Em cada referencial inercial, existe uma velocidade limite para objetos físicos.

Aula passada

Tranformações de Lorentz:

$$\boxed{\begin{aligned} t' &= \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) \\ x' &= \gamma\left(x - vt\right) \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}}$$

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{v}{c} \in (-1, 1) \\ \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \in [1, +\infty) \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\begin{pmatrix} x^{0\prime} \\ x^{1\prime} \\ x^{2\prime} \\ x^{3\prime} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}}$$

Aula passada

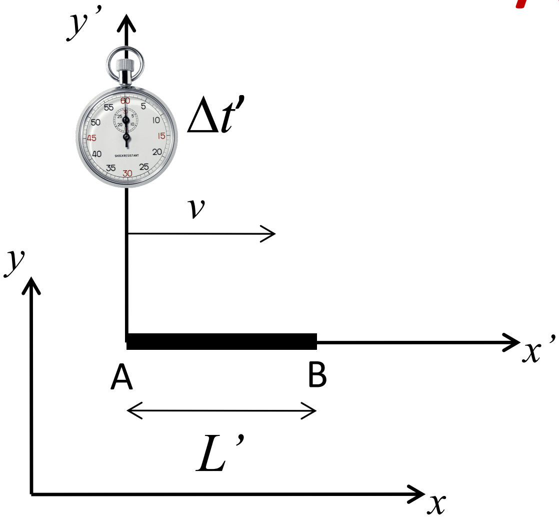
Tranformações de Lorentz inversa:

$$\boxed{\begin{aligned} t &= \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right) \\ x &= \gamma\left(x' + vt'\right) \\ y &= y' \\ z &= z' \end{aligned}}$$

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{v}{c} \in (-1, 1) \\ \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \in [1, +\infty) \end{aligned}$$

$$\boxed{\begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta & 0 & 0 \\ \gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^{0\prime} \\ x^{1\prime} \\ x^{2\prime} \\ x^{3\prime} \end{pmatrix}}$$

Aula passada



$$L = \frac{L'}{\gamma}$$ Contração de Lorentz

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$ Dilatação temporal

Relatividade da simultaneidade: dois eventos simultâneos em K não serão simultâneos em K' se não ocorrerem no mesmo ponto no espaço ($\Delta x' \neq 0$).

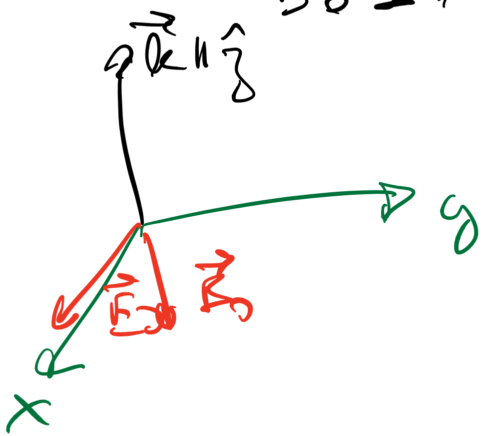
$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{x} - \omega t)}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{x} - \omega t)}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0 \Longrightarrow \vec{k}\cdot\vec{E}_0 = 0$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 \Longrightarrow \vec{k}\cdot\vec{B}_0 = 0$$

$$\left.\begin{array}{l}\vec{E}_0 \perp \vec{k} \\ \vec{B}_0 \perp \vec{k}\end{array}\right\} \Longrightarrow \vec{E}_0, \vec{B}_0 \in xy$$



$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{k}\times\vec{E} = \omega\vec{B}$$

$$\Longrightarrow \vec{B} \perp \vec{E}$$