

FI 008 – Eletrodinâmica I

1º Semestre de 2021

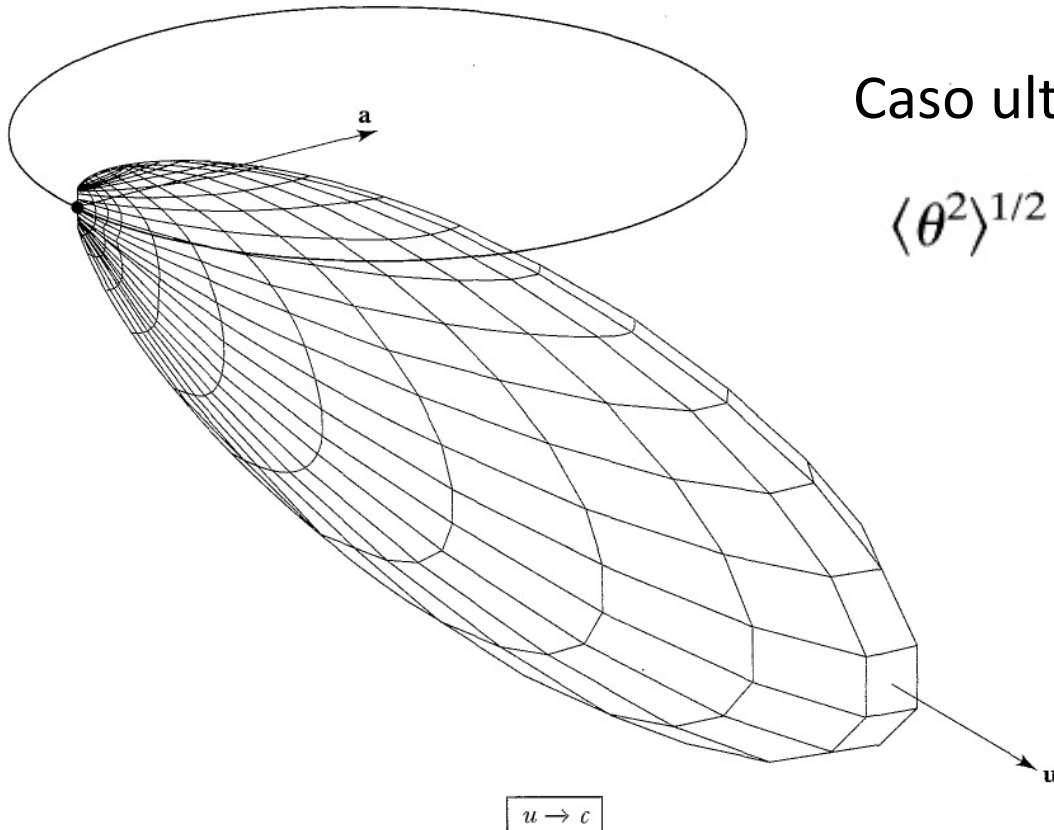
06/07/2021

Aula 28

Radiação síncrotron

Aula passada

Velocidade e aceleração perpendiculares



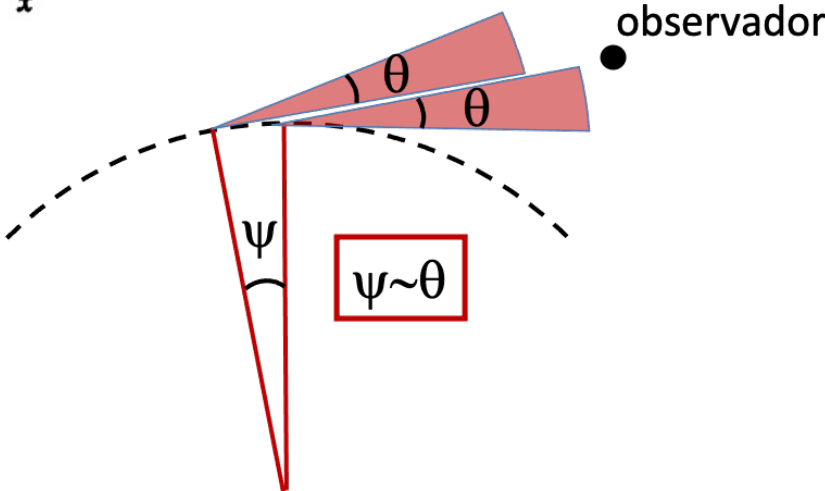
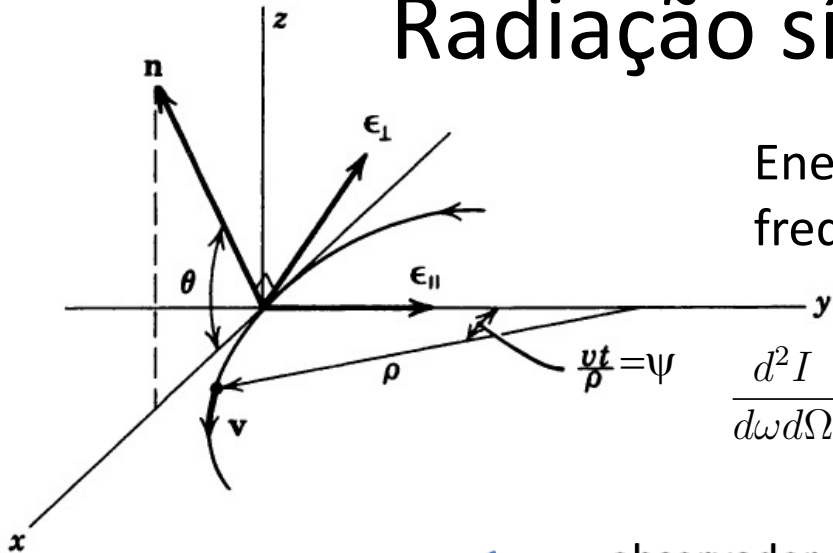
Caso ultra-relativístico:

$$\langle \theta^2 \rangle^{1/2} = \frac{1}{\gamma} = \frac{mc^2}{E}$$

Radiação síncrotron

Energia irradiada por unidade de frequência por ângulo sólido:

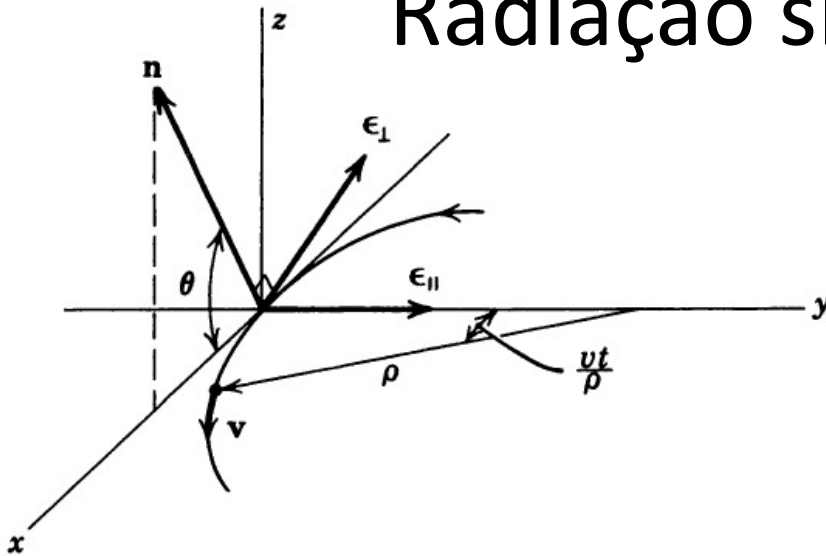
$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \omega^2}{4\pi^2 c} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\mathbf{n}} \times (\hat{\mathbf{n}} \times \boldsymbol{\beta}) e^{i\omega[t - \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{r}(t)/c]} dt \right|^2$$



Apenas uma **pequena** região da trajetória gera toda a radiação:

$$\frac{ct}{\rho} = \psi \sim \theta \sim \frac{1}{\gamma} \ll 1$$

Radiação síncrotron

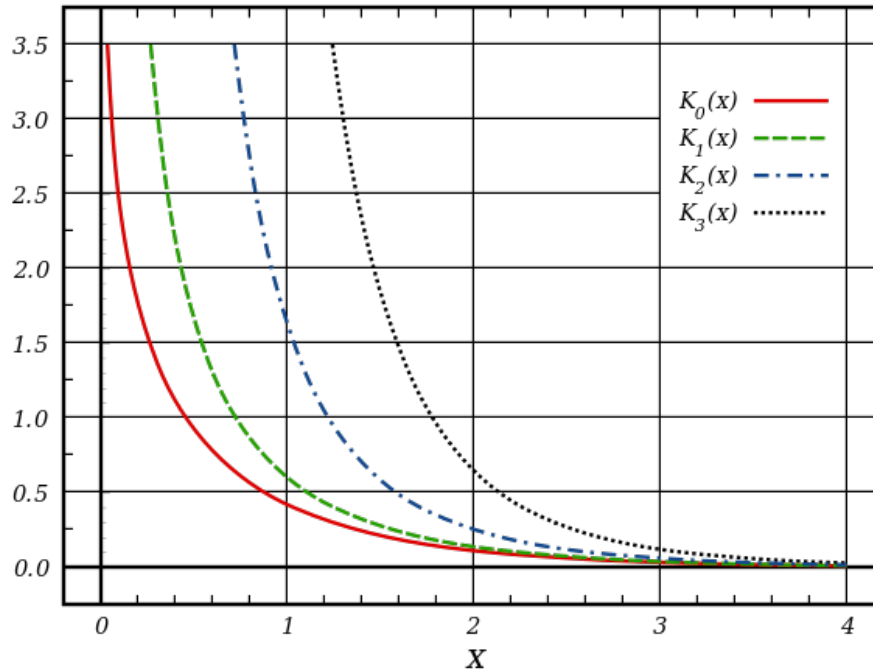


$$\xi = \frac{\omega\rho}{3c} \left(\frac{1}{\gamma^2} + \theta^2 \right)^{3/2}$$

$$\frac{d^2I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{3\pi^2c} \left(\frac{\omega\rho}{c} \right)^2 \left(\frac{1}{\gamma^2} + \theta^2 \right)^2 \left[\underset{\substack{\uparrow \\ \mathbf{E}_{\parallel}}}{K_{2/3}^2(\xi)} + \frac{\theta^2}{(1/\gamma^2) + \theta^2} \underset{\substack{\uparrow \\ \mathbf{E}_{\perp}}}{K_{1/3}^2(\xi)} \right]$$

$K_{\nu}(x)$ é a função de Bessel modificada de segundo tipo de ordem ν .

Função de Bessel modificadas de segundo tipo $K_\nu(x)$



1. A radiação cai exponencialmente rápido com função de ξ :

$$K_\nu(\xi) \sim \sqrt{\frac{\pi}{2\xi}} e^{-\xi} \qquad \xi = \frac{\omega\rho}{3c} \left(\frac{1}{\gamma^2} + \theta^2 \right)^{3/2}$$

2. Tomando $\theta = 0$ como referência (centro do feixe):
frequência crítica ω_c

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega}(\theta = 0) \sim e^{-2\xi} = e^{-\frac{2\rho\omega}{3c\gamma^3}}$$
$$\xi_c = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\omega_c = \frac{3c}{2\rho} \gamma^3}$$

3. O movimento é periódico: radiação apenas em harmônicos de uma frequência ω_0

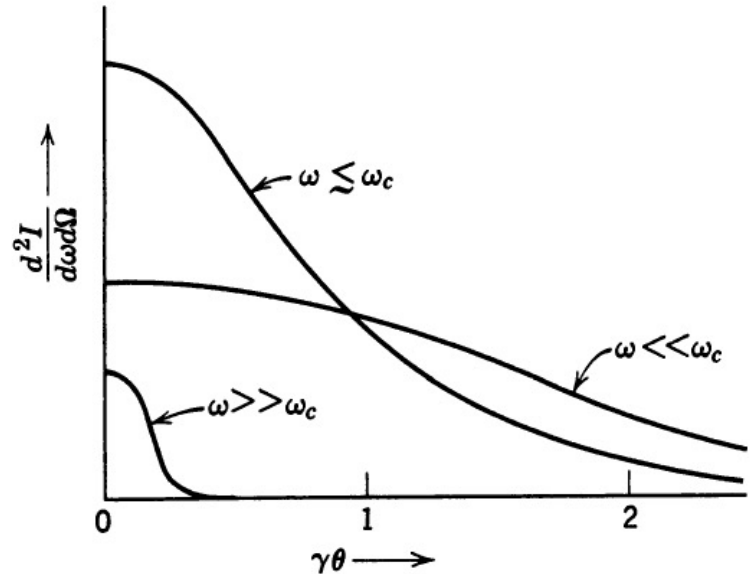
$$\omega_0 = \frac{2\pi c}{P_{orb}} \Rightarrow n_c = \frac{\omega_c}{\omega_0} \quad (\text{harmônico crítico})$$

4. Para cada frequência, podemos também definir ângulos críticos:

$$\omega \ll \omega_c : \theta_c = \left(\frac{2\omega_c}{\omega}\right)^{1/3} \frac{1}{\gamma} \gg \frac{1}{\gamma}$$

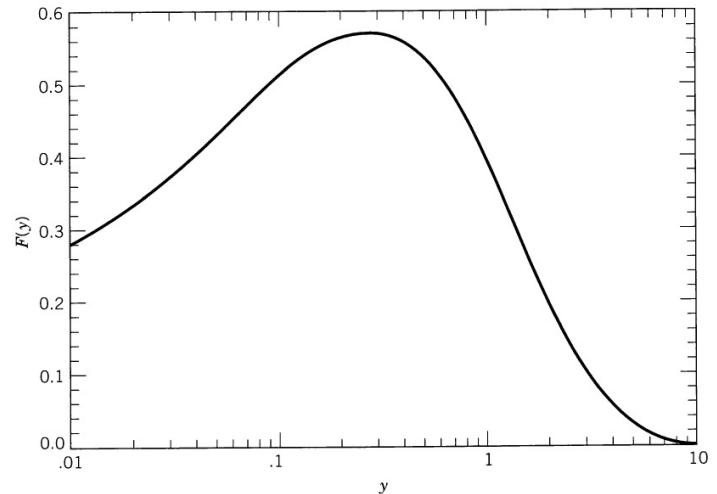
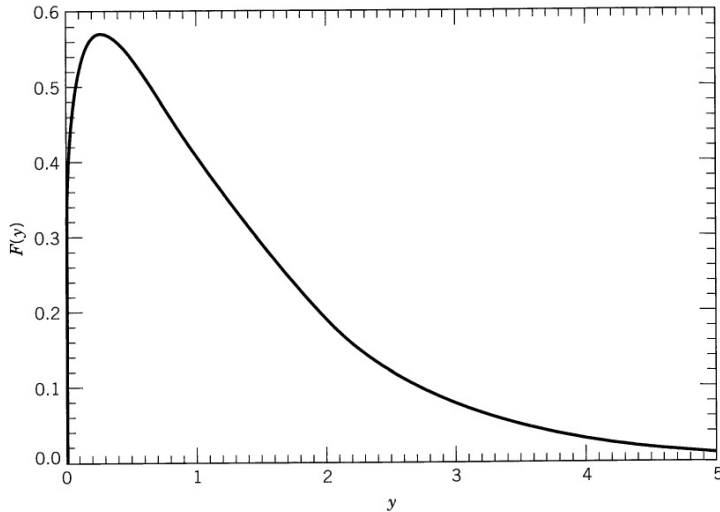
$$\omega \sim \omega_c : \theta_c \sim \frac{1}{\gamma}$$

$$\omega \gg \omega_c : \theta_c = \left(\frac{2\omega_c}{3\omega}\right)^{1/2} \frac{1}{\gamma} \ll \frac{1}{\gamma}$$



5. Integrando sobre o ângulo, obtemos a **distribuição espectral**:

$$\frac{dI}{d\omega} = \frac{\sqrt{3}e^2\gamma}{c} \frac{\omega}{\omega_c} \int_{\omega/\omega_c}^{\infty} K_{5/3}(x) dx = \begin{cases} 3.25 \frac{e^2\gamma}{c} \left(\frac{3\omega}{2\omega_c}\right)^{1/3} & \omega \ll \omega_c \\ \sqrt{\frac{3\pi}{2}} \frac{e^2\gamma}{c} \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{1/2} e^{-\omega/\omega_c} & \omega \gg \omega_c \end{cases}$$



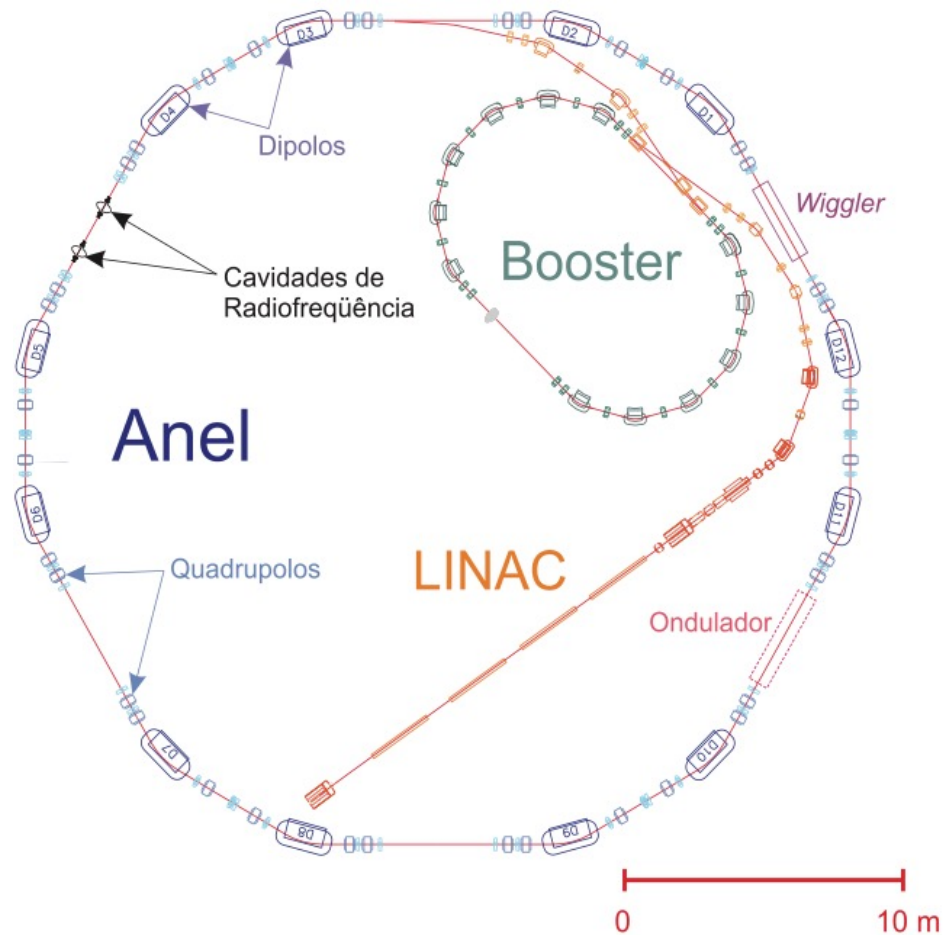
$$F(y) = (1/I)(dI/dy) = (9\sqrt{3}/8\pi)y \int_y^{\infty} K_{5/3}(x) dx$$

$$y = \omega/\omega_c \quad I = 4\pi e^2 \gamma^4 / 3\rho:$$

6. A radiação é fortemente polarizada **no plano da órbita**:

$$W_{\parallel} \approx 7W_{\perp}$$

UVX : o síncrotron “velho”



Parâmetros do LNLS (UVX)

Energia	1.37 GeV
γ	2.7×10^3
γ^3	1.9×10^{10}
Corrente do feixe	250 mA
Energia de injeção (depois do booster)	500 MeV
γ de injeção	980
Circunferência (C)	93.2 m
Frequência de revolução ($f_0 = c/C$)	3.2 MHz
Número de dipolos	12
Raio nos dipolos (ρ)	2.735 m
Campo nos dipolos (B)	1.67 T
Energia crítica ($\hbar\omega_c$)	2.08 keV
Frequência crítica (ω_c)	3.2×10^{18} Hz
Perda de energia/elétron/volta nos dipolos	114 keV
Potência irradiada nos dipolos a 100 mA	11.4 kW

$$\gamma = \frac{E}{mc^2} = \frac{E}{0.51 \text{ MeV}}$$

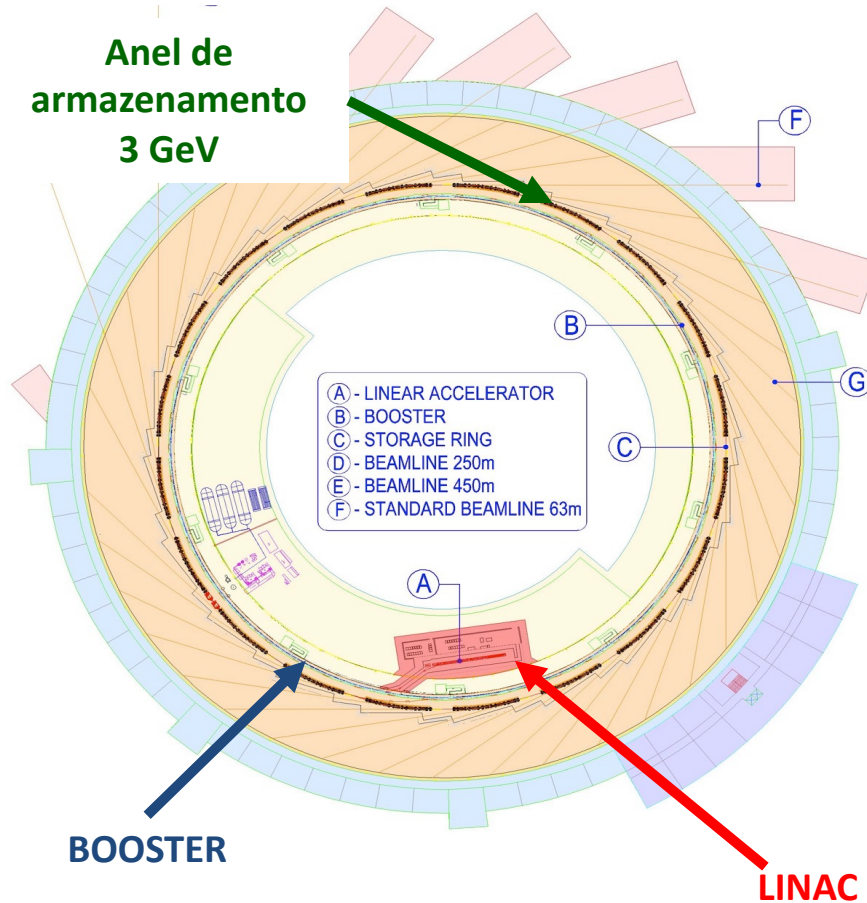
$$\rho = \frac{p}{eB} \approx \frac{E}{ceB} = \frac{\gamma mc}{eB} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\rho B}{\gamma} = \frac{mc}{e} = 1.7 \times 10^{-3} \text{Tm} \quad (\text{SI})$$

$$E_c = \hbar\omega_c = \frac{3\hbar c \gamma^3}{2 \rho} = 2.96 \times 10^{-10} \text{ keVm} \frac{\gamma^3}{\rho}$$

$$\omega_c = \frac{3c}{2\rho} \gamma^3 = 1.519 \times 10^{18} \frac{\text{Hz}}{\text{keV}} E_c$$

Sirius



Parâmetros do Sirius	
Energia	3 GeV
γ	5871
γ^3	2.024×10^{11}
Corrente nominal do feixe	350 mA
Energia de injeção (após o booster)	0.15 GeV
γ de injeção	294
Circunferência (C)	518.4 m
Frequência de revolução ($f_0 = c/C$)	0.5783 MHz
Número de dipolos de baixo campo	120
Raio nos dipolos de baixo campo (ρ_l)	17.218 m
Campo nos dipolos de baixo campo (B_l)	0.5812 T
Energia crítica nos dipolos de baixo campo ($\hbar\omega_c$)	3.48 keV
Frequência crítica nos dipolos de baixo campo (ω_c)	5.3×10^{18} Hz
Número de dipolos de alto campo	20
Raio nos dipolos de alto campo (ρ_h)	3.127 m
Campo nos dipolos de alto campo (B_h)	3.2 T
Energia crítica nos dipolos de alto campo ($\hbar\omega_c$)	19.15 keV
Frequência crítica nos dipolos de alto campo (ω_c)	29×10^{18} Hz
Perda de energia/elétron/volta nos dipolos	475.3 keV
Potência irradiada nos dipolos a 500 mA	237.6 kW

$$\gamma = \frac{E}{mc^2} = \frac{E}{0.51 \text{ MeV}}$$

? ?

$$\rho = \frac{p}{eB} \approx \frac{E}{ceB} = \frac{\gamma mc}{eB} \Rightarrow$$

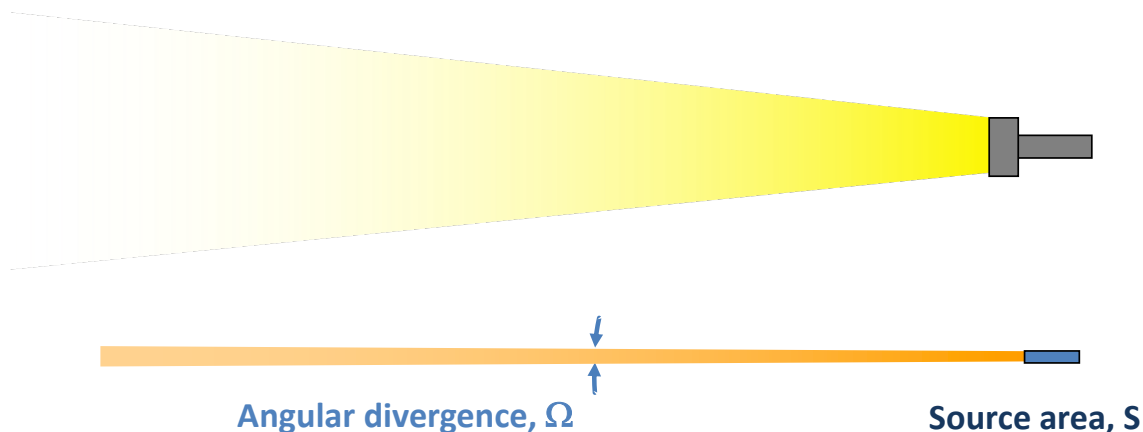
$$\Rightarrow \frac{\rho B}{\gamma} = \frac{mc}{e} = 1.7 \times 10^{-3} \text{Tm} \quad (\text{SI})$$

$$E_c = \hbar\omega_c = \frac{3\hbar c}{2} \frac{\gamma^3}{\rho} = 2.96 \times 10^{-10} \text{ keVm} \frac{\gamma^3}{\rho}$$

$$\omega_c = \frac{3c}{2\rho} \gamma^3 = 1.519 \times 10^{18} \frac{\text{Hz}}{\text{keV}} E_c$$

Alto Brilho – boa fonte de luz

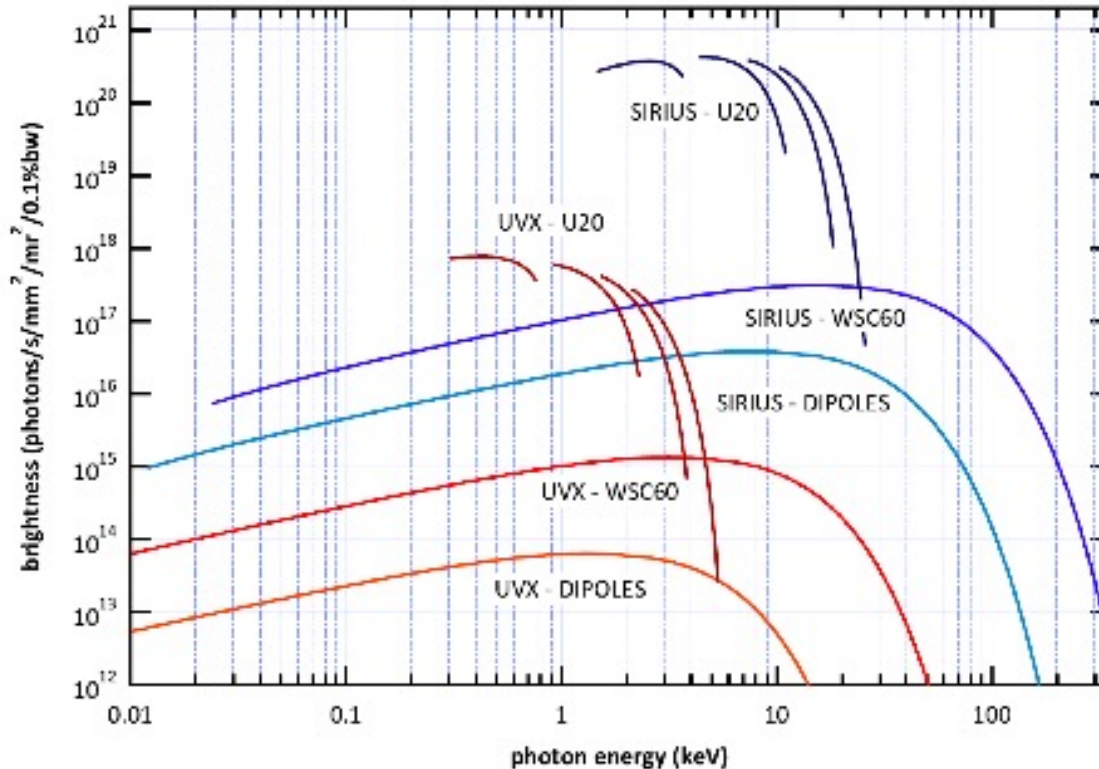
- Alta intensidade ou alto fluxo (fotons/s).
- Fonte pequena e colimada.



$$\text{Brilho} = \frac{\text{Flux}}{S \times \Omega}$$

Emittance

Sirius x UVX



Comparison of brightness of Sirius with that of the existing synchrotron radiation source (UVX) in operation at LNL for dipoles, superconducting wiggler (WSC) and an undulator with 20 mm period (U20).

Outros síncrotrons

