$$p_{n+1} = R\, p_n$$

Equilibrio $\quad p_{n+1} = p_n = \bar{p}$

$$p_{n+1} = R\, p_n$$

$$\bar{p} = \underbrace{R}_{=1}\, \bar{p}$$

$$\boxed{p_n = e^{n \ln R}\, p_0}$$

Modelo não-homogêneo

$$p_n = R\,p_{n-1} \quad \text{(homogêneo)}$$

Introduzir migrantes:

$$\boxed{p_n = R\,p_{n-1} + \underbrace{m}_{}} \rightarrow \text{não homogêneo}$$

↳ ñ depende de n e nem de p_n

Equilíbrio: $p_n = p_{n-1} = \bar{p}$

$$\bar{p} = R\bar{p} + m$$

$$\bar{p} - R\bar{p} = m$$

$$\bar{p}(1-R) = m$$

$$\boxed{\bar{p} = \frac{m}{1-R}}$$

$$\boxed{p_n = a R^n + \frac{m}{1-R}}$$ suposição

No ano 0 p_0 plantas:

$$p_0 = a \cancel{R}^{0=1} + \frac{m}{1-R}$$

$$p_0 = \underbrace{a} + \frac{m}{1-R} \Rightarrow a = p_0 - \frac{m}{1-R}$$

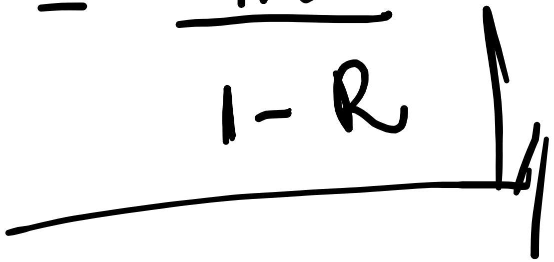
$$\boxed{p_n = \left(p_0 - \frac{m}{1-R}\right) R^n + \frac{m}{1-R}}$$

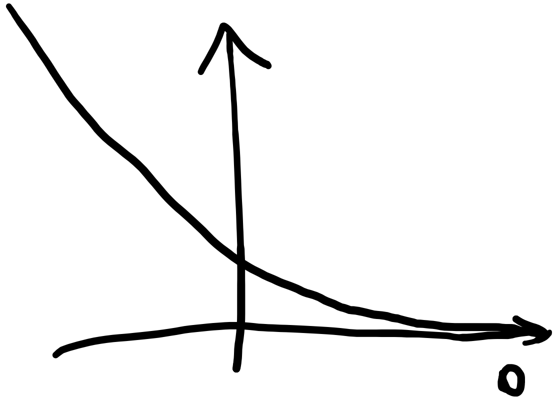
$$R^n = e^{n \ln R}$$

$$p_n = \underbrace{\left(p_0 + \frac{m}{1-R}\right) e^{n \ln R}}_{\to 0 \text{ qdo } n \to \infty} + \frac{m}{1-R}$$

$R < 1 \Rightarrow \ln R < 0 \Rightarrow$ a pop decai exponencialmente

$n \to \infty \qquad \lim_{n \to \infty} p_n = \dfrac{m}{1-R}$





Solução geral por recorrência:

$$p_1 = R p_0 + m$$

$$p_2 = R p_1 + m = R(R p_0 + m) + m = \underbrace{R^2 p_0 + Rm + m}$$

$$p_3 = R p_2 + m = R(R^2 p_0 + Rm + m) + m = R^3 p_0 + R^2 m + Rm + m$$

$$p_4 = R p_3 + m = R(R^3 p_0 + R^2 m + Rm + m) + m = R^4 p_0 + R^3 m + R^2 m + Rm + m$$

$$p_n = R^n p_0 + m(\underbrace{R^{n-1} + R^{n-2} + R^{n-3} + \ldots + 1}_{\text{n termos de uma PG}})$$

1º termo é 1

nº termo é R^{n-1}

q é R

$$S_n = \frac{\overset{=1}{a_1}\left(1 - \overset{\to R}{q}^{\,n}\right)}{1-q} \qquad S = \frac{1\left(1 - R^n\right)}{1-R}$$

$$p_n = R^n p_0 + m\left(\frac{1-R^n}{1-R}\right)$$

$$R^n p_0 + \frac{m}{1-R} - \frac{mR^n}{1-R} = R^n\left(p_0 - \frac{m}{1-R}\right) + \frac{m}{1-R}$$

DESAFIO:

Malthus pop humana crescia 3% ao ano

$$P_{n+1} = 1,03\, P_n$$

Suponha uma mortalidade cte por ano d

Existe algum equilibrio p/ a pop humana?