

**Lista 1 de avaliação – postada em 18/06/2021**  
**Entregar por email para flamarquitti@gmail.com até dia**  
**27/06/2021**

---

**Modelos Matemáticos em Ecologia e Evolução**  
**NE441 e BIE5763**

1. Considere uma população de peixes em um lago cuja natalidade (fertilidade) é de 1.2 peixes por indivíduo. Considere que por ano, 70% dos peixes morrem. Neste lago, a cada ano, é permitido a pesca de 1200 peixes e após atingido este valor, a pesca é proibida. Atualmente há 12230 peixes no lago.
  - a) Escreva a equação que descreve a população de peixes desse lago em termos de  $p(n+1)$  e  $p(n)$  e encontre a solução geral para este problema.
  - b) Qualitativamente, a população de peixes cresce ou decresce com o passar do tempo neste lago?
  - c) Quantos peixes há no lago após 5 anos?
  - d) Se os órgãos responsáveis pela manutenção deste lago quisessem manter a população de peixes constante, qual deveria ser quantidade de pesca permitida por ano?
  
2. Considere uma população de peixes em um lago cuja natalidade (fertilidade) é de 0.5 peixes por indivíduo. Considere que por ano, 70% dos peixes morrem. Atualmente há 12230 peixes no lago.
  - a) Escreva a equação que descreve a população de peixes desse lago em termos de  $p(n+1)$  e  $p(n)$  e encontre a solução geral para este problema.
  - b) Qualitativamente, a população de peixes cresce ou decresce com o passar do tempo neste lago?
  - c) Quantos peixes devem ser colocados/retirados pelos mantenedores do lago para que a população de peixes seja constante ao longo dos anos?
  
3. Considere uma população de insetos, somente as fêmeas, que são divididas em em dois estágios (I e II) durante a sua vida adulta. As fêmeas do primeiro estágio postam em média 1 ovo e as fêmeas do segundo estágio produzem em média 5 ovos. Suponha que todos os ovos postos sobrevivem até o primeiro estágio de vida, e que 10% das fêmeas adultas do estágio I sobrevivem e passam para o segundo estágio da vida adulta. Após a reprodução no segundo estágio de vida, todas as fêmeas morrem.
  - a) Escreva o sistema de equações que descrevem essa população de insetos.
  - b) Suponha que em um experimento de laboratório, um cientista começa com 10 fêmeas no estágio II da vida (antes de elas se reproduzirem). Qual deve ser o tamanho dessa população no tempo 10?
  - c) Qual é a proporção de fêmeas no estágio I e estágio II que você espera encontrar nessa população após passado muito tempo do experimento?
  
4. Suponha um certo mamífero que cada casal adulto produz dois novos casais a cada instanten de tempo. Suponha que os indivíduos não se reproduzem no primeiro ano de vida e que vivem por muitos anos.

- a) Encontre a relação de recorrência que descreve a população desses mamíferos
- b) Encontre a solução geral do modelo proposto no item anterior. Suponha que a população inicial é de 1 casal deste mamífero em seu primeiro ano de idade no tempo inicial.
- c) Usando a solução geral, calcule quantos casais essa população terá em 8 anos.
5. O modelo de May também proposto de forma similar por Ricker é utilizado para entender crescimento populacional de peixes em uma certa geração dado o número de peixes na geração anterior e as limitações ambientais. Suponha que uma certa espécie de peixe pode ser descrita pela seguinte equação:

$$P_{n+1} = P_n e^{1.1 \left(1 - \frac{P_n}{1500}\right)} \quad (1)$$

- a) Encontre os pontos de equilíbrio dessa população de peixes.
- b) Analise a estabilidade dos pontos de equilíbrio encontrados.
- c) Como você espera encontrar essa população daqui alguns anos se no instante atual ela possui 800 indivíduos?
6. O diagrama abaixo representa a dinâmica ecológica de sucessão com classes para as plantas classificadas em Gramíneas (G), Arbustos (S) e Árvores (T). Considere que as plantas só são substituídas, não ficam espaços vazios no ambiente.

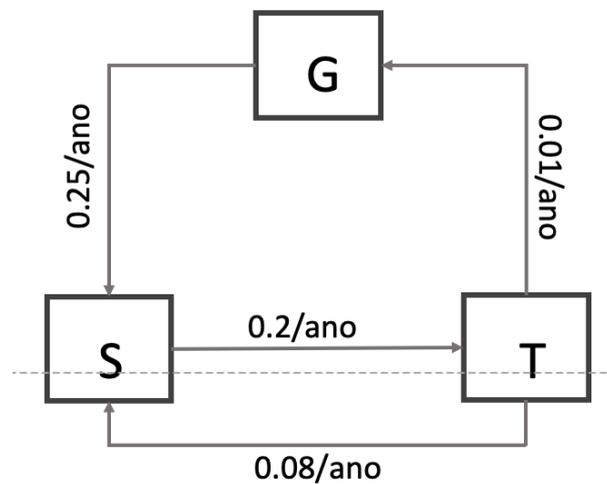


Figura 1: Caption

- a) Monte a matriz de transferências para este caso. Considere que as plantas que não passam para uma outra classe, permanecem na classe em que estavam.
- b) Encontre os autovalores referentes a esta comunidade. Interprete o resultado do maior autovalor dessa comunidade estruturada.
- c) Encontre a estrutura estável das diferentes categorias de plantas ao longo do tempo. Qual tipo de planta domina a vegetação?

**7. QUESTÃO DESAFIO - ponto extra** O modelo de Pennycuick et al. (1968) supõe a seguinte relação de recorrência:

$$x_{n+1} = \frac{(1 + e^b)x_n}{(1 + e^{bx_n})} \quad (2)$$

- a) Encontre os pontos de equilíbrio de uma população descrita por esta dinâmica.
- b) Analise a estabilidade dos pontos de equilíbrio encontrados.