

1) **Oscilador Anharmônico.** Use teoria de perturbações até a mais baixa ordem não nula para determinar os níveis de energia do oscilador anharmônico cujo Hamiltoniano é

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2x^2 + \alpha x^3 + \beta x^4. \quad (1)$$

2) Considere um sistema quântico com três estados linearmente independentes. O Hamiltoniano na forma matricial é

$$H = V_0 \begin{pmatrix} 1 - \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \varepsilon \\ 0 & \varepsilon & 2 \end{pmatrix},$$

onde  $V_0$  é uma constante e  $\varepsilon \ll 1$ .

a) Encontre os autovetores e autovalores do Hamiltoniano não perturbado ( $\varepsilon = 0$ ).

b) Encontre os autovalores exatos de  $H$ . Expanda os autovalores em potências de  $\varepsilon$  até segunda ordem.

c) Use teoria de perturbações de primeira e segunda ordem para encontrar o autovalor aproximado do estado perturbado que surge do autovetor não degenerado de  $H^{(0)}$ . Compare o resultado com b).

d) Encontre a correção de primeira ordem para os autovalores inicialmente degenerados. Compare com os resultados exatos.

### 3) Estado fundamental do átomo de Hélio.

Considerando que o núcleo é infinitamente pesado, o Hamiltoniano correspondente ao átomo de Hélio é dado por

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla_2^2 - \frac{Ze^2}{r_1} - \frac{Ze^2}{r_2} + \frac{e^2}{r_{12}},$$

onde  $m_e$  é a massa do elétron,  $r_1$  e  $r_2$  são as distâncias dos elétrons 1 e 2 ao núcleo e  $r_{12}$  é a distância relativa entre os elétrons. A equação de Schrödinger para esse Hamiltoniano não é separável em nenhum sistema de coordenadas e portanto devemos usar métodos aproximados. Considerando o termo  $H' = \frac{e^2}{r_{12}}$  como uma perturbação, encontre a energia do estado fundamental do átomo de Hélio até primeira ordem em  $H'$ .