Instituto de Física Gleb Wataghin
Universidade Estadual deCampinas - Unicamp

Terceira Lista de Exercícios FI002.

Validade do Primeiro Termo de Born.

Mostre detalhadamente os limites de validade do primeiro termo de Born da amplitude de espalhamento para o potencial de Yukawa $V(r) = V_0 \frac{e^{-\mu r}}{\mu r}$. Estude o caso alta energia $k >> 1$ e baixa energia $k << 1$. Dica: olhe pag. 230 do Merzbacher, 2a. ed.

Excitação de um Átomo pelo Bombardeio com Partículas Pesadas.

O objetivo deste exercício é aplicar a teoria de perturbações dependentes do tempo à transição de um elétron atômico desde o nível m ao nível n sob a interação com uma partícula carregada viajante. Se a partícula é pesada, o seu movimento é semi-clássico e as caraterísticas do mesmo permanecem inalteradas pela interação com o átomo. Assuma que a partícula tem velocidade constante v. Tomando a origem do sistema de coordenadas no centro de átomo e o eixo x na direção do movimento, podemos expressar o vetor posição da partícula na forma

$$\mathbf{R} = (vt, D, 0)\,, \tag{1}$$

onde, em $t = 0$ e $|\mathbf{R}| = D$ a partícula se encontra na menor distância possível do centro do átomo. Se o vetor de posição do elétron no átomo é $\mathbf{r}$, o operador que define a interação é

$$V(t) = -\frac{Ze^2}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|}. \tag{2}$$

a) Escreva a probabilidade de que o elétron faça uma transição do estado m ao estado n até primeira ordem em teoria de pertubações como função dos elementos de matriz das componentes do vetor $\mathbf{r}$. (Assuma $|\mathbf{R}| \gg |\mathbf{r}|$ e expanda (2) até segunda ordem em $|\mathbf{R}|^{-1}$)

b) Considere que, a interação entre a partícula pesada e o elétron só é apreciável na região de máxima proximidade. Assim, é possível definir o tempo de colisão efetivo através da grandeza $t_e = D/v$. Analise o resultado da integral no tempo que aparece em a) para os seguintes limites: $\omega_{nm}(D/v) \gg 1$ (colisão adiabática) e $\omega_{nm}(D/v) \leq 1$. Finalmente, se N é o fluxo de partículas por unidade de tempo e unidade de área, e a é o raio do átomo, encontre a probabilidade por unidade de tempo de que o átomo seja excitado.

Ionização do Átomo de Hidrogênio.

Um campo elétrico uniforme

$$\vec{\mathcal{E}} = \mathcal{E} \cos \omega t \, \vec{e}_z$$

é aplicado ao átomo de hidrogênio. Assuma que o próton é muito pesado e permanece estático o tempo todo. Calcule a taxa de ionização do hidrogênio, inicialmente no estado fundamental, como função de ω, (para $t_0 \to -\infty$ o átomo de hidrogênio se encontra em $|n = 1, m = 0, l = 0\rangle$). Assuma que os estados espalhados do átomo de hidrogênio correspondem a ondas planas.

Amplitude de Espalhamento de Born.

Se $V = C/r^n$, obtenha a amplitude de espalhamento de Born como função do angulo de espalhamento. Discuta qualitativamente (quais valores de n são razoáveis) o resultado. Para $n = 1$ (potencial de Coulomb) mostre que a seção de choque total diverge, porque isto acontece?

(Sakurai Cap. 7, Problema 2)

Prove

$$\sigma_{tot} \approx \frac{m^2}{\pi\hbar^4} \int d^3x \int d^3x' V(r)V(r') \frac{\sin^2 k\,|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}{k^2\,|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|^2}$$

a) Integrando a seção de choque diferencial calculada usando o primeiro termo de Born da amplitude de espalhamento.

b) Aplicando o teorema ótico à amplitude de espalhamento na aproximação de Born de segunda ordem.

Opcional

Devido ao interesse de alguns alunos na aplicabilidade do teorema de Feynman-Hellmann, sugiro dar uma olhada nos exercícios 6.27 e 6.28 do Griffiths.