

Instituto de Física Gleb Wataghin
Universidade Estadual de Campinas - Unicamp

Quinta Lista de Exercícios FI002.

Todos os exercícios são do Merzbacher terceira edição.

Exercício 21.3

Prove que os operadores “número de ocupação” N_i para diferentes i comutam para as duas estatísticas (Bose-Einstein e Fermi-Dirac)

Exercício 21.4

Das relações de comutação para a_i e a_i^\dagger , deduza que o operador $N_i = a_i^\dagger a_i$ tem autovalores inteiros não negativos no caso da estatística de Bose-Einstein e autovalores 0 e 1 no caso da estatística de Fermi-Dirac.

Exercício 21.5

Prove a viabilidade da fase sugerida na equação (21.36)

Exercício 21.6

Verifique a equação (21.49) $\langle qr | V | ts \rangle = \langle rq | V | st \rangle$

Exercício 21.7

Mostre que o quadrado de um operador aditivo de uma partícula pode ser expressado como a soma de um operador aditivo de duas partículas e um operador aditivo de uma partícula.

Exercício 21.8

Prove, usando as relações de comutação, que

$$\langle \mathbf{0} | a_i a_j a_k^\dagger a_l^\dagger | \mathbf{0} \rangle = \delta_{jk} \delta_{il} \pm \delta_{ik} \delta_{jl}$$

o sinal depende da estatística, Bose-Einstein (+) ou Fermi-Dirac (-). Calcule também o valor esperado

$$\langle \mathbf{0} | a_h a_i a_j a_k^\dagger a_l^\dagger a_m^\dagger | \mathbf{0} \rangle.$$

Prove as equações (21.61), (21.62) e (21.64)

Exercício 21.11

Complete a derivação da equação (21.76)

Problema 1.

- a) Mostre que se $V(r)$ é uma interação de duas partículas que depende só da distância r entre elas, o elemento de matriz da interação na representação \mathbf{k} pode ser reduzida a

$$\langle \mathbf{k}_3 \mathbf{k}_4 | V | \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \rangle = \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_4) \frac{1}{(2\pi)^3} \int V(r) e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} d^3r,$$

onde $\hbar\mathbf{q}$ é o momento transferido $\hbar(\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_1)$.

- b) Para esta interação, mostre que o operador de energia potencial mutua é

$$\mathcal{V} = \frac{1}{2} \int \int \int d^3k_1 d^3k_2 d^3q \phi^\dagger(\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}) \phi^\dagger(\mathbf{k}_2 - \mathbf{q}) \phi(\mathbf{k}_2) \phi(\mathbf{k}_1) F(\mathbf{q})$$

onde $F(\mathbf{q})$ é a transformada de Fourier da interação.

Problema 3.

Na representação \mathbf{k} , calcule os elementos de matriz da interação no *problema 1* para o potencial $V_0 e^{-\alpha r} / \alpha r$ e grafique o resultado como função de q . Para Bósons e férmions, construa o operador \mathcal{V} para partículas idênticas em termos dos operadores de criação e destruição no espaço \mathbf{k} .