Teoria de Perturbação independente do tempo: caso degenerado

Até aqui $\begin{cases} \lim_{\lambda\to 0} E_n = E_n^{(0)} \\ \\ \lim_{\lambda\to 0} |n\rangle = |n^{(0)}\rangle \end{cases}$ Se degenerado, $|n\rangle$ vai para qual dos $\{|n_i^{(0)}\rangle\}$?

Uma maneira de descrever kets degenerados em energia é tomar A, tal que $[A, H_0] = 0$ (se necessário for, tome também B, C, etc.) até que exista um único ket para cada conjunto de números $(\underbrace{E_n^{(0)}, a_i, b_j, c_\ell \text{ etc.}}_{\text{simbolizados por } k^{(0)}})$.

Para facilitar, suponha que baste A para quebrar a degenerescência. Agora, se $[H, A] \neq 0$ por que $[V, A] \neq 0$, os autokets de H, em ordem zero, não serão autokets de A. Ao ligar λ os kets do espaço degenerado, $\{|n_i^{(0)}\rangle\}$, misturariam entre si e ao desligá-lo, o ket perturbado não iria de forma suave para um deles e sim para uma mistura deles. Além disso, a expressão $\dfrac{V_{nk}}{E_n^{(0)} - E_k^{(0)}}$ teria uma singularidade, pois $\begin{cases} V_{nk} \neq 0 \\ \\ E_n^{(0)} - E_k^{(0)} = 0 \end{cases}$

Precisamos mudar o método para acomodar esta situação

Teoria de Perturbação independente do tempo: caso degenerado

As singularidades ficam evidentes nas expressões do caso não-degenerado,

$$\Delta_n = \lambda V_{nn} + \lambda^2 \sum_{k \neq n} \frac{V_{nk} V_{kn}}{E_n^{(0)} - E_k^{(0)}} + \mathcal{O}(\lambda^3)$$

$$|n\rangle = |n^{(0)}\rangle + \lambda \sum_{k \neq n} \frac{V_{kn}}{E_n - E_k^{(0)}} |k^{(0)}\rangle + \mathcal{O}(\lambda^2)$$

caso incluíssemos na soma em k os estados do sub-espaço degenerado, com o mesmo autovalor $E_n^{(0)}$, mas com $V_{kn} \neq 0$. Para resolver isso, escolheremos uma base de kets do sub-espaço de degenerescência de ordem g (chamaremos este sub-espaço de D), tal que $V_{nk} = 0$ p/ $k \neq n$ com $|k^{(0)}\rangle \in D$. lousa

O novo formalismo

Degenerescência g significa que existem g autokets de H_0 com a mesma energia $E_D^{(0)}$, não-perturbada. Suponha que com auxílio de A possamos definir um sub-conjunto de kets de forma única, pelo par $(E_D^{(0)}, a_i)$. Chamaremos estes kets de $\{|m^{(0)}\rangle\}$. Quando ligamos V, suponha que a degenerescência é removida (cada autovalor corresponde à um único autoket). Chamaremos estes kets de $|\ell^{(0)}\rangle$.

Note que quando $\lambda \to 0 \Rightarrow |\ell\rangle \to |\ell^{(0)}\rangle$ *podem ser diferentes de* $|m^{(0)}\rangle$

Teoria de Perturbação independente do tempo: caso degenerado

De qualquer maneira $\{|\ell^{(0)}\rangle\}$ e $\{|m^{(0)}\rangle\}$ estão ligados (descrevem o mesmo sub-espaço D), por $|\ell^{(0)}\rangle = \sum_{m\in D} |m^{(0)}\rangle\langle m^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle$.

A proposta é:

(1) tome a equação básica: $(E_n^{(0)} - H_0)|n\rangle = (\lambda V - \Delta_n)|n\rangle$

(2) aplique para o autovalor degenerado $E_D^{(0)}$, isto é:

$$(E_D^{(0)} - H_0)|\ell\rangle = (\lambda V - \Delta_\ell)|\ell\rangle$$

(3) Substitua $\begin{cases} |\ell\rangle = |\ell^{(0)}\rangle + \lambda|\ell^{(1)}\rangle + \dots \\ \Delta_\ell = \lambda\Delta_\ell^{(1)} + \lambda^2\Delta_\ell^{(2)} + \dots \end{cases}$ e obtenha

(4) $\begin{cases} \text{(a) ordem } \lambda^{(0)} : 0 = 0 \\ \text{(b) ordem } \lambda^{(1)} : (E_D^{(0)} - H_0)|\ell^{(1)}\rangle = (V - \Delta_\ell^{(1)})|\ell^{(0)}\rangle = \\ \qquad = (V - \Delta_\ell^{(1)}) \sum_{m\in D} |m^{(0)}\rangle\langle m^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle \end{cases}$

(5) multiplique esta última equação por $\langle m'^{(0)}|$(bra que $\in D^\dagger$) e obtenha $\sum_m V_{m'm}\langle m^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle = \Delta_\ell^{(1)}\langle m'^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle$ lousa

Este resultado na forma matricial fica:

$$\begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} & \cdots \\ V_{21} & V_{22} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle 1^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle \\ \langle 2^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle \\ \vdots \end{pmatrix} = \Delta_\ell^{(1)} \begin{pmatrix} \langle 1^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle \\ \langle 2^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Uma equação de autovalor de V em D.

Teoria de Perturbação independente do tempo: caso degenerado

Algumas considerações:

- Para resolver a equação matricial, tome $Det(V - \Delta_\ell^{(1)} \mathbb{1}) = 0$; ache os autovalores, substitua-os de volta e ache $\langle m^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle$ para cada ℓ.
- Feito isso, teremos a correção de primeira ordem nas energias, $\Delta_\ell^{(1)}$, e de ordem zero nos autokets, os $|\ell^{(0)}\rangle$.
- No limite de $\lambda \to 0$, $|\ell\rangle$ vai para $|\ell^{(0)}\rangle$ (uma combinação dos $|m^{(0)}\rangle$ de D).
- Se o sub-espaço D fosse o espaço inteiro, teríamos resolvido o problema exatamente ao diagonalizar V (estaríamos diagonalizando H no espaço todo).
- A presença de kets fora de D só aparece em termos de $2^{\underline{a}}$ ordem em energia e $1^{\underline{a}}$ ordem nos vetores.
- A expressão $\Delta_\ell^{(1)} = \langle \ell^{(0)}|V|\ell^{(0)}\rangle$, quando V é diagonal em D, é igual a do caso não-degenerado $\langle n^{(0)}|V|n^{(0)}\rangle$.

Como tratar ordens superiores?

Teoria de Perturbação independente do tempo: caso degenerado

Estratégia do Sakurai&Napolitano

Defina P_0 como um projetor do sub-espaço $D = \{|m^{(0)}\rangle\}$, isto é $P_0 = \sum_{m\in D} |m^{(0)}\rangle\langle m^{(0)}|$. Defina $P_1 = \mathbb{1} - P_0$ um projetor sobre o restante dos kets. A equação de Schrödinger que define $|\ell\rangle$ é dada por: $0 = (E - H_0 - \lambda V)|\ell\rangle$ e pode ser re-escrita, com auxílio de $\mathbb{1} = P_0 + P_1$ na seguinte forma: $0 = (E - H_0 - \lambda V)(P_0 + P_1)|\ell\rangle$. Se usarmos que $H_0|m^{(0)}\rangle = E_D^{(0)}|m^{(0)}\rangle,\ m \in D,$ temos que:

$$0 = (E - E_D^{(0)} - \lambda V)P_0|\ell\rangle + (E - H_0 - \lambda V)P_1|\ell\rangle$$

Projetando esta equação em P_0 e em P_1, respectivamente, encontramos dois conjuntos de equações:

$$\begin{cases} \boxed{(E - E_D^{(0)} - \lambda P_0 V)P_0|\ell\rangle - \lambda P_0 V P_1|\ell\rangle = 0} \\ \boxed{-\lambda P_1 V P_0|\ell\rangle + (E - H_0 - \lambda P_1 V)P_1|\ell\rangle = 0} \end{cases}$$

lousa

A segunda equação pode ser invertida, por não ter singularidades (auto-valores de H_0 em P_1 são distintos de $E \approx E_D$. Isto é:

$$\boxed{P_1|\ell\rangle = P_1 \frac{\lambda}{E - H_0 - \lambda P_1 V P_1} P_1 V P_0|\ell\rangle}$$

Teoria de Perturbação independente do tempo: caso degenerado

A inserção da expansão em λ, $|\ell\rangle = |\ell^{(0)}\rangle + \lambda^1|\ell^{(1)}\rangle + \ldots$ na equação na caixa verde do slide anterior nos leva ao termo de primeira ordem:

$$P_1|\ell^{(1)}\rangle = \sum_{k\notin D} \frac{|k^{(0)}\rangle V_{k\ell}}{E_D^{(0)} - E_k^{(0)}}$$

Inserção da equação da caixa verde, na equação da caixa azul do slide anterior nos leva à:

$$\boxed{(E - E_D^{(0)} - \lambda P_0 V P_0 - \lambda^2 P_0 V P_1 \frac{1}{E - H_0 - \lambda V} P_1 V P_0) P_0|\ell\rangle = 0}$$

inserção das expansões $\begin{cases} E - E_D^{(0)} = \Delta_D = \lambda\Delta_D^{(1)} + \lambda^2\Delta_D^{(2)} + \ldots \\ |\ell\rangle = |\ell^{(0)}\rangle + \lambda^1|\ell^{(1)}\rangle + \ldots \end{cases}$

resulta em (primeira ordem): $(\Delta_D^{(1)} - P_0 V P_0)(P_0|\ell^{(0)}\rangle) = 0$ que é exatamente a equação matricial que obtivemos no slide 3. Para obtermos ordens superiores, a equação da caixa roxa pode ser re-escrita (simplificando o denominador que, com λV e Δ_D fornece termos de terceira ordem em λ), temos:

$$\boxed{(E - E_D^{(0)} - \lambda P_0 V P_0 - \lambda^2 P_0 V P_1 \frac{1}{E_D^{(0)} - H_0} P_1 V P_0) P_0|\ell\rangle = 0}$$

Teoria de Perturbação independente do tempo: caso degenerado

A inserção usual da expansão de $|\ell\rangle$ e Δ_D na equação na caixa azul do slide anterior nos leva à:

$$(\lambda\Delta_D^{(1)} + \lambda^2\Delta_D^{(2)} - \lambda P_0 V P_0 - \lambda^2(P_0 V P_1 \frac{1}{E_D^{(0)} - H_0} P_1 V P_0) P_0(|\ell^{(0)}\rangle + \lambda|\ell^{(1)}\rangle) = 0$$

- Em primeira ordem em λ, temos $0 = 0$, pois $(\lambda\Delta_D^{(1)} - \lambda P_0 V P_0)P_0|\ell^{(0)}\rangle = 0$
- Em segunda ordem em λ, temos:

$$(\Delta_D^{(1)} - P_0 V P_0)P_0|\ell^{(1)}\rangle = (P_0 V P_1 \frac{1}{E_D^{(0)} - H_0} P_1 V P_0) P_0|\ell^{(0)}\rangle - \Delta_D^{(2)}|\ell^{(0)}\rangle$$

se escolhermos o auto-estado $|\ell_i\rangle$ (que seria $|\ell_i^{(0)}\rangle$ em ordem zero e teria energia $E_D + v_i$ em primeira ordem), podemos re-escrever a equação acima da seguinte forma:

$$\boxed{(v_i - P_0 V P_0)P_0|\ell_i^{(1)}\rangle = (P_0 V P_1 \frac{1}{E_D^{(0)} - H_0} P_1 V P_0) P_0|\ell_i^{(0)}\rangle - \Delta_D^{(2)}|\ell_i^{(0)}\rangle}$$

Se multiplicarmos pela esquerda por $\langle\ell_i^0|$ encontramos zero na esquerda, o que indica que o ket da direita não tem componente $|\ell_i^0\rangle$. Se a degenerescência foi completamente quebrada com a diagonalização de V, a ausência de $|\ell_i^0\rangle$ permite inverter a equação.

Cuidado! Retire a componente i antes de inverter

$$P_0|\ell_i^{(1)}\rangle = \frac{1}{v_i - P_0 V P_0}((P_0 V P_1 \frac{1}{E_D^{(0)} - H_0} P_1 V P_0) P_0|\ell_i^{(0)}\rangle - \Delta_D^{(2)}|\ell_i^{(0)}\rangle)$$

Teoria de Perturbação independente do tempo: caso degenerado

Para entender o cuidado a ser tomado, copiamos abaixo a equação do slide anterior: $P_0|\ell_i^{(1)}\rangle = \frac{1}{v_i - P_0VP_0}\left((P_0VP_1\frac{1}{E_D^{(0)}-H_0}P_1VP_0)P_0|\ell_i^{(0)}\rangle - \Delta_D^{(2)}|\ell_i^{(0)}\rangle\right).$

$$\sum_{j\neq i}|\ell_j^{(0)}\rangle\frac{1}{v_i-v_j}\langle\ell_j^{(0)}| \Rightarrow \begin{cases}\text{Como } V \text{ é diagonal em } D, \text{ a presença}\\ \text{de } P_0 \text{ ao redor de } V \text{ garante que a matriz}\\ \text{inversa é a apenas a matriz dos inversos dos}\\ \text{elementos da diagonal}\end{cases}$$

Ou ainda, se definirmos $\bar{P}_0 = \sum_{j\neq i}|\ell_j^{(0)}\rangle\langle\ell_j^{(0)}|$ a operação de inversão fica:

$$\frac{1}{(v_i-\bar{P}_0V\bar{P}_0)}P_0 = \bar{P}_0\frac{1}{(v_i-\bar{P}_0V\bar{P}_0)}\bar{P}_0 = \bar{P}_0\frac{1}{(v_i-V)}\bar{P}_0 = \sum_{j\neq i}|\ell_j^{(0)}\rangle\frac{1}{v_i-v_j}\langle\ell_j^{(0)}|$$

$$\bar{P}_0P_0 = \bar{P}_0$$

Assim, finalmente, temos:

$$\boxed{P_0|\ell_i^{(1)}\rangle = \sum_{j\neq i}\frac{P_0|\ell_j^{(0)}\rangle}{v_i-v_j}\sum_{k\notin D}\langle\ell_j^{(0)}|V|k^{(0)}\rangle\frac{1}{E_D^{(0)}-E_k^{(0)}}\langle k^{(0)}|V|\ell_i^{(0)}\rangle}$$

(note que o termo que contém $\Delta_D^{(2)}$ desapareceu $\rightarrow \langle\ell_j^{(0)}|\ell_i^{(0)}\rangle = 0,\ \text{p/ } i\neq j$)

Teoria de Perturbação independente do tempo: caso degenerado

Da equação da caixa azul do slide 5, podemos escrever:

$$\langle \ell_i^{(0)}|\big((E - E_D^{(0)} - \lambda P_0 V)P_0|\ell\rangle - \lambda P_0 V P_1|\ell\rangle\big) = 0$$

Adotando que $\langle \ell_i^{(0)}|\ell\rangle = 1,$ como no caso não-degenerado e lembrando que $\Delta_D = E - E_D^{(0)},$ temos: $\Delta_D = \lambda\langle \ell_i^{(0)}|VP_0|\ell\rangle + \lambda\langle \ell_i^{(0)}|VP_1|\ell\rangle = \lambda\langle \ell_i^{(0)}|V|\ell\rangle$

inserção das expansões $\begin{cases} E - E_D^{(0)} = \Delta_D = \lambda\Delta_D^{(1)} + \lambda^2\Delta_D^{(2)} + \ldots \\ |\ell\rangle = |\ell^{(0)}\rangle + \lambda^{(1)}|\ell^{(1)}\rangle + \ldots \end{cases}$

fornece $\begin{cases} \Delta_D^{(1)} = \langle \ell_i^{(0)}|VP_0|\ell_i^{(0)}\rangle + \langle \ell_i^{(0)}|VP_1|\ell_i^{(0)}\rangle = v_i \text{ (conforme vimos).} \\ \Delta_D^{(2)} = \langle \ell_i^{(0)}|VP_0|\ell_i^{(1)}\rangle + \langle \ell_i^{(0)}|VP_1|\ell_i^{(1)}\rangle \end{cases}$

Para obter $\Delta_D^{(2)}$ use resultados de slides anteriores, isto é que

$$|\ell_i^{(1)}\rangle = \begin{cases} P_0|\ell_i^{(1)}\rangle = \sum_{j\neq i} \underbrace{\dfrac{P_0|\ell_j^{(0)}\rangle}{v_i - v_j}}_{\text{não contribui para } \Delta_D^{(2)} \to \langle \ell_i^{(0)}|V|\ell_j^{(0)}\rangle = 0 (i\neq j)} \sum_{k\notin D}\langle \ell_j^{(0)}|V|k^{(0)}\rangle \frac{1}{E_D^{(0)} - E_k^{(0)}}\langle k^{(0)}|V|\ell_i^{(0)}\rangle \\ P_1|\ell_i^{(1)}\rangle = \sum_{k\notin D} \frac{|k^{(0)}\rangle V_{k\ell}}{E_D^{(0)} - E_k^{(0)}} \end{cases}$$

Este resultado pode ser obtido com eq. da caixa azul, slide 7. Mostre!

e obtenha que $\Delta_D^{(2)} = \displaystyle\sum_{k\notin D}\langle \ell_i^{(0)}|V\Big(\frac{|k^{(0)}\rangle V_{k\ell_i}}{E_D^{(0)} - E_k^{(0)}}\Big) = \sum_{k\notin D}\frac{|V_{k\ell_i}|^2}{E_D^{(0)} - E_k^{(0)}}$

Teoria de Perturbação independente do tempo: aplicações

Efeito Stark Linear

Obtemos este efeito com um campo elétrico homogêneo sobre o nível 2 do átomo de hidrogênio. Desconsiderando spin, o nível 2 é quadridegenerado, isto é

$n=2:\begin{cases}2s\to\ell=0,m=0\\2p\to\ell=1,m=-1,0,1\end{cases}$ ambos com energia $E_2=-\frac{e^2}{2a_0}\frac{1}{2^2}=-\frac{1}{8}\frac{e^2}{a_0}$

Se o autovalor é quadridegenerado, V será 4×4, isto é:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} 2s & 2p_0 & 2p_1 & 2p_{-1} \end{array} \\ \begin{array}{c} 2s \\ 2p_0 \\ 2p_1 \\ 2p_{-1} \end{array} & \begin{pmatrix} 0^* & V_{12} & 0^{**} & 0^{**} \\ V_{21} & 0^* & 0^{**} & 0^{**} \\ 0^{**} & 0^{**} & 0^* & 0^{**} \\ 0^{**} & 0^{**} & 0^{**} & 0^* \end{pmatrix} \end{array}$$

$^*\langle\varphi|z|\varphi\rangle=0$, pois, $\langle\mathbf{r}|\varphi\rangle$ tem paridade bem definida.

$^{**}\langle n;\ell m|z|n';\ell' m'\rangle=0$ se $m\neq m'$. Lembre também que $V_{21}=V_{12}^*$.

Assim, sobrou só: $V_{12}=\langle 2s|z|2p_0\rangle=\langle 2p_0|z|2s\rangle^*=V_{21}^*$.

Fazendo as contas, obtemos $\langle 2s|z|2p_0\rangle=\langle 2p_0|z|2s\rangle=3ea_0|\mathbf{E}|$. A teoria de perturbação, fornece: $\begin{cases}\text{ordem 1 em energia } \Delta_\pm^{(1)}=\pm 3ea_0|\mathbf{E}|\\ \\ \text{ordem 0 em ket } |\pm\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}(|2s\rangle\pm|2p_0\rangle)\end{cases}$

Teoria de Perturbação : Efeito Stark Linear

- Note que o átomo ganhou um momento de dipolo elétrico permanente, isto é $\mathbf{p} = \int \mathbf{x}'\rho(\mathbf{x}')d^3x' \neq 0,$ pois $\rho = |\langle \mathbf{x}'|\pm\rangle|^2$ e $\langle \mathbf{x}'|\pm\rangle$ não tem paridade bem definida.

- E se olhássemos para o átomo de H verdadeiro? $2s$ seria degenerado com $2p$? Não, de fato a interação spin-órbita quebra esta degenerescência. Veremos que o espectro é do tipo $\begin{cases} -\ 2p_{3/2} \\ -\ 2s_{1/2}2p_{1/2} \text{ (Lamb Shift remove esta)} \end{cases}$
Continua correto aplicar o formalismo de níveis degenerados? Sim, se a distância entre os níveis for pequena comparada com a quebra de degenerescência causada pelo campo elétrico. Se não for, use o formalismo não degenerado.

Um exercício sobre o caso degenerado: voluntário?

Slide 2

Lousa

- se $|n_i^{(0)}\rangle \in D$, com $H_0|n_i^{(0)}\rangle = E_n^{(0)}|n_i^{(0)}\rangle$, então qualquer combinação de $|n_i^{(0)}\rangle$, isto é, $\sum_{i\in D} c_i|n_i^{(0)}\rangle$ também é autoket de H_0 com autovalor $E_n^{(0)}$, pois

$$H_0 \sum_{i\in D} c_i|n_i^{(0)}\rangle = \sum_{i\in D} c_i H_0|n_i^{(0)}\rangle = \sum_{i\in D} c_i E_n^{(0)}|n_i^{(0)}\rangle = E_n^{(0)} \sum_{i\in D} c_i|n_i^{(0)}\rangle$$

Slide 3

- ordem $\lambda^{(1)}$: $(E_D^{(0)} - H_0)|\ell^{(1)}\rangle = (V - \Delta_\ell^{(1)}) \sum_{m\in D} |m^{(0)}\rangle\langle m^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle$

Multiplique esta última equação por $\langle m'^{(0)}|$(bra que $\in D^\dagger$)e obtenha

$$\langle m'^{(0)}|(E_D^{(0)} - H_0)|\ell^{(1)}\rangle = \langle m'^{(0)}|(V - \Delta_\ell^{(1)}) \sum_{m\in D} |m^{(0)}\rangle\langle m^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle$$

$$\langle m'^{(0)}|(E_D^{(0)} - E_D^{(0)})|\ell^{(1)}\rangle = \sum_{m\in D} \langle m'^{(0)}|(V - \Delta_\ell^{(1)})|m^{(0)}\rangle\langle m^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle$$

$$0 = \sum_{m\in D} \langle m'^{(0)}|V|m^{(0)}\rangle\langle m^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle - \sum_{m\in D} \langle m'^{(0)}|\Delta_\ell^{(1)}|m^{(0)}\rangle\langle m^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle \text{ e}$$

$\therefore \sum_m V_{m'm}\langle m^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle = \Delta_\ell^{(1)}\langle m'^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle$, a linha m' da relação matricial

$$\begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} & \cdots \\ V_{21} & V_{22} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle 1^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle \\ \langle 2^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle \\ \vdots \end{pmatrix} = \Delta_\ell^{(1)} \begin{pmatrix} \langle 1^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle \\ \langle 2^{(0)}|\ell^{(0)}\rangle \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Slide 5

Lousa

Sabendo que P_0 é um projetor do sub-espaço $D=\{|m^{(0)}\rangle\}$, $P_0=\sum_{m\in D}|m^{(0)}\rangle\langle m^{(0)}|$,

e que $P_1 = \mathbb{1} - P_0$ um projetor sobre o espaço complementar, como ler as duas

equações do slide 5: $\begin{cases} (a) \quad (E-E_D^{(0)}-\lambda P_0 V)P_0|\ell\rangle - \lambda P_0 V P_1|\ell\rangle = 0 \\ \\ (b) \quad -\lambda P_1 V P_0|\ell\rangle + (E-H_0-\lambda P_1 V)P_1|\ell\rangle = 0 \end{cases}$

Questões relevantes

(1) Quantas equações tem (a)? dimensão de D.

(2) Quantas equações tem (b)? dimensão do espaço menos a dimensão de D (chamaremos de dimensão complementar).

(3) Qual a dimensão de $(E-E_D^{(0)}-\lambda P_0 V)P_0$? dimensão de D

(4) Qual a dimensão de $(E-H_0-\lambda P_1 V)P_1$? dimensão complementar de D.

(5) Inverter esses operadores é inverter matrizes.

(6) Inverter esses operadores em bases que diagonalizam esses operadores é inverter os autovalores na diagonal.