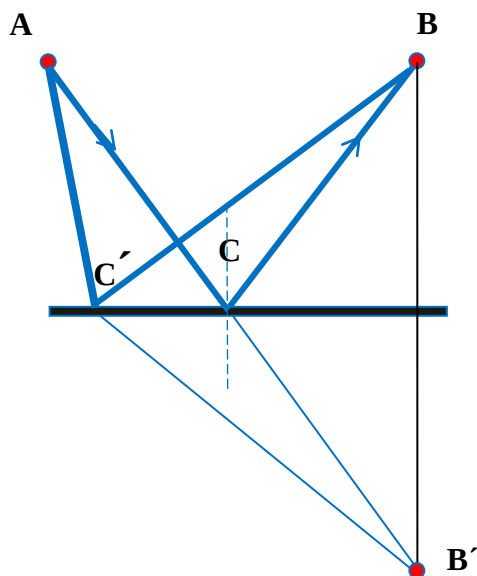


CAPÍTULO VII

OPTICA GEOMÉTRICA

PRINCÍPIOS DA ÓPTICA GEOMÉTRICA

- 1) Num meio homogêneo e isotrópico a luz se propaga em linha reta
- 2) O caminho percorrido pela luz para ir de um ponto A a um ponto B é o mesmo que ela percorre para ir de B para A (Princípio do caminho inverso).
- 3) É mínimo o tempo gasto pela luz para ir de um ponto a outro



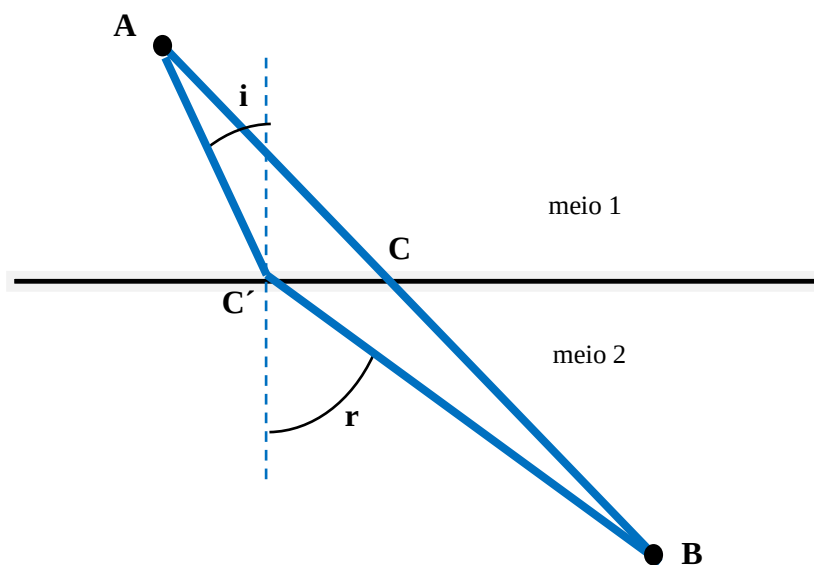
B e B' são simétricos em relação à linha preta.

Na reflexão, o tempo para a luz percorrer ACB é menor do que o tempo para percorrer AC'B. Observe que:

$$\begin{aligned} ACB &= ACB' \\ AC'B &= AC'B' \end{aligned}$$

Por ser uma reta, ACB' é menor que AC'B. Assim, o caminho mais rápido para a luz ir de A a B refletindo no espelho é ACB, caminho em que o ângulo de incidência é igual ao de reflexão.

Fig. 1: Caminho da luz quando não há mudança de meio e há reflexão.



Se o meio acima e abaixo da linha azul for diferente, a velocidade da luz também será. Neste caso o percurso da luz para ir de A até B no menor tempo possível será o percurso AC'B definido pela relação:

$$(\sin i) / (\sin r) = (V_1 / V_2)$$

Onde V_1 e V_2 são as velocidades da luz no meio 1 e 2 respectivamente.

Fig. 2: Caminho da luz quando há mudança de meio.

LEIS da REFLEXÃO E REFRAÇÃO

1) Raio incidente, raio refletido, raio refratado e normal estão no mesmo plano;

2) O ângulo de incidência entre o raio incidente e a normal e o ângulo de reflexão entre o raio refletido e a normal são iguais:

$$i = i'$$

3) Na refração:

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

onde

$n_1 = c / V_1$ e $n_2 = c / V_2$, sendo V_1 e V_2 são as velocidades da luz no meio 1 e 2 respectivamente e c a velocidade da luz no vácuo. A relação entre a velocidade da luz no vácuo (c) e num meio é a definição do que chamamos índice de refração do meio. É claro que o índice de refração do vácuo é 1 e como a velocidade da luz no ar é aproximadamente igual à velocidade da luz no vácuo, usualmente consideramos o índice de refração do ar também igual a 1.

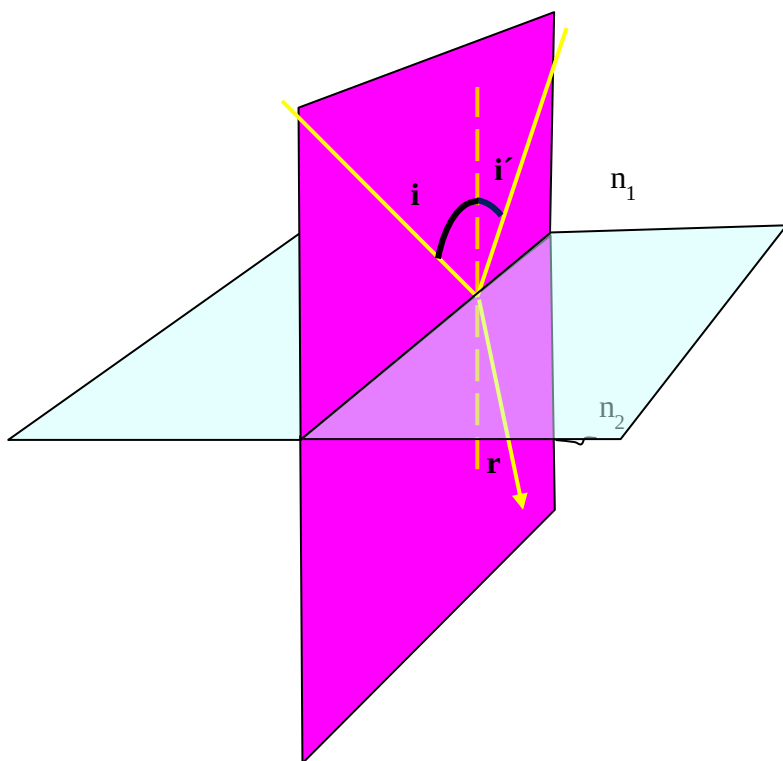


Fig. 3: Raio incidente, raio refletido, raio refratado e normal, todos no mesmo plano.

Aplic. 1: Um feixe luminoso incide na superfície de um líquido transparente segundo um ângulo de 60° . O índice de refração do líquido é 1,73. Determine o ângulo de refração.
R: 30°

Pode-se verificar facilmente que o raio refratado aproxima-se da normal quando passa de um meio menos para um mais refringente. Claro que, se o raio passa de um meio mais refringente para um meio menos refringente, ele se afasta da normal. Isso dá origem ao que chamamos reflexão total.

Reflexão total: Sempre que a luz passa de um meio para outro ela sofre reflexão. Todavia a refração nem sempre acontece. Quando a luz passa de um meio mais refringente para um meio menos refringente (da água para o ar, por exemplo), ela se afasta da normal. Acontece que o ângulo de refração não pode ser maior que 90° . O ângulo de incidência para o qual o ângulo de refração é 90° é chamado ângulo limite porque para ângulos de incidência maiores do que ele, a luz só é totalmente refletida. Neste caso dizemos que a luz sofre reflexão total

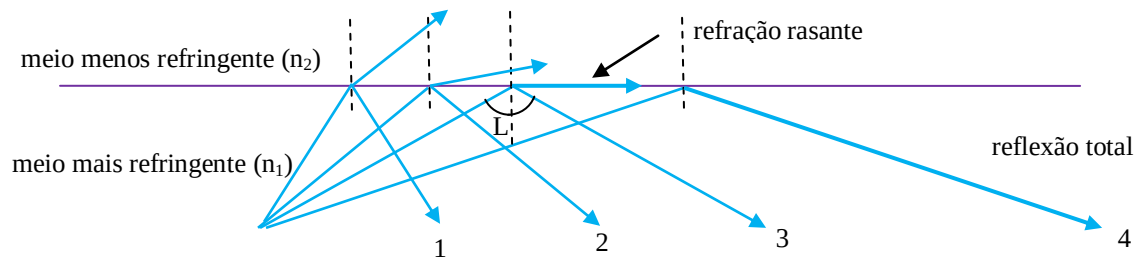


Fig. 4: Luz passando de um meio mais refringente para um meio menos refringente. Em 1, 2 e 3 Temos reflexão e refração. Em 4 tem somente reflexão. Em 3 está a situação limite. O ângulo de refração é 90° (o raio refratado é rasante à superfície). O ângulo de incidência (L) neste caso é o ângulo limite.

Na situação limite, a lei da refração se escreve:

$$n_1 \sin L = n_2 \underbrace{\sin 90^\circ}_1$$

logo:

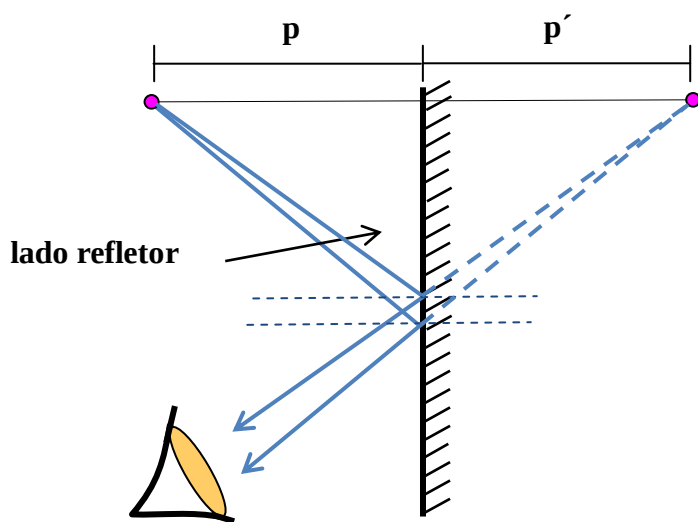
$$\sin L = n_2/n_1$$

Aplic. 2: Um meio tem índice de refração 1,41. Determine o ângulo limite entre esse meio e o ar.

R: 45°

ESPELHOS

1) Espelho plano

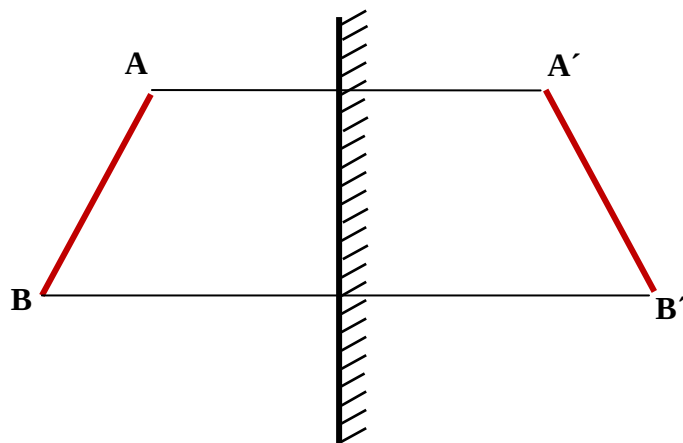


Observe na figura 4 que p , distância do objeto ao espelho, é igual a p' , distância da imagem ao espelho.

$$p = p'$$

Observe também que a imagem é virtual e simétrica ao objeto em relação ao espelho.

Fig. 4: Imagem de um ponto em espelho plano.



Para a imagem de um objeto, basta fazer o seu simétrico em relação ao espelho. Na figura 5, $A'B'$ é a imagem de AB .

A imagem de um objeto real no espelho plano é virtual, direita, do mesmo tamanho e enantiomorfa.

Enantiomorfismo é a propriedade que faz a imagem da mão direita de alguém em frente a um espelho ser a mão esquerda da imagem. É também responsável pela inversão das letras, conforme figura 6.

Fig. 5: Imagem de um objeto real AB em espelho plano.

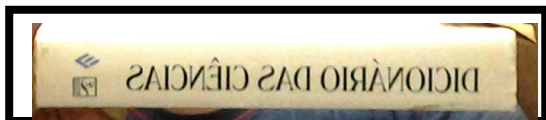


Fig. 6: Enantiomorfismo. O texto está visto através de um espelho.

2) Espelhos esféricos.

São calotas esféricas polidas.

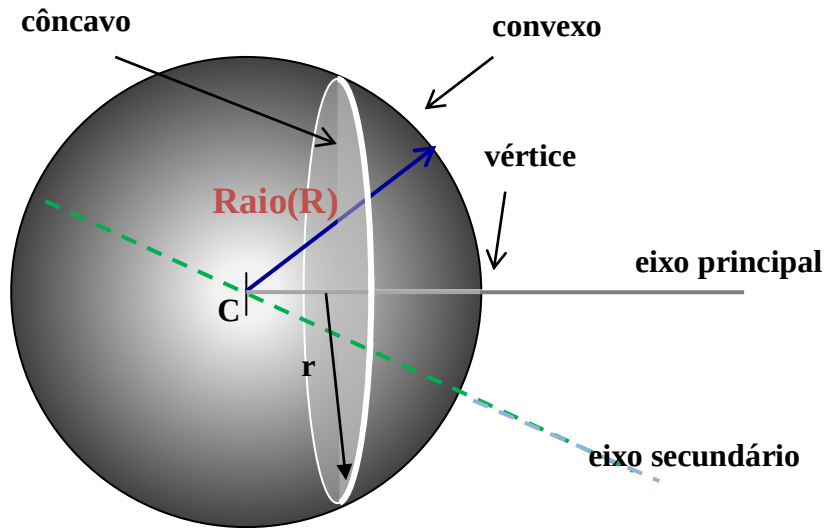


Fig. 6: Calota esférica utilizada como espelho.

Vamos estudar a formação de imagens nos espelhos esféricos somente quando $r \ll R$ na figura 6 (condição de Gauss). Fora dessa condição a imagem será deformada.

Condições de Gauss - As condições de Gauss são aquelas para as quais as lentes (e espelhos esféricos) dão uma só imagem sem deformações. Basicamente elas se resumem a utilizarmos somente raios perto do eixo principal e formando ângulos pequenos com este. Todas as equações que utilizamos aqui, salvo menção contrária, são deduzidas para raios luminosos dentro das condições de Gauss.

A representação dos espelhos esféricos é mostrada na figura 7.



Fig. 7: Representação gráfica de espelhos (a) côncavos e (b) convexos

Algumas definições:

Foco-imagem principal - É a imagem, no eixo principal, de um objeto muito distante (ou infinito).

Foco-objeto principal - É o ponto do eixo principal onde deve ser colocado um objeto para sua imagem ser imprópria (não existir ou estar situado no infinito).

Plano focal - São planos perpendiculares ao eixo principal e que contêm o foco principal.

Foco secundário - É a intersecção de qualquer eixo secundário com um plano focal.

Distância focal - É a distância do vértice do espelho ao foco principal. Dentro das aproximações que trabalhamos, a distância focal (f) é a metade do raio (R): $f = R/2$

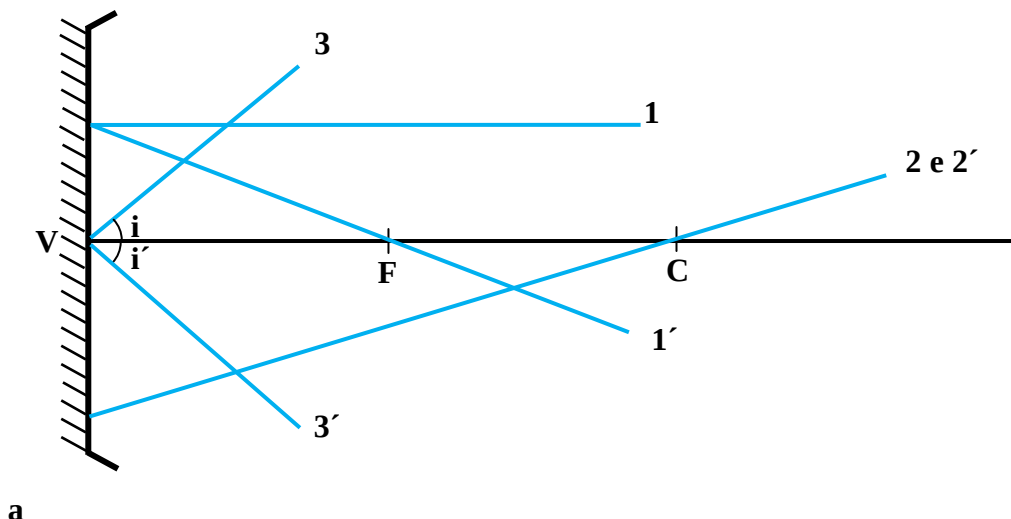
Centro de curvatura (C) - é o centro da esfera que gerou o espelho. Evidentemente a distância do centro de curvatura ao vértice do espelho é igual ao raio

Imagens em espelhos esféricos

Para estudarmos as imagens em espelhos esféricos, temos que saber algumas reflexões típicas. São elas:

- 1) Raio luminoso incidindo paralelo a um eixo, é refletido numa direção que passa pelo foco-imagem do eixo. Em particular, raio que incide paralelamente ao eixo principal é refletido numa direção que passa pelo foco imagem.
- 2) raio que incide numa direção que passa pelo centro de curvatura é refletido sobre ele mesmo.
- 3) Mesmo na representação gráfica do espelho, para raio luminoso que incide no vértice de um espelho, o raio refletido é tal que o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão.

Não esqueça o princípio do caminho inverso! Portanto, se um raio incide numa direção que passa pelo foco-imagem principal, é refletido paralelamente ao eixo principal. Por essa razão foco imagem e foco-objeto coincidem em espelhos esféricos.



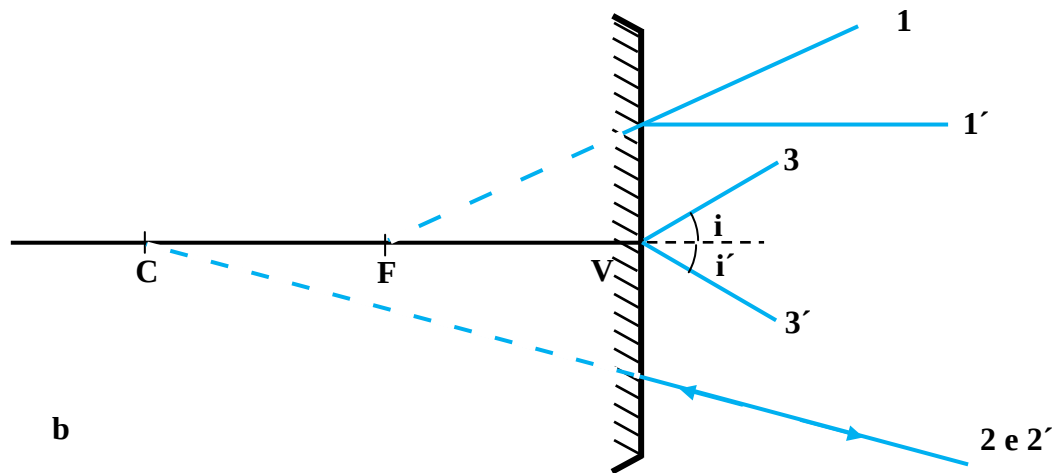
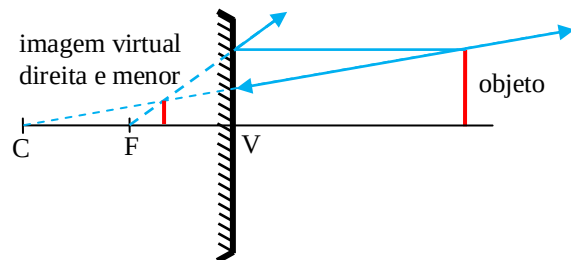


Fig. 8: Representação de algumas incidências particulares no espelho (a) côncavo e (b) convexo

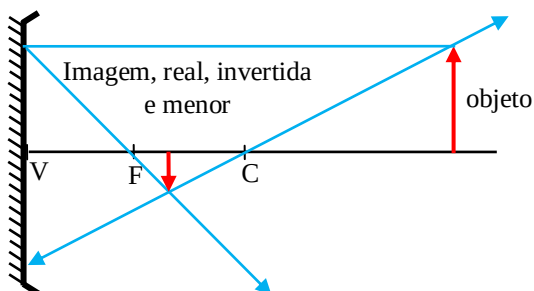
Para a formação de imagens de espelhos esféricos usaremos essas incidências particulares.

1) Objeto real em espelho convexo



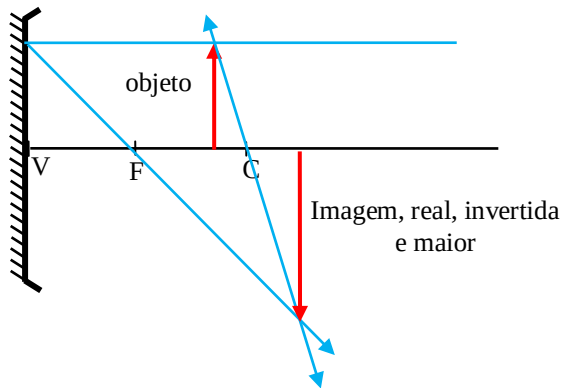
2) Objeto real em espelho côncavo

2.1 – Objeto a uma distância maior do que o raio de curvatura



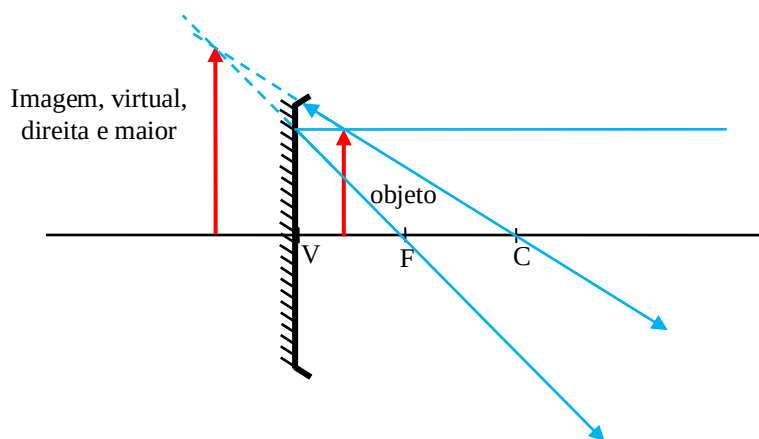
Observe que quando o objeto se afasta a imagem se aproxima do foco. Quando o objeto está muito longe, a imagem está no foco que, portanto, é um foco-imagem. Observe também que quando o objeto está sobre o centro de curvatura a imagem é simétrica a ele em relação ao eixo principal

2.2 - Objeto entre o foco e o centro de curvatura.



Observe que quando o objeto se aproxima do foco a imagem se afasta do espelho. Objeto no foco não tem imagem. Dizemos que é uma imagem imprópria. Portanto o foco também é um foco-objeto

2.3 – Objeto entre o foco e o vértice



Este é o caso do popularmente chamado espelho de aumento.

LENTEs

Podem ser Convergentes ou divergentes

No ar, as lentes de bordos finos (biconvexa, plano-convexa e côncavo-convexa) são convergentes e as de bordos espessos (bicôncava, plano-côncava e convexo-côncava) são divergentes.

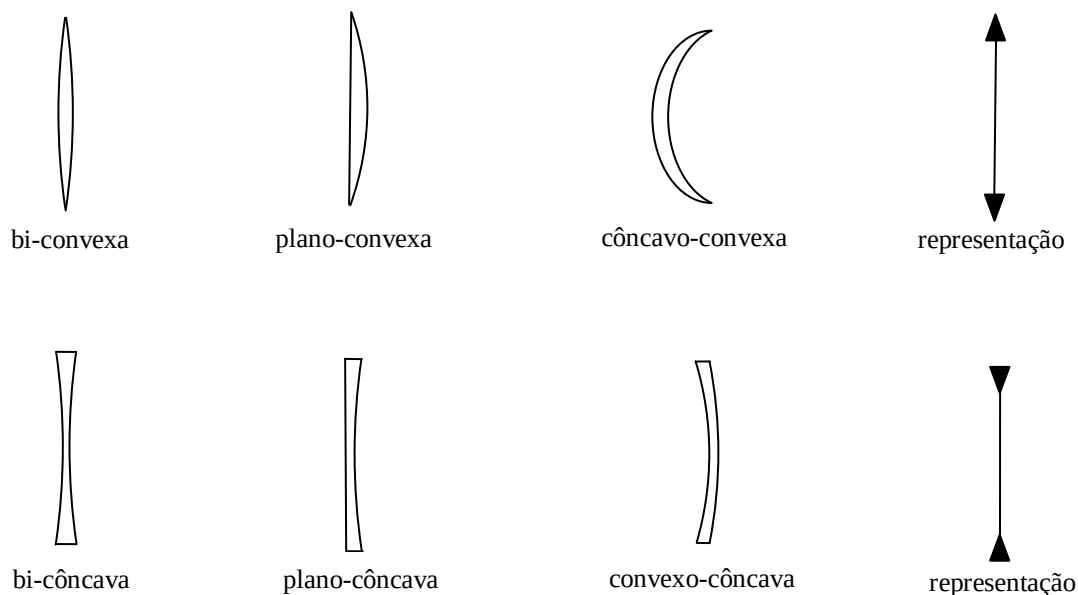


Fig. 9: Perfil dos principais tipos de lentes

Definições:

Centro óptico – Ponto da lente por onde passam os raios luminosos que não sofrem desvio (angular).

Eixo – Qualquer reta que passa pelo centro óptico. O eixo principal é o eixo perpendicular ao plano que contém o bordo da lente. Os outros eixos são eixos secundários.

As definições de **foco-imagem** e **foco-objeto** são as mesmas que para os espelhos, mas nas lentes eles se posicionam simetricamente em relação à lente..

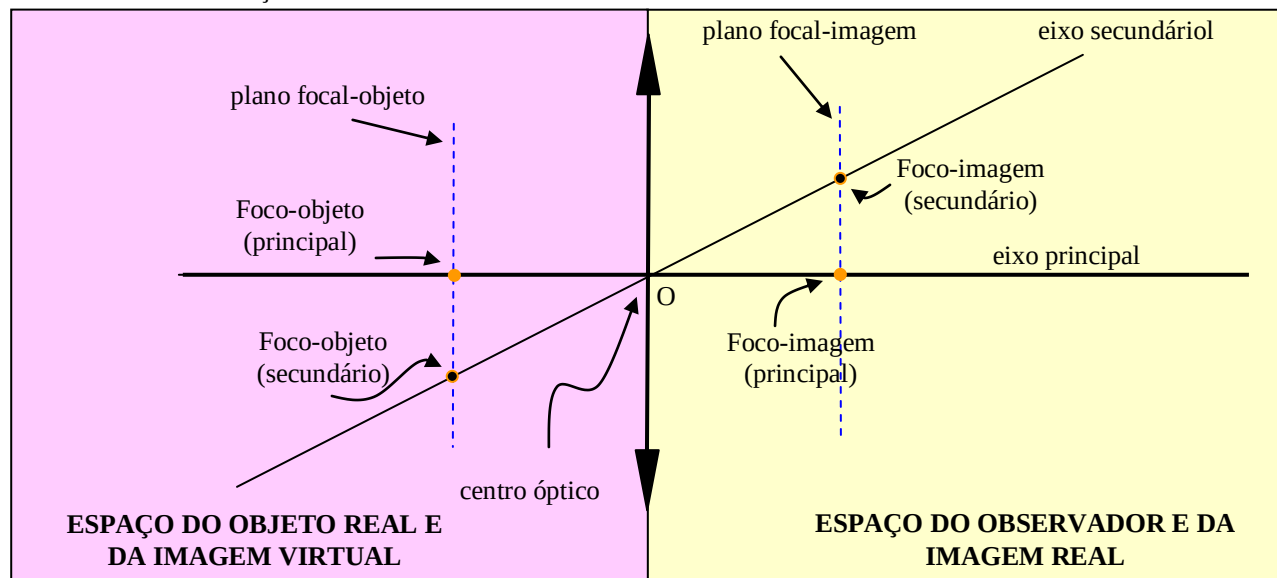


Fig. 2: Principais elementos de uma lente convergente

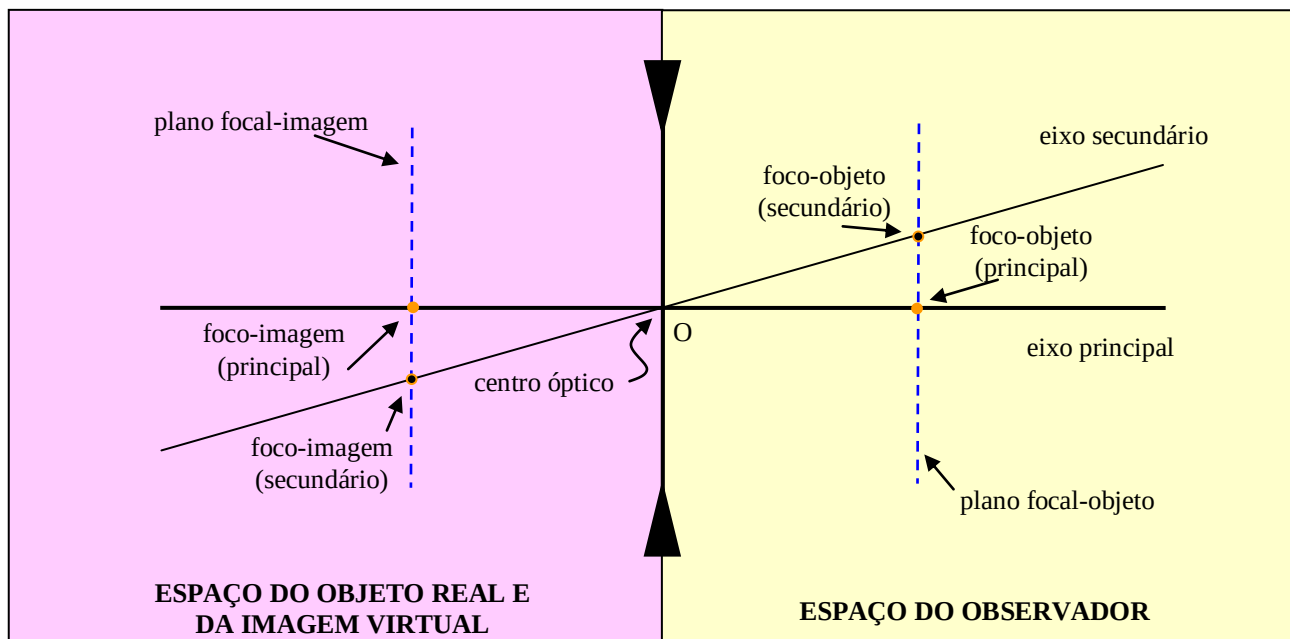
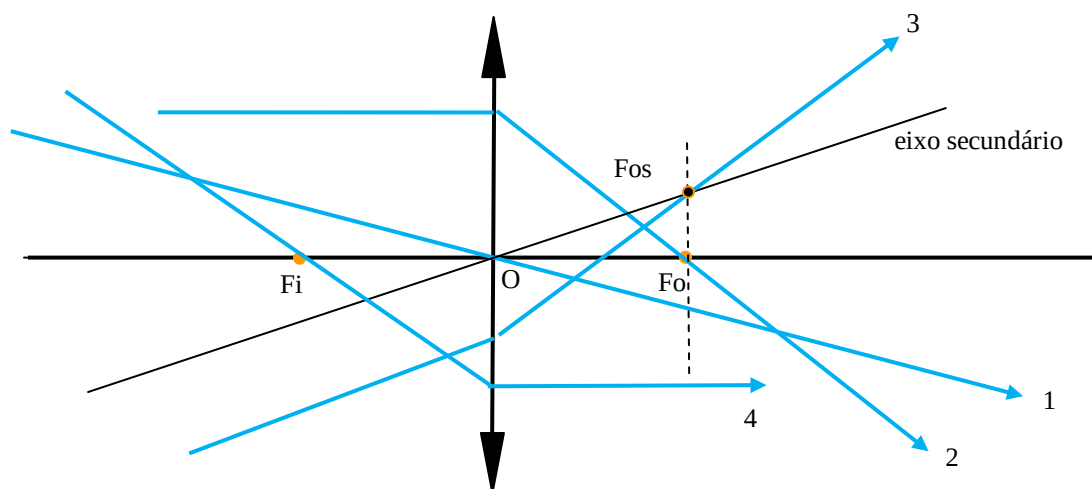


Fig. 3: Principais elementos de uma lente divergente

Formação de imagem em lentes – Para a construção de imagens deve-se tomar dois raios luminosos saídos de um mesmo ponto de um objeto (ou, no caso de objeto virtual, com os prolongamentos convergindo num ponto do objeto) e que incidem na lente (ou qualquer outro sistema óptico). O encontro desses dois raios após passar pela lente (ou qualquer outro sistema óptico) é a imagem do ponto considerado. Para isso devemos lembrar que:

- 1) Todo raio luminoso que passa pelo centro óptico de uma lente não sofre desvio;
- 2) Todo raio luminoso que incide paralelamente ao eixo principal sai passando (ou seu prolongamento passando) pelo foco imagem principal;
- 3) Todo raio luminoso incidente paralelamente a um eixo secundário emerge passando pelo foco-imagem secundário do eixo considerado;
- 4) Todo raio que incide passando (ou seu prolongamento passando) pelo foco-objeto principal sai paralelo ao eixo ao eixo principal;
- 5) Todo raio que incide passando (ou seu prolongamento passando) por um foco-objeto secundário sai paralelo ao eixo ao eixo secundário que contém o foco considerado. (trace você esse raio)



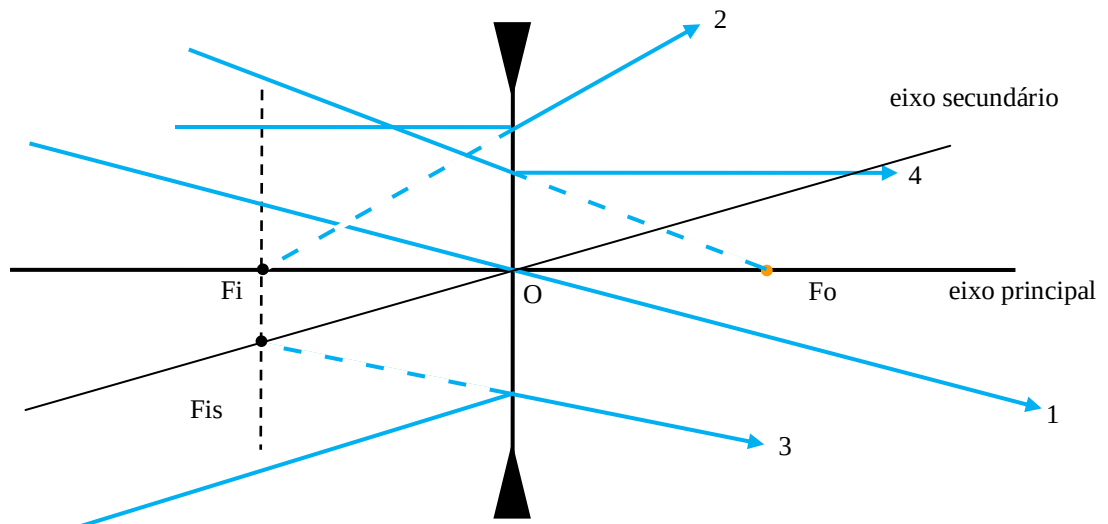


Imagem de objeto real em lentes divergentes

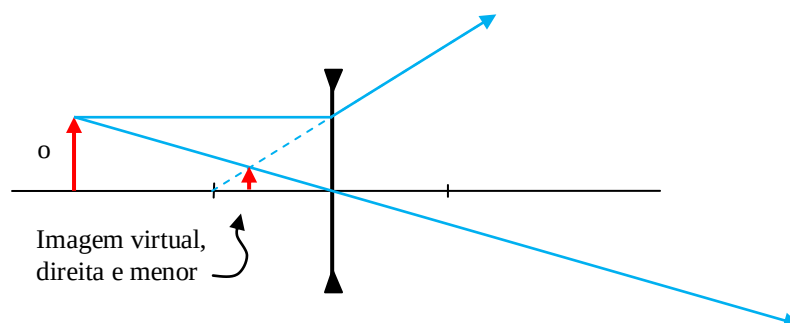


Fig. 4: Imagem de objeto real em lente divergente

Imagem de objeto real em lentes convergentes

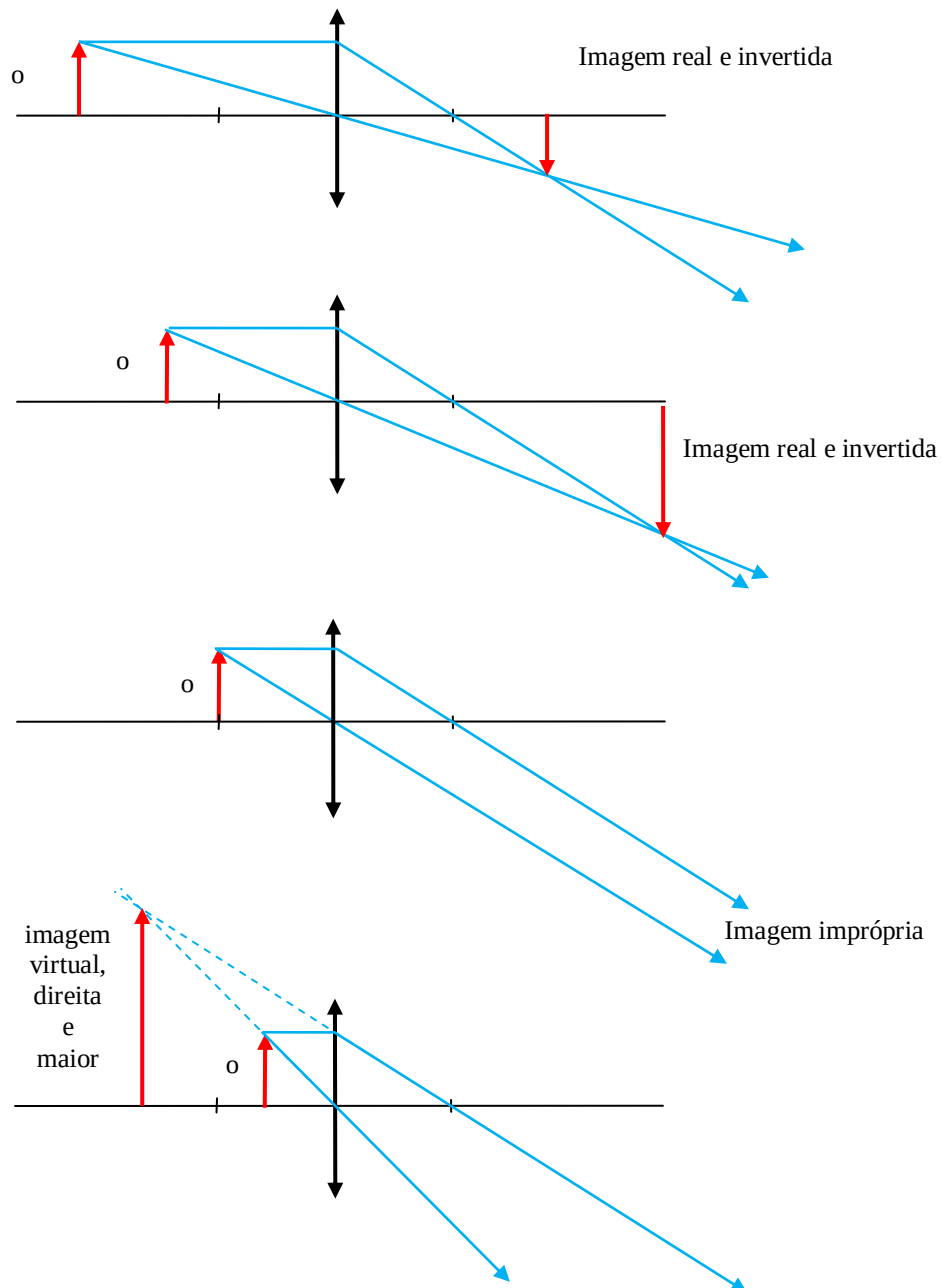


Fig. 5: Alguns casos de imagem de objeto real em lente convergente

Equação das lentes delgadas e espelhos esféricos nas condições de Gauss.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

onde

- f – distância focal da lente
- p – distância do objeto à lente
- p' – distância da imagem à lente

Ampliação: Tanto para os espelhos como para as lentes, a ampliação é dada por $A = |p'/p|$

Equação dos fabricantes de lentes

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \text{ onde } \begin{cases} n - \text{índice de refração da lente em relação ao meio} \\ R_1 \text{ e } R_2 \text{ são os raios de cada face da lente} \end{cases}$$

Convergência (divergência) de uma lente: É o inverso da distância focal expressa em metros. A unidade de convergência é m^{-1} que em óptica recebe o nome de dioptria (di).

Convenção de sinais para as lentes e espelhos esféricos:

p é positivo se o objeto é real e negativo se o objeto é virtual.

p' é positivo se a imagem é real e negativo se a imagem é virtual.

f é positivo se a lente é convergente/espelho côncavo e negativo se a lente é divergente/ espelho convexo.

R na a equação dos fabricantes de lentes é positivo se a face é convexa e negativo se a face é côncava.

Aplic. 3: Deseja-se um espelho côncavo que dê uma imagem direita e 1,5 vezes maior de um objeto a 20 cm de distância. Qual o tipo de espelho e qual sua distância focal e o raio desse espelho.

R: Espelho côncavo, $f = 60$ cm, $R = 120$ cm

Aplic. 4: Um objeto situa-se a 100,0m de uma lente de 2,0cm de distância focal. (a) Determine a posição da imagem. (b) Deseja-se substituir a lente por outra tal que a imagem de um objeto a 20,0cm fique na mesma posição que no item anterior. Qual a distância focal dessa nova lente.

R: a) 2,0 cm b) 1,8 cm.

Aplic. 5: Uma lente biconvexa de vidro ($n = 1,5$) tem raios 0,30m e 0,60m. Determine sua convergência.

R: 2,5 di

Aplic. 6: Uma lente convexo-côncava de vidro ($n = 1,5$) tem raios 0,30m (convexo) e 0,60m (côncavo). Determine sua convergência.

R: 0,83 di

Aplic. 7: A lente da aplicação 3 é imersa num líquido de índice de refração 1,2. Qual sua convergência neste líquido.

R: 1,25 di

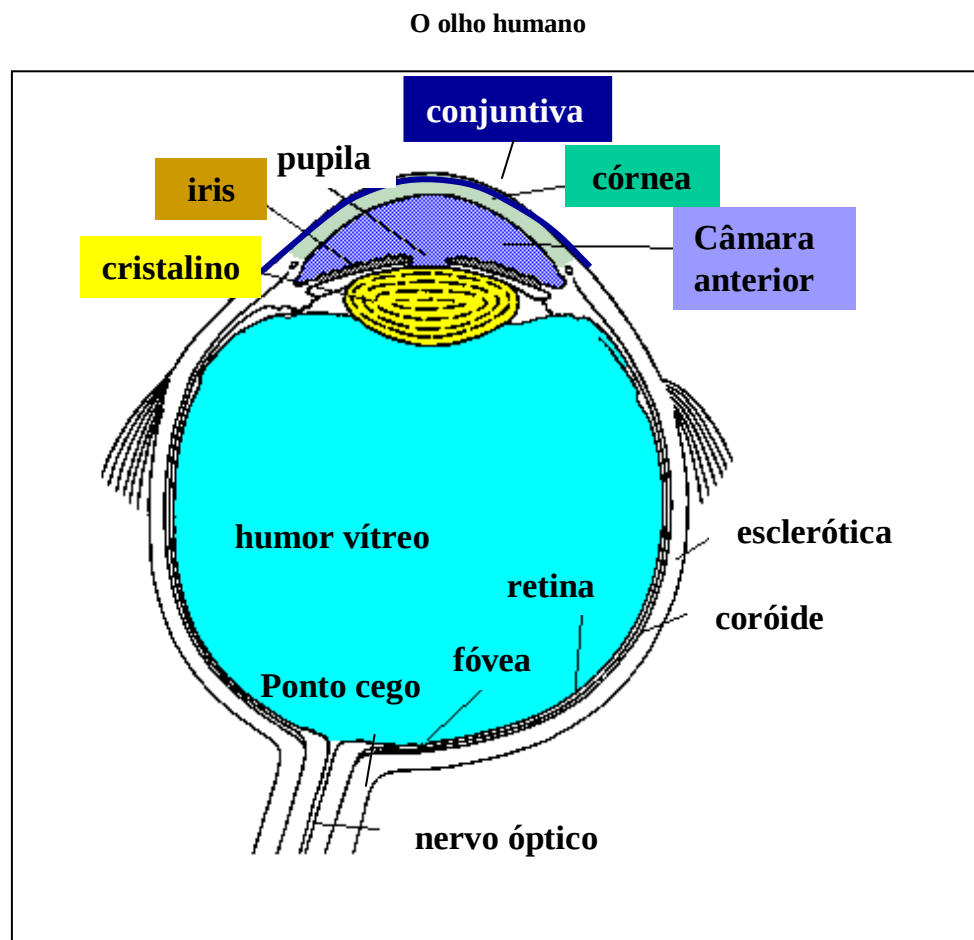
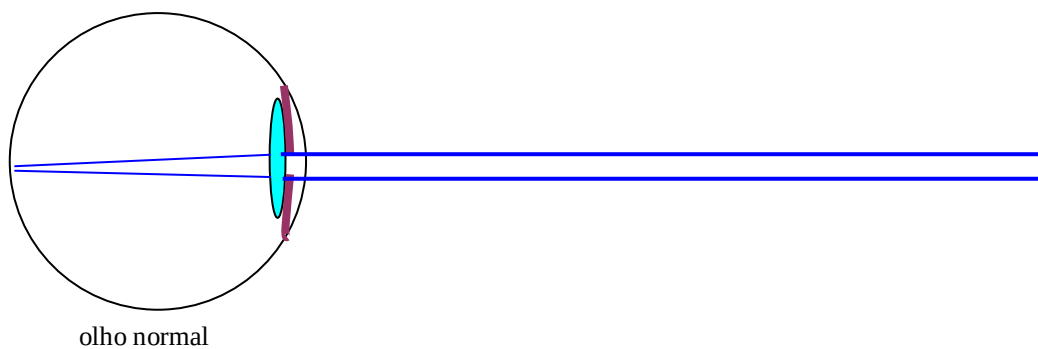
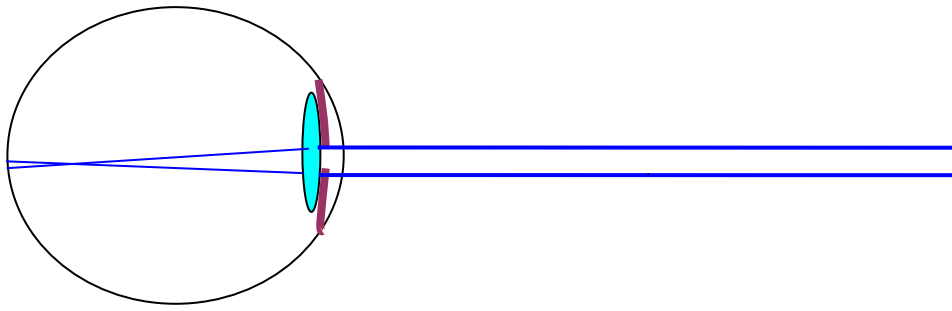


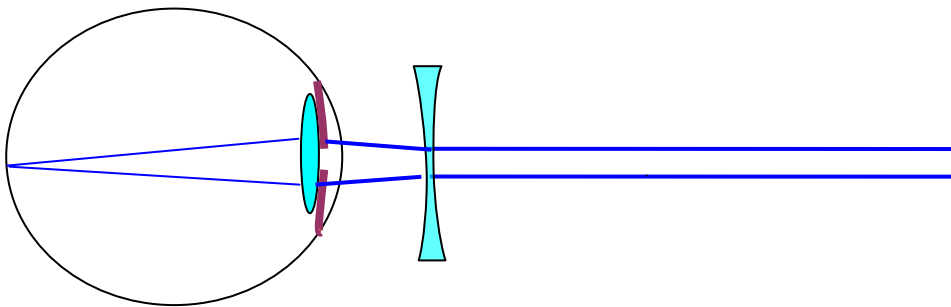
Fig. 6: Corte esquemático do olho humano

Principais deficiências

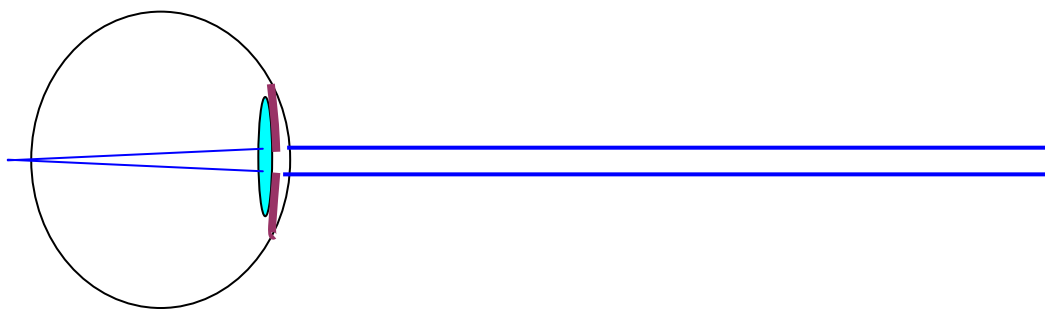




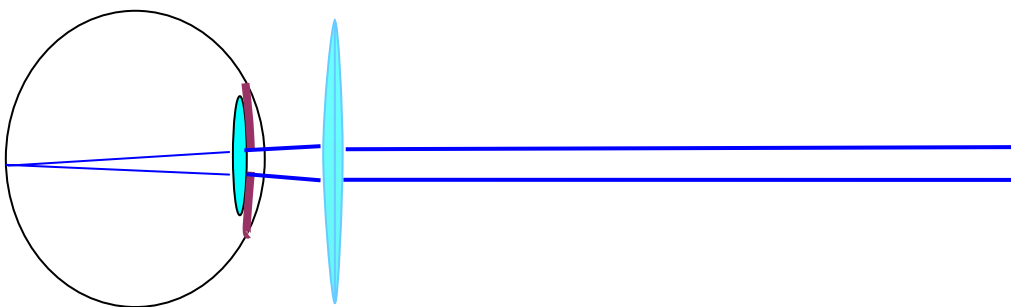
olho míope



correção para miopia: Lente divergente



olho hipermetrope

Correção para hipermetropia:
Lente convergente

Exercícios

- 1) O ponto-próximo (pp) de uma pessoa com visão normal está em torno de 25cm. Determine a variação da distância focal do cristalino para. que possa ver com nitidez um objeto distante e um objeto situado no pp. Considere o diâmetro do globo ocular igual a 2,0 cm.
R: 0,15cm.
- 2) (a) Qual a convergência de uma lente biconvexa de vidro ($n = 1,50$) de raios de curvatura iguais a 0,5m? (b) E uma plano-convexa de mesmo raio de curvatura?
R: (a) 2di; (b) 1 di
- 3) Repita o item (b) do exercício anterior considerando as lentes mergulhadas em (a) água ($n = 1,33$) e (b) Glicerina ($n = 1,47$).
R: (a) 0,26 di (b) 0,04 di

Capítulo VIII**Noções básicas de mecânica Quântica.****Cronologia do desenvolvimento básico da mecânica quântica**

1897 - Joseph Thomson descobre o elétron (tubo de raios catódicos).

1900 - Max Planck faz a hipótese quântica para explicar a radiação do corpo negro.

1905 - Albert Einstein estende o conceito de "quantum" de energia e explica o efeito fotoelétrico.

1911 - Ernest Rutherford propõe um modelo para o átomo com um núcleo pesado e elétrons gravitando em torno dele.

1913 - Niels Bohr apresenta seu modelo quântico para o átomo de hidrogênio.

1913 - Robert Millikan mede a carga do elétron.

1914 - Ernest Rutherford propõe que o núcleo contém prótons.

1923 - Louis de Broglie propõe que elétrons podem ter comportamento ondulatório.

1926 - Erwin Schrodinger chega à equação básica da mecânica quântica.

1927 - Clinton Davission, Lester Germer, and George Thomson confirmam o caráter ondulatório do elétron experimentalmente.

1927 - Werner Heisenberg estabelece o princípio da incerteza.

Planck – Lançou a idéia dos quanta de energia para explicar a radiação do corpo negro.

Albert Einstein usou essa idéia para explicar o efeito fotoelétrico e generalizar de quantização da energia.

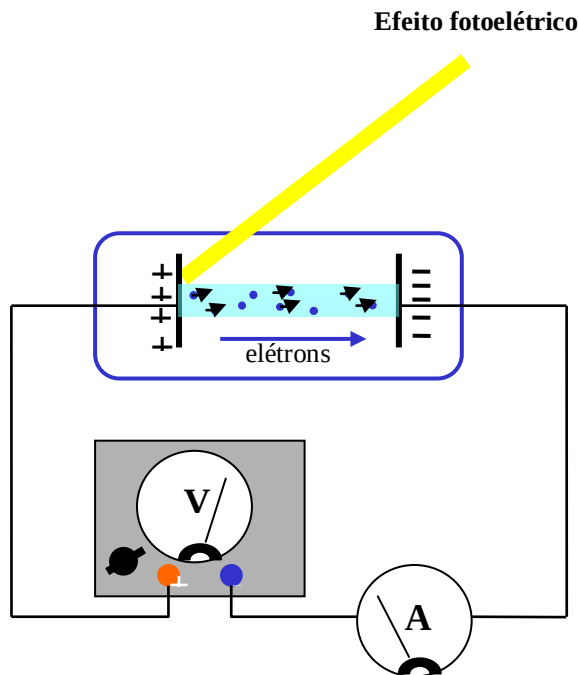


Fig. 1: Célula fotoelétrica polarizada para anular a corrente.

Características:

- 1) A resposta da célula é imediata, i.é, não é detectável qualquer intervalo de tempo entre a chegada da luz e o aparecimento de corrente.
- 2) A intensidade de corrente aumenta com a intensidade de luz.
- 3) Para a luz com um comprimento de onda (frequência) acima (abaixo) de certo valor λ_0 (f_0) (que depende do material), não há corrente qualquer que seja a intensidade de luz.
- 4) A energia máxima do fotoelétron – medida pela ddp que se deve aplicar entre os eletrodos da célula para anular a corrente- é diretamente proporcional à frequência da luz incidente

Pela teoria de Einstein: A luz vem em forma de fótons, cada fóton com energia hf , ou seja: $E = hf$, onde h é uma constante, chamada constante de Planck, cujo valor é:

$$h = 6,67 \times 10^{-34} \text{ J.s} = 4,17 \times 10^{-15} \text{ eV.s.}$$

Para arrancar o elétron do metal, é necessária uma energia mínima ϕ , denominada função de trabalho do metal (cada material tem sua função de trabalho). Se toda energia do fóton fosse cedida ao elétron, o elétron poderia sair do metal com energia hf . Todavia, parte da energia do fóton é usada para arrancar o elétron (ϕ) e, portanto, a energia máxima (T_{Max}) que o elétron pode ter ao sair do metal é:

$$T_{\text{Max}} = hf - \phi$$

O gráfico dessa energia máxima pode ser representado por

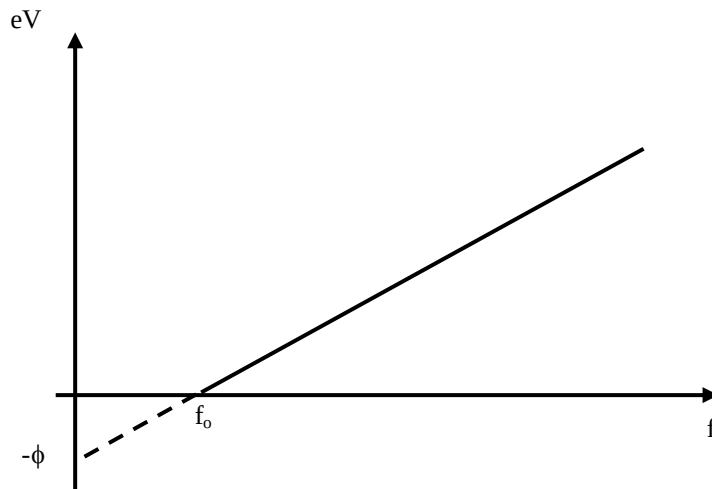


Fig.2: Gráfico da energia máxima do fotoelétron em função da frequência da radiação incidente na célula. Se V é o potencial que anula a corrente para cada f , então eV é a energia máxima do fotoelétron para a frequência considerada. f_0 é chamada frequência de corte.

Ver uma analogia com o efeito fotoelétrico no Apêndice (última página)

Aplic.1: O comprimento de onda de corte de uma célula fotoelétrica é 580 nm. Calcule a energia máxima (em eV) de um fotoelétron gerado por uma radiação de 480 nm.
R: 0,44 eV

Aplic.2: Uma radiação de 500 nm incide numa célula fotoelétrica. Para anular a corrente na célula é necessário uma tensão de 1,20 V. Qual a função de trabalho no metal da célula (em eV)?
R: 1,3 eV

Aplic.3: Num célula fotoelétrica, a tensão de corte (tensão necessária para anular a corrente) é 0,84 V. A função de trabalho da placa da célula é 2,16 eV. Qual o comprimento de onda da radiação incidente?
R: 417 nm

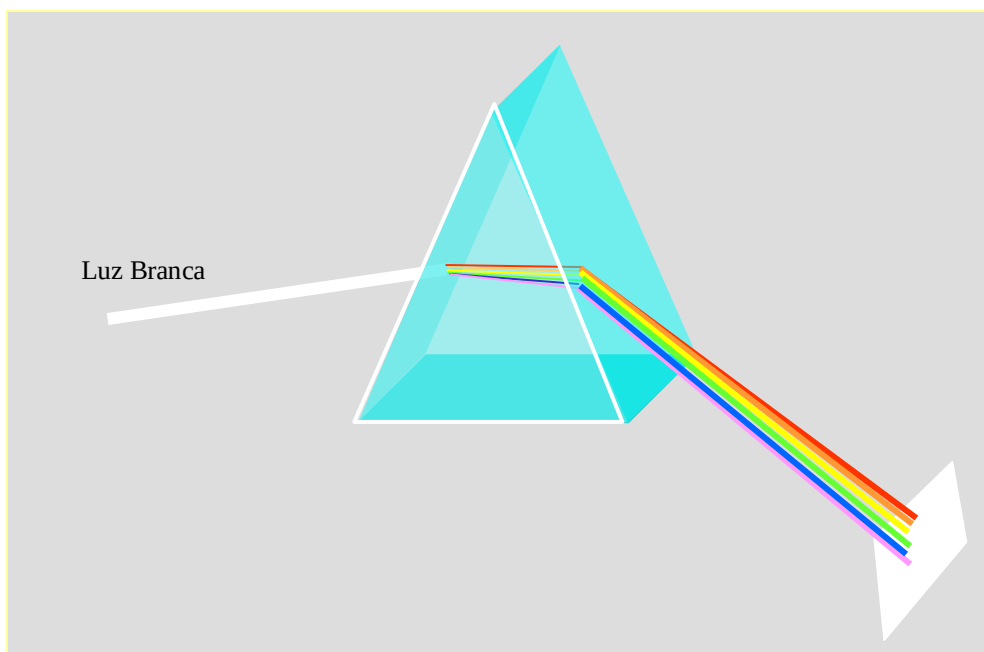
Espectroscopia óptica

Fig. 3: A luz branca ao passar por um prisma sofre dispersão, isto é, se separa em suas componentes de cor

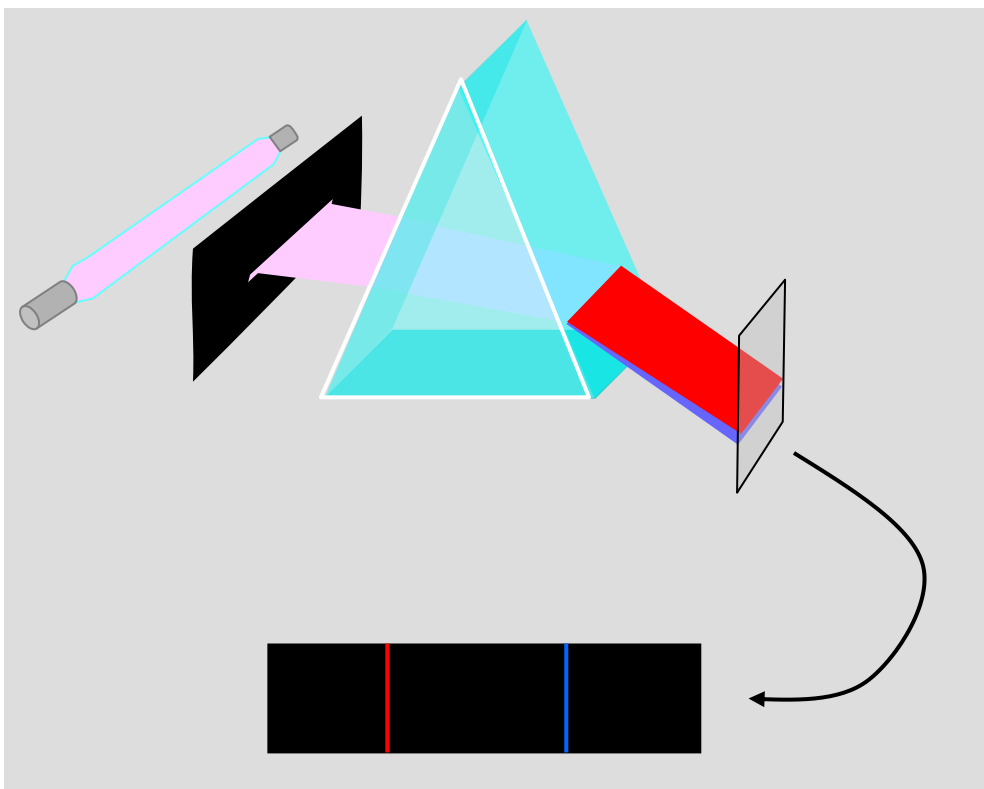
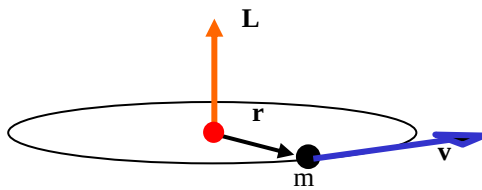


Fig.4: A luz proveniente de uma lâmpada de hidrogênio ao passar pelo prisma se divide em duas cores somente.

O átomo de Bohr (hidrogênio)

Revisão: Momento angular



$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$$

Considerando que no movimento circular $\mathbf{r}$ e $\mathbf{p}$ são perpendiculares

$$L = r mv \quad (1)$$

Fig. 5: No modelo atômico de Bohr para o hidrogênio, o elétron gira em torno do núcleo constituído de um próton. O momento angular do elétron é dado pela equação (1)

Postulado – O momento angular só pode assumir os valores :

$L = n\hbar$, onde $\hbar = h/2\pi$ e n é um inteiro (1, 2, 3, 4....)

$$F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r} \therefore mv^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (2)$$

$$E = E_c + U$$

onde

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\text{Portanto } E = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} \quad (3)$$

$$\text{Elevando (1) ao quadrado: } L^2 = r^2 m^2 v^2 \quad (4)$$

$$\text{Substituindo (2) em (4): } L^2 = r^2 m \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \text{ e portanto, } r = \frac{4\pi\epsilon_0 L^2}{me^2}$$

Assim, temos

$$E = -\frac{me^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 L^2}, \text{ ou seja, usando o postulado de Bohr:}$$

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2 n^2} = -\frac{13,6}{n^2}$$

Que representa a energia do elétron no nível n do átomo de hidrogênio

Para um átomo de hidrogênio teríamos:

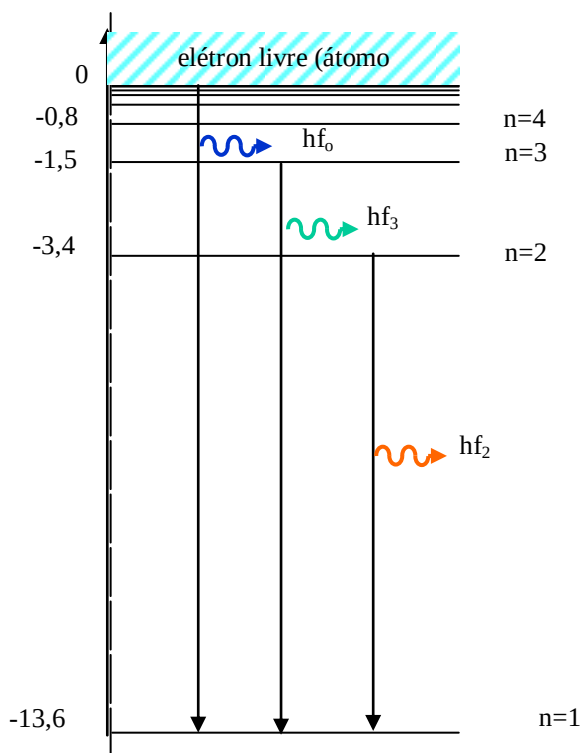


Fig.6: Esquema de níveis de energia do hidrogênio. As transições mostradas são::

$$E_{\infty} - E_1 = hf_0$$

$$E_3 - E_1 = hf_3$$

$$E_2 - E_1 = hf_1$$

Também podem ser possíveis as transições de $3 \rightarrow 2$, $5 \rightarrow 3$, etc, mas umas são mais prováveis do que outras.

A transição inversa da apresentada na figura 6 se dá pela absorção de fótons ou outro meio de fornecer energia ao elétron (campo elétrico, por exemplo). Para ionizar opticamente o hidrogênio, é necessário um fóton de 13,6 eV

Aplic.4: Determine a energia do fóton proveniente da transição do nível $n=6$ para $n=2$.

R: 3,0eV

Aplic.5 : Determine o comprimento de onda máximo de um fóton capaz de ionizar o átomo de hidrogênio. Um fóton com comprimento de onda menor ioniza o hidrogênio? E um com comprimento de onda maior? Responda explicando a resposta.

R: 92 nm; pode ser; não

Outros números quânticos

Além do número quântico principal, os níveis de energia eletrônicos têm outros números quânticos que o caracterizam.

Número quântico azimutal (l)

Número quântico de spin (s)

Um estado é caracterizado por todos os números quânticos.

Princípio de exclusão de Pauli

Num átomo, cada estado contém somente 1 elétron. Como elétrons de *spins* contrários têm a mesma energia na ausência de campo magnético, dizemos que cada nível de energia pode ser ocupado no máximo por dois elétrons.

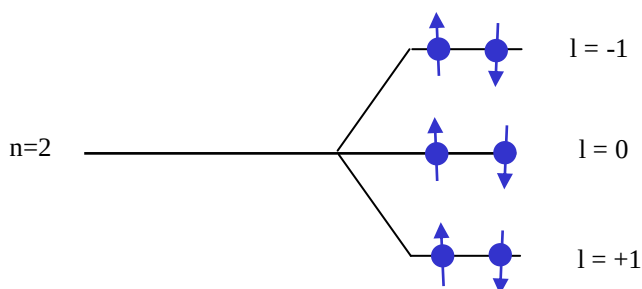


Fig.7: Cada nível pode acomodar dois elétrons com spins contrários

Comprimento de onda de De Broglie

O comprimento de onda associado a uma partícula de momento p é:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

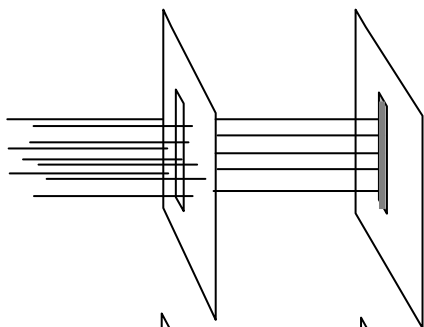


Fig. 8a: Partículas não sofrem difração

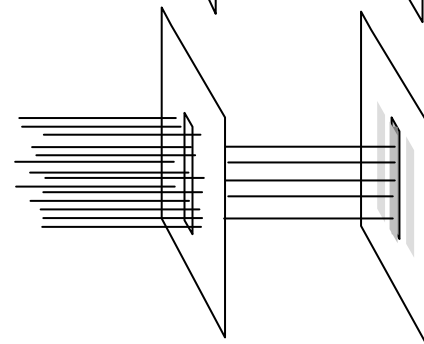


Fig. 8b: Elétrons sofrem difração

Afinal, elétrons são partículas ou ondas? E luz é partícula ou onda? A resposta é: Se você fizer uma experiência bem feita para mostrar que o elétron (luz) é onda (partícula), você consegue. Se fizer uma experiência para mostrar que elétron (luz) é partícula (onda), também consegue. Elétrons e radiações eletromagnéticas (luz, por exemplo) podem se comportar como onda ou

como partícula, mas não as duas coisas simultaneamente. Isto é o que se chama *dualidade onda partícula*. Vamos ver agora algumas explicações de fenômenos conhecidos e que só são explicáveis pela mecânica quântica.

Aplic.6: Calcule o comprimento de onda associado a:

(a) Um elétron de 10keV. (b) Um carro de 900 kg a 72km/h. Por que o carro não sofre difração?

R: (a) 0,012 nm; (b) $3,7 \times 10^{-38}$ m

Difração de elétrons

Elétrons sofrem difração quando atravessam cristais. A difração é um fenômeno ondulatório. Foi com uma experiência de difração de elétrons que G.P.Thomson mostrou que elétrons se comportavam como onda (31 anos antes, seu pai, J.J.Thomson mostrou que elétrons se comportavam como partícula! Ambos foram prêmio Nobel em física).

Raios-X

Radiações com λ de 10^{-3} a 1 nm

Produção : inverso de efeito fotoelétrico: elétrons $\rightarrow$ fótons

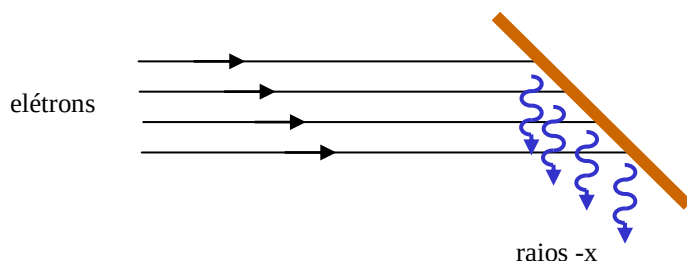


Fig.9: Elétrons, acelerados por uma ddp V , ao chocarem-se com uma placa de cobre fazem aparecer a radiação X.

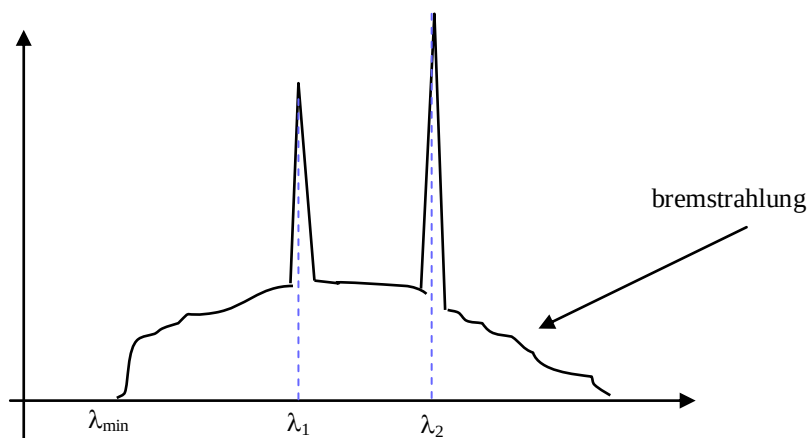


Fig.10: *Bremstrahlung: é a energia emitida pelo elétron devido à sua desaceleração. É um efeito explicado pela física clássica.*

A energia máxima do fóton é igual à energia do elétron (que é igual ao produto da carga do elétron pela ddp que o acelera), logo:

$$hc/\lambda_{\min} = eV$$

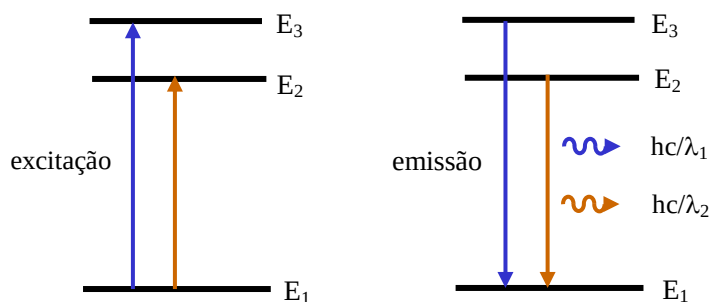


Fig. 11: *Os picos que aparecem na figura 10 são provenientes da recombinação dos elétrons dos níveis mais externos (E_3 e E_2) para os níveis mais internos (E_1)*

Aplic.7: Um elétron com energia de 30 keV é utilizado num tubo de Raios X com molibdênio como alvo. O molibdênio apresenta dois picos de raios x, um de 70pm e outro a 62 pm ($1\text{pm}=10^{-12}\text{m}$). Qual o $\lambda_{\min}$ emitido pelo tubo? Com essa energia do elétron é possível obter os dois picos?

R: 42pm; sim

Laser
(Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation)

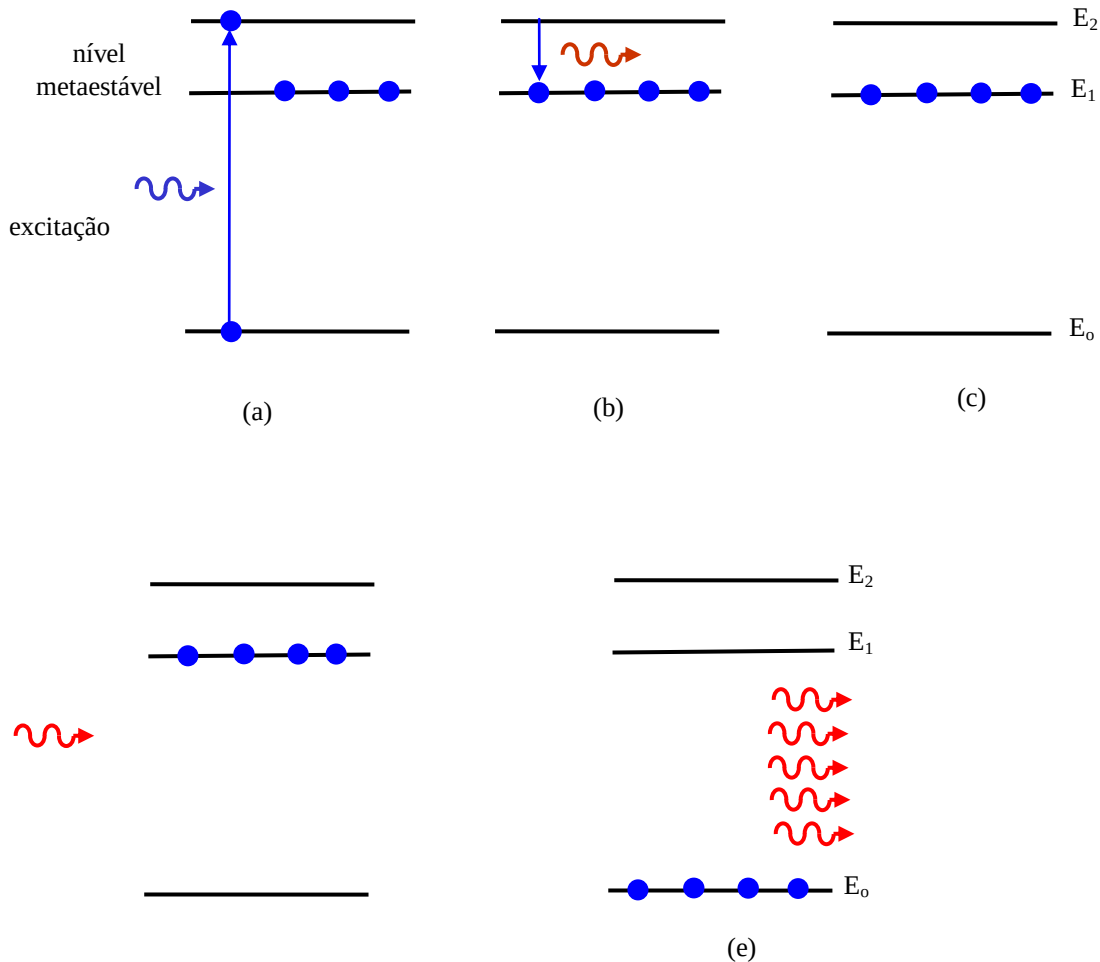


Fig12: (a) Um fóton de energia E_2-E_0 faz um elétron passar de E_0 para E_2 . (b) Em seguida esse elétron cai para o nível metaestável E_1 onde já existem outros elétrons. (c) O nível E_1 fica populado enquanto o nível E_0 está vazio. É o que se chama *inversão de população*. (d) Um elétron com energia E_1-E_0 estimula o decaimento dos elétrons do nível E_1 simultaneamente. A luz emitida é altamente monocromática e coerente

Num laser, a emissão estimulada ocorre dentro de uma cavidade espelhada nas extremidades. Os espelhos (que deixam passar uma fração da luz) realimentam o decaimento estimulado e criam uma onda estacionária na cavidade (cavidade de Fabry-Pérot).

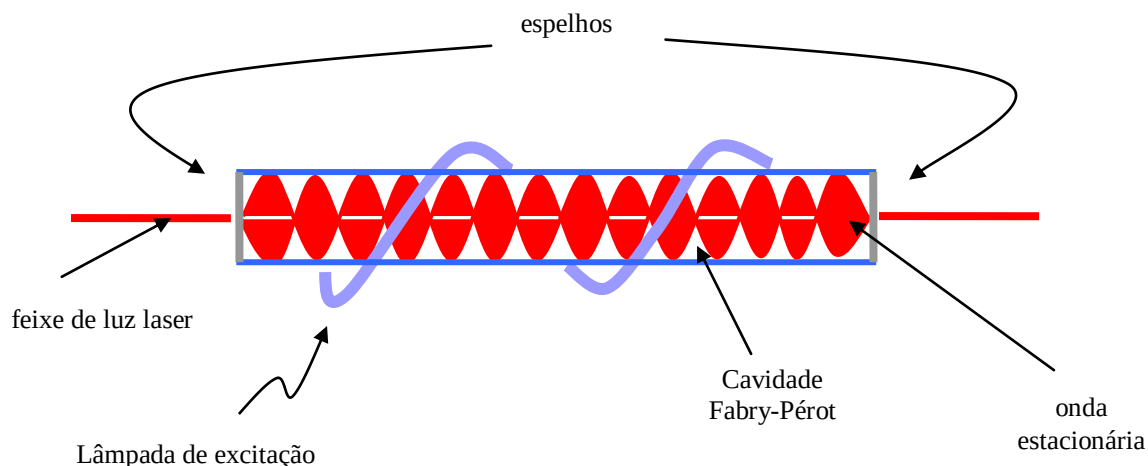


Fig.13: Um laser esquematicamente

Exercícios

1) A função de trabalho do sódio é 2,30 eV. (a) Qual o maior comprimento de onda que provoca a emissão de fotoelétrons do sódio? (b) Qual a energia máxima dos fotoelétrons emitidos pelo sódio quando iluminado com radiação de 200nm?
R: (a) 540,8nm (b) 3,9eV

2) A frequência limiar para a emissão fotoelétrica no cobre é $1,1 \times 10^{15}$ Hz. Determine a máxima energia dos fotoelétrons (em eV) quando uma radiação de $1,5 \times 10^{15}$ Hz incide sobre ele.
R: 1,65 eV

3) Determine o comprimento de onda de um fóton de 15eV.
R: 82nm

4) Determine o comprimento de onda de um elétron com 100keV.
R: 3,9pm

5) O comprimento de onda de uma radiação X é 1,0 nm. Determine a energia do elétron que tem esse comprimento de onda associado.
R: 1,5eV

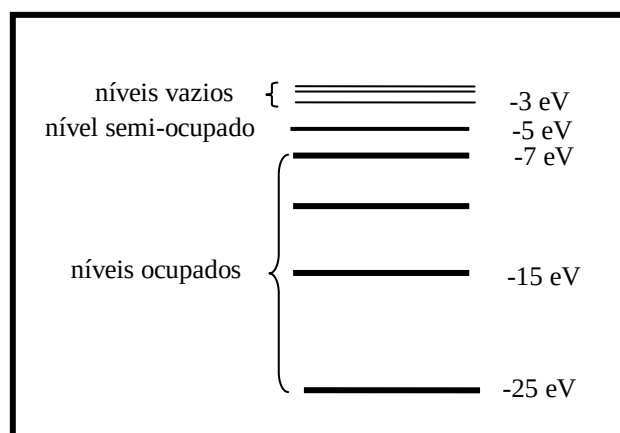
6) Um aparelho de raios X emite com comprimento de onda mínimo de 0,010 nm. Qual a voltagem aceleradora dos elétrons?
R: 150 kV

7) Certo gás tem, no estado fundamental, os níveis de energia distribuídos conforme a figura abaixo.

a) Qual a energia mínima de ionização do gás?

R: 5eV

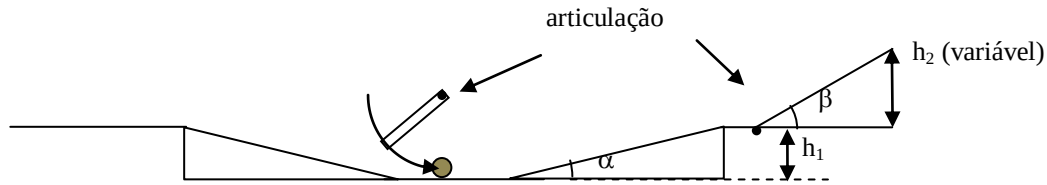
b) Uma radiação de 400nm é direcionada para o gás. Ela pode ser absorvida pelo gás? E uma radiação de 247nm? Se uma dessas radiações é absorvida, o que acontece em seguida? (obs: Use só uma casa decimal para a resposta)



R: 247nm: Sim; ela é re-emitida quando o elétron volta ao estado fundamental; 400nm: não. Ela atravessa o gás

Apêndice:

Vamos fazer uma analogia. Considere que você vai tirar bolinhas iguais de um buraco com o auxílio de um bastão articulado. Cada bolinha será arremessada contra a parede do buraco pelo bastão conforme mostra a figura 3. A parede do buraco forma um ângulo α com a horizontal. Fora do buraco, existe um plano inclinado articulado que forma um ângulo β com a horizontal que pode ser variado. A figura 7 mostra esse arranjo. Claro que mudando o ângulo β , muda também a altura h_2 .



Se a bolinha é arremessada com energia $E < mgh_1$, não vai sair do buraco. Se for arremessada com energia $E = mgh_1$, não subirá o plano. Se for arremessada com uma energia $E > mgh_1$, subirá até uma altura h_2 no plano tal que $mgh_1 + mgh_2 = E$, ou seja, $mgh_2 = E - mgh_1$. Para saber a energia máxima da bolinha, basta inclinar o plano inclinado até a bolinha não conseguir ultrapassá-lo. Portanto a energia máxima da bolinha será $T_{Max} = mgh_2$. Se considerarmos que $\phi = mgh_1$ é a energia para liberar a bolinha e E a energia que ela recebe do bastão, teremos:

$$T_{Max} = E - \phi$$

A analogia com o efeito fotoelétrico é perfeita. O bastão é o fóton que cede energia à bolinha presa no buraco que é o elétron preso na superfície do sólido. É preciso uma energia ϕ para liberar a bolinha e o elétron e ela sairá do buraco com energia $E - \phi$ tal como o elétron.

Note também que se o bastão não ceder uma energia maior que $\phi = mgh_1$, a bolinha não sairá do buraco. Da mesma forma, se a energia do fóton for menor que ϕ , o elétron não sai do material.

CAPÍTULO IX

O Núcleo

O núcleo de um átomo tem uma carga total positiva e, embora pequeno em relação ao átomo, tem uma massa muito maior do que toda a nuvem eletrônica.

E termos de carga e massa, os constituintes de um átomo são:

$$\text{Núcleo} \left\{ \begin{array}{l} \text{Prótons – carga: } 1,6 \times 10^{-19} \text{C positiva – Massa: } M_p = 1,6726 \times 10^{-27} \text{ kg} \\ \text{Nêutron – sem carga – Massa: } M_n = 1,6749 \times 10^{-27} \text{ kg} \\ \text{Elétron – carga: } 1,6 \times 10^{-19} \text{C negativa – Massa: } M_e = 9,1093 \times 10^{-31} \text{ kg} \end{array} \right.$$

Portanto, as massas do próton e do nêutron são muito próximas e podem ser igualadas para a maioria dos propósitos. Já a massa do elétron é da ordem de 1000 vezes menor que a do próton (nêutron).

O núcleo de um átomo é muito pequeno e seu raio é dado, como uma aproximação razoável, por:

$$R = R_0 A^{1/3}$$

onde $R_0 = 1,2 \times 10^{-15} \text{ m} = 1,2 \text{ fm}$ (fentometro) e A é o número de massa (prótons + nêutrons).

Aplic.1: O número de massa do Nitrogênio é 14. Determine o raio de seu núcleo.

R: 2,8 fm

Doravante chamaremos o núcleo do átomo frequentemente de nuclídeo

Isótopos: O número de prótons e elétrons é sempre o mesmo num átomo neutro e é chamado Z . O número de nêutrons (N), todavia, pode variar, variando assim o número de massa. Núcleos com o mesmo Z e N diferentes são chamados isótopos. Na representação clássica, temos ${}_Z^A X$, onde Z é o número atômico e A , o número de massa.

Assim: ${}_{92}^{235} \text{U}$ tem $A = 235$ e $Z = 92$, o que nos dá $N = 143$

${}_{92}^{238} \text{U}$ tem $A = 238$ e $Z = 92$, o que nos dá $N = 146$

Portanto, esses dois nuclídeos são isótopos.

Outros exemplos de isótopos:

${}_1^1 \text{H}$ zero nêutrons

${}_1^2 \text{H}$ 1 nêutron

${}_6^{12} \text{C}$ 6 nêutrons

${}_6^{14} \text{C}$ 7 nêutrons

O núcleo tem spin quantizado. Um campo magnético forte pode alinhar o spin dos núcleos de um material como uma agulha magnética.



Fig.1: Spin na ausência e na presença de campo magnético.

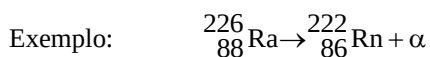
Um trem de onda eletromagnética na condição denominada ressonância pode girar os spins de 180° . Cessando a causa os spins voltam a alinhar-se com o campo emitindo ondas.

Para cada material este efeito tem uma densidade de onda emitida característica o que permite mapear regiões com vários tipos de tecidos. É a ressonância nuclear magnética ajudando a medicina. Ela é mais conhecida como, M.R.I (Magnetic Resonance Imaging) devido ao medo que o termo NUCLEAR faz às pessoas leigas.

Estabilidade do núcleo: A maioria dos nuclídeos conhecidos não é estável. Um núcleo não estável emite partículas ou ondas eletromagnéticas como mecanismo de “decaimento” para isótopos mais estáveis.

Existem três tipos principais de decaimento.

- 1) *Dcaimento α* - O decaimento de faz pela emissão de uma partícula α . A partícula α é um átomo de ${}^4_2\text{He}$



- 2) *Dcaimento β* - Neste caso, temos uma transformação interna de próton para nêutron com a emissão de uma partícula β^+ (positiva) ou β^- (negativa) e de neutrinos
- 3) *Dcaimento γ* - No decaimento γ não muda os valores de A e Z do núcleo, há perde energia pela emissão de raio γ .

Radioatividade Natural: Alguns materiais decaem normalmente com o tempo, como é o caso do ${}^{14}\text{C}$ muito usado na datação dos fósseis. Os nuclídeos radioativo mais abundante na terra é o ${}^{238}\text{U}$ que sofre 14 decaimentos (8 alfa e 6 β^-) para chegar ao ${}^{206}\text{Pb}$ (estável).

Se N é o número (muito grande) de nuclídeos radioativos de um determinado elemento num determinado instante t. A taxa de decaimento, i é, $-dN/dt$ é proporcional a N. O valor de $-dN/dt$ fornece a taxa de decaimento ou a *atividade* da amostra.

Portanto:
$$-\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t) \quad (1)$$

Onde λ é um fator de proporcionalidade denominado *constante de decaimento*. A equação diferencial (1) é facilmente resolvível e nos dá:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad \text{onde } N_0 \text{ é o número de átomos em } t = 0.$$

Meia-vida: Meia-vida de um nuclídeo é, por definição, o tempo necessário para cair à metade o número de nuclídeos ativos.

$$N = N_0/2 \quad \Rightarrow \quad \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \quad \Rightarrow \quad \ln(1/2) = -\lambda T_{1/2} \quad , \text{ logo:}$$

$$T_{1/2} = 0,693/\lambda$$

A unidade de atividade é o Curie (Ci) definido como $3,7 \times 10^{10}$ decaimentos/s. No Sistema Internacional a unidade de atividade é o Becquerel (Bq). $1\text{Bq} = 1$ decaimento/s

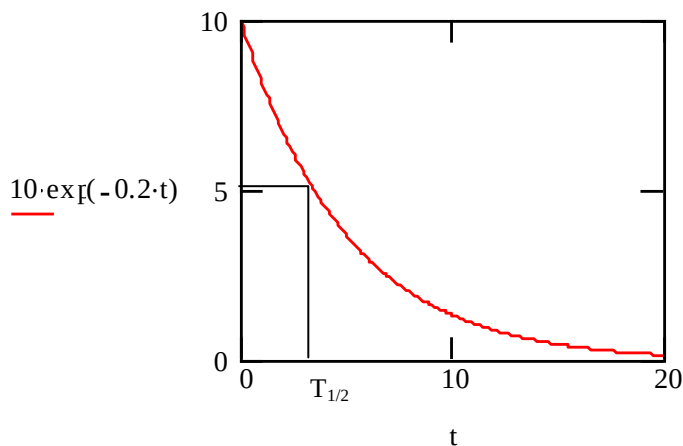


Fig.2: A figura mostra o decaimento radioativo de uma amostra com $N_0 = 10$ núcleos (só para visualização) com $\lambda = 0.2\text{s}$. O valor de $T_{1/2}$ neste caso é 3,5s.

Datação Radioativa.: Na natureza existem elementos radioativos que são absorvidos pelo homem, pelas plantas e pelos animais. O ^{14}C é um dos mais abundantes e está normalmente misturado ao ^{12}C . Cada uma das espécies tem dentro de si certa quantidade de ^{14}C que é mais ou menos a mesma para cada espécie da mesma época. Após a morte, as espécies não mais absorvem o carbono e, portanto, o ^{14}C a partir daí, só decai. Assim, pela quantidade residual de ^{14}C , é possível determinar a idade de um fóssil dentro dos limites de detecção do C (~ 40000 anos). A precisão da datação com ^{14}C não é muito boa pois sua concentração na atmosfera varia no tempo.

Aplic.2: Antes de 1900, a atividade do C por massa total de C era cerca de 0,255 Bq, por grama

- Qual a fração de C^{14} ?
- Se uma amostra arqueológica mostra 500 mg de C e nela foram observados 174 decaimentos em 1 hora. Qual sua suposta idade?

A meia-vida do carbono é 5730 anos

Efeitos biológicos da radiação

Os efeitos das radiações sobre os tecidos são, em geral, de péssimas consequências para o homem.

- Pode haver interferência na reprodutibilidade das células.
- Pode matar a célula
- Podem causar queimaduras internas, etc

Tais efeitos possibilitam ou causam o aparecimento de várias doenças, tais como o câncer, a catarata, e outras. Também podem ser usados na cura de algumas doenças, principalmente do câncer quando, controladamente, é utilizada para matar as células doentes.

Medida das radiações: O importante não é a quantidade de radiação absorvida, mas sim a *dose*. A dose é definida como energia absorvida por unidade de massa. A unidade da dose no Sistema Internacional é o GRAY (Gy):

$$1\text{Gy} = 1 \text{ J/kg}$$

Uma unidade muito usada é o rad (Radiation Dosage) : $1\text{rad} = 0,01\text{Gy}$

A dose absorvida também não é por si só, uma medida adequada dos efeitos biológicos da radiação. Doses iguais de fontes radioativas diferentes produzem efeitos diferentes. Para melhor expressar o efeito da radiação criou-se então um fator numérico chamado Eficácia Biológica Relativa (Relative Biological Effectiveness – RBE). A dose equivalente absorvida por um tecido, dada em Sievert (Sy), é calculada por:

$$\text{Dose equivalente (Sy)} = \text{RBE} \times \text{dose absorvida (Gy)}$$

Outra unidade para a dose equivalente é o REM (Roentgen Equivalent Man).

$$\text{Dose em REM} = \text{RBE} \times \text{dose absorvida em rad.}$$

A tabela 1 abaixo dá o RBE para várias radiações.

Tabela1: Eficácia biológica para algumas radiações

Tipo e energia da radiação	RBE
Raio X	1
Raio γ	1
β com mais de 30 keV	1
β com menos de 30 keV	1,7
Nêutrons com 1-10 MeV	10 (corpo) – 30 (olhos)
Prótons com 1-10 MeV	10 (corpo) – 30 (olhos)
Alfa emitida naturalmente	10-20

Exercícios

1) Escreva a equação do decaimento α do ^{238}U .

2) O número inicial de um certo nuclídeo é $2,7 \times 10^{18}$. Em 100 anos, o número de nuclídeos cai a $1,5 \times 10^{15}$.

a) Qual sua meia-vida?

R: 9,24 anos ou $= 2,9 \times 10^8 \text{ s}$

b) Qual sua atividade inicial?

R: $6,48 \times 10^9$ decaimentos / s

c) Qual a constante de decaimento?

R: $0,075/\text{anos} = 2,4 \times 10^{-9}/\text{s}$

3) Uma pessoa é exposta a 10 mrad de uma radiação β de 15 MeV de. Qual a dose que ela recebeu em REM?

R: 0,17 REM

4) Uma amostra de 500g de madeira de um sítio arqueológico fornece 3070 decaimento por minuto. Qual a idade da madeira sabendo que nestas condições a meia-vida do ^{14}C é 5730 anos. Considere que inicialmente o número de ^{14}C era 10^9 vezes menor que o número total de C.

R: $6,2 \times 10^4$ anos