

## Colisão unidimensional

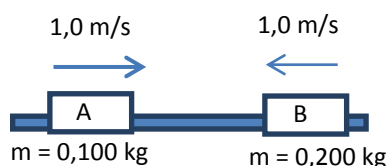
Uma das leis mais importantes e geral em física é a da conservação do momento (quantidade de movimento). Num sistema isolado o momento total se conserva sempre. Isto nos ajuda a estudar interações entre corpos e partículas. Estudaremos a colisão unidimensional somente, mas a maneira com é feito este estudo é a mesma para interações e choques bi e tridimensionais, embora estas requeiram uma matemática mais difícil.

Existem dois tipos de colisões: As elásticas e as inelásticas. Nas elásticas a energia cinética total se conserva, isto é, é a mesma antes e depois da colisão. Na inelástica isto não acontece. A energia cinética após é menor que antes da colisão. Atenção! A energia total se conserva sempre embora na maioria das interações inelásticas seja impossível saber exatamente onde está a energia não cinética. Ela pode estar na deformação devido colisão, no calor gerado, etc. Em resumo, temos:

| COLISÃO | TIPO       | Energia cinética total $((1/2)mv^2)$ | Momento total (mv) |
|---------|------------|--------------------------------------|--------------------|
|         | Elástica   | conserva                             | conserva           |
|         | Inelástica | não conserva                         | conserva           |

Vamos ver um exemplo de cada tipo:

Um carrinho A de massa 100 g se desloca sobre um trilho sem atrito com velocidade de 1,0 m/s. Outro carrinho B de massa 200 g se desloca no mesmo trilho e com a mesma velocidade, mas em sentido oposto. O choque entre os dois carrinhos é elástico. Determine suas velocidades após o choque.



Vamos considerar positiva a velocidade do carrinho A. Após o choque as velocidades serão  $v_1$  e  $v_2$  para os carrinhos A e B respectivamente.

ANTES do choque, temos:

Momento:  $0,1 \times 1 - 0,2 \times 1 = -0,1$

Energia cinética:  $(1/2) \times 0,1 \times 1^2 + (1/2) \times 0,2 \times 1^2 = 0,15$

DEPOIS do choque, temos:

Momento:  $0,1v_1 + 0,2v_2$

Energia cinética:  $(1/2)[0,1v_1^2 + 0,2v_2^2]$

**CONSERVAÇÃO DO MOMENTO:** Momento antes = Momento depois

$$0,1v_1 + 0,2v_2 = -0,1 \Rightarrow v_1 + 2v_2 = -1 \quad (1)$$

**CONSERVAÇÃO DA ENERGIA CINÉTICA** (choque elástico):

EC Antes = EC Depois

$$(1/2)[0,1v_1^2 + 0,2v_2^2] = 0,15 \Rightarrow v_1^2 + 2v_2^2 = 3 \quad (2)$$

Com as equações (1) e (2) calculamos  $v_1$  e  $v_2$ . Para isso, de (1) temos:  $v_1 = -1 - 2v_2 = -(1 + 2v_2)$  (3)

Substituindo em (2):

$$(1 + 2v_2)^2 + 2v_2^2 = 3$$

$$1 + 4v_2 + 4v_2^2 + 2v_2^2 = 3$$

$$6v_2^2 + 4v_2 - 2 = 0 \Rightarrow 3v_2^2 + 2v_2 - 1 = 0$$

Esta equação tem duas raízes: -1,0 m/s e 0,3 m/s. Qual o verdadeiro valor de  $v_2$  ?

Observe que  $v_2 = -1,0 \text{ m/s}$  é uma resposta absurda. Significa que o carrinho B colidiu com o carrinho A e isso não afetou em nada sua velocidade. Se você calcular a velocidade do carrinho A partir dessa velocidade de B, encontrará que A também não mudou sua velocidade. Em outras palavras um carrinho passou por dentro do outro e nem percebeu!

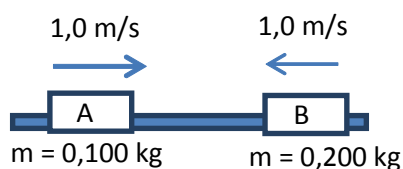
Pelo o exposto acima, concluímos que  $v_2 = 0,3$  e, através de (3), calculamos  $v_1 = -(1 + 2 \times 0,3) = -1,6 \text{ m/s}$ .

Em resumo, após o choque as velocidades de A e B são, respectivamente,  $-1,6 \text{ m/s}$  e  $0,3 \text{ m/s}$ . Note que tanto A como B invertem os sentidos do movimento após o choque.

**Aplic.1:** Resolva o problema anterior considerando que a velocidade de B antes do choque é  $2,0 \text{ m/s}$  da direita para a esquerda.  
R:  $v_1 = -3 \text{ m/s}$  e  $v_2 = 0$

Vamos analisar o choque inelástico. Sendo inelástico, a energia cinética antes é diferente da energia cinética depois da colisão. Portanto o problema é de solução impossível se não tivermos informação sobre a energia perdida. Existe, porém, um tipo de colisão inelástica que nos permite calcular todas as velocidades envolvidas. É a colisão na qual os dois elementos que colidem ficam presos um ao outro. Esse tipo de colisão é conhecido como colisão totalmente inelástica. Exemplo:

Um carrinho A de massa  $100 \text{ g}$  se desloca sobre um trilho sem atrito com velocidade de  $1,0 \text{ m/s}$ . Outro carrinho B de massa  $200 \text{ g}$  se desloca no mesmo trilho e com a mesma velocidade, mas em sentido oposto. O choque entre os dois carrinhos é totalmente inelástico. Determine suas velocidades após o choque.



Neste caso, os carrinhos ficam “grudados” após o choque, logo a velocidade dos dois é a mesma.

Vamos considerar positiva a velocidade do carrinho A antes do choque. Após o choque a velocidade dos dois carrinhos será  $v$ .

**ANTES** do choque, temos:

Momento:  $0,1 \times 1 - 0,2 \times 1 = -0,1$

Energia cinética:  $E_{c_{antes}} = (1/2) \times 0,1 \times 1^2 + (1/2) \times 0,2 \times 1^2 = 0,15 \text{ J}$

**DEPOIS** do choque, temos:

Momento:  $0,1v + 0,2v = 0,3v$

Energia cinética:  $E_{c_{depois}} = (1/2)[0,1v^2 + 0,2v^2] = 0,15v^2$

**CONSERVAÇÃO DO MOMENTO:** Momento antes = Momento depois

$$0,3v = -0,1$$

$$v = -0,3 \text{ m/s}$$

Com o valor de  $v$ , calculamos a energia cinética depois do choque:

$$E_{c_{depois}} = 0,15v^2 = 0,15 \times (0,3)^2 = 0,013 \text{ J}$$

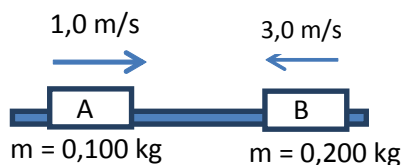
Dois pontos importantes devem ser observados:

- 1) Neste caso não houve necessidade de se resolver um sistema de duas equações duas incógnitas ( $v_1$  e  $v_2$ ) porque só a velocidade após o choque era desconhecida.
- 2) A energia cinética final é menor do que a inicial. Isso mostra que houve perda de energia e, por isso, o choque é inelástico.

## Problemas

- 1) Um carrinho A de massa 100 g se desloca sobre um trilho com velocidade de 1,0 m/s. Outro carrinho B de massa 200 g se desloca no mesmo trilho e com uma velocidade de 3,0 m/s em sentido oposto. O atrito dos carrinhos com o trilho é desprezível. O choque entre os dois carrinhos é elástico. Determine suas velocidades após o choque. Considere o sentido da velocidade do carrinho A positivo.

R:  $v_A = -4,4$  m/s e  $v_B = -0,3$  m/s



- 2) Resolva o mesmo problema considerando os dois carrinhos se deslocando para a esquerda. Neste caso considere este sentido positivo.

R:  $v_A = 3,7$  m/s e  $v_B = 1,7$  m/s

- 3) Duas esferas metálicas de mesma massa estão penduradas por fios conforme mostra a figura. Uma das esferas é afastada de e sua posição e solta para colidir com a outra. Qual sua velocidade após a colisão que pode ser considerada elástica?

R: 0

- 4) Uma criança de 30 kg está em um trenó de 5,0 kg parado sobre a superfície de um lago congelado. A criança salta para frente com velocidade de 0,5 m/s (em relação ao chão). Desprezando o atrito do trenó com o gelo, qual sua velocidade após o salto da criança?

R: 3,0 m/s para trás.

- 5) Um homem de 65 kg está em um trenó de 5,0 kg parado sobre a superfície de um lago congelado. Uma pessoa, em frente ao trenó, joga uma “Medicine Ball” com uma velocidade horizontal de 2,0 m/s diretamente para o homem sobre o trenó que a agarra. Considerando que a “Medicine Ball” é uma bola que pesa 10,0 kg e que o atrito entre o gelo e o trenó é desprezível, determine a velocidade do trenó após a “Medicine Ball” ser agarrada.

R: 0,25 m/s para trás