

FI140 Física de Partículas I
Turma A
1º Semestre de 2008
Lista 2

1. Dado a equação de Schroendinger

$$i\hbar\partial_t\Psi + \frac{1}{2m}\hbar^2\nabla^2\Psi = 0$$

(a) Ache a corrente associada, que satisfaz a equação da continuidade,

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{\nabla}.\vec{J} = 0$$

2. Dado a equação de Klein-Gordon

$$(i\hbar)^2\frac{\partial^2}{\partial t^2}\phi = (i\hbar c)^2\nabla^2\psi + m^2c^4\phi$$

(a) Ache a corrente associada, que satisfaz a equação da continuidade,

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{\nabla}.\vec{J} = 0$$

3. A dedução da equação de Dirac, escreva o Hamiltoniano como

$$H\Psi = \left(\vec{\alpha}.\vec{P} + \beta m\right)\Psi$$

aonde $\Psi(\vec{r}, t, s) = \langle \vec{r}s | \Psi \rangle$ é a função de onda. aonde $\vec{\alpha}$ e β são parâmetros a determinar.

(a) Comparando com a equação de Klein-Gordon ache as condições sobre $\vec{\alpha}$ e β . Calcule a partir destas propriedades o traço destas quantidades.

(b) Defina as chamadas matrizes de Dirac γ_μ em que $\gamma_0 \equiv \beta$ e $\gamma_i \equiv \beta\gamma_i$. Quais são as propriedades destas matrizes? Calcule $\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\}$.

Defina as matrizes $\bar{\gamma}_\mu \equiv \gamma_0 \gamma_\mu \gamma_0$, Calcule $\{\bar{\gamma}_\mu, \bar{\gamma}_\nu\}$ e compare com o resultado de $\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\}$.

(c) Ache a corrente associada, que satisfaz a equação da continuidade,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

(d) Seja as representações das matrizes de Dirac, a Dirac-Pauli

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} = \gamma_0 \quad \gamma_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}$$

e a de Weyl ou também chamada quirial,

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -\sigma^i & 0 \\ 0 & \sigma^i \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} = \gamma_0 \quad \gamma_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}$$

Verique que satisfaz as relações de anticomutação das matrizes Gama de Dirac.

4. Dada a equação de Klein-Gordon num sistema referencial S como é escrita a equação de Klein-Gordon num outro referencial. Relacione a solução da equação de Klein-Gordon num referencial, $\phi(x)$ com a solução num outro referencial, $\phi'(x')$.
5. Calcule as soluções da equação de Dirac no referencial em repouso da partícula. Lembre-se existem 2 soluções para $E_i 0$ e duas soluções para $E_i 0$.
6. Use as equações

$$i\gamma_\mu \frac{\partial \psi(x)}{\partial x^\mu} - m\psi(x) = 0 \quad i\gamma_\mu \frac{\partial \psi'(x')}{\partial x'^\mu} - m\psi'(x') = 0$$

e usando a relação

$$\psi'(x') = S\psi(x)$$

mostre que

$$S^{-1}\gamma^\mu S = \Lambda^\mu_\nu \gamma^\nu$$

(a) Dado que

$$\Lambda^\mu{}_\nu = \delta^\mu{}_\nu + \epsilon^\mu{}_\nu$$

mostre que

$$S_L = I - \frac{i}{4} \sigma_{\mu\nu} \epsilon^{\mu\nu}$$

(m) Mostre que

$$(\psi')^\dagger \psi'$$

não é invariante por esta transformação, mas

$$\overline{\psi'} \psi'$$

é invariante.

7. Repita o exercício anterior para a paridade,

$$\Lambda^\mu{}_\nu = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

e obtenha

$$S_P^{-1} \gamma^0 S_P = \gamma^0 \quad S_P^{-1} \gamma^\mu S_P = -\gamma^\mu$$

com isto obtenha S_P .

8. Com os resultados dos 2 itens anteriores classifique

$$\begin{aligned} & \overline{\psi'} \psi' \\ & \overline{\psi'} \gamma_\mu \psi' \\ & \overline{\psi'} \sigma_{\mu\nu} \psi' \\ & \overline{\psi'} \gamma_5 \psi' \\ & \overline{\psi'} \gamma_\mu \gamma_5 \psi' \\ & \overline{\psi'} \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 \psi' \end{aligned}$$

em função da transformação de Lorentz e da transformação de paridade, em outras palavras classifique como escalar, pseudo-escalar, vetor, pseudo-vetor, tensor, pseudo-tensor. A matriz γ_5 é definida como

$$\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$$

9. Halzen 5.7. Mostre que

$$\bar{u}^{(s)}u^{(s)} = 2m \quad \bar{v}^{(s)}v^{(s)} = -2m$$

10. Halzen 5.9. Mostre que

$$\sum_{s=1,2} \bar{u}^{(s)}u^{(s)} = \not{p} + m \quad \sum_{s=1,2} \bar{v}^{(s)}v^{(s)} = \not{p} - m$$