F 315 B   Mecânica Geral I

Prof. Antonio Vidiella Barranco

Departamento de Eletrônica Quântica (Prédio A-6) S218

Fone: (19) 3521-5442

vidiella@ifi.unicamp.br ou vidiella@unicamp.br

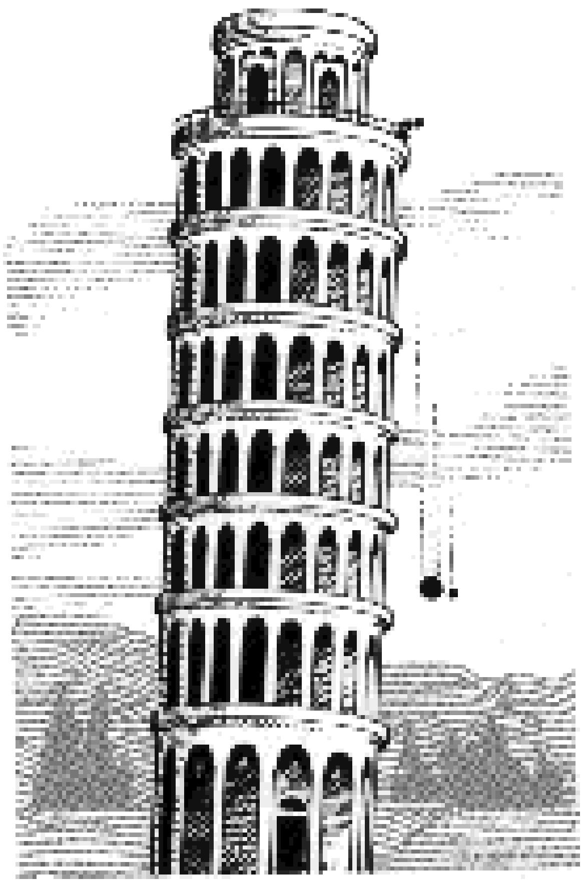
http://www.ifi.unicamp.br/~vidiella

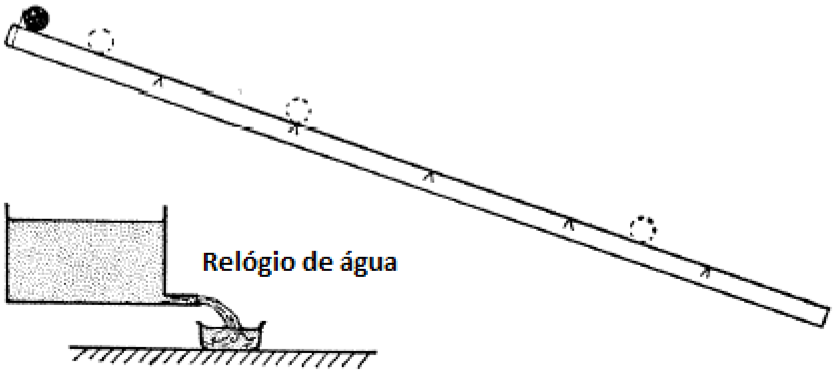
Google Classroom: opwan6e

Videoaulas no canal "Antonio Vidiella" do YouTube

Atendimentos de monitoria:
Ver Programa da Disciplina no Material do Google Classroom

Mecânica



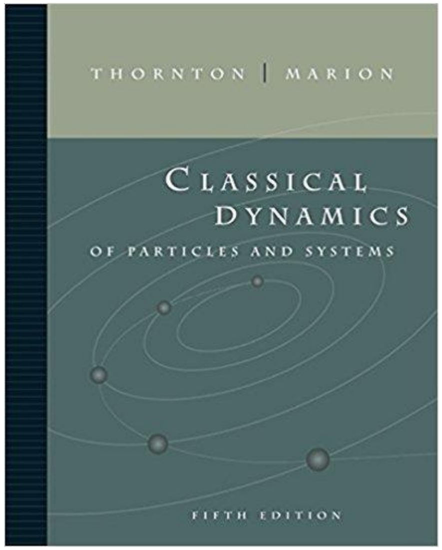


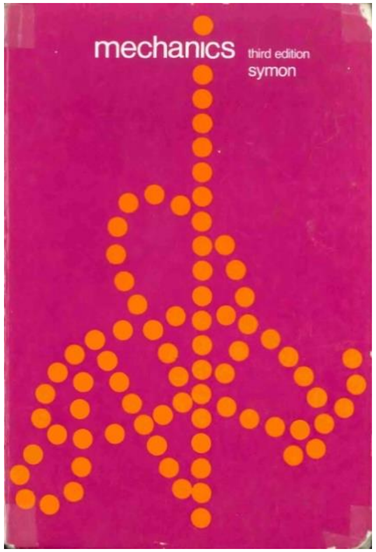
- Galileo Galilei e Johannes Kepler
- Isaac Newton
- Joseph Louis Lagrange
- William Rowan Hamilton

Bibliografia

Livros texto:

- **Classical Dynamics**
  J.B. Marion, S.T Thornton, Saunders College Publishing, 5ª Ed.
- **Mecânica**
  Keith R. Symon, Ed. Campus, 5ª Ed.





F 315 B
Mecânica Geral I – 1º semestre de 2024

Tópicos a serem abordados: <u>3 blocos</u>

- Mecânica Newtoniana; dinâmica do ponto material; forças dependentes do tempo e da velocidade; Cálculo vetorial (revisão) **Cap. 1 do Marion (parcial);** teoremas de conservação e forças conservativas; Oscilador harmônico: simples, amortecido e forçado; Principio de Superposição e forças impulsivas - **Marion e Symon.**

- Sistemas de partículas; rotação de um corpo rígido em torno de um eixo fixo; Gravitação Universal – **Symon e Marion**.

- Introdução ao cálculo variacional – **Cap. 6 do Marion.**
  Mecânica Lagrangiana e Hamiltoniana – **Cap. 7 do Marion**

Avaliações:

Serão aplicadas <u>3 provas</u>, sendo que a P3 terá <u>peso 2</u>

Datas das provas:

P1 – 09/04/2024

P2 – 14/05/2024

P3 – 27/06/2024

Exame Final – 11/07/2024

Listas de exercícios sugeridos: No Google Classroom opwan6e e também em: https://www.ifi.unicamp.br/~vidiella/courses.html

Cálculo das médias:

$\boldsymbol{A}$ **(Média de Aproveitamento)**

$\boldsymbol{M}$ **(Média Final)**

$$\boldsymbol{A = \frac{1}{4}\left(P_1 + P_2 + 2 \times P_3\right)}$$

a) $\boldsymbol{A \geq 5,0} \rightarrow$ o aluno será aprovado com nota final $\boldsymbol{A}$.

b) $\boldsymbol{A < 2,5} \rightarrow$ o aluno estará reprovado com nota final $\boldsymbol{A}$.

c) $\boldsymbol{2,5 < A < 5,0} \rightarrow$ o aluno fará o Exame Final (nota $\boldsymbol{E}$).
Neste caso, a Média Final, $\boldsymbol{M}$, será dada por:

$$\boldsymbol{M = (A + E)/2}$$

Se $\boldsymbol{M \geq 5,0} \rightarrow$ o aluno será aprovado.

Mecânica

- Importância da Física como ciência natural
  - Aborda praticamente todos os fenômenos da natureza em diversas escalas.

- Importância da Mecânica para a Física
  - Primeira Teoria Física.
  - Base para outras teorias:

    e.g., Mecânica Quântica

Operador Hamiltoniano

Equação de Schrödinger $$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi$$

Mecânica Newtoniana

I. Sistema axiomático

a) Estabelecimento de um <u>sistema de referência</u> (e.g., sistema de coordenadas cartesiano)

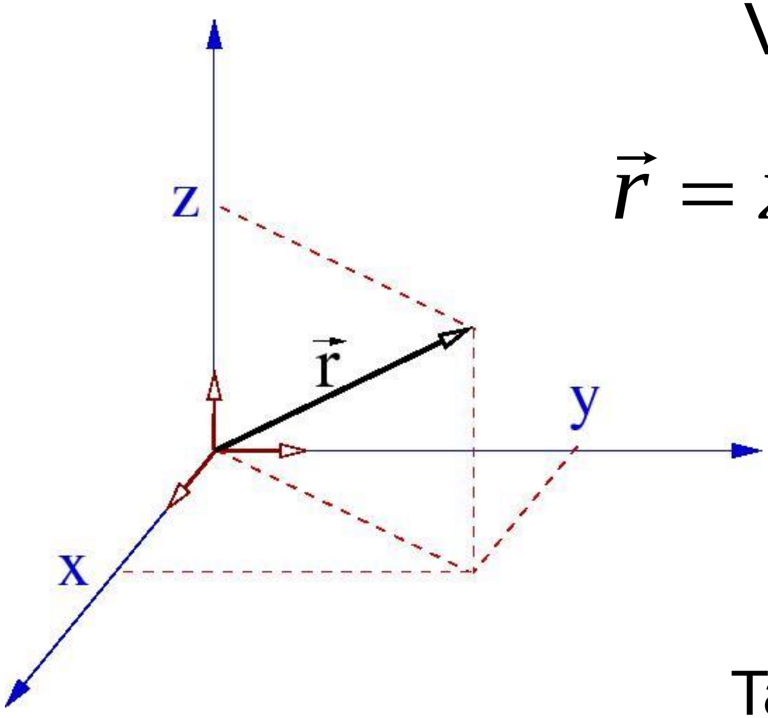
b) Grandezas mensuráveis: posição, tempo massa e força

II. Axiomas – Leis do movimento de Newton Proposições a serem verificadas pela <u>experimentação</u>

III. Limitação: válida para velocidades << c (velocidade da luz no vácuo c = 3 x 10^8 m/s)

Mecânica Newtoniana

Sistema de coordenadas <u>cartesiano</u>



Vetor posição $\vec{r}$

$$\vec{r} = x\,\hat{x} + y\,\hat{y} + z\,\hat{z} = (x, y, z)$$

Vetores unitários (versores)

$$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$$

Também representados por

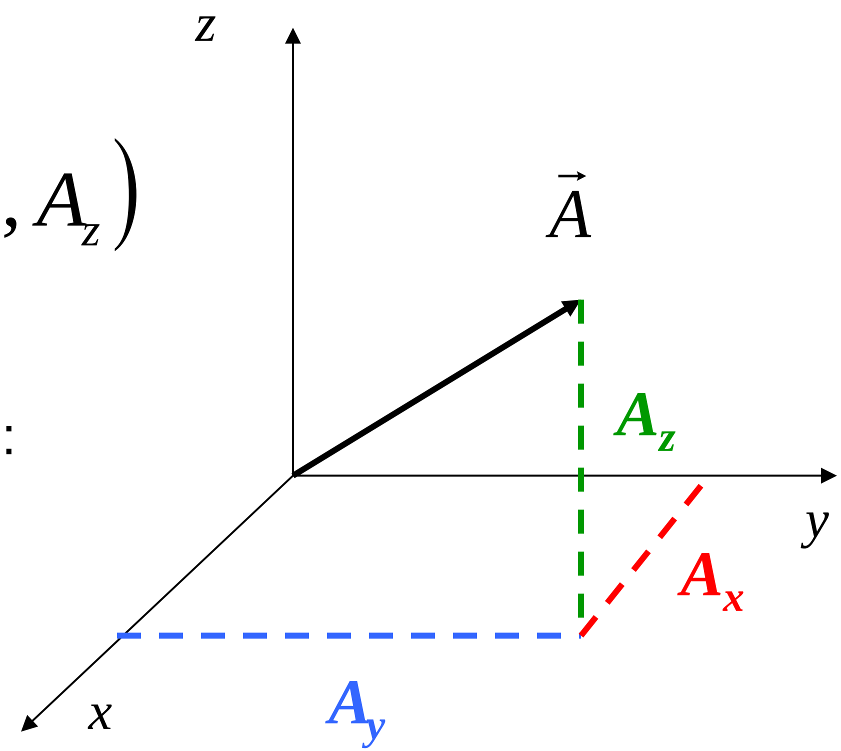
$$i, j, k \quad \text{ou} \quad \hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3$$

Álgebra vetorial

Representação algébrica de vetores: componentes

Coordenadas Cartesianas

$$\vec{A} = A_x\hat{x} + A_y\hat{y} + A_z\hat{z} = \left(A_x, A_y, A_z\right)$$



Algumas propriedades dos vetores:

$$i)\ c\vec{A} = \left(cA_x, cA_y, cA_z\right)$$

$$ii)\ \vec{A} + \vec{B} = \left(A_x + B_x, A_y + B_y, A_z + B_z\right)$$

$$iii)\ \vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B}) = \left(A_x - B_x, A_y - B_y, A_z - B_z\right)$$

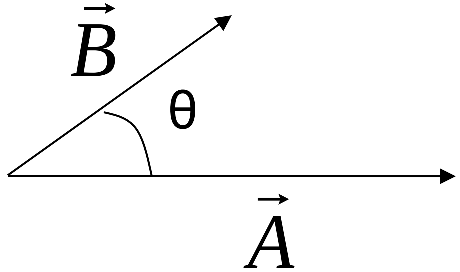
módulo de $\vec{A}$

$$\left|\vec{A}\right| = \sqrt{A_x^{\ 2} + A_y^{\ 2} + A_z^{\ 2}}$$

Álgebra vetorial

Produtos:

Produto escalar $\vec{A}\cdot\vec{B}$



$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right|\cos\theta = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

Propriedades:

i) $\vec{A}\cdot\left(\vec{B}+\vec{C}\right) = \vec{A}\cdot\vec{B} + \vec{A}\cdot\vec{C}$

ii) $\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$

iii) $\vec{A}\cdot\vec{A} = \left|\vec{A}\right|^2$

Álgebra vetorial

Produto vetorial $\vec{A}\times\vec{B}$

$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{pmatrix}\hat{x} & \hat{y} & \hat{z}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{pmatrix}$$

$$\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|=\left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right|\operatorname{sen}\theta$$

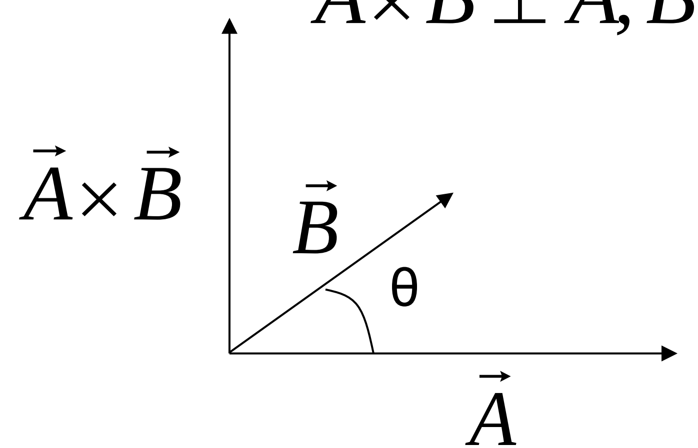
Propriedades:

$$\vec{A}\times\vec{B}\perp\vec{A},\vec{B}$$

i) $\vec{A}\times\left(\vec{B}+\vec{C}\right)=\vec{A}\times\vec{B}+\vec{A}\times\vec{C}$

ii) $\vec{A}\times\vec{B}=-\vec{B}\times\vec{A}$

iii) $\vec{A}\times\vec{A}=0$

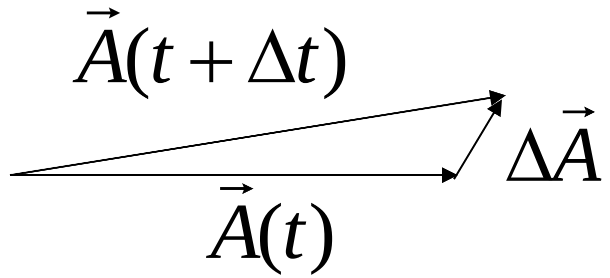


Análise vetorial

Diferenciação de vetores:

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{A}(t+\Delta t) - \vec{A}(t)}{\Delta t} = \frac{dA_x}{dt}\hat{x} + \frac{dA_y}{dt}\hat{y} + \frac{dA_z}{dt}\hat{z}$$

Propriedades:



i) $\frac{d}{dt}\left(\vec{A}+\vec{B}\right) = \frac{d\vec{A}}{dt} + \frac{d\vec{B}}{dt}$

ii) $\frac{d}{dt}\left(f\vec{A}\right) = \frac{df}{dt}\vec{A} + f\,\frac{d\vec{A}}{dt}$

iii) $\frac{d}{dt}\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right) = \frac{d\vec{A}}{dt}\cdot\vec{B} + \frac{d\vec{B}}{dt}\cdot\vec{A}$ $\qquad \frac{d}{dt}\left(\vec{A}\times\vec{B}\right) = \frac{d\vec{A}}{dt}\times\vec{B} + \vec{A}\times\frac{d\vec{B}}{dt}$

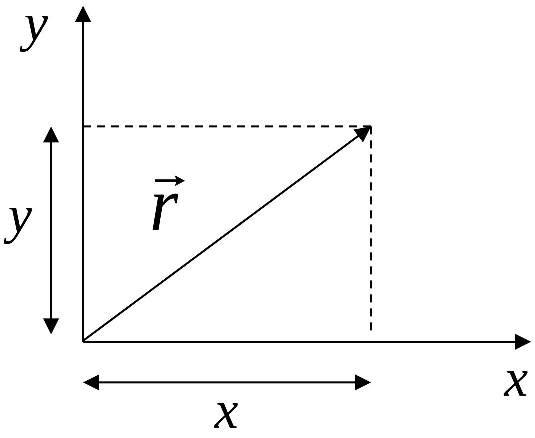
Mecânica Newtoniana

Cinemática no plano (2D)

Coordenadas cartesianas: x,y

Vetor posição

$$\vec{r} = x\,\hat{x} + y\,\hat{y} = (x, y)$$



Velocidade

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{x} + \frac{dy}{dt}\hat{y}$$

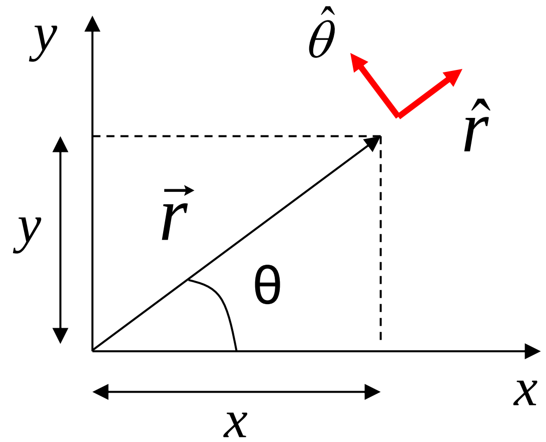
Aceleração

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{x} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{y}$$

Mecânica Newtoniana

Cinemática no plano (2D)

Coordenadas polares: r, θ



$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\,\mathrm{sen}\,\theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \mathrm{arctg}\,\frac{y}{x}$$

Vetor posição

$$\vec{r} = r\cos\theta\,\hat{x} + r\,\mathrm{sen}\,\theta\,\hat{y}$$

Coordenadas polares: versores

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} = \cos\theta\,\hat{x} + \mathrm{sen}\,\theta\,\hat{y} \qquad \frac{d\hat{r}}{d\theta} = \hat{\theta} \qquad \frac{d\hat{\theta}}{d\theta} = -\hat{r}$$

$$\hat{\theta} = -\mathrm{sen}\,\theta\,\hat{x} + \cos\theta\,\hat{y}$$

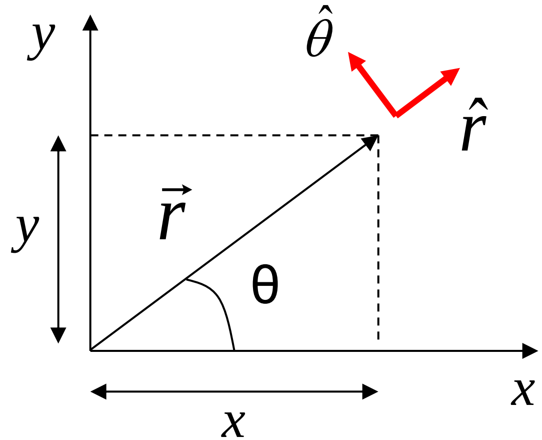
Vetor posição: $\boxed{\vec{r} = r\,\hat{r}}$

Obs: $\hat{r}\cdot\hat{r} = \hat{\theta}\cdot\hat{\theta} = 1, \quad \hat{r}\cdot\hat{\theta} = 0$

Mecânica Newtoniana

Cinemática no plano (2D)

Coordenadas polares: r, θ



$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\,\mathrm{sen}\,\theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \mathrm{arctg}\,\frac{y}{x}$$

Vetor velocidade

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt}\hat{r} + r\frac{d\hat{r}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}}$$

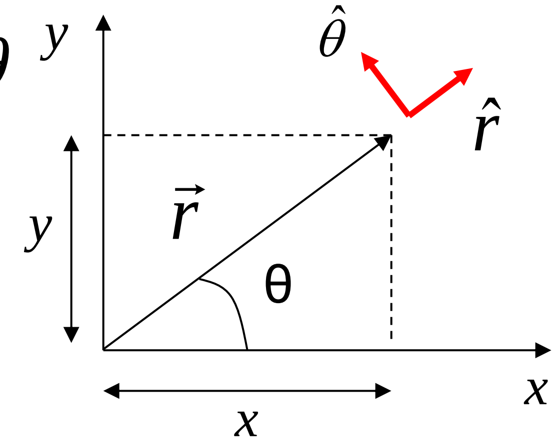
Notação:

$$\frac{df}{dt} \equiv \dot{f}; \quad \frac{d^2 f}{dt^2} \equiv \ddot{f}$$

Mecânica Newtoniana

Cinemática no plano (2D)

Coordenadas polares: r, θ



$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\,\mathrm{sen}\,\theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \mathrm{arctg}\,\frac{y}{x}$$

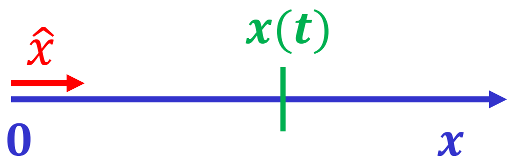
Vetor aceleração

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\dot{r}}{dt}\hat{r} + \dot{r}\frac{d\hat{r}}{dt} + \dot{r}\dot{\theta}\hat{\theta} + r\ddot{\theta}\hat{\theta} + r\dot{\theta}\frac{d\hat{\theta}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\hat{r} + \left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)\hat{\theta}}$$

Mecânica Newtoniana

Sistema de coordenadas cartesiano (1D)



$$\vec{r}(t) = x(t)\ \hat{x}$$

$x(t)$
<u>posição</u> como função do tempo

<u>Velocidade</u> (taxa de variação da posição)

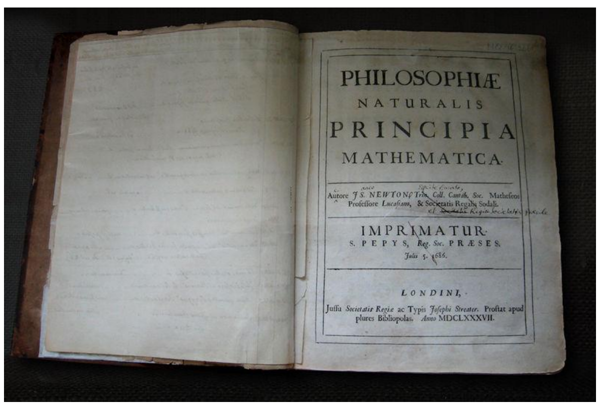
$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t) \qquad \vec{v}(t) = v_x(t)\ \hat{x}$$

<u>Aceleração</u> (taxa de variação da velocidade)

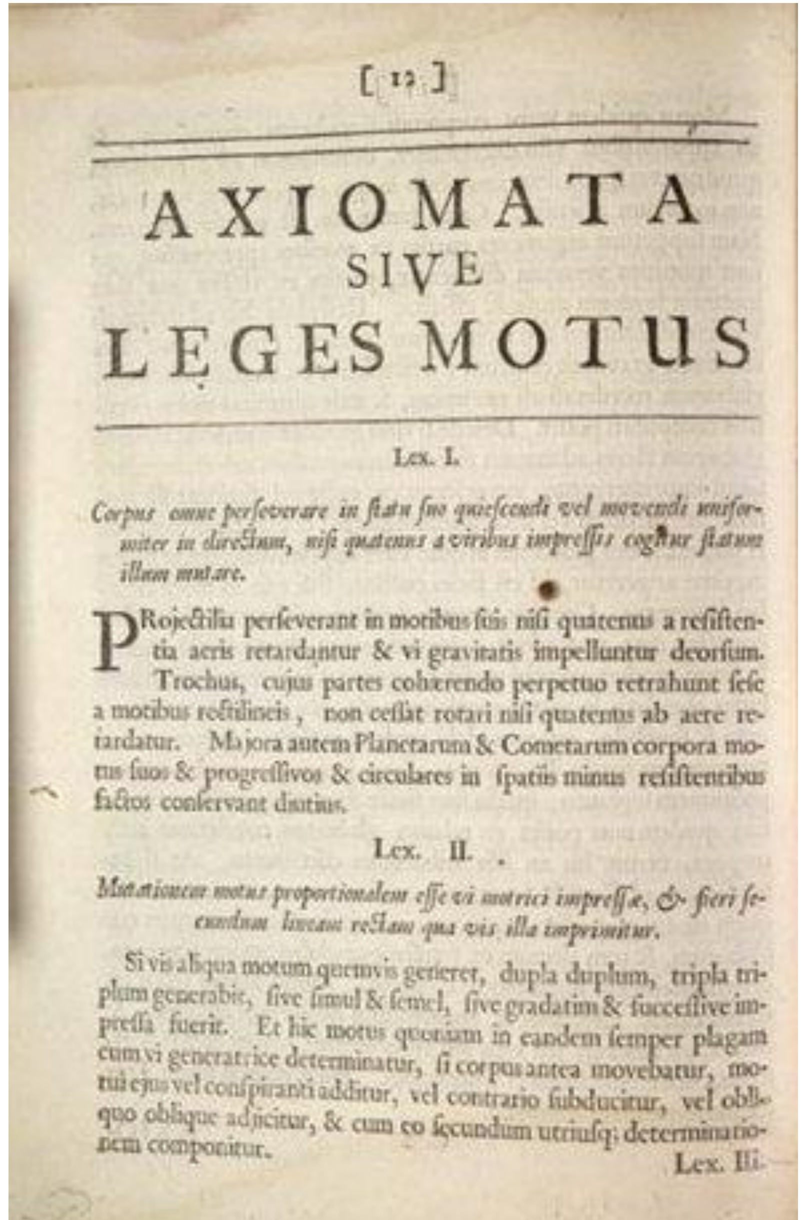
$$a_x = \frac{dv_x(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{dx}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \dot{v}_x(t) = \ddot{x}(t)$$

Mecânica Newtoniana

Leis do movimento



Publicado em 1687



[12]

AXIOMATA
SIVE
LEGES MOTUS

Lex. I.

Corpus omne perſeverare in ſtatu ſuo quieſcendi vel movendi uniformiter in directum, niſi quatenus a viribus impreſſis cogitur ſtatum illum mutare.

Projectilia perſeverant in motibus ſuis niſi quatenus a reſiſtentia aeris retardantur & vi gravitatis impelluntur deorſum. Trochus, cujus partes cohærendo perpetuo retrahunt ſeſe a motibus rectilineis, non ceſſat rotari niſi quatenus ab aere retardatur. Majora autem Planetarum & Cometarum corpora motus ſuos & progreſſivos & circulares in ſpatiis minus reſiſtentibus factos conſervant diutius.

Lex. II.

Mutationem motus proportionalem eſſe vi motrici impreſſæ, & fieri ſecundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Si vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplum generabit, ſive ſimul & ſemel, ſive gradatim & ſucceſſive impreſſa fuerit. Et hic motus quoniam in eandem ſemper plagam cum vi generatrice determinatur, ſi corpus antea movebatur, motui ejus vel conſpiranti additur, vel contrario ſubducitur, vel oblique adjicitur, & cum eo ſecundum utriuſq; determinationem componitur.

Lex. III.

Mecânica Newtoniana

Leis do movimento:

I. Um corpo material permanece em repouso ou em movimento retilíneo uniforme a menos que uma força resultante atue sobre o mesmo; $\vec{v}$ cte.

II. A aceleração de um corpo é proporcional (massa inercial m) e tem a mesma direção da força resultante.

III. Se um corpo A exercer uma força $\vec{F}_{BA}$ sobre outro corpo B, o corpo B exercerá uma força $\vec{F}_{AB}$ sobre A. Essas forças terão mesmo módulo e direção, mas sentidos opostos (ação e reação).

Mecânica Newtoniana

2ª Lei requer conceitos de massa e força

Massa inercial m: propriedade associada à resistência, de um corpo material, à mudança do seu “estado de movimento” (velocidade) causada por alguma interação (força). Quanto maior a massa, menor a taxa de variação da velocidade do corpo (aceleração, quantidade vetorial) para uma dada força. A massa é uma quantidade escalar.

Força $\vec{F}$: Interação que modifica, o “estado de movimento” (velocidade) de corpos materiais. Quanto maior a força, maior a taxa de variação da velocidade do corpo (aceleração). A força é uma quantidade vetorial.

$$\frac{\boxed{\vec{F}}}{\boxed{m}} = \boxed{\vec{a}}$$

ação ← $\vec{F}$

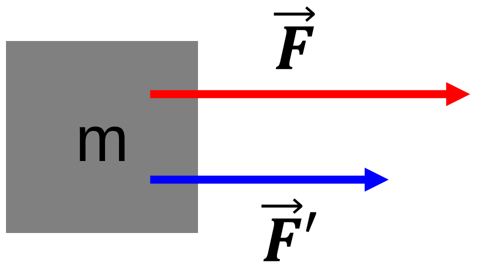
resistência ← m

$\vec{a}$ → Mudança de velocidade

Mecânica Newtoniana

2ª Lei de Newton

Forças aceleram corpos com massa



$$\vec{F} + \vec{F}' = m\vec{a}$$

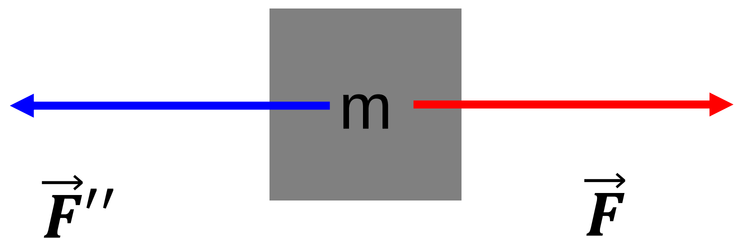
Natureza vetorial da Força

Mecânica Newtoniana

2ª Lei de Newton

Forças aceleram corpos com massa

Se $\vec{F} = -\vec{F}''$ então $\vec{a} = 0$



Natureza vetorial da Força

O que importa é a Força Resultante

Mecânica Newtoniana

2ª Lei de Newton

$$\boxed{\vec{F}_R = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

$\vec{p} = m\vec{v}$
momento linear

Força resultante $\vec{F}_R = \sum_i \vec{F}_i$

$$\vec{F}_R = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

Mecânica Newtoniana

2ª Lei de Newton

Se $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$, por quê, sob a força da gravidade, corpos com massas diferentes caem com a mesma aceleração?

massa gravitacional

O motivo é que $m \equiv m_g$ e portanto, como

$$F_G = G\frac{M_T m_g}{R_T^2} = mg \quad \Rightarrow \quad g = G\frac{M_T}{R_T^2}$$

Não depende da massa do corpo!