F 315 B Mecânica Geral I

Prof. Antonio Vidiella Barranco

Departamento de Eletrônica Quântica (Prédio A-6) S218

Fone: (19) 3521-5442

vidiella@ifi.unicamp.br ou vidiella@unicamp.br

http://www.ifi.unicamp.br/~vidiella

Google Classroom: opwan6e

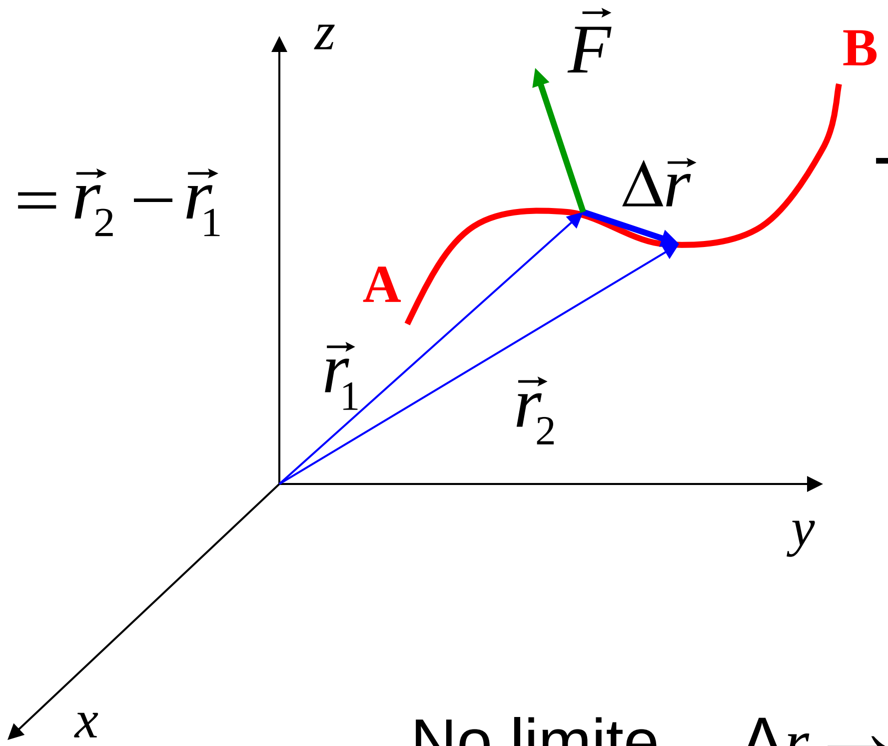
Videoaulas no canal “Antonio Vidiella” do YouTube

Atendimentos de monitoria:

Ver Programa da Disciplina no Material do Google Classroom

Trabalho de uma força

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$



Trabalho de uma força $\vec{F}$

$$W \approx \sum \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$

No limite $\Delta r \rightarrow 0$

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Integral de caminho

Trabalho de uma força

Teorema trabalho-energia cinética

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

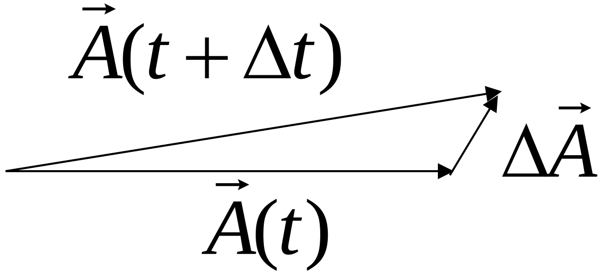
Onde $T = \frac{mv^2}{2}$ é denominada <u>energia cinética</u>

Análise vetorial

Diferenciação de vetores:

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{A}(t+\Delta t) - \vec{A}(t)}{\Delta t} = \frac{dA_x}{dt}\hat{x} + \frac{dA_y}{dt}\hat{y} + \frac{dA_z}{dt}\hat{z}$$

Propriedades:



i) $$\frac{d}{dt}\left(\vec{A}+\vec{B}\right) = \frac{d\vec{A}}{dt} + \frac{d\vec{B}}{dt}$$

ii) $$\frac{d}{dt}\left(f\vec{A}\right) = \frac{df}{dt}\vec{A} + f\,\frac{d\vec{A}}{dt}$$

iii) $$\frac{d}{dt}\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right) = \frac{d\vec{A}}{dt}\cdot\vec{B} + \frac{d\vec{B}}{dt}\cdot\vec{A}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{A}\times\vec{B}\right) = \frac{d\vec{A}}{dt}\times\vec{B} + \vec{A}\times\frac{d\vec{B}}{dt}$$

Análise vetorial

Operador nabla (coordenadas cartesianas)

$$\nabla(\quad) = \frac{\partial(\quad)}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial(\quad)}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial(\quad)}{\partial z}\hat{z}$$

Gradiente de $f(x,y,z)$: $\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz = \nabla f \cdot d\vec{r}$$

Análise vetorial

Rotacional de $\vec{F}(\vec{r})$ $\quad \mathrm{rot}\,\vec{F}$ ou $\nabla \times \vec{F}$

Em coordenadas cartesianas

$$\nabla \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

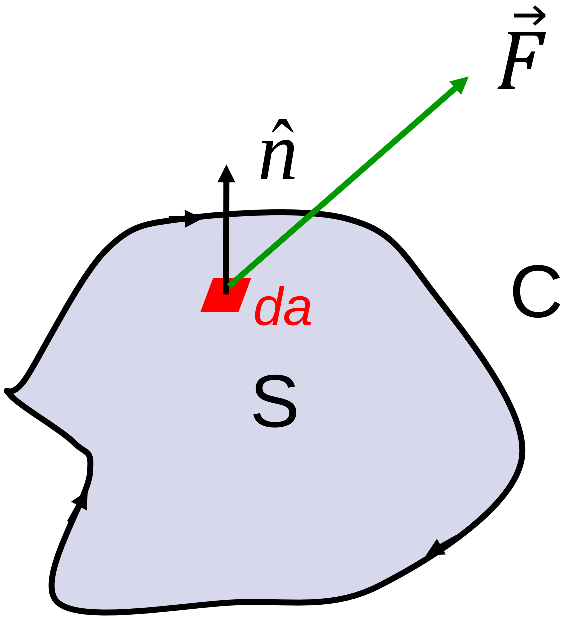
Análise vetorial

Teorema de Stokes (rotacional)

Rotacional de $\vec{F}$ $\left(\nabla \times \vec{F}\right)$

$$\iint_S \left(\nabla \times \vec{F}\right) \cdot \hat{n}\, da = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Fluxo de $\nabla \times \vec{F}$
através de S



Força dependente da posição, $\vec{F}(\vec{r})$ Energia potencial

Se $\nabla \times \vec{F} = 0$ Pelo teorema de Stokes

$$\iint_S (\nabla \times \vec{F}) \cdot \hat{n}\, da = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} \Rightarrow \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

Num circuito **FECHADO**

Portanto $\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$ Não depende do caminho

$\vec{F}$ é então denominada <u>força conservativa</u>

Energia potencial

Como $\nabla\times\left(\nabla U\right)=0$

Podemos definir

a função escalar <u>energia potencial</u> U tal que

$$\vec{F}(\vec{r})=-\nabla U$$

$$\Delta U=U(\vec{r}_2)-U(\vec{r}_1)=-\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2}\vec{F}(\vec{r})\cdot d\vec{r}$$

Teoremas de conservação

Usando o Teorema trabalho-energia cinética

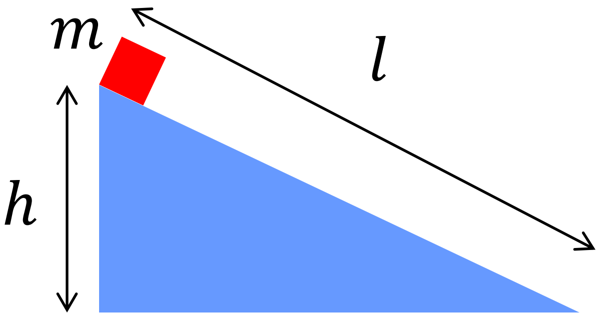
Conservação da energia mecânica E

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + U(\vec{r}_1) = \frac{1}{2}mv_2^2 + U(\vec{r}_2) = E$$

cte

Problemas

1) Um bloco de massa m desce deslizando uma rampa, chegando ao seu fim com velocidade $v_f = \sqrt{gh/2}$. Calcular o coeficiente de atrito dinâmico μ_d entre o bloco e a rampa.



2) Considere o problema do barco discutido anteriormente, em que um barco com velocidade inicial v_0 desliga os motores, ficando sujeito à uma força de resistência do tipo $\vec{F} = -b\vec{v}$. Calcular explicitamente o trabalho da força de resistência durante todo o movimento.