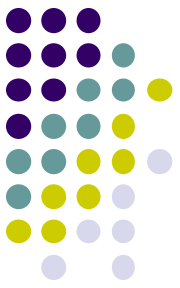


# F 315 B Mecânica Geral I



Prof. Antonio Vidiella Barranco

Departamento de Eletrônica Quântica (Prédio A-6) S218

Fone: (19) 3521-5442

[vidiella@ifi.unicamp.br](mailto:vidiella@ifi.unicamp.br) ou [vidiella@unicamp.br](mailto:vidiella@unicamp.br)

<http://www.ifi.unicamp.br/~vidiella>

Google Classroom: opwan6e

[Videoaulas](#) no canal “Antonio Vidiella” do YouTube

Atendimentos de monitoria:

Ver Programa da Disciplina no Material do Google Classroom

# Oscilador amortecido forçado



## Teorema:

Se  $x_p(t)$  é solução particular de uma equação diferencial linear não homogênea, e  $x_h(t)$  é solução da equação homogênea associada, então  $x(t) = x_p(t) + x_h(t)$  também é solução da equação não homogênea.

# Oscilador amortecido forçado



1) Força externa periódica de frequência angular  $\omega$

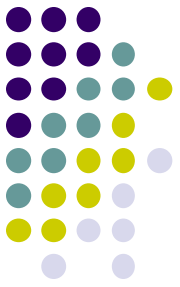
$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos \omega t$$

Solução particular deve ser da forma (tentativa)

$$x_p(t) = A \cos(\omega t - \phi)$$

Frequência da força externa

# Oscilador amortecido forçado



Substituindo  $x_p(t)$  na equação diferencial, obtêm-se  $A$  e  $\Phi$

$$A = \frac{F_0 / m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}}$$

$$\text{tg } \phi = \frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$



# Oscilador amortecido forçado

A solução geral para o oscilador forçado (sub-amortecido) ficará então

transiente



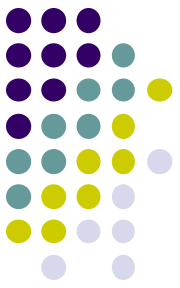
solução  
estacionária



$$x(t) = x_m e^{-\gamma t} \cos(\omega_1 t + \theta) + \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}} \cos(\omega t - \phi)$$

com

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$



# Oscilador amortecido forçado

Após um tempo suficientemente longo ( $t \gg 1/\gamma$ ), teremos

$$x(t) \approx \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}} \cos(\omega t - \phi)$$

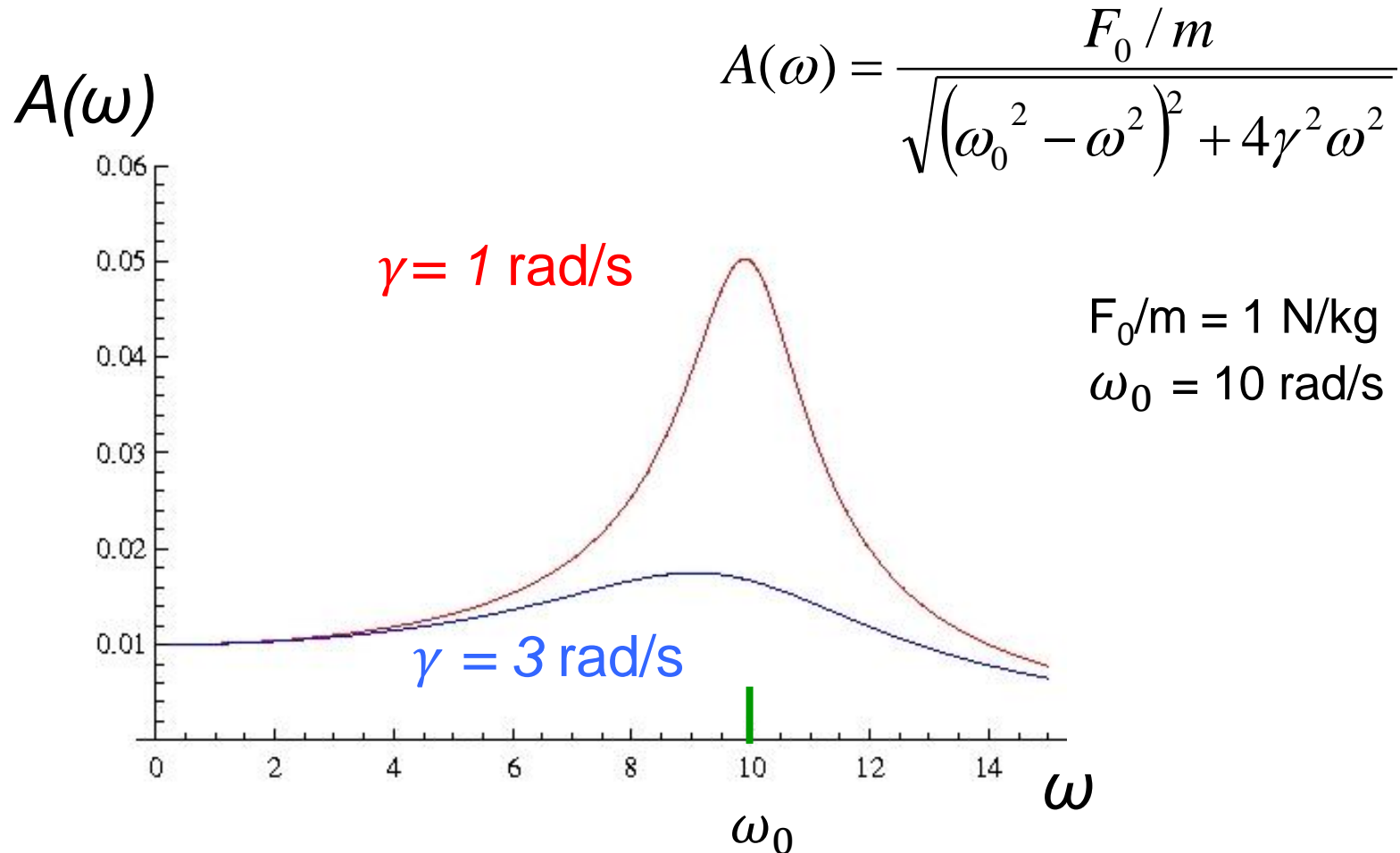
Para o caso sub-amortecido em que  $\gamma \ll 1$  amplitude do oscilador será máxima se a freqüência de aplicação da força externa = à freqüência natural

$$\omega_0 = \omega$$

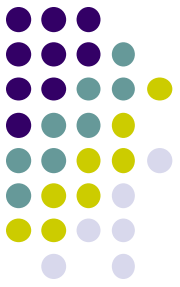


**Ressonância**

# Oscilador amortecido forçado



# Potência fornecida ao oscilador forçado



Potência média fornecida ao oscilador forçado com força externa periódica  $F(t) = F_0 \cos \omega t$

$$\bar{P} = \frac{F_0^2}{m} \frac{\gamma \omega^2}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}$$





# Oscilador amortecido forçado

Forças impulsivas: função degrau

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t < t_0 \\ a, & t > t_0 \end{cases} \quad a \text{ cte}$$

Exemplo: Oscilador sub-amortecido submetido a uma força impulsiva do tipo função degrau partindo do repouso de uma posição  $x(0) = x_0$