F 315 B   Mecânica Geral I

Prof. Antonio Vidiella Barranco

Departamento de Eletrônica Quântica (Prédio A-6) S218

Fone: (19) 3521-5442

vidiella@ifi.unicamp.br ou vidiella@unicamp.br

http://www.ifi.unicamp.br/~vidiella

Google Classroom: opwan6e

Videoaulas no canal “Antonio Vidiella” do YouTube

Atendimentos de monitoria:
Ver Programa da Disciplina no Material do Google Classroom

Oscilador amortecido forçado

Forças impulsivas: função degrau

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t < t_0 \\ a, & t > t_0 \end{cases} \qquad a \text{ cte}$$

Exemplo: Oscilador sub-amortecido submetido a uma força impulsiva do tipo função degrau partindo do repouso de uma posição $x(0) = x_0$

Oscilador amortecido forçado

Forças impulsivas: função impulso

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t < t_0 \\ a, & t_0 < t < t_1 \qquad a \text{ cte} \\ 0, & t > t_1 \end{cases}$$

Considerando duas funções degrau em sequencia, teremos, para $t > t_1$

Oscilador amortecido forçado

A solução será uma superposição do tipo

$$x(t) = \frac{a}{k}\left[1 - e^{-\gamma(t-t_0)}\left(\cos\omega_1(t-t_0) + \frac{\gamma}{\omega_1}\sin\omega_1(t-t_0)\right)\right] +$$

$$-\frac{a}{k}\left[1 - e^{-\gamma(t-t_1)}\left(\cos\omega_1(t-t_1) + \frac{\gamma}{\omega_1}\sin\omega_1(t-t_1)\right)\right]$$

$$t > t_1$$

Oscilador amortecido forçado

Definindo $\tau = t_1 - t_0$, podemos reescrever

$$x(t) = \frac{ae^{-\gamma(t-t_0)}}{k}\{\ e^{\gamma\tau}[\cos\omega_1(t-t_0)\cos\omega_1\tau + \sin\omega_1(t-t_0)\sin\omega_1\tau]$$

$$-\cos\omega_1(t-t_0) + \frac{\gamma e^{\gamma\tau}}{\omega_1}[\sin\omega_1(t-t_0)\cos\omega_1\tau - \cos\omega_1(t-t_0)\sin\omega_1\tau]$$

$$-\frac{\gamma}{\omega_1}\sin\omega_1(t-t_0)\ \}$$

Agora tomaremos os limites de $\tau \to 0$ e $a \to \infty$ mas com $a\tau = B$ constante, de modo que

Oscilador amortecido forçado

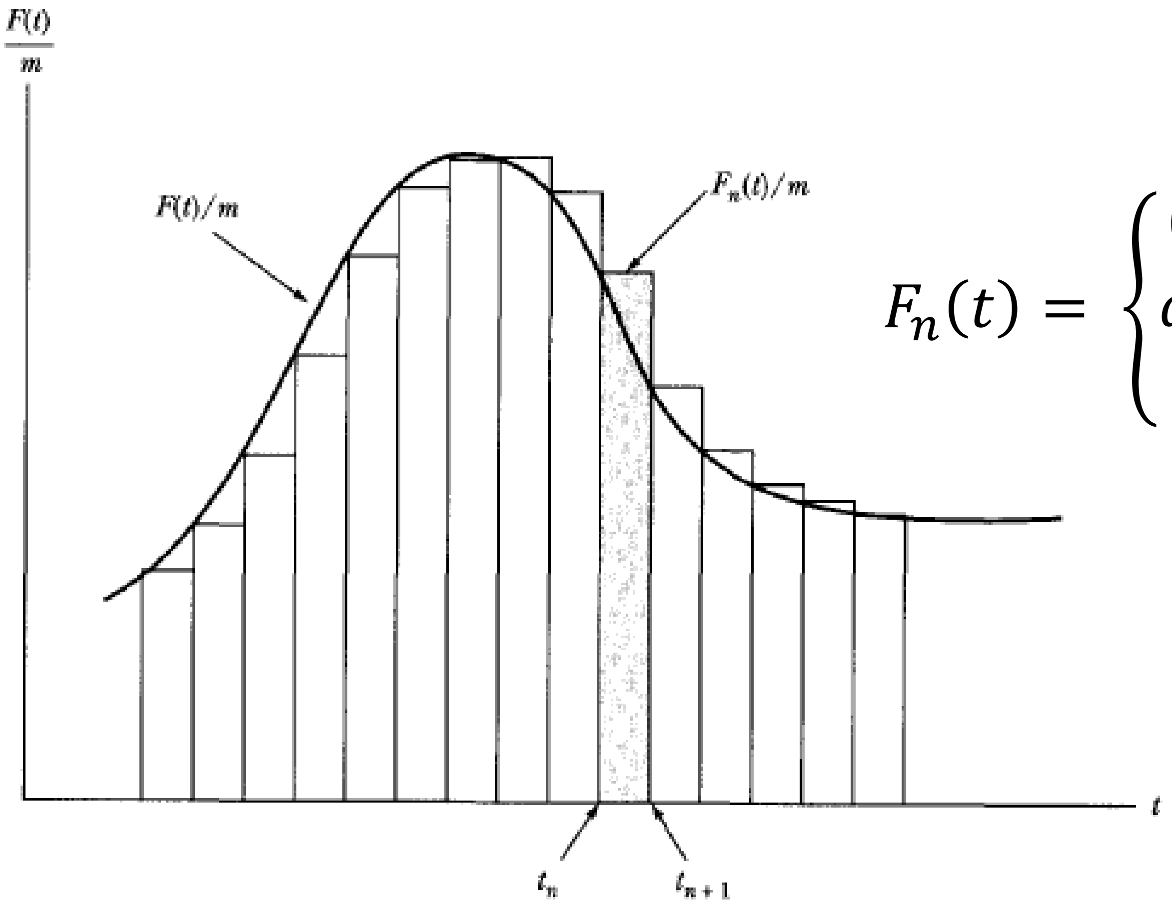
Após expandirmos $e^{\gamma t}$, $\cos\omega_1\tau$, $\sin\omega_1\tau$ obtemos

$$x(t)=\frac{ae^{-\gamma(t-t_0)}}{k}\sin\omega_1(t-t_0)\left[\omega_1\tau+\frac{\gamma^2\tau}{\omega_1}\right]$$

$$x(t)=\frac{Be^{-\gamma(t-t_0)}}{m\omega_1}\sin\omega_1(t-t_0)$$

$$t>t_0$$

Força arbitrária $F(t)$



$$F_n(t) = \begin{cases} 0, & t < t_n \\ a_n(t_n), & t_n < t < t_{n+1} \\ 0, & t > t_{n+1} \end{cases}$$

Força arbitrária $F(t)$

$$x_n(t) = \frac{a_n(t_n)\tau}{m\omega_1} e^{-\gamma(t-t_n)} \sin \omega_1 (t - t_n)$$

$$t > t_n + \tau$$

Para N forças impulsivas,

$$x(t) = \sum_{-\infty}^{N} x_n(t)$$

$$t_N < t < t_{N+1}$$

No limite em que $\tau \to 0$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{t} \frac{a(t')}{m\omega_1} e^{-\gamma(t-t')} \sin \omega_1 (t - t')\, dt'$$

Função de Green G(t, t')

Podemos então escrever

$$\mathrm{x}(t) = \int_{-\infty}^{t} F(t')G(t,t')dt', \quad F(t') = a(t')$$

Onde a <u>função de Green</u> $G(t, t')$ é definida como

$$G(t,t') = \begin{cases} \dfrac{1}{m\omega_1} e^{-\gamma(t-t')} \sin\omega_1(t-t'), & t \geq t' \\ 0, & t < t' \end{cases}$$