F 315 B   Mecânica Geral I

Prof. Antonio Vidiella Barranco

Departamento de Eletrônica Quântica (Prédio A-6) S218

Fone: (19) 3521-5442

vidiella@ifi.unicamp.br ou vidiella@unicamp.br

http://www.ifi.unicamp.br/~vidiella

Google Classroom: opwan6e

Videoaulas no canal “Antonio Vidiella” do YouTube

Atendimentos de monitoria:
Ver Programa da Disciplina no Material do Google Classroom

Dinâmica de um sistema de partículas

Momento linear:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = M\ddot{\vec{R}} = \sum_i \vec{F}_i$$

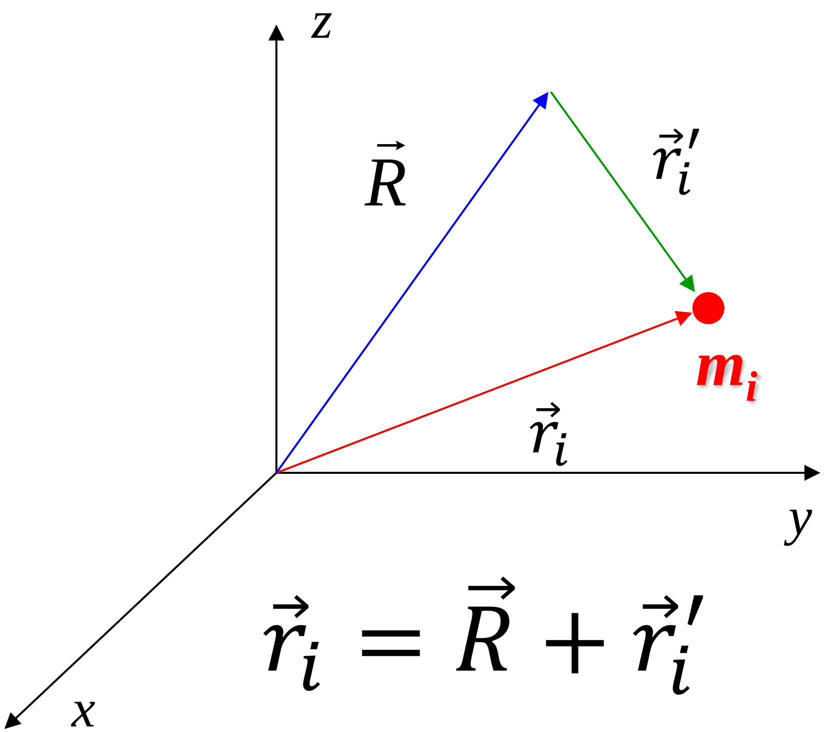
← Forças externas

O momento linear é cte para força externa resultante nula

O sistema de partículas é dinamicamente equivalente a um sistema de massa $M = \sum_i m_i$ localizada na posição do centro de massa do sistema, $\vec{R}$

Dinâmica de um sistema de partículas

Trabalho e energia cinética



$$\vec{r}_i = \vec{R} + \vec{r}_i'$$

$$\frac{dT}{dt} = \sum_i m_i \dot{\vec{r}}_i \ddot{\vec{r}}_i$$

$$\frac{dT}{dt} = \sum_i \dot{\vec{r}}_i \cdot \vec{F}_i + \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} \dot{\vec{r}}_i \cdot \vec{F}_{ij}$$

Em relação ao centro de massa

Dinâmica de um sistema de partículas

Energia cinética:

$$T = \frac{1}{2}\sum_i m_i v_i^2 = \frac{1}{2}\sum_i m_i v'^2_i + \frac{1}{2}MV^2$$

Onde

$$v_i^2 = \dot{\vec{r}}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i$$

$$v'^2_i = \dot{\vec{r}}'_i \cdot \dot{\vec{r}}'_i$$

$$V^2 = \dot{\vec{R}} \cdot \dot{\vec{R}}$$

$$T \neq \frac{1}{2}M\dot{\vec{R}} \cdot \dot{\vec{R}}$$

Problemas

1) Uma molécula de massa $\boldsymbol{M_{mol} = 2m}$ está em movimento ao longo do eixo $\boldsymbol{x}$ com velocidade constante $\vec{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{v_0\hat{x}}$. Em um dado instante, a molécula se dissocia espontaneamente em duas partes, cada uma com massa $\boldsymbol{m}$ e velocidade de módulo $\boldsymbol{2v_0}$, que são projetadas a um ângulo θ em relação ao eixo $\boldsymbol{x}$. Calcular: a) a velocidade do C.M. do sistema; b) o ângulo θ. Discutir a conservação (ou não) da energia mecânica no sistema.

Problemas

2) Uma esteira de massa m_e encontra-se em movimento a uma velocidade constante $\vec{v} = v_x \hat{x}$. A partir de um reservatório fixo é despejada areia a uma taxa $\lambda = \frac{dm}{dt}$. Calcular:

a) A força necessária para manter a esteira em movimento com velocidade v_x;

b) A potência suprida pela força em comparação com a taxa de variação da energia cinética; o que acontece com a diferença de energia?

Distribuições contínuas de massa – 3D

Definição: densidade média de massa

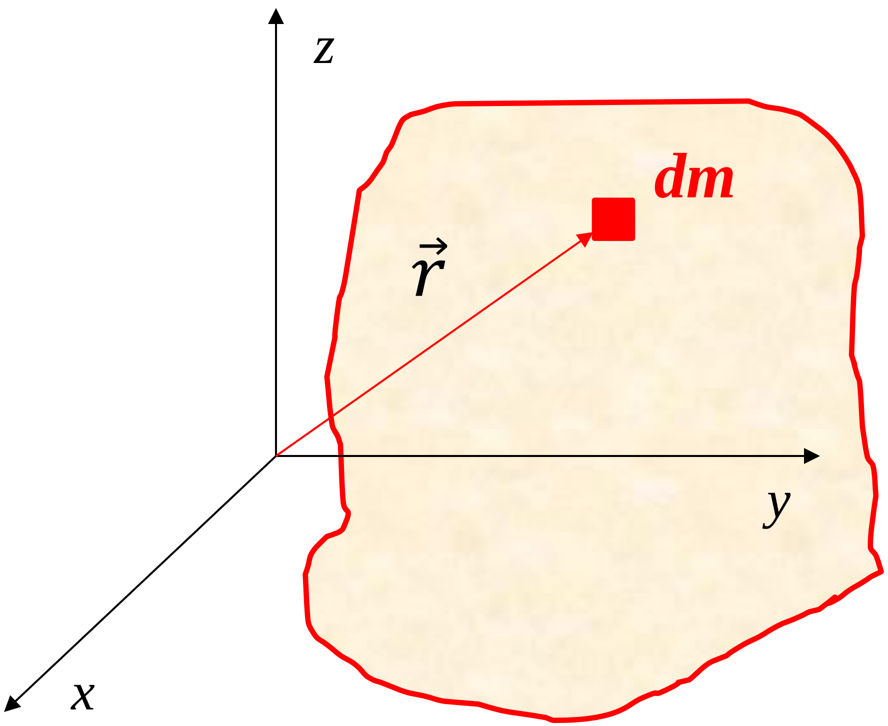
Uma dimensão: $\lambda = \dfrac{dm}{dx}$

Duas dimensões: $\sigma = \dfrac{dm}{dxdy}$

Três dimensões: $\rho = \dfrac{dm}{dxdydz}$

Distribuições contínuas de massa – 3D

Centro de massa: $$\vec{R} = \frac{\iiint \rho \vec{r} dV}{M}$$

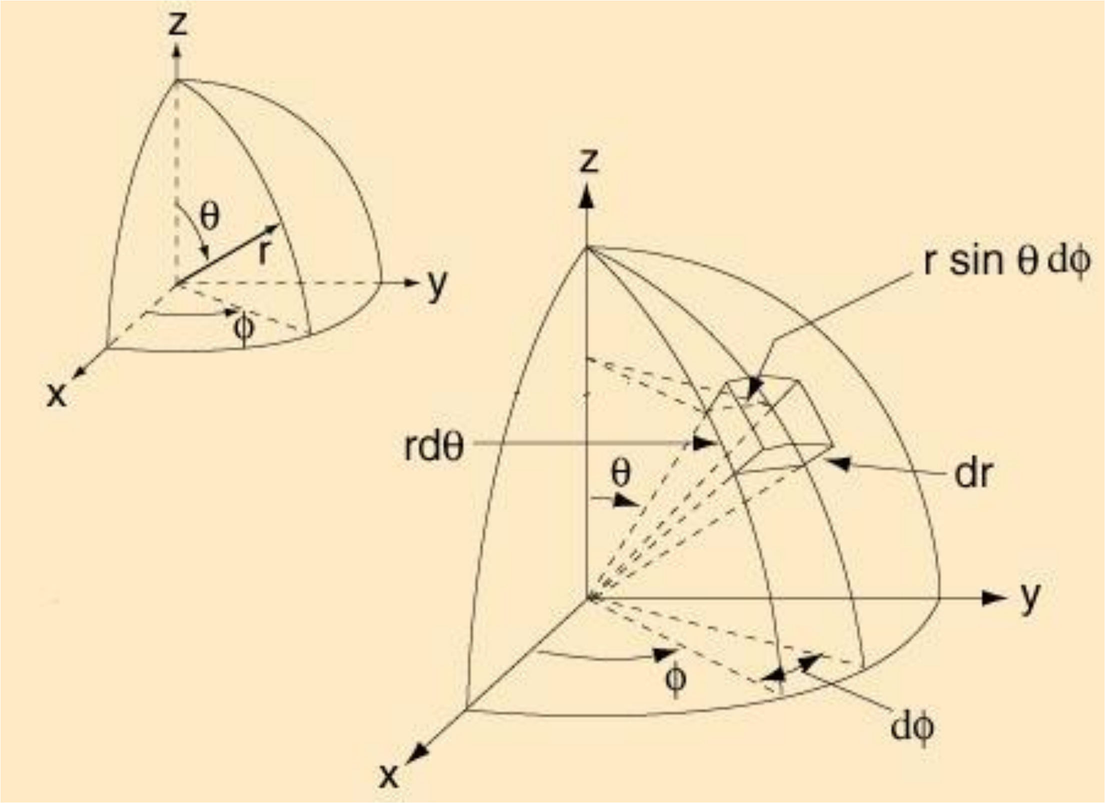


Obs: $\vec{r}$ é o vetor posição do elemento infinitesimal de massa

Massa total de um corpo:

$$M = \iiint \rho \, dV$$

Coordenadas esféricas



$$x = r\,\mathrm{sen}\theta\cos\phi$$

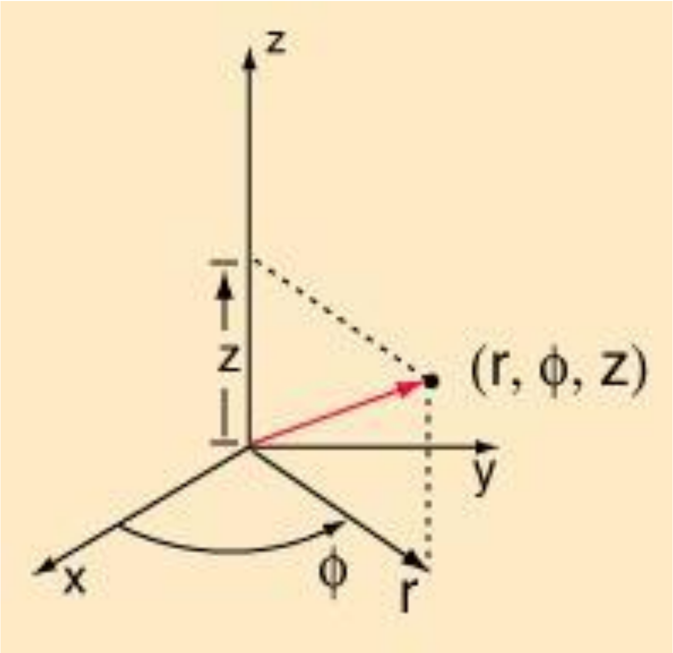
$$y = r\,\mathrm{sen}\theta\,\mathrm{sen}\phi$$

$$z = r\cos\theta$$

Elemento de área: $dA = r\,d\theta\,r\,sen\,\theta\,d\phi = r^2 sen\,\theta\,d\theta\,d\phi$

Elemento de volume: $dV = dAdr = r^2 sen\,\theta\,d\theta\,d\phi\,dr$

Coordenadas cilíndricas



$$x = r\cos\phi$$

$$y = r\,\mathrm{sen}\phi$$

$$z = z$$

Elemento de área: $dA = rd\phi dz$

Elemento de volume: $dV = dAdr = rd\phi dzdr$

Problemas

3) Calcular a posição do centro de massa de uma placa fina quadrada homogênea de lado a e massa M, posicionada como na figura: